Зачетное задание.

Уланов Павел 204М.

**Метод Годунова 1-го порядка.**

Метод Годунова реализует схемы сквозного счета, с помощью которых можно рассчитывать газодинамические течения с разрывами параметров внутри расчетной области. Рассмотрим построение численного метода Годунова первого порядка точности в общем виде:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = \varphi \tag{1}$$

где $q$ – вектор консервативных переменных, $f$ – вектор потоков, $\varphi$ – неоднородность.

Можно выделить в пространственно-временных координатах некоторый контрольный объем $\Omega$ (Рис. 1). Далее проинтегрируем уравнение (1) по данному контрольному объему:

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x}\right) dxdt = \iint_{\Omega} \varphi dxdt \tag{2}$$

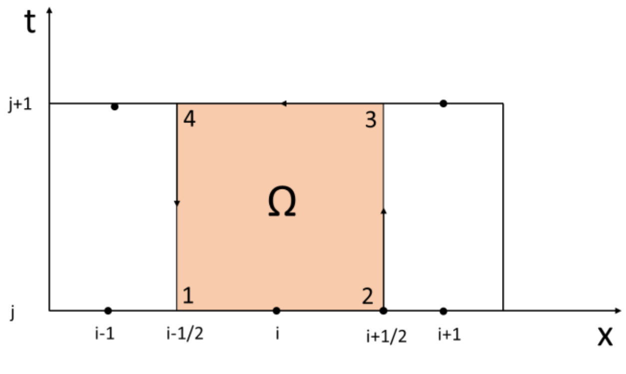


Рис.1 – схема метода Годунова.

Далее для левой части применим формулу Грина и перейдем к криволинейному интегралу по замкнутому контуру **Г** (против часовой стрелки 1-2-3-4 на Рис. 1):

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x}\right) dxdt = \oint_{\Gamma} f dt - q dx \tag{3}$$

Исходный интеграл (3) разобьём на 4 составных, соответствующих каждому из сегментов. На каждом участке аппроксимируем интеграл с использованием метода прямоугольников как произведения подынтегрального выражения в центре интервала на длину интервала интегрирования. Выражение будет выглядеть следующим образом:

$$q_{12}(x_2 - x_1) - f_{12}(t_2 - t_1) + q_{23}(x_3 - x_2) - f_{23}(t_3 - t_2) +$$
$$+ q_{34}(x_4 - x_3) - f_{34}(t_4 - t_3) + q_{41}(x_1 - x_4) - f_{41}(t_1 - t_4) = 0$$

С учетом равенств, справедливых для контрольного объема, построенного в декартовой расчетной сетке $x_3 - x_2 = 0, x_1 - x_4 = 0, t_2 - t_1 = 0,$

$t_4 - t_3 = 0, x_2 - x_1 = \Delta x, x_4 - x_3 = -\Delta x, t_3 - t_2 = \Delta t, t_1 - t_4 = -\Delta t,$ находим значения вектора консервативных переменных на интервале 3-4 (новый временной слой). Также учтем правую часть (неоднородность):

$$q_i^{j+1} = q_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(f_{i+\frac{1}{2}} - f_{i-\frac{1}{2}}\right) + \varphi_i^j \Delta t \qquad (4)$$

Величинами с полуцелыми индексами обозначены потоки сохраняемых величин через границы расчетной ячейки за время $\Delta t$ или потоков через боковые грани контрольного объема (2-3, 4-1). Эти потоки определяются из решения задачи о распаде произвольного разрыва (задача Римана). В задаче Римана решается система, в которой до начального момента времени две области пространства с разными термодинамическими параметрами соприкасаются через перегородку. В начальный момент времени перегородка исчезает и поверхность их соприкосновения будет поверхностью разрыва в начальном распределении т-д параметров. Для разных процессов структуры и параметры скачков имеют разные структуры. Разрыв распадается на несколько разрывов, которые с течением времени будут отходить друг от друга.

Математическая задача о распаде произвольного разрыва формулируется как задача Коши для системы уравнений в частных производных гиперболического типа с разрывными начальными термодинамическими параметрами.