МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра Алгоритмической математики

ОТЧЕТ

по индивидуальному домашнему заданию №2
по дисциплине «Дискретная математика и теоретическая информатика»
Тема: Теория чисел. Многочлены.

Вариант 8

Студентка гр. 4376	____________________	Козаченко У.Г
Преподаватель	____________________	Дюков Н.В.

Санкт-Петербург
2025

1. Решить диофантово уравнение $1281x + 1400y = 28$

$\frac{1281}{1400}$	a_n	$p_{-2} = -0$ $p_{-1} = 1$	$q_{-2} = 1$ $q_{-1} = -0$
1281	0	-0	1
119	1	1	-1
91	10	-10	11
28	1	11	-12
7	3	-43	47
0	4	183	-200

$$1281 \cdot (47) + 1400 \cdot (-43) = 7$$

$$1281 \cdot (47 \cdot 4) + 1400 \cdot (-43 \cdot 4) = 28$$

$$x_0 = 188 \qquad y_0 = -172$$

Ответ: $\begin{cases} x = 188 + 200t \\ y = -172 - 183t \end{cases} \quad t \in Z$

2. Представить $\sqrt{300}$ в виде периодической цепной дроби.

$$\sqrt{300} = 17 + \left(\sqrt{300} - 17\right) = 17 + \frac{1}{\alpha_1}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{300} - 17} = \frac{\sqrt{300} + 17}{(\sqrt{300} - 17)(\sqrt{300} + 17)} = \frac{\sqrt{300} + 17}{11} = 3 + \frac{\sqrt{300} + 17}{11} - 3 = 3 + \frac{1}{\alpha_2}$$

$$\alpha_2 = \frac{11}{\sqrt{300} - 16} = \frac{11 \cdot (\sqrt{300} + 16)}{(\sqrt{300} + 16)(\sqrt{300} - 16)} = \frac{\sqrt{300} + 16}{4} = 8 + \frac{\sqrt{300} - 16}{4} = 8 + \frac{1}{\alpha_3}$$

$$\alpha_3 = \frac{4}{\sqrt{300} - 16} = \frac{(\sqrt{300} + 16)}{11} = \frac{\sqrt{293} + 2}{17} = 3 + \frac{\sqrt{300} - 17}{11} = 3 + \frac{1}{\alpha_4}$$

$$\alpha_4 = \frac{11}{\sqrt{300} - 17} = \frac{11(\sqrt{300} + 17)}{(\sqrt{300} + 17)(\sqrt{300} - 17)} = \frac{\sqrt{300} + 17}{1} = 34 + \left(\sqrt{300} - 17\right) = 34 + \frac{1}{\alpha_1}$$

Ответ: $(17; (3, 8, 3, 34))$

3. Найти наименьшее натуральное число x, удовлетворяющее условиям $x \equiv 23 \bmod 36$; $x \equiv 10 \bmod 23$; $x \equiv 9 \bmod 25$; $x \equiv 8 \bmod 31$;

Найти наименьшее натуральное число x, удовлетворяющее условиям:

$$\begin{cases} x \equiv 23\ (mod\ 36) \\ x \equiv 10\ (mod\ 23) \\ x \equiv 9\ (mod\ 25) \\ x \equiv 8\ (mod\ 31) \end{cases}$$

$$x = x_0 + x_1 + x_2 + x_3\ (mod\ M)$$
$$x_0 \vdots m_1, m_2, m_3 \Rightarrow x_0 \equiv a_0\ (mod\ m_0)$$
$$x_1 \vdots m_0, m_2, m_3 \Rightarrow x_1 \equiv a_1\ (mod\ m_1)$$

1-действие

$$\begin{cases} x_0 \equiv 23\ (mod\ 36) \\ x_0 \equiv 0\ (mod\ 23) \\ x_0 \equiv 0\ (mod\ 25) \\ x_0 \equiv 0\ (mod\ 31) \end{cases}$$

$$x_0 = 23 * 25 * 31 * y_0 \equiv 23\ (mod\ 36) \Rightarrow 25 * 31 * y_0 \equiv 1\ (mod\ 36)$$

$$775y_0 \equiv 19(mod\ 36) \Rightarrow 19y_0 \equiv 1(mod\ 36) \Rightarrow y_0 \equiv 19(mod\ 36)$$

