FILTRO DE KALMAN HÍBRIDO Y LA ESTIMACIÓN DE LA ORIENTACIÓN EN ROBOT BÍPEDOS

Dr. Rony Caballero

Madrid, 28 de mayo de 2008

Contenido de la presentación

- Introducción
- Modelado en el espacio de estado
- Teoría de la estimación
- Filtro de Kalman
- Filtro extendido de Kalman
- Modelado de la unidad de medidas inerciales
- Filtro de Kalman híbrido
- Resultados experimentales
- Conclusiones

Introducción

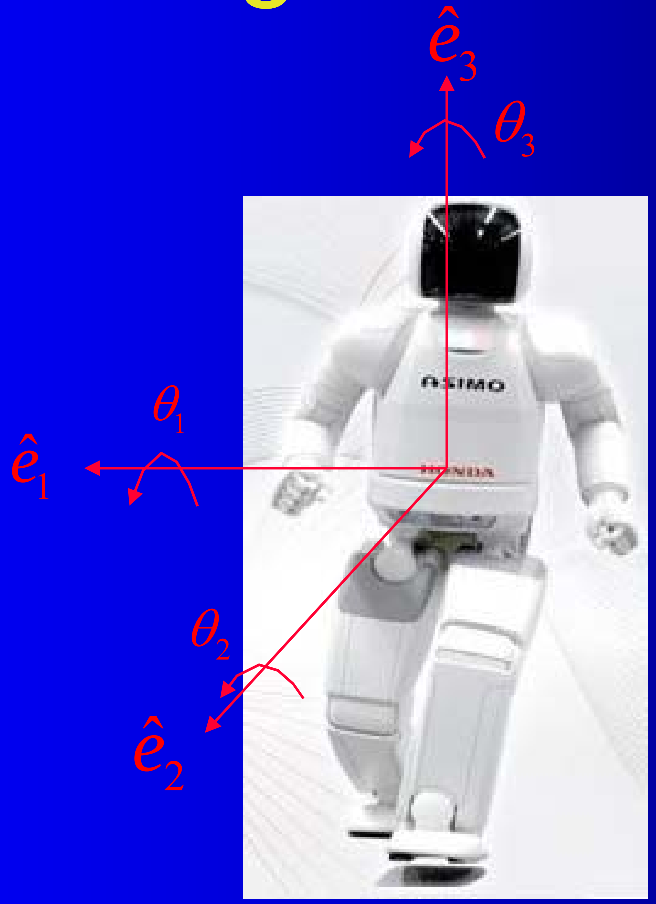
Interés por la robótica bípeda

- Capacidad para operar en ambientes no estructurados
- Plataforma de prueba para el desarrollo de prótesis
- Plataforma para evaluar algoritmos de control complejos

Problema: Es un sistema naturalmente inestable

- Es necesario realizar una planificación cuidadosa de los movimientos
- Se debe contar con controlador eficaz que garantice la estabilidad del robot
- El controlador necesita que las variables involucradas en el algoritmo de control sean estimadas correctamente

Problema: Estimación correcta de los ángulos de orientación



Existen tres ángulos de orientación necesarios en la estimación de la orientación

Utilización de sensores inerciales MEMS para la orientación

- Alto nivel de miniaturización
- Bajo peso
- Bajo consumo energético
- Bajo costo

Problema: Limitaciones de los sensores de tecnología MEMS

- Baja sensibilidad
- Alta incertidumbre de los modelos
- Fuerte influencia de los factores ambientales y perturbaciones externas

Limitaciones de los algoritmos de filtrado y estimación existentes

- Poca robustez frente a la incertidumbre
- Ausencia de monitores de falla y perturbaciones externas
- Ausencia de estimación de sesgo o deriva en tiempo real
- Poca eficiencia computacional

Modelado en el espacio de estado

VARIABLES DE ESTADO DE UN SISTEMA

- Conjunto mínimo de variables
- Permiten determinar el comportamiento de un sistema
- El estado futuro del sistema puede determinarse si se conoce tanto la entrada, como los estados presentes

MODELADO EN EL ESPACIO DE ESTADO

Sistemas en tiempo continuo

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$Y = CX + DU$$

Sistemas en tiempo discreto

$$X_{k+1} = \Phi X_k + \Gamma U_k$$

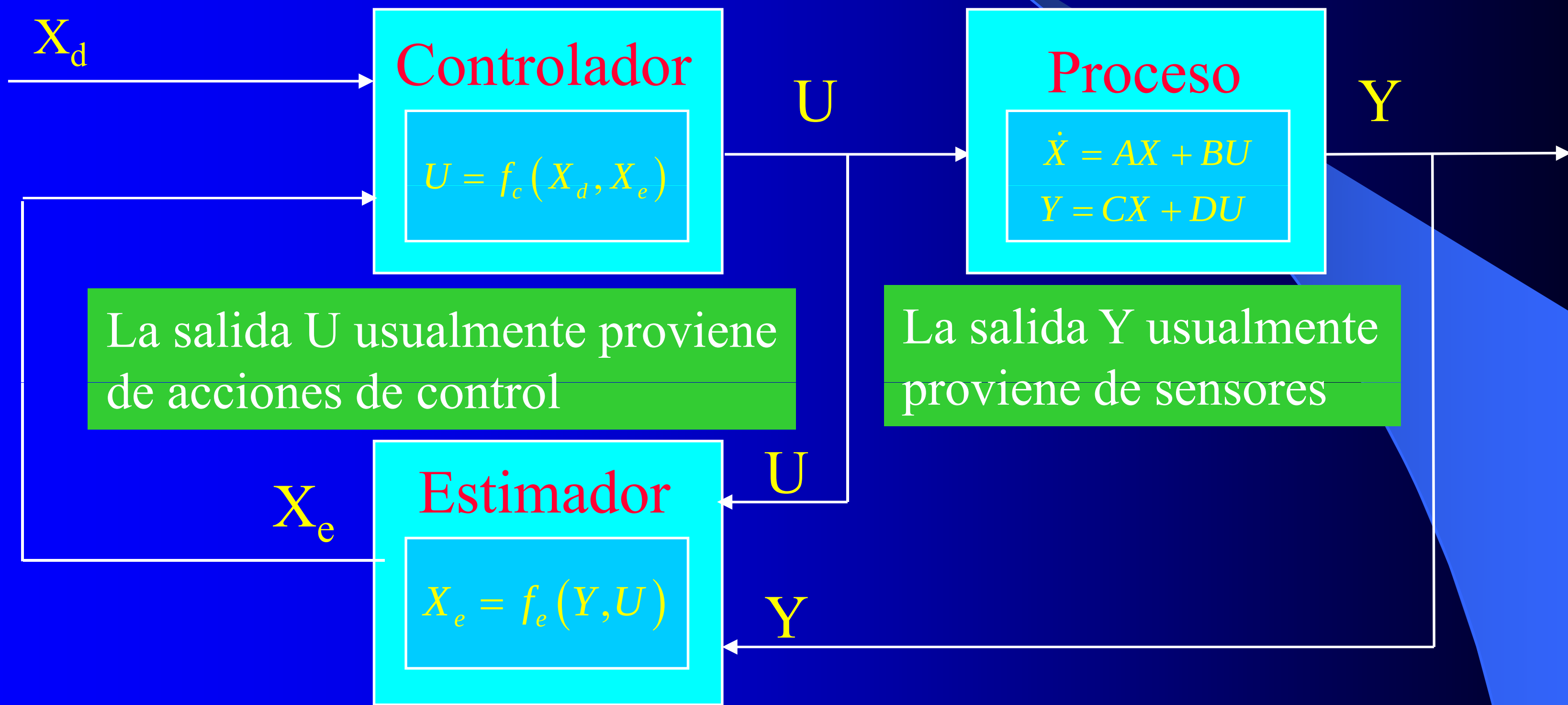
$$Y_k = HX_k + DU_k$$

Donde:

X : Vector de estado
Y : Vector de salida
A : Matriz del sistema
B : Matriz de entrada
C : Matriz de salida
D : Matriz de prealimentación

X_k : Vector de estado
Y_k : Vector de salida
Φ : Matriz del sistema
Γ : Matriz de entrada
H : Matriz de salida
D : Matriz de prealimentación

IMPORTANCIA DE LA ESTIMACIÓN DE LAS VARIABLES DE ESTADO

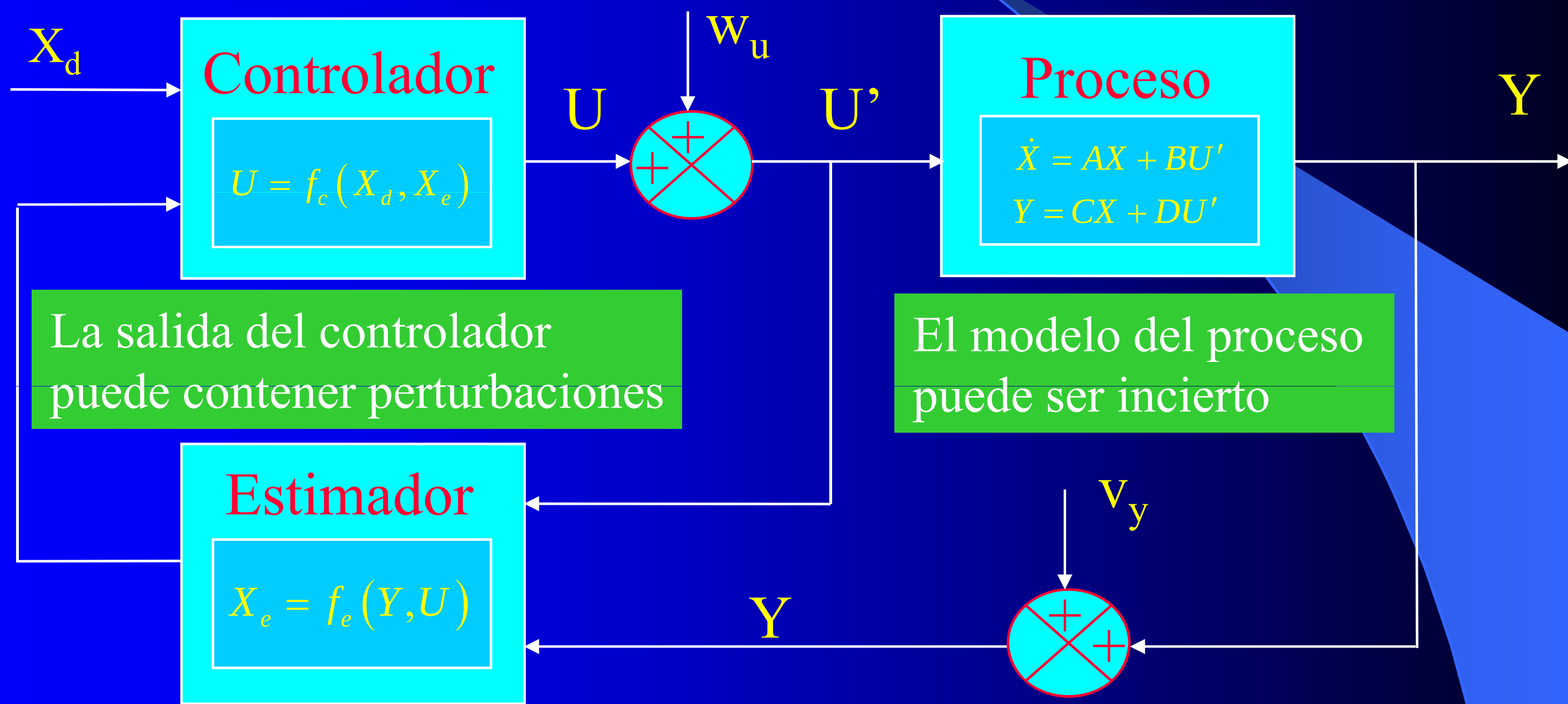


La salida U usualmente proviene de acciones de control

La salida Y usualmente proviene de sensores

El controlador del sistema será más efectivo en la medida que los estados estimados X_e se acerquen a los valores reales X de los mismos

LIMITACIONES EN LA ESTIMACIÓN DE LAS VARIABLES DE ESTADO



La presencia de todos estos factores deben considerarse en el diseño del estimador

La salida del proceso puede contener ruido

MODELADO GENERALIZADO DEL PROCESO

Sistemas en tiempo continuo

$$\dot{X} = AX + BU + W$$

$$Y = CX + DU + V$$

Donde:

X : Vector de estado
Y : Vector de salida
A : Matriz del sistema
B : Matriz de entrada
C : Matriz de salida
D : Matriz de prealimentación
W : Ruido del proceso
V : Ruido de medición

Sistemas en tiempo discreto

$$X_{k+1} = \Phi X_k + \Gamma U_k + W_k$$

$$Y_k = HX_k + DU_k + V_k$$

X_k : Vector de estado
Y_k : Vector de salida
Φ : Matriz del sistema
Γ : Matriz de entrada
H : Matriz de salida
D : Matriz de prealimentación
W_k : Ruido del proceso
V_k : Ruido de medición

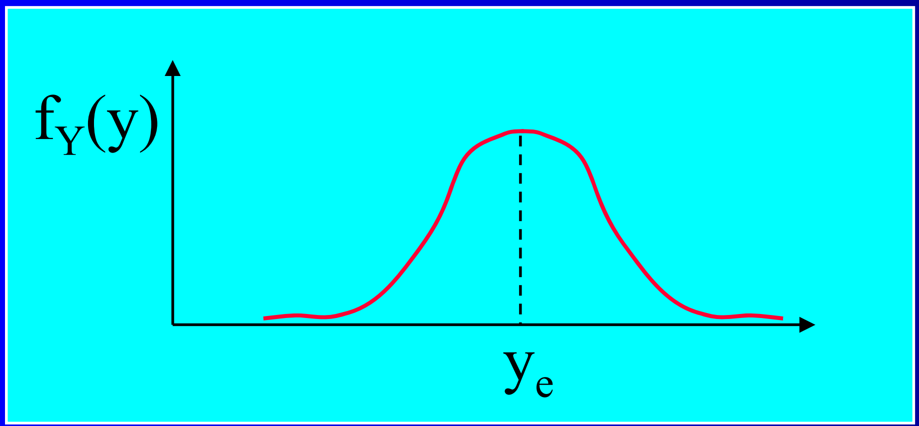
MODELO DE RUIDO DE PROCESO Y DE MEDICIÓN

- Modelado estocástico
- Usualmente solo se conoce el primero y segundo momento estadísticos
- El primer momento estadístico se añade al vector U
- Algunas veces se conoce la densidad espectral de potencia del ruido