$$x_0 = 23 * 25 * 31 * 19$$

2-действие

$$\begin{cases} x_1 \equiv 0\ (mod\ 36) \\ x_1 \equiv 10\ (mod\ 23) \\ x_1 \equiv 0\ (mod\ 25) \\ x_1 \equiv 0\ (mod\ 31) \end{cases}$$

$$x_1 = 36 * 25 * 31 * y_1 \equiv 10\ (mod\ 23) \Rightarrow 13 * 2 * 8 * y_1 \equiv 10\ (mod\ 23)$$

$$208y_1 \equiv 10(mod\ 23) \Rightarrow y_1 \equiv 10(mod\ 23)$$

$$x_1 = 36 * 25 * 31 * 10$$

3-действие

$$\begin{cases} x_2 \equiv 0\ (mod\ 36) \\ x_2 \equiv 0\ (mod\ 23) \\ x_2 \equiv 9\ (mod\ 25) \\ x_2 \equiv 0\ (mod\ 31) \end{cases}$$

$$x_2 = 36 * 23 * 31 * y_2 \equiv 9\ (mod\ 25) \Rightarrow 11 * 23 * 6 * y_2 \equiv 9\ (mod\ 25)$$

$$18y_2 \equiv 9(mod\ 25) \Rightarrow 2y_2 \equiv 1(mod\ 25) \Rightarrow y_2 \equiv 13(mod\ 25)$$
$$x_2 = 36 * 23 * 31 * 13$$

4-действие

$$\begin{cases} x_3 \equiv 0\ (mod\ 36) \\ x_3 \equiv 0\ (mod\ 23) \\ x_3 \equiv 0\ (mod\ 25) \\ x_3 \equiv 8\ (mod\ 31) \end{cases}$$

$$x_3 = 36 * 23 * 25 * y_3 \equiv 8(mod\ 31) \Rightarrow 5 * 23 * 25 * y_3 \equiv 8\ (mod\ 31)$$

$$23y_3 \equiv 8(mod\ 31) \Rightarrow y_3 \equiv 216(mod\ 31) \Rightarrow y_3 \equiv 30(mod\ 31)$$

$$x_3 = 36 * 23 * 25 * 30$$

$x = x_0 + x_1 + x_2 + x_3(mod\ M) = 23 * 25 * 31 * 19 + 36 * 25 * 31 * 10 + 36 * 23 * 31 * 13 + 36 * 23 * 25 * 30\ (mod\ 36 * 23 * 25 * 31) = 338675 + 279000 + 333684 + 621000(mod\ 641700) =$ $288959(mod\ 641700)$. – Ответ

4. Найти остаток от деления $43^{19^{35}}$ на 45.

$$\varphi(45) = \varphi(3^2)\varphi(5) = 24$$

$$43^{24} \equiv 1\ (mod\ 45)$$

$$\varphi(24) = \varphi(2^3)\varphi(3) = 8$$

$$19^8 \equiv 1\ (mod\ 24)$$

$$19^{35} \equiv 19^8 \cdot 19^8 \cdot 19^8 \cdot 19^8 \cdot 19^3 (mod\ 24) \equiv 19 \cdot 19^2 \equiv 19 \cdot 361 \equiv 19$$

$$43^{19} \equiv 43 \cdot (43^2)^9 \equiv (-2) \cdot (43^2)^9 \equiv (-2) \cdot 4^9 \equiv (-2) \cdot (4^3)^3 \equiv (-2) \cdot 19^3$$

$$\equiv -2 \cdot 19 \equiv 7$$

Ответ: 7

5. По формуле Лагранжа найти многочлен p не выше 4-ой степени, удовлетворяющий условиям: $p(-1) = -9$; $p(1) = -7$; $p(-2) = 11$; $p(2) = -21$; $p(3) = -29$;

P(-1) = -9; P(1) = -7; P(-2) = 11; P(2) = -21; P(3) = -29

$$P(x) = P(-1)\frac{(x-1)(x+2)(x-2)(x-3)}{(-1-1)(-1+2)(-1-2)(-1-3)}$$
$$+ P(1)\frac{(x+1)(x+2)(x-2)(x-3)}{(1+1)(1+2)(1-2)(1-3)}$$
$$+ P(-2)\frac{(x+1)(x-1)(x-2)(x-3)}{(-2+1)(-2-1)(-2-2)(-2-3)}$$
$$+ P(2)\frac{(x+1)(x-1)(x+2)(x-3)}{(2+1)(2-1)(2+2)(2-3)}$$
$$+ P(3)\frac{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)}{(3+1)(3-1)(3+2)(3-2)} =$$
$$= \frac{-9(x^4-4x^3-x^2+16x-12)}{-24} + \frac{-7(x^4-2x^3-7x^2+8x+12)}{12}$$
$$+ \frac{11(x^4-5x^3+5x^2+5x-6)}{60} + \frac{-21(x^4-x^3-7x^2+x+6)}{-12}$$
$$+ \frac{-29(x^4-5x^2-4)}{40} = \frac{(120x^4-360x^3-480x^2+480x-600)}{120}$$
$$x^4-3x^3-4x^2+4x-5$$