Teoría de la estimación (caso monovariable)

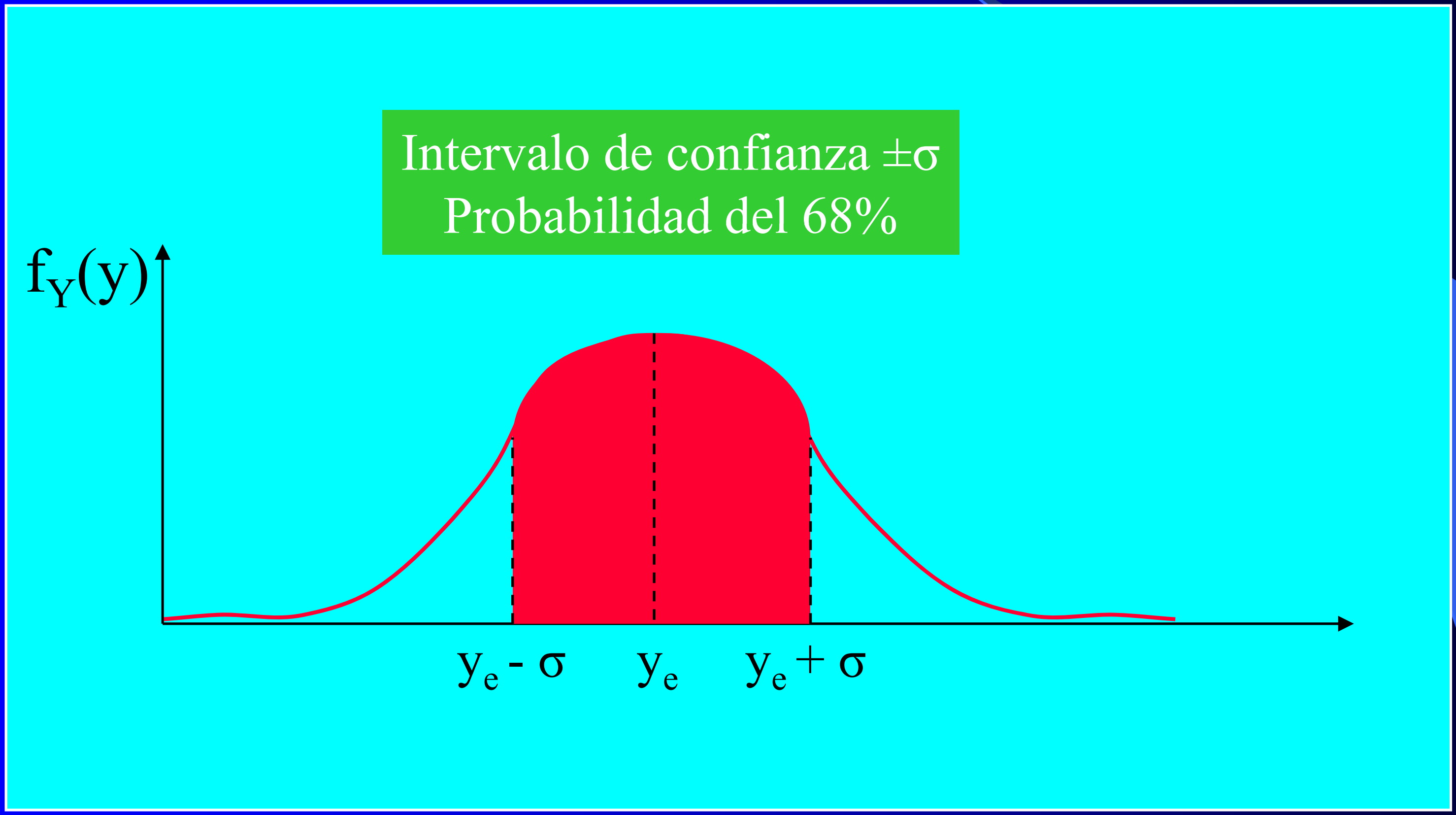
CONCEPTO DE ESTIMACIÓN SENSORIAL

- Trata de establecer cual es el valor más probable de una medición
- Considerando la incertidumbre de los modelos y los niveles de ruido de la medición

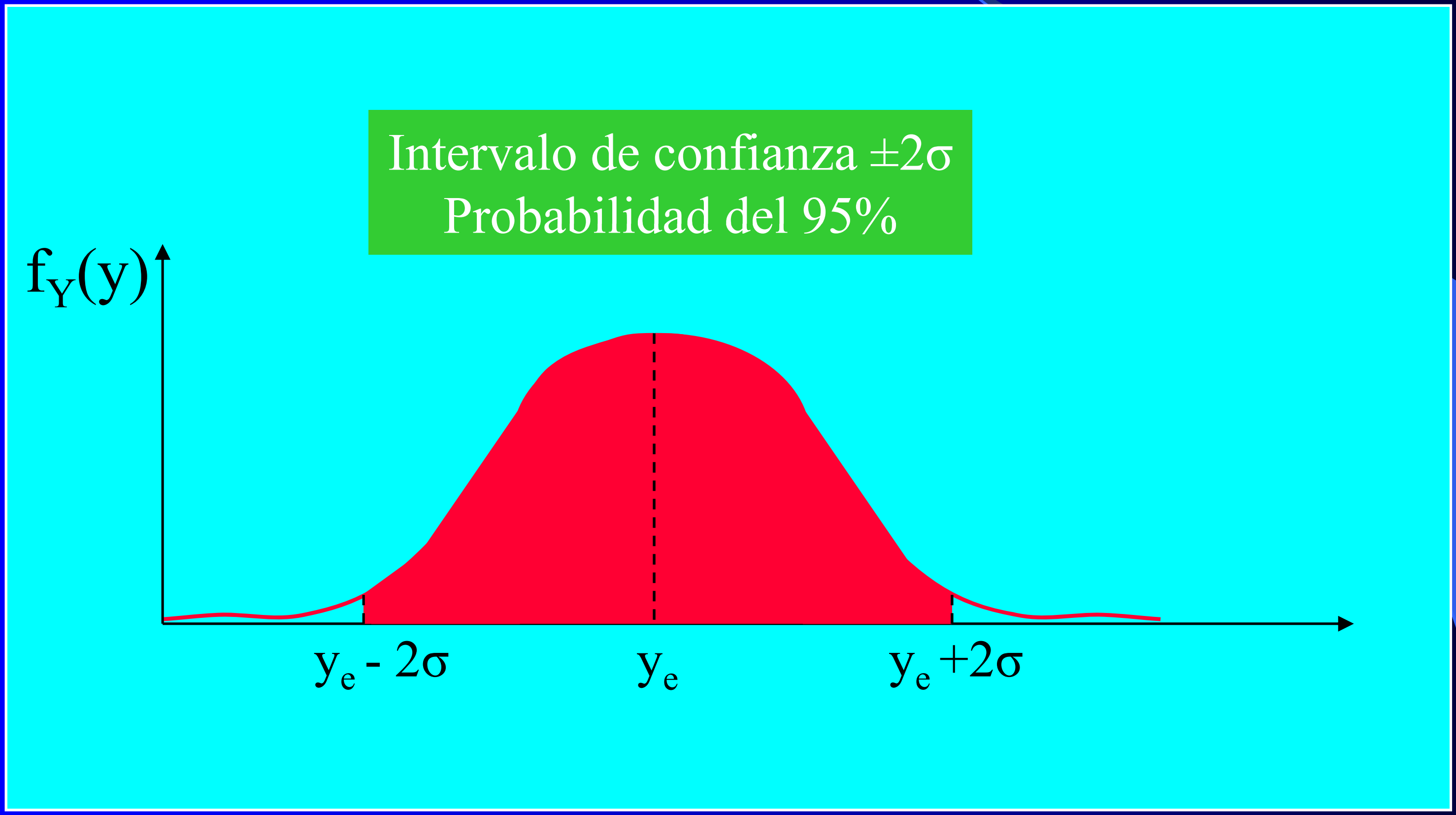


A cada medición va asociada una varianza σ^2 de los datos

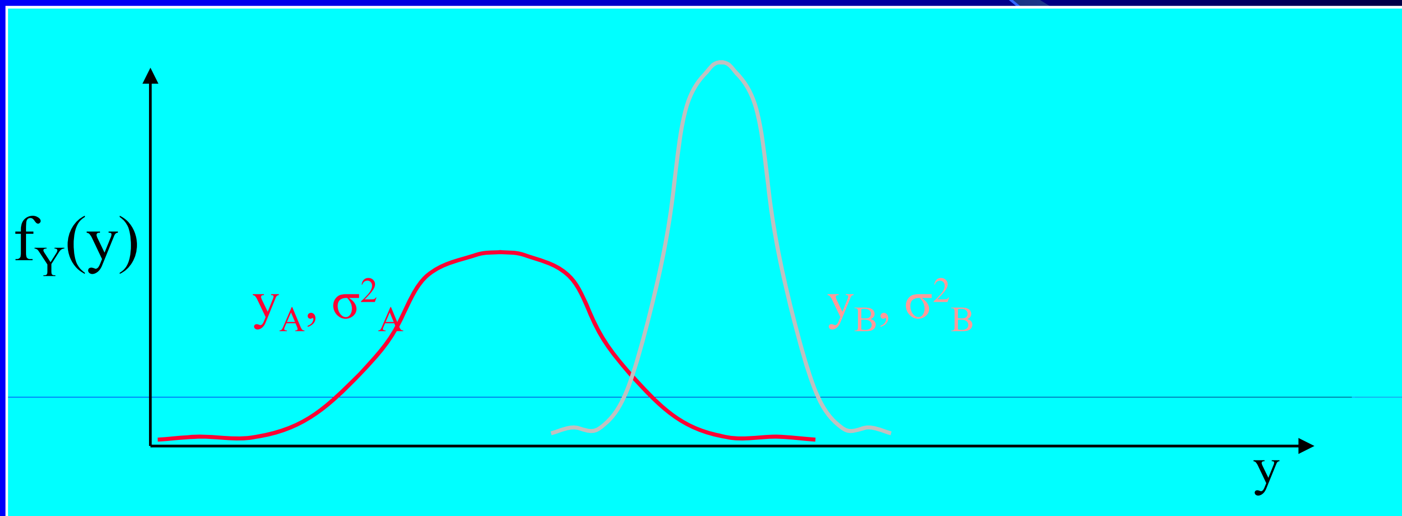
CONCEPTO DE ESTIMACIÓN SENSORIAL



CONCEPTO DE ESTIMACIÓN SENSORIAL



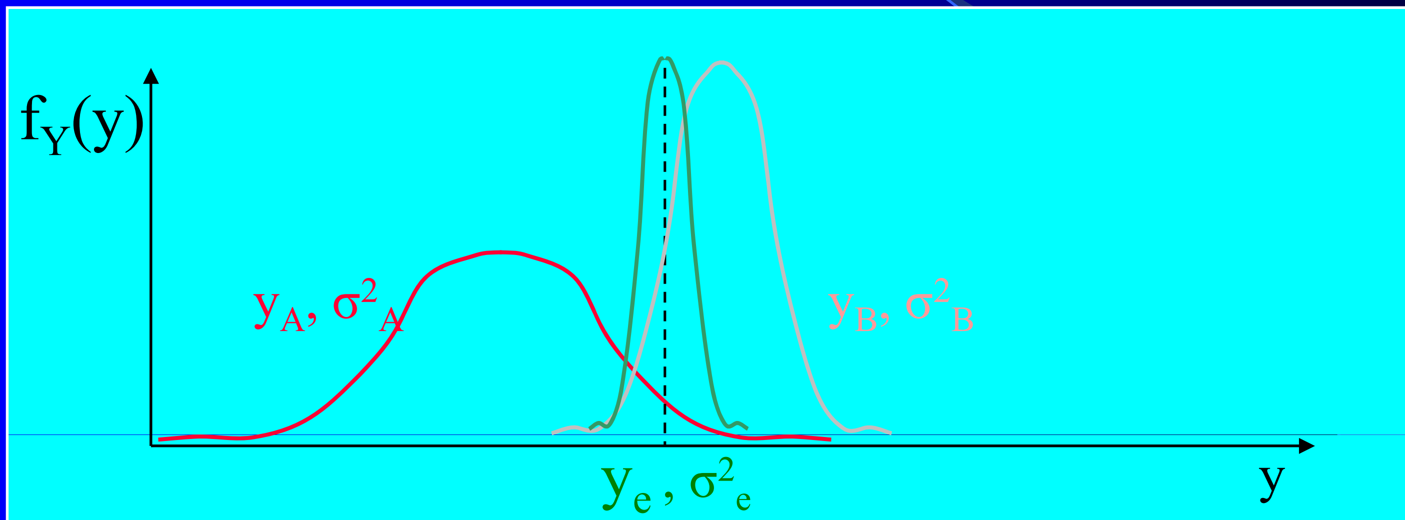
ESTIMACIÓN EN BASE A DOS MEDICIONES INDEPENDIENTES



Criterios de estimación:

- El valor estimado estará mas cerca de aquella medición con menor varianza
- La varianza de la estimación será menor que cualquiera de las varianzas de medición

ESTIMACIÓN EN BASE A DOS MEDICIONES INDEPENDIENTES



La mejor estimación es aplicar la media ponderada:

$$y_e = \left(\frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2+\sigma_B^2}\right) y_A + \left(\frac{\sigma_A^2}{\sigma_A^2+\sigma_B^2}\right) y_B$$

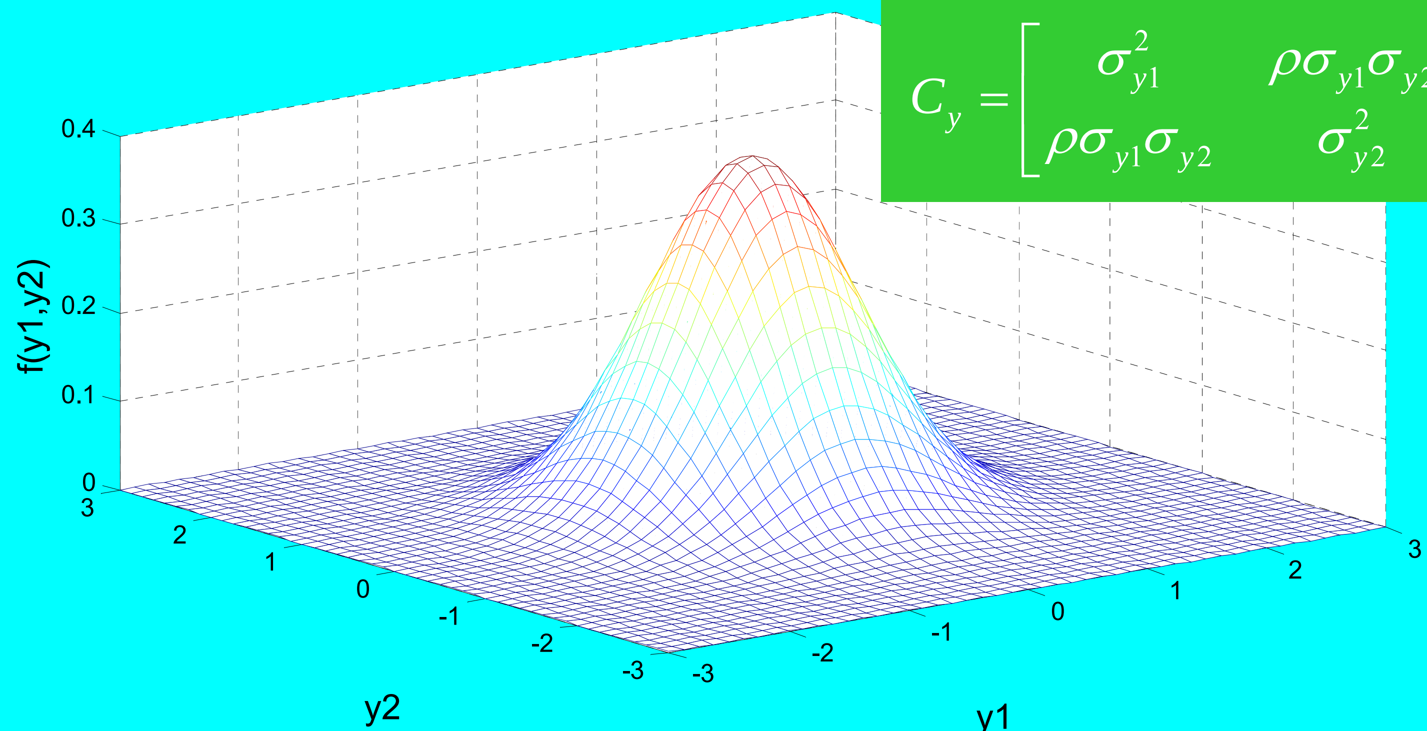
con una varianza de estimación asociada: $$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_A^2\sigma_B^2}{\sigma_A^2+\sigma_B^2}$$

Teoría de la estimación
(caso multivariable)

CONCEPTO DE ESTIMACIÓN SENSORIAL

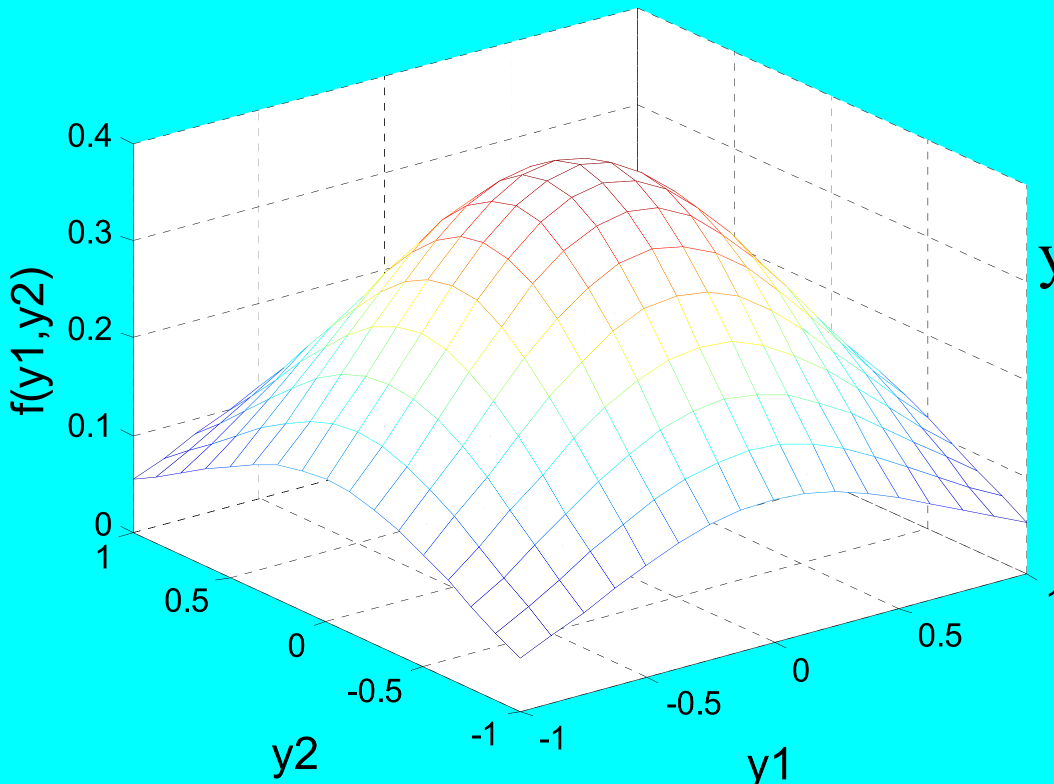
A cada medición va asociada una matriz de covarianza

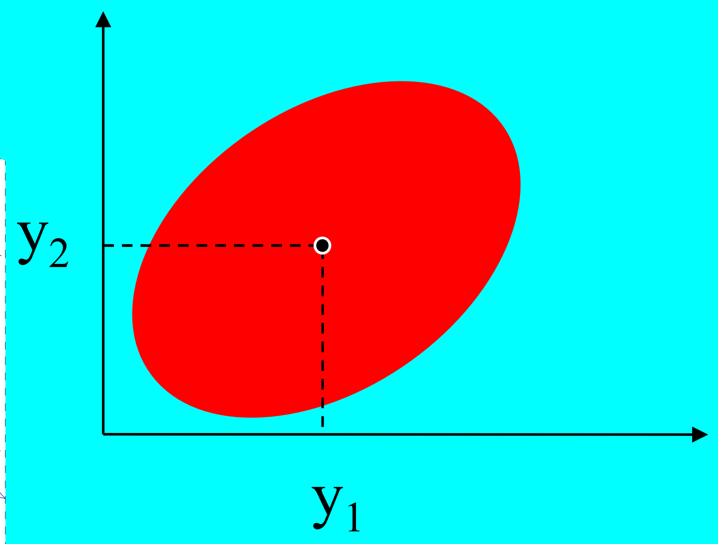
$$C_y = \begin{bmatrix} \sigma_{y1}^2 & \rho\sigma_{y1}\sigma_{y2} \\ \rho\sigma_{y1}\sigma_{y2} & \sigma_{y2}^2 \end{bmatrix}$$



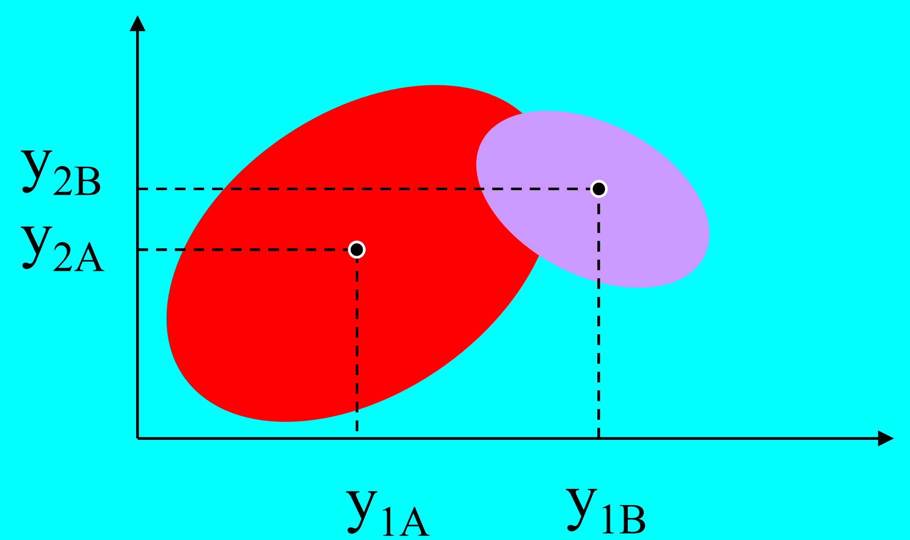
CONCEPTO DE ESTIMACIÓN SENSORIAL

Elipsoide de confianza ±σ
Probabilidad del 68%





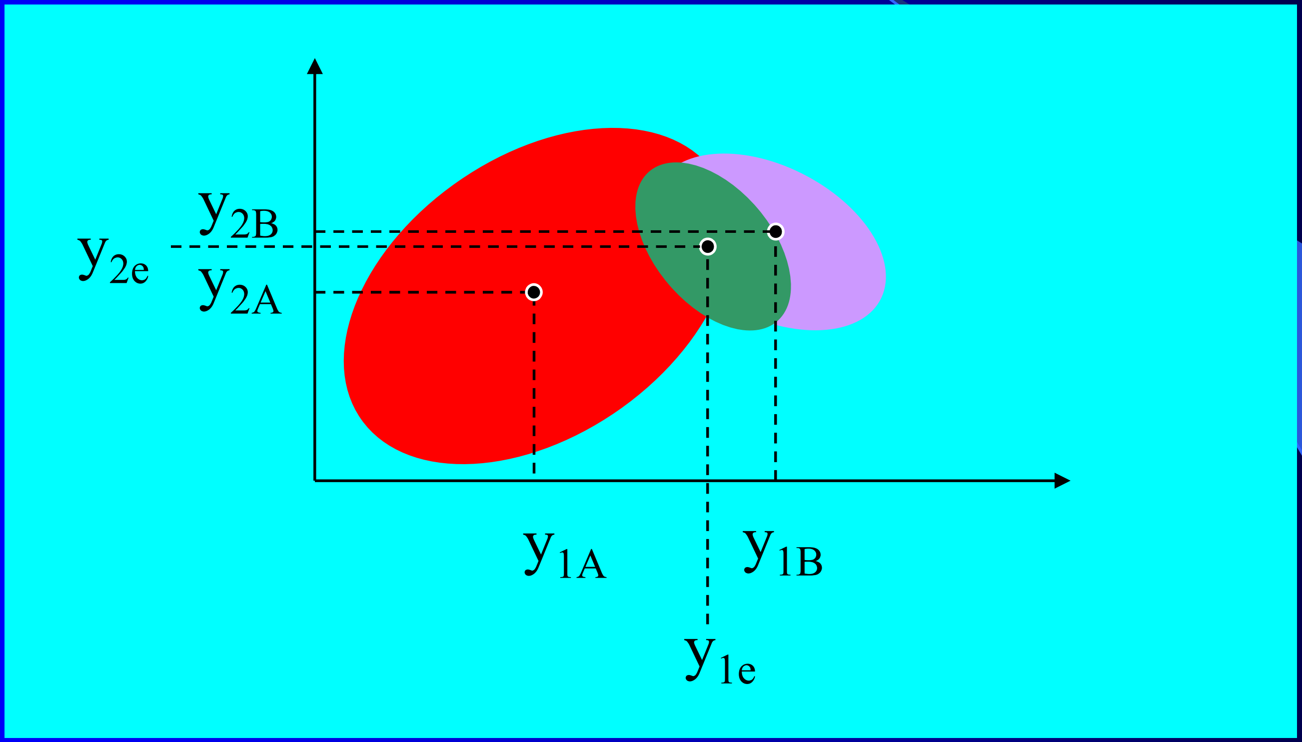
ESTIMACIÓN EN BASE A DOS MEDICIONES INDEPENDIENTES



Criterios de estimación:

- El valor estimado estará mas cerca de aquella medición con menor varianza
- La covarianza de la estimación será menor que cualquiera de las covarianzas de medición

ESTIMACIÓN EN BASE A DOS MEDICIONES INDEPENDIENTES



La mejor estimación es aplicar la media ponderada:

$$y_e = C_B\left(C_A + C_B\right)^{-1} y_A + C_A\left(C_A + C_B\right)^{-1} y_B$$

Estimación con el modelo dinámico

ESTIMACIÓN CONSIDERANDO EL MODELO DINÁMICO

Aplicación a un sistema de primer orden: $x_{k+1} = ax_k + u_k + w_k$

$$y_k = x_k + v_k$$

Si se tienen dos medidas con media y varianza asociadas (y_n, σ^2_{yn}) y ($x_{n/n-1}$, $\sigma^2_{xn/n-1}$). Donde,

Pronostico de x_n en base a la medición y_{n-1}

$$x_{n/n-1} = ay_{n-1} + u_{k-1}$$

$$\sigma^2_{xn/n-1} = a^2\sigma^2_{yn-1} + \sigma^2_{wn}$$

$$\sigma^2_{yn-1} = \sigma^2_{vn-1}$$

Por lo tanto la media de la estimación en x_n y su varianza asociada será:

$$x_n = \left(\frac{\sigma^2_{yn}}{\sigma^2_{xn/n-1} + \sigma^2_{yn}}\right)x_{n/n-1} + \left(\frac{\sigma^2_{xn/n-1}}{\sigma^2_{xn/n-1} + \sigma^2_{yn}}\right)y_n$$

$$\sigma^2_{xn} = \frac{\sigma^2_{xn/n-1}\sigma^2_{yn}}{\sigma^2_{xn/n-1} + \sigma^2_{yn}}$$

ESTIMACIÓN CONSIDERANDO EL MODELO DINÁMICO

Aplicación a un sistema de primer orden: $x_{k+1} = ax_k + u_k + w_k$

$$y_k = x_k + v_k$$

No obstante la media de la estimación en x_n también puede escribirse como:

$$x_n = x_{n/n-1} + K_n \left(y_n - x_{n/n-1} \right)$$

$$K_n = \left(\frac{\sigma^2_{xn/n-1}}{\sigma^2_{xn/n-1} + \sigma^2_{yn}} \right)$$

- Si el valor esperado de la varianza del pronostico $\sigma^2_{xn/n-1}$ es mucho mayor que la varianza de la medición σ^2_{yn} entonces K_n tiende a uno.

- Si el valor esperado de la varianza del pronostico $\sigma^2_{xn/n-1}$ es mucho menor que la varianza de la medición σ^2_{yn} entonces K_n tiende a cero.