Ответ: *P(x)=*$x^4-3x^3-4x^2+4x-5$

6. Найти рациональные корни: $x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 7x - 2$

$$x^4-5x^3-6x^2+7x-2=0$$
$$\frac{p}{q} = \frac{\pm 1 \ \pm 2}{1} \Rightarrow x = \{\pm 1; \pm 2\}$$
$$x = 1:\ 1-5-6+7-2 \neq 0$$
$$x = -1:\ 1+5-6-7-2 \neq 0$$
$$x = 2:\ 16-40-24+14-2 \neq 0$$
$$x = -2:\ 16+40-24-14-2 \neq 0$$

ОТВЕТ: рациональных корней

7. Решить уравнение, записанное в 6-ичной системе счисления: $3x + 43 = 310$. Решение записать в 6-ичной и десятичной системах.

$$3x + 43 = 310$$

$$310_6 = 114_{10}, \qquad 43_6 = 27_{10}$$

$3x + 27 = 114 \rightarrow 3x = 87 \rightarrow x = 29$

$$\begin{array}{r} -310 \\ 43 \\ \hline 223 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -223 & 3 \\ \cline{2-2} 20 & 45 \\ \cline{1-1} -23 & \\ 23 & \end{array}$$

ОТВЕТ: $x = 29_{10}; x = 45_6$

8. Вычислить $63/66$ в кольце вычетов по модулю 79.

$$\frac{63}{66}\, mod\, 79 \Rightarrow 63 \equiv 66x\ (mod\ 79) \Rightarrow -16 \equiv 66x\ (mod\ 79)$$

$$-8 \equiv 33x\ (mod\ 79) \Rightarrow 71 \equiv 33x\ (mod\ 79)$$

$$150 \equiv 33x\ (mod\ 79) \Rightarrow 50 \equiv 11x\ (mod\ 79)$$

$$\Rightarrow 50 \equiv 90x\ (mod\ 79) \Rightarrow 5 \equiv 9x\ (mod\ 79) \Rightarrow 5 \equiv 325x\ (mod\ 79) \Rightarrow x \equiv 65\ (mod\ 79)$$

Ответ: $x \equiv 65\ (mod\ 79)$

9. Найти представление рационального числа $\frac{461}{104}$ непрерывной дробью.

$$\frac{461}{104} = 4 + \frac{45}{104} = 4 + \frac{1}{\left(\frac{104}{45}\right)} = 4 + \frac{1}{2+\frac{14}{45}} = 4 + \frac{1}{2+\frac{1}{\left(\frac{45}{14}\right)}} = 4 + \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{3}{14}}} =$$

$$4 + \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{\left(\frac{14}{3}\right)}}} = 4 + \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4+\frac{2}{3}}}} = 4 + \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4+\frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)}}}} = 4 + \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}} =$$

$(4; 2, 3, 4, 1, 2)$-*Ответ.*

10. Найти остаток от деления многочлена $x^5 + 2x^4 + 2x^2 + x + 1$ на $x^3 + x^2 + x + 2$ в кольце $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}[x]$

$$
\begin{array}{r|l}
-\;x^5 + 2x^4 + 2x^2 + x + 1 & x^3 + x^2 + x + 2 \\ \cline{2-2}
\underline{x^5 + x^4 + x^3 + 2x^2} & x^2 + x + 1 \\
-\;x^4 + 2x^3 + x^2 + x + 1 & \\
\underline{x^4 + x^3 + x^2 + 2x} & \\
-\;x^3 + 2x^2 + 2x + 1 & \\
\underline{x^3 + x^2 + x + 2} & \\
\underline{x^2 + x + 2} &
\end{array}
$$

$x^5 + 2x^4 + 2x^2 + x + 1 \equiv (x^3 + x^2 + x + 2)\,(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 2) \pmod 3$

Ответ: $2x^2 + x + 2 \pmod 3$