Filtro de Kalman

FILTRO DE KALMAN

Ventajas

- Estimación óptima
- Algoritmo recursivo

Limitaciones

- Limitado a sistemas lineales
- Limitado a sistemas con ruido blanco
- Conocimiento de la estadística del proceso y de la medición

MODELO EN EL ESPACIO DE ESTADO UTILIZADO

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_k + w_k$$

$$y_k = H x_k + v_k$$

SUPUESTOS GENERALES EN EL FILTRO DE KALMAN

Se conoce tanto la estimación inicial como la matriz de covarianzas del vector de estado

$$\hat{x}_0 = E(x_0)$$

$$P_0 = E\left[\left(x_0 - \hat{x}_0\right)\left(x_0 - \hat{x}_0\right)^T\right]$$

SUPUESTOS GENERALES EN EL FILTRO DE KALMAN

El ruido de proceso del sistema w_k esta compuesto únicamente por ruido blanco

$$\hat{w}_k = E\left(w_k\right) = 0$$

$$Q = E\left[w_k w_k^T\right]$$

$$E\left[w_k w_j^T\right] = 0 \qquad \left(j \neq k\right)$$

SUPUESTOS GENERALES EN EL FILTRO DE KALMAN

El ruido de la medición v_k esta compuesto únicamente por ruido blanco

$$\hat{v}_k = E\left(v_k\right) = 0$$

$$R = E\left[v_k v_k^{\,T}\right]$$

$$E\left[v_k v_j^{\,T}\right] = 0 \qquad \left(j \neq k\right)$$

ALGORITMO DEL FILTRO DE KALMAN

Ciclo de predicción: Estimar el vector de estado $\hat{x}_{k/k-1}$ y la covarianza $P_{k/k-1}$. Es decir se estiman las medidas en el instante *k* a partir de las medidas conocidas hasta el instante *k-1*.

$$\hat{x}_{k/k-1} = \Phi \hat{x}_{k-1} + \Gamma u_{k-1}$$

$$P_{k/k-1} = \Phi P_{k-1} \Phi^T + Q$$

ALGORITMO DEL FILTRO DE KALMAN

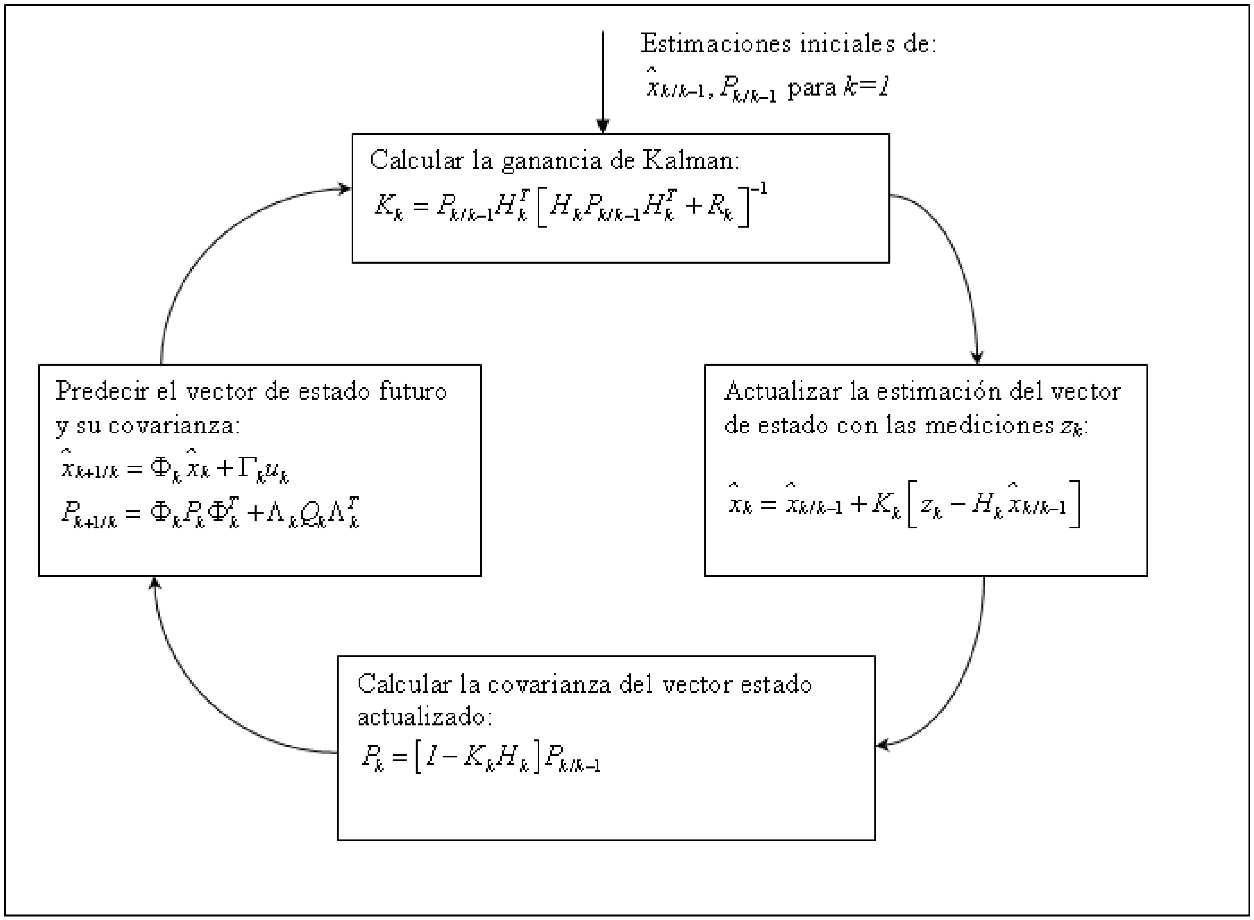
Ciclo de actualización: Corregir las estimaciones del ciclo de propagación utilizando las medidas y_k

$$K_k = P_{k/k-1} H^T \left[H P_{k/k-1} H^T + R_k \right]^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + K_k \left[y_k - H \hat{x}_{k/k-1} \right]$$

$$P_k = \left[I - K_k H \right] P_{k/k-1}$$

APLICACIÓN DEL ALGORITMO DEL FILTRO DE KALMAN



Primer Algoritmo de Filtro de Kalman

Filtro Extendido de Kalman

FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN

Ventajas

- Extensión a sistemas no lineales
- Algoritmo recursivo

Limitaciones

- Estimación subóptima
- Limitado a sistemas con ruido blanco
- Conocimiento de la estadística del proceso y de la medición

SISTEMAS NO LINEALES

Modelo dinámico del sistema

$$x_{k+1} = f\left(x_k, u_k, w_k\right)$$

Modelo de medición del sistema

$$y_k = h\left(y_k, u_k, v_k\right)$$

ALGORITMO DEL FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN (EKF)

Ciclo de propagación: Estimar el vector de estado $\hat{x}_{k/k-1}$ y la covarianza $P_{k/k-1}$. Es decir se estiman las medidas en el instante *k* a partir de las medidas conocidas hasta el instante *k-1*.

$$\hat{x}_{k/k-1} = f\left(\hat{x}_{k-1/k-1}, \hat{u}_{k-1}\right)$$

$$Q_{k-1} = F_u U F_u^T + Q'$$

$$P_{k/k-1} = F_x P_{k-1/k-1} F_x^T + Q_{k-1}$$

U es la covarianza de u
F_u es el jacobiano de f respecto de u
F_x es el jacobiano de f respecto de x

ALGORITMO DEL FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN (EKF)

Ciclo de actualización: Corregir las estimaciones del ciclo de propagación utilizando las medidas y_{k+1}

$$\eta_k = y_k - h_k\left(x_{k/k-1}, 0\right)$$

$$S_k = H_x P_{k/k-1} H_x^T + H_y R H_y^T$$

$$K_k = P_{k/k-1} H_x^T S_k^{-1}$$

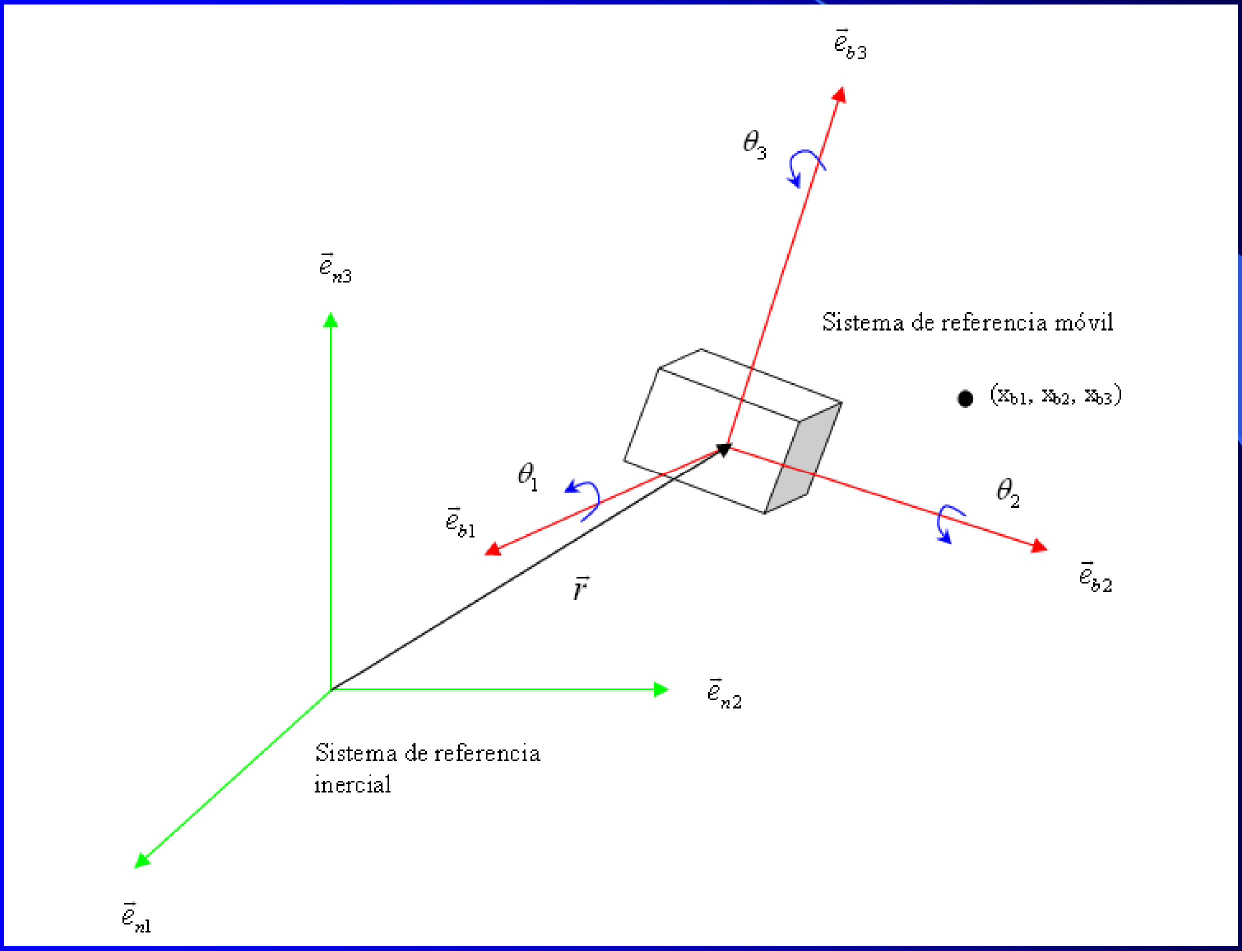
$$x_{k/k} = x_{k/k-1} + K_k \eta_k$$

$$P_{k/k} = \left[I - K_k H_x\right] P_{k/k-1}$$

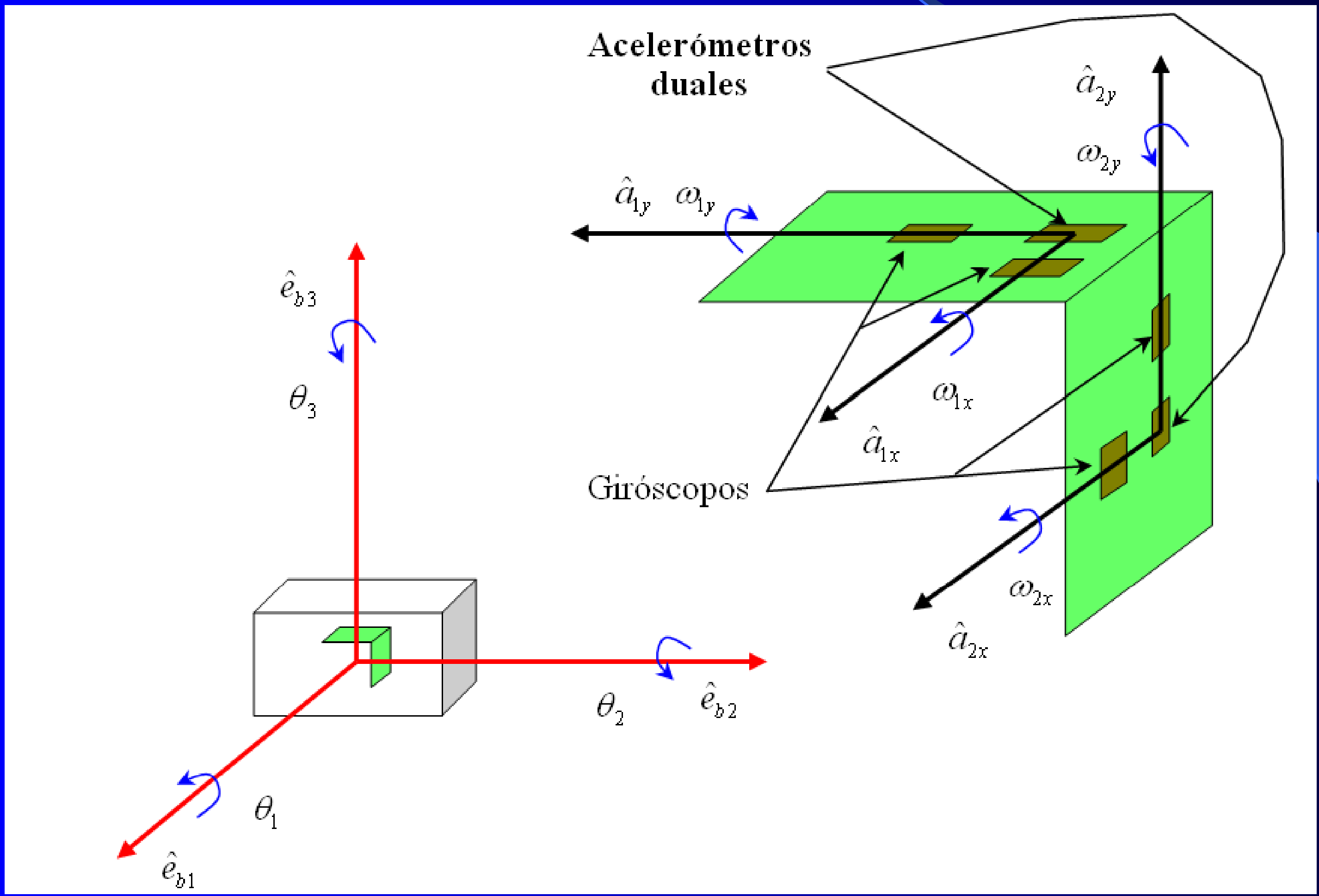
H_z es el jacobiano de h respecto de y
H_x es el jacobiano de h respecto de x

Modelado de la unidad de medidas Inerciales

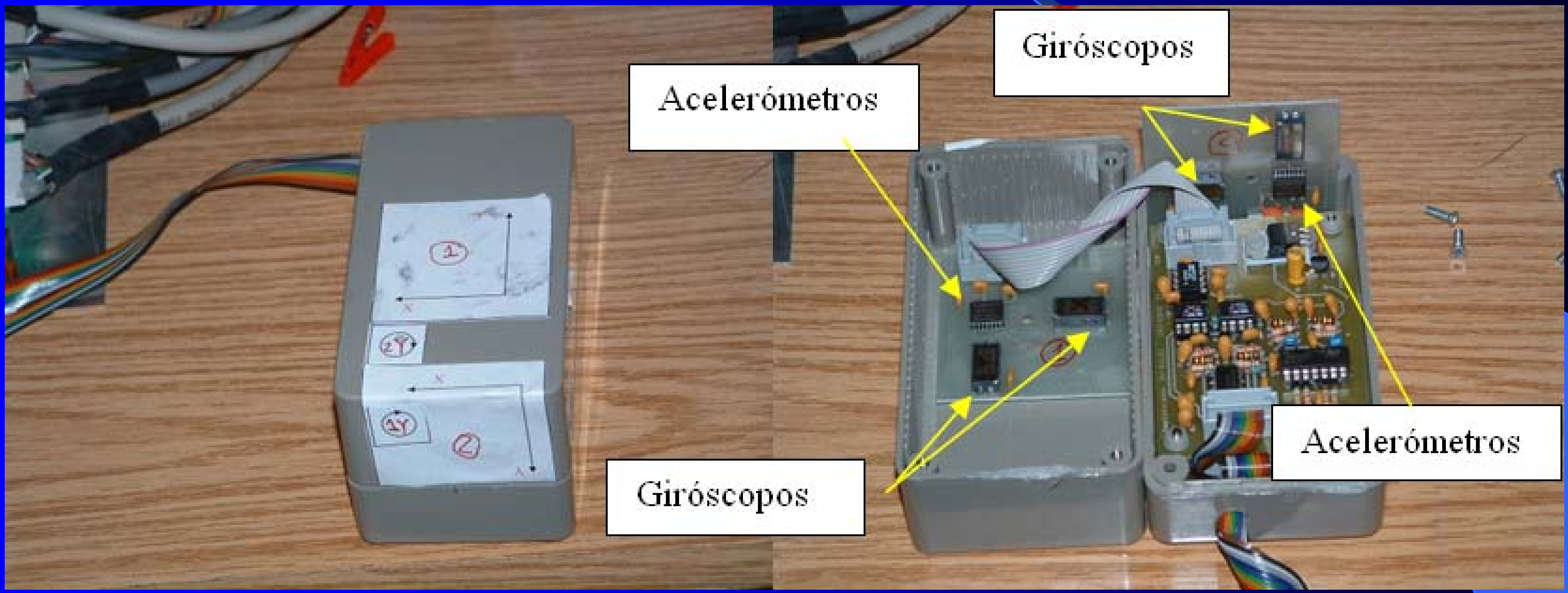
Unidad de medidas inerciales



Prototipo de la unidad de medidas inerciales

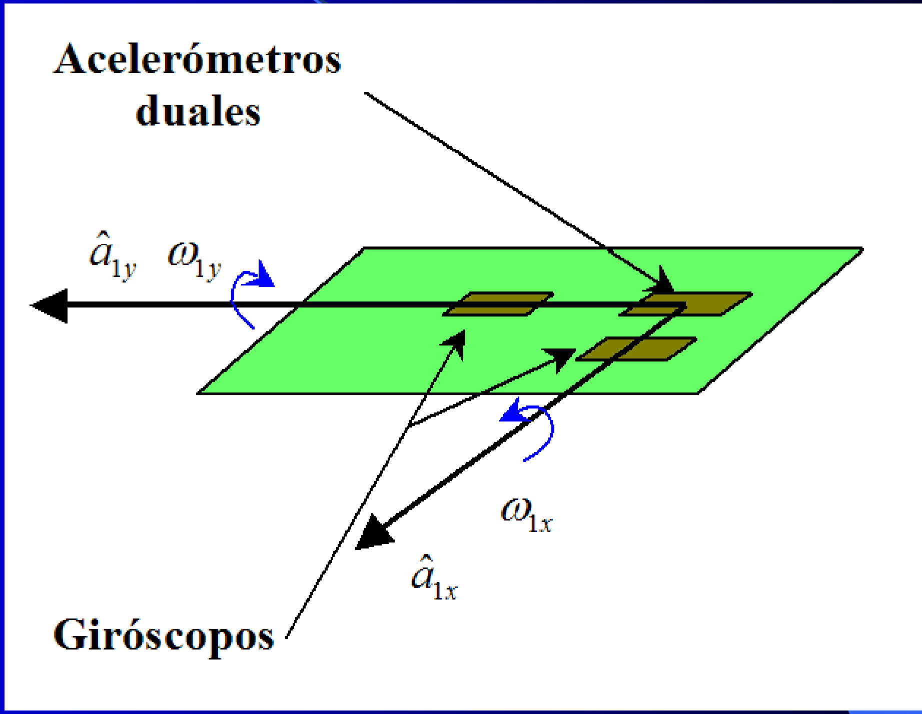


Prototipo de la unidad de medidas inerciales



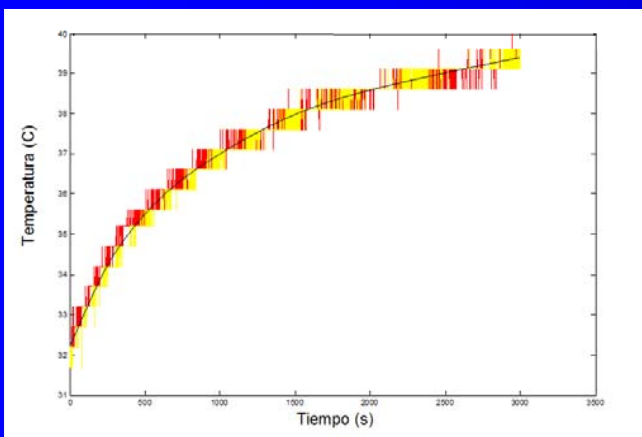
Modelado de los acelerómetros y giróscopos

Acelerómetros y giróscopos sujetos a aceleración y velocidad nula

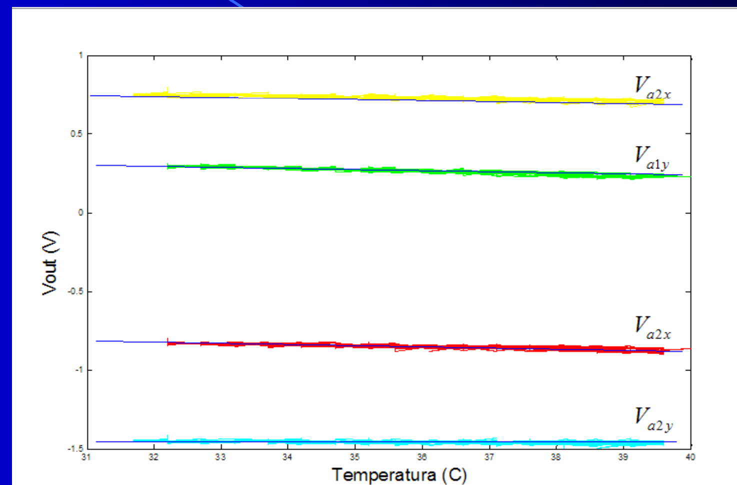


Se evalúa la influencia de efectos ambientales como la temperatura, el ruido y otras perturbaciones externas

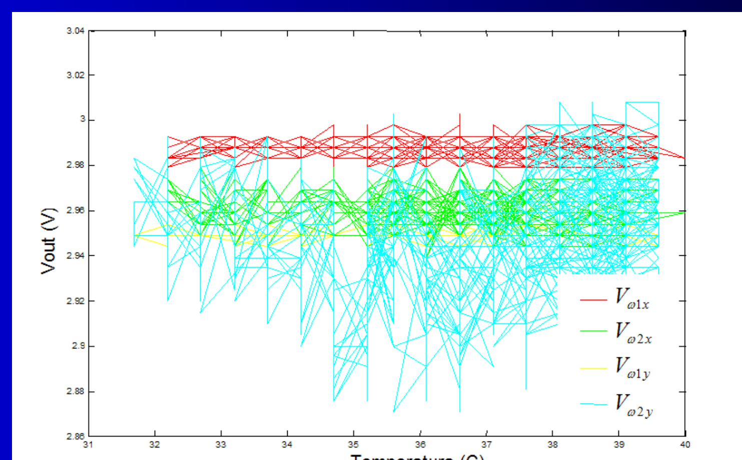
Efectos térmicos sobre los acelerómetros y giróscopos



Cambio térmico a la entrada



Cambio a la salida de los acelerómetros



Cambio a la salida de los giróscopos

Modelo general de salida de los acelerómetros y giróscopos

Acelerómetros

$$V_{a1x} = k_{a1x} a_{b1} + \alpha_{a1x} + \beta_{a1x} T + \varepsilon_{a1x}$$

$$V_{a2x} = k_{a2x} a_{b1} + \alpha_{a2x} + \beta_{a2x} T + \varepsilon_{a2x}$$

$$V_{a1y} = k_{a1y} a_{b2} + \alpha_{a1y} + \beta_{a1y} T + \varepsilon_{a1y}$$

$$V_{a2y} = k_{a2y} a_{b3} + \alpha_{a2y} + \beta_{a2y} T + \varepsilon_{a2y}$$

Giróscopos

$$V_{\omega 1x} = k_{\omega 1x} \omega_{b1} + \alpha_{\omega 1x} + \varepsilon_{\omega 1x}$$

$$V_{\omega 2x} = k_{\omega 2x} \omega_{b1} + \alpha_{\omega 2x} + \varepsilon_{\omega 2x}$$

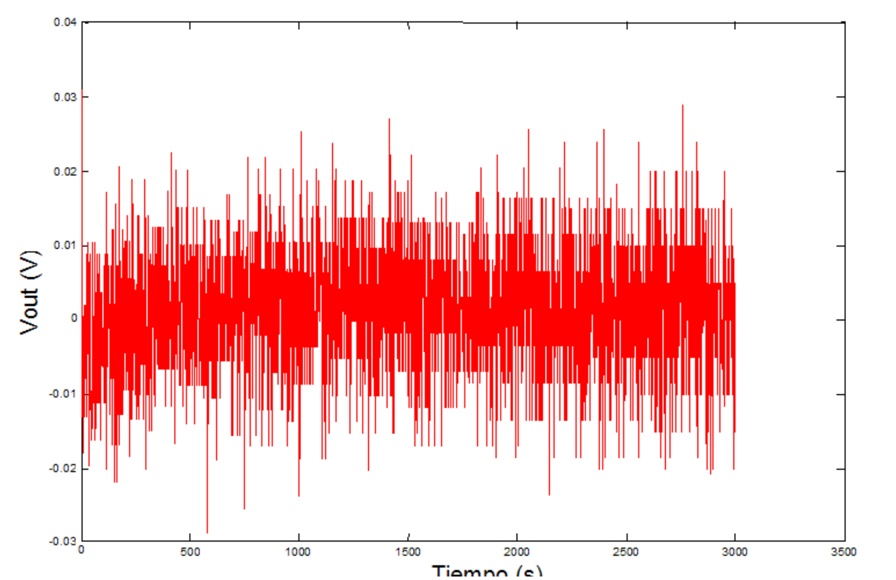
$$V_{\omega 1y} = k_{\omega 1y} \omega_{b2} + \alpha_{\omega 1y} + \varepsilon_{\omega 1y}$$

$$V_{\omega 2y} = k_{\omega 2y} \omega_{b3} + \alpha_{\omega 2y} + \varepsilon_{\omega 2y}$$

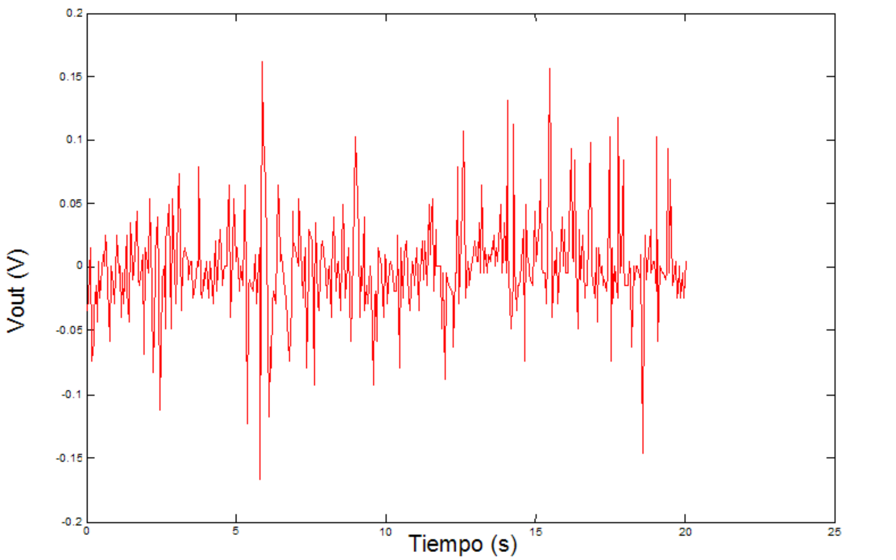
Constantes ajustadas mediante mínimos cuadrados

Efectos ambientales estocásticos estacionarios

Error aleatorio debido a la influencia de señales ambientales internas



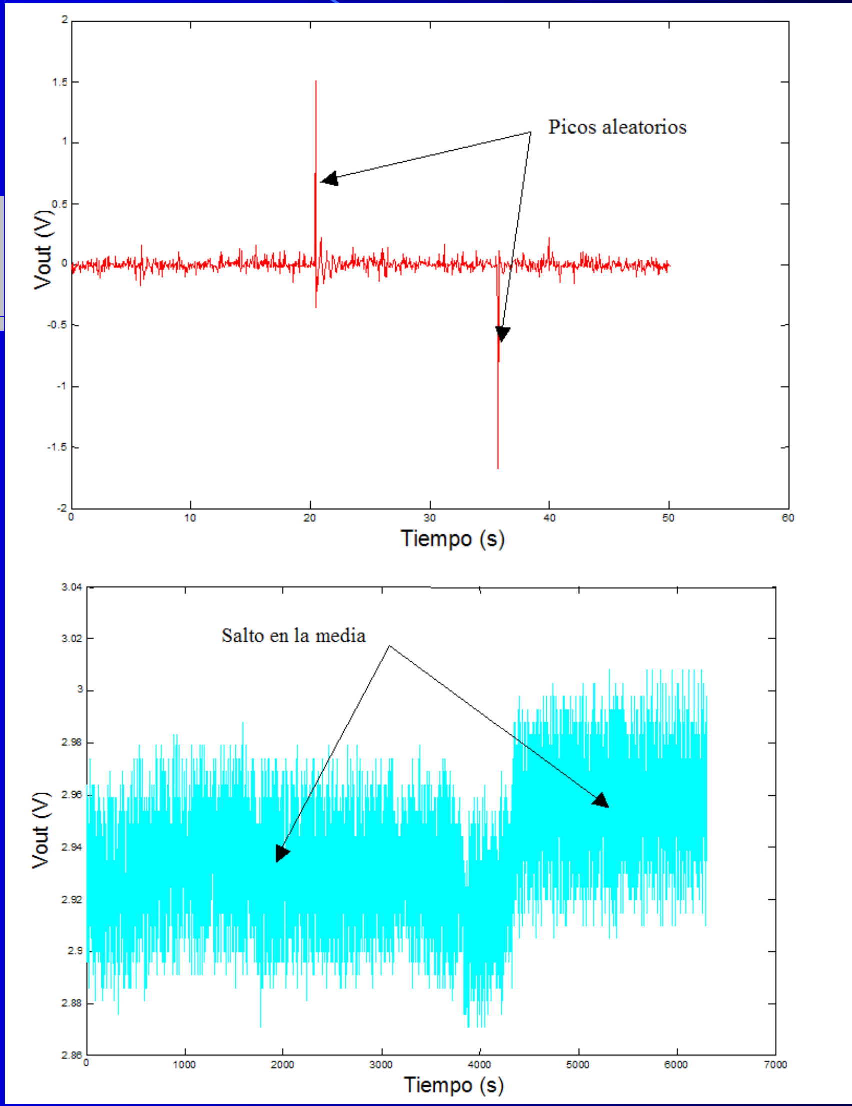
Error aleatorio debido a la influencia de señales ambientales externas



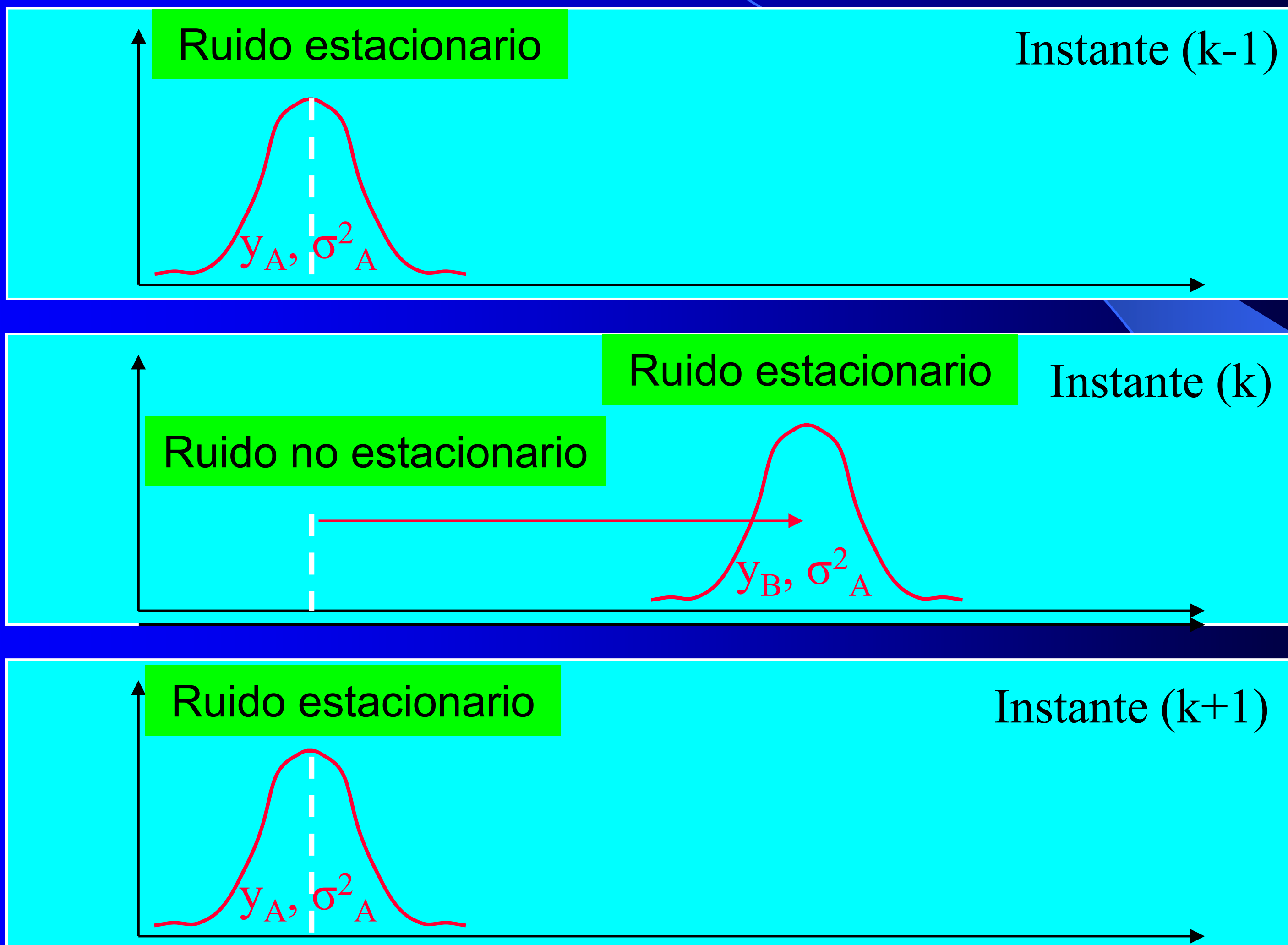
Efectos ambientales estocásticos no estacionarios

Cambio en las propiedades estadísticas de los acelerómetros

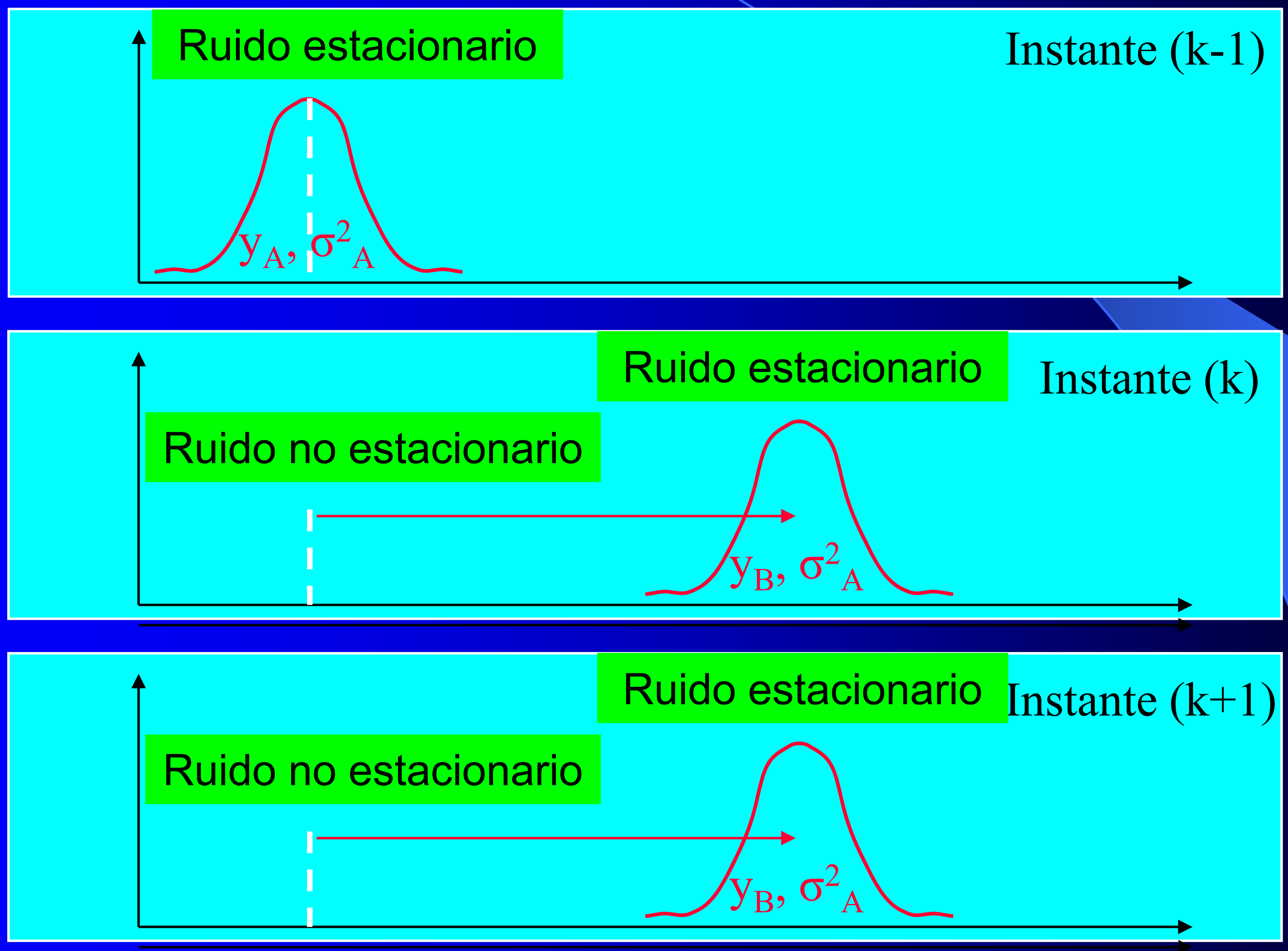
Cambio en las propiedades estadísticas de los giróscopos



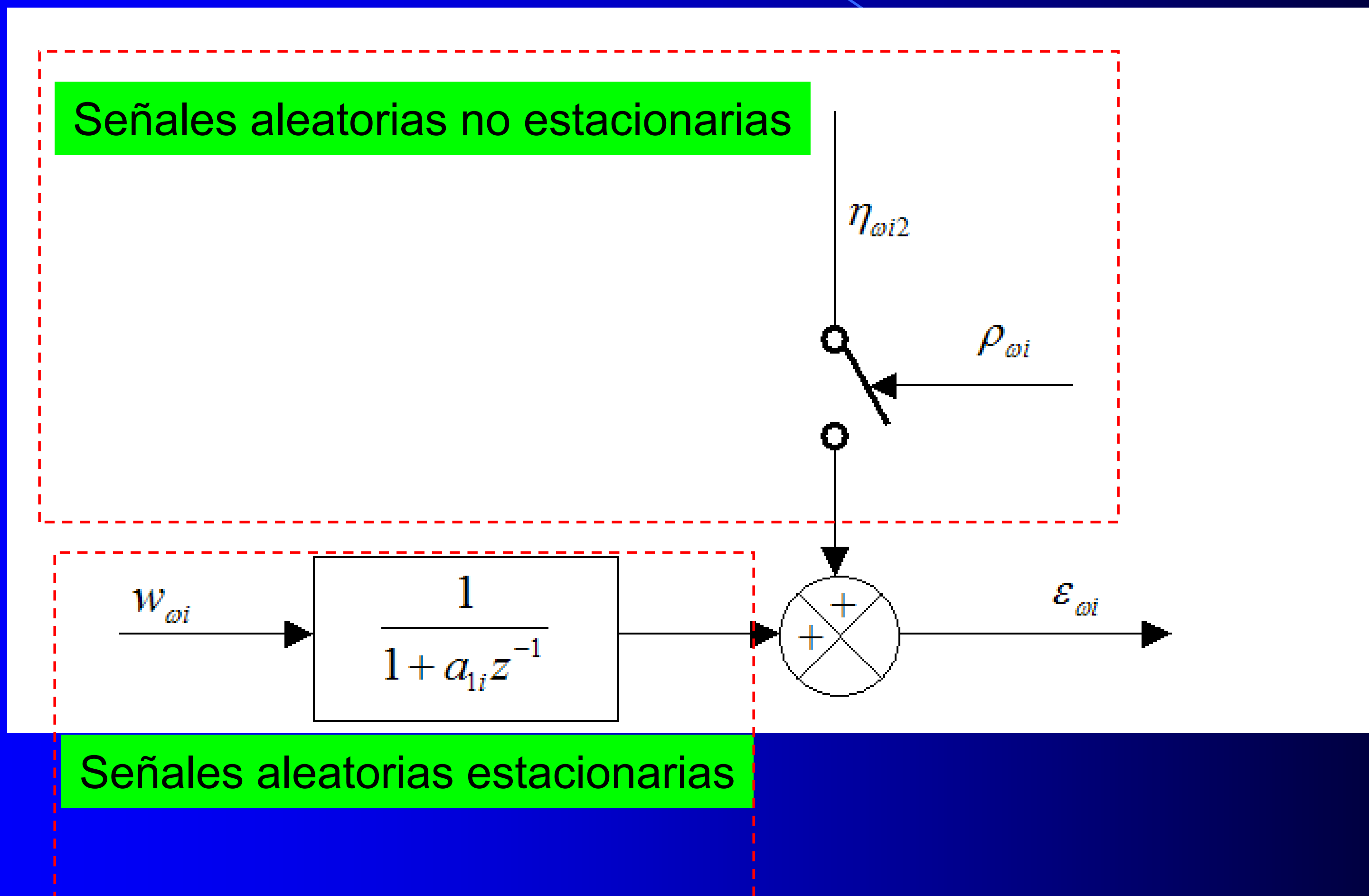
Modelo de la señal de error ε_x en los acelerómetros



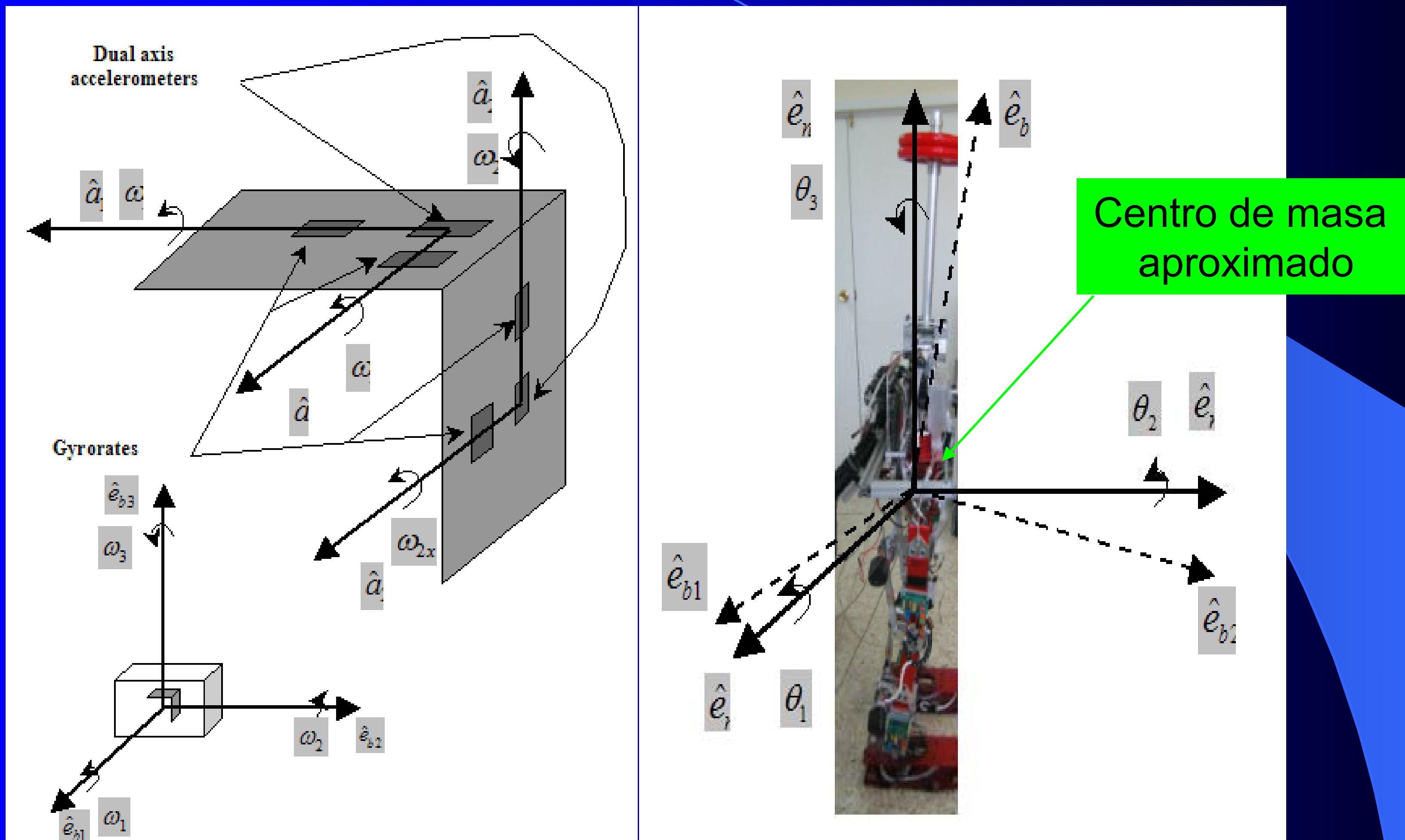
Modelo de la señal de error ε_x en los giróscopos



Modelo general de la señal de error ε_x



Estimación de la orientación con una unidad de medidas inerciales



Estimación con giróscopos

Estimación de la tasa de cambio de los ángulos de orientación:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\theta_1)\tan(\theta_2) & \cos(\theta_1)\tan(\theta_2) \\ 0 & \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \\ 0 & \dfrac{\sin(\theta_1)}{\cos(\theta_2)} & \dfrac{\cos(\theta_1)}{\cos(\theta_2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}$$

$$|\theta_2| < \tfrac{\pi}{2}$$

Estimación de los ángulos de orientación:

$$\begin{bmatrix} \theta_1(k+1) \\ \theta_2(k+1) \\ \theta_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1(k) \\ \theta_2(k) \\ \theta_3(k) \end{bmatrix} + T \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1(k) \\ \dot{\theta}_2(k) \\ \dot{\theta}_3(k) \end{bmatrix}$$

Estimación con acelerómetros

Estimación de los ángulos de orientación:

Determinando la componente de la gravedad reflejada sobre los ejes móviles para luego estimar los ángulos:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{atan}\left(\dfrac{a_{b2}}{a_{b3}}\right) \\ \operatorname{asin}\left(\dfrac{a_{b1}}{\sqrt{a_{b1}^2 + a_{b2}^2 + a_{b3}^2}}\right) \end{bmatrix}$$

Estimación de la tasa de cambio de los ángulos de orientación:

Aplicando métodos de diferencias (Adaptive Windowing) para aproximar la derivada:

$$\begin{bmatrix} \theta_1(k) \\ \theta_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1\left(\theta_1(k), \theta_1(k-1), \theta_1(k-2), \cdots, \theta_1(k-N)\right) \\ f_2\left(\theta_2(k), \theta_2(k-1), \theta_2(k-2), \cdots, \theta_2(k-N)\right) \end{bmatrix}$$

Estimación con giróscopos vs acelerómetros

Modelo en espacio de estado

Modelo dinámico

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma_u u_k + \Gamma_\Delta \Delta_k + w_k$$

Modelo de medición

$$z_k = H x_k + D_u u_k + D_\Delta \Delta_k + v_k$$

Vector de entrada

$$u_k = \left[\omega_1(k) \quad \omega_2(k) \quad \omega_3(k)\right]^T$$

Vector de medición

$$z_k = \left[\theta_{a1}(k) \quad \theta_{a2}(k) \quad \dot{\theta}_{a1}(k) \quad \dot{\theta}_{a2}(k)\right]^T$$

Vector de estado

$$x_k = \left[\theta_1(k) \quad \theta_2(k) \quad \theta_3(k) \quad \eta_1(k) \quad \eta_2(k) \quad \eta_3(k)\right]^T$$

Modelo en espacio de estado

(1) Modelo en espacio de estado de la deriva de los gyro-rates :

$$x_{dk+1} = x_{dk} + w_{dk}$$
$$y_{dk} = \gamma_{dk} x_{dk} + v_{dk}$$

Drift equivalente sobre la medición

$$\left[x_{dk}\right] = \begin{bmatrix} d_{\omega 1} + \sin\left(\bar{\theta}_1\right)\tan\left(\bar{\theta}_2\right) d_{\omega 2} + \cos\left(\bar{\theta}_1\right)\tan\left(\bar{\theta}_2\right) d_{\omega 3} \\ \cos\left(\bar{\theta}_1\right) d_{\omega 2} - \sin\left(\bar{\theta}_2\right) d_{\omega 3} \end{bmatrix}$$

donde,

y_{dk} es el vector de medición de la deriva

γ_{dk} es una variable aleatoria *Bernoulli* con $E\left\{\gamma_{dk}\right\} = \lambda_{d\gamma}$

$w_{dk} \sim N\left(0, Q_d\right)$ $v_{dk} \sim N\left(0, R_d\right)$

Modelo en espacio de estado

Medición de la deriva equivalente de los gyrorates:

A bajas velocidades angulares el ruido en los gyro-rates es dominante. Por lo tanto, la diferencia que existe entre la estimación de la velocidad angular obtenida con los gyro-rates y el método de “Adaptive Windowing” aproxima a la deriva.

$$\left[y_{dk}\right]=\begin{bmatrix}\omega_1+\sin\left(\bar{\theta}1\right)\tan\left(\bar{\theta}2\right)\omega_2+\cos\left(\bar{\theta}1\right)\tan\left(\bar{\theta}2\right)\omega_3\\ \cos\left(\bar{\theta}1\right)\omega_2-\sin\left(\bar{\theta}2\right)\omega_3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\dot{\theta}_{eaw1}\\ \dot{\theta}_{eaw2}\end{bmatrix}$$

ω_1 ,ω_2 y ω_3 corresponden a la lectura directa de los gyro-rates,

$\begin{bmatrix}\dot{\theta}_{eaw1}\\ \dot{\theta}_{eaw2}\end{bmatrix}$ corresponde a la estimación con el método de “Adaptive Windowing“

Modelo en espacio de estado

(2)Modelo en espacio de estado de la posición angular :

$$x_{\theta k+1} = x_{\theta k} + u_k + w_{\theta k}$$
$$y_{\theta k} = \gamma_{\theta k} x_{\theta k} + v_{\theta k}$$

u_k es el vector de entrada velocidad angular

$x_{\theta k}$ es el vector de posición angular

$y_{\theta k}$ es el vector de medición de la posición angular

$\gamma_{\theta k}$ es una variable aleatoria *Bernoulli* con $E\{\gamma_{\theta k}\} = \lambda_{\theta\gamma}$

$w_{\theta k} \sim N(0, Q_\theta)$ $v_{dk} \sim N(0, R_\theta)$

Modelo en espacio de estado

Vector de entrada de velocidad angular compensada

$$[u_k] = \begin{bmatrix} \omega_1 + \sin(\bar{\theta}1)\tan(\bar{\theta}2)\omega_2 + \cos(\bar{\theta}1)\tan(\bar{\theta}2)\omega_3 \\ \cos(\bar{\theta}1)\omega_2 - \sin(\bar{\theta}2)\omega_3 \end{bmatrix} - [y_{dk}]$$

ω_1 ,ω_2 y ω_3 corresponden a la lectura directa de los gyro-rates

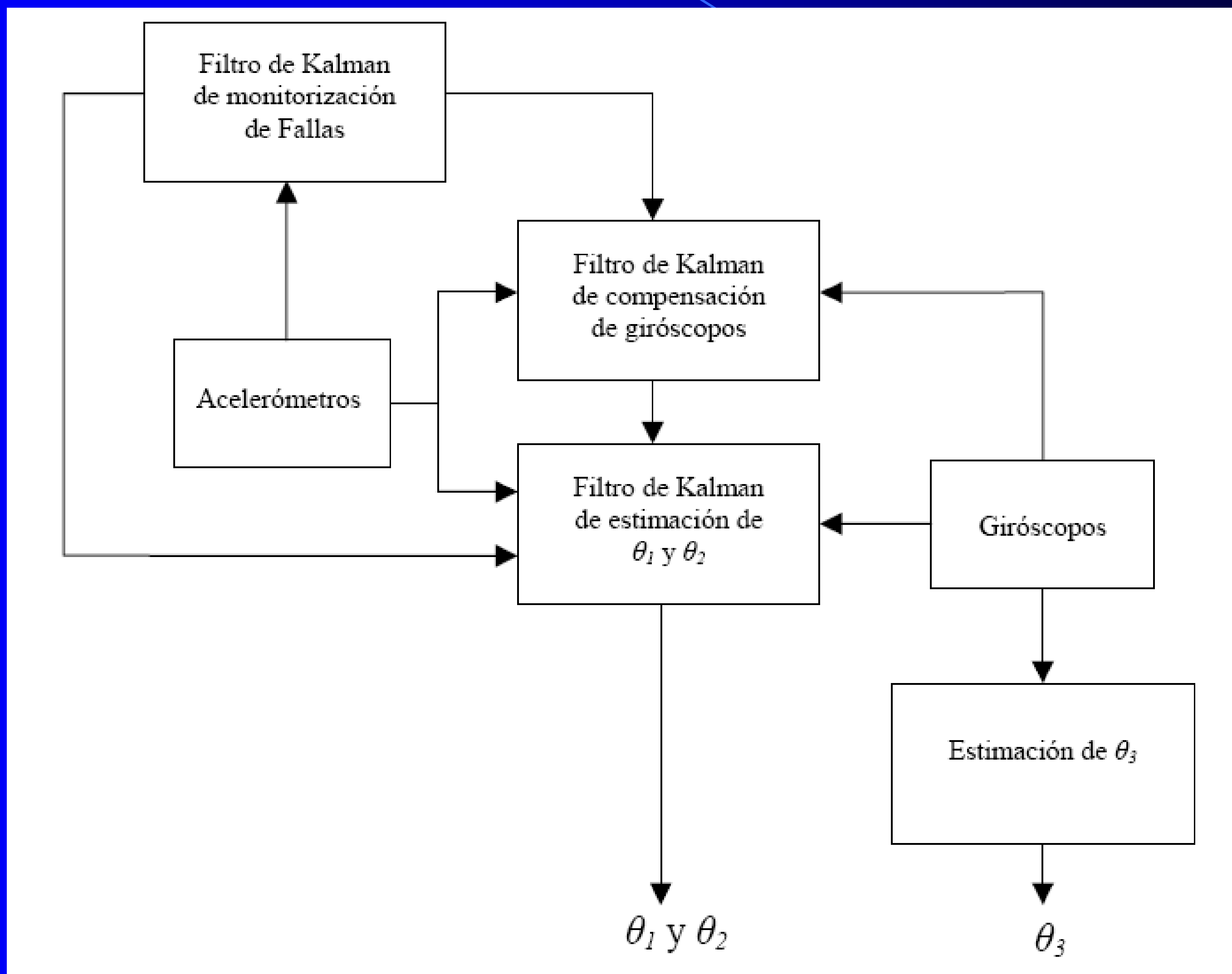
Vector de medición de la posición angular

$$[y_{\theta k}] = \begin{bmatrix} \operatorname{atan}\left(\dfrac{a_{b2}}{a_{b3}}\right) \\ \operatorname{asin}\left(\dfrac{a_{b1}}{\sqrt{a_{b1}^2 + a_{b2}^2 + a_{b3}^2}}\right) \end{bmatrix}$$

a_{b1} , a_{b2} y a_{b3} corresponden a la lectura directa de los acelerómetros

Filtro Kalman híbrido

Estimación general basada en tres filtros de Kalman híbridos



Monitorización de fallas

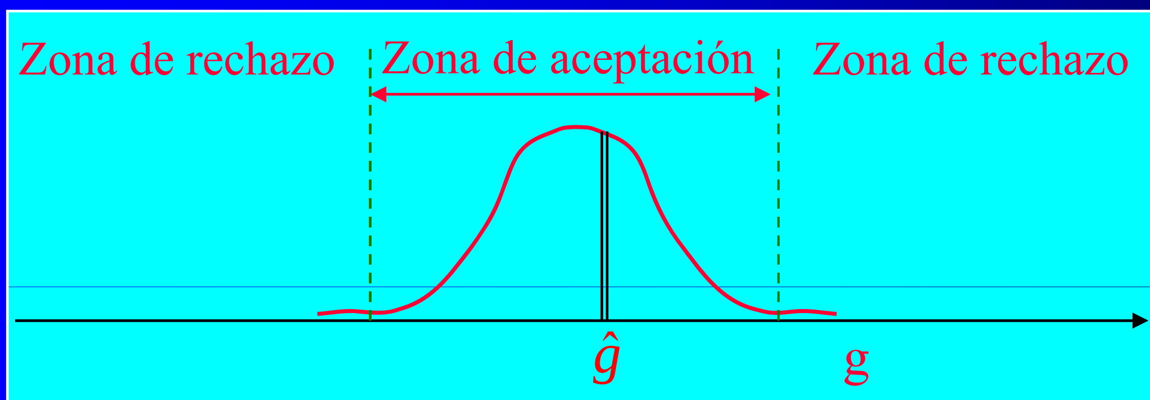
El monitor de fallas propuesto esta basado en los siguientes supuestos:

1. La estimación de la posición y velocidad angular con los acelerómetros solo funciona apropiadamente en un régimen de operación cuasiestático.
2. La estimación de la deriva solo funciona apropiadamente en un régimen de operación cuasiestático y a bajas velocidades.
3. El régimen de operación será cuasiestático si,

$$\sqrt{a_{b1}^2 + a_{b2}^2 + a_{b3}^2} = g$$

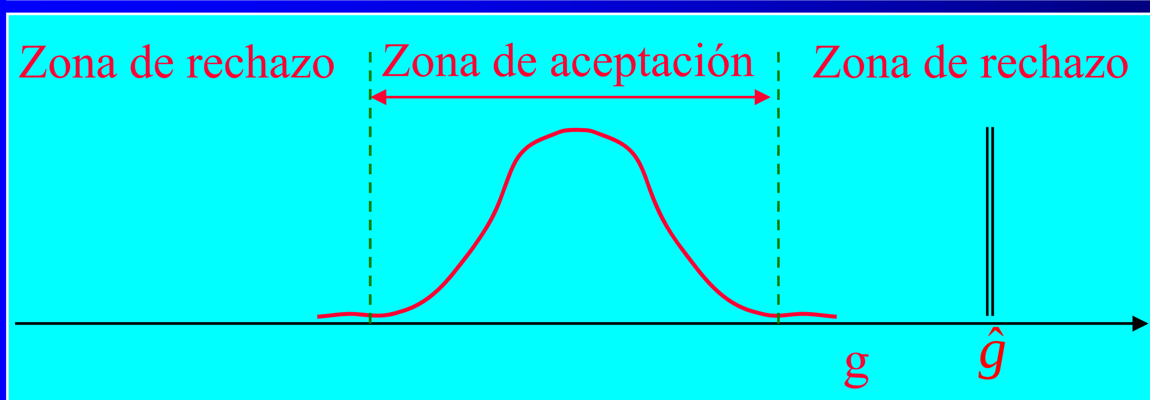
Monitorización de fallas

Se propone un monitor de fallas de las mediciones provenientes de los acelerómetros mediante la estimación de la constante de la gravedad “g” con un filtro de kalman.



Si la medición cae dentro de la zona de aceptación ésta se considera buena.

$$\gamma_{gk} = QRI = 1$$



Si la medición cae fuera de la zona de aceptación ésta se considera mala.

$$\gamma_{gk} = QRI = 0$$

Monitorización de fallas

El termino QRI$_k$ (Quasi-static Regime Indicator) permite conectar o desconectar las mediciones relacionadas con los acelerómetros, sin introducir los efectos de sesgo excesivo producto de las aceleraciones dinámicas propias de los ciclos de locomoción.

Ahora,

$$\gamma_{\theta k} = QRI_k$$ (fallo en la medición angular con acelerómetros)

$$\gamma_{dk} = \left(QRI_k\right)\left(\gamma_{aewk}\right)$$ (fallo en la compensación de los giróscopos)

$$\gamma_{dk} = \begin{cases} 1 & \text{si } QRI_{k-1} = 0 \text{ y } QRI_k = 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde γ_{aewk} es una bandera que devuelve el valor de "1" si la método de "Adaptive Windowing" puede estimar correctamente la velocidad.

Filtro de monitorización de fallas

Estimaciones iniciales de:
$\hat{x}_{gk/k-1}, P_{gk/k-1}$ para $k=1$

Calcular la ganancia de Kalman:
$$K_{gk} = \gamma_{gk} P_{gk/k-1} \left[P_{gk/k-1} + R_g \right]^{-1}$$

Actualizar la estimación del vector de estado con las mediciones y_{dk}:
$$\hat{x}_{gk} = \hat{x}_{gk/k-1} + K_{gk} \upsilon_{gk}$$

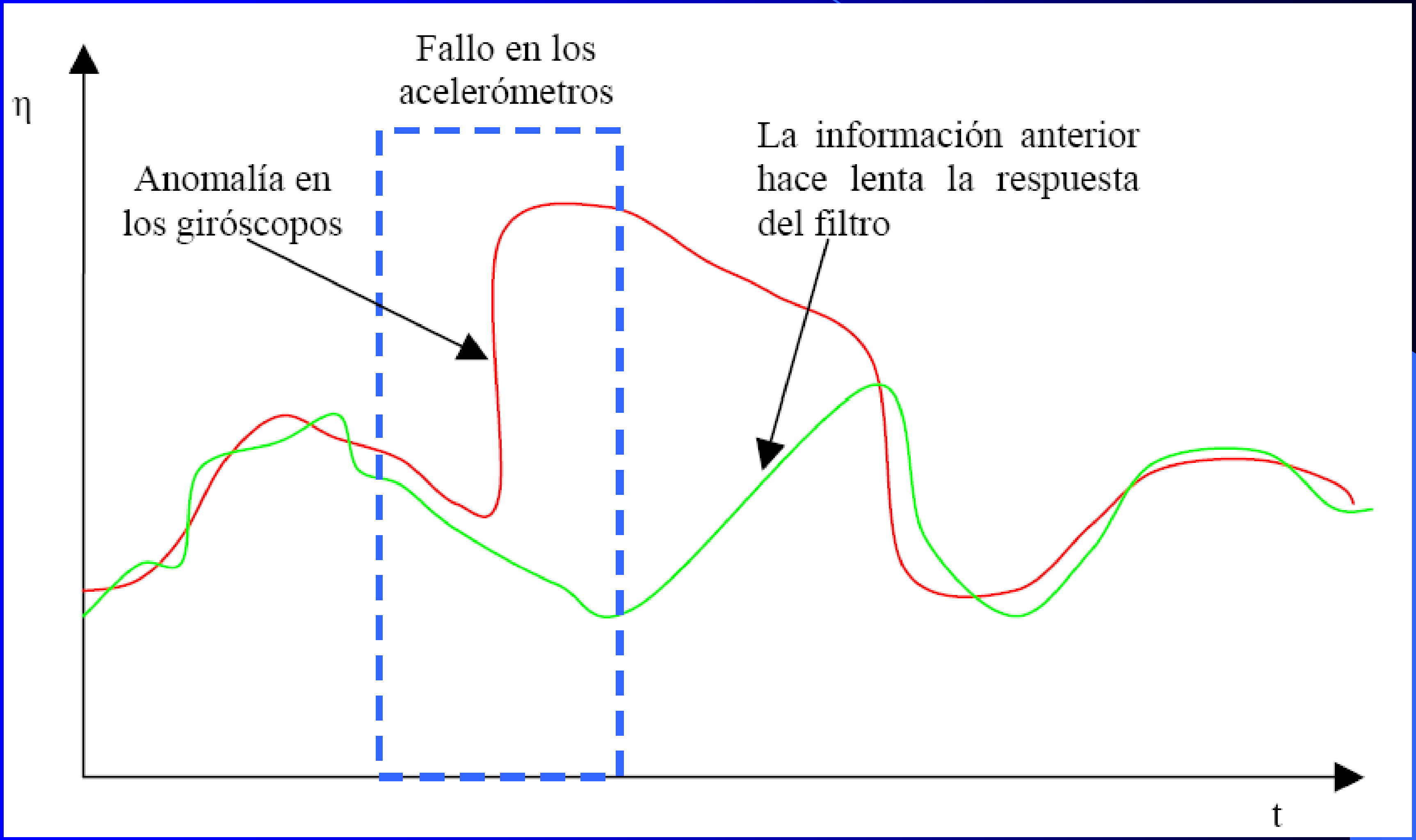
Calcular la covarianza del vector estado actualizado:
$$P_{gk} = \left[I - K_{gk} \right] P_{gk/k-1}$$

Predecir el vector de estado futuro y su covarianza:
$$\hat{x}_{gk+1/k} = \hat{x}_{gk}$$
$$P_{gk+1/k} = P_{gk}$$

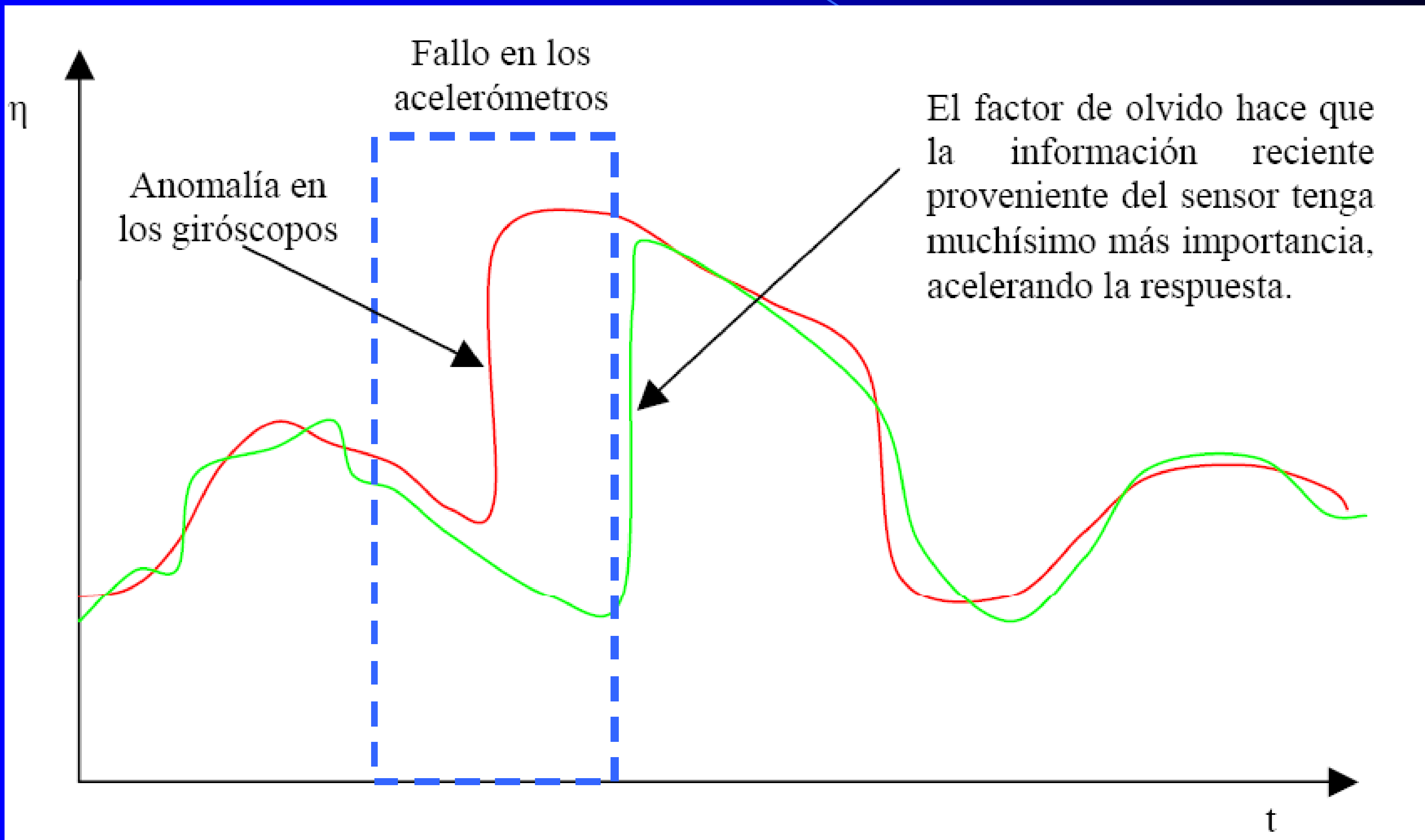
Determinar la innovación en las mediciones:
$$\upsilon_{dk} = \left[y_{gk} - \hat{x}_{gk/k-1} \right]$$

Evaluar $\vartheta_k = \sum_{i=k-n}^{k} \upsilon_i^2$
$$\gamma_{gk} = QRI_k = \begin{cases} 1 & \vartheta_k \le \varepsilon_g \\ 0 & \vartheta_k > \varepsilon_g \end{cases}$$

Importancia del factor de olvido



Importancia del factor de olvido



Implementación del factor de olvido

El factor de olvido puede implementarse aumentando la covarianza de estimación en el ciclo de predicción. Esto tiene como efecto que la ganancia del filtro se aproxime a uno.

$$P_{k/k-1} = \Phi P_{k-1/k-1} \Phi^T + Q + \left(1 - \gamma_{fk}\right) Q_F$$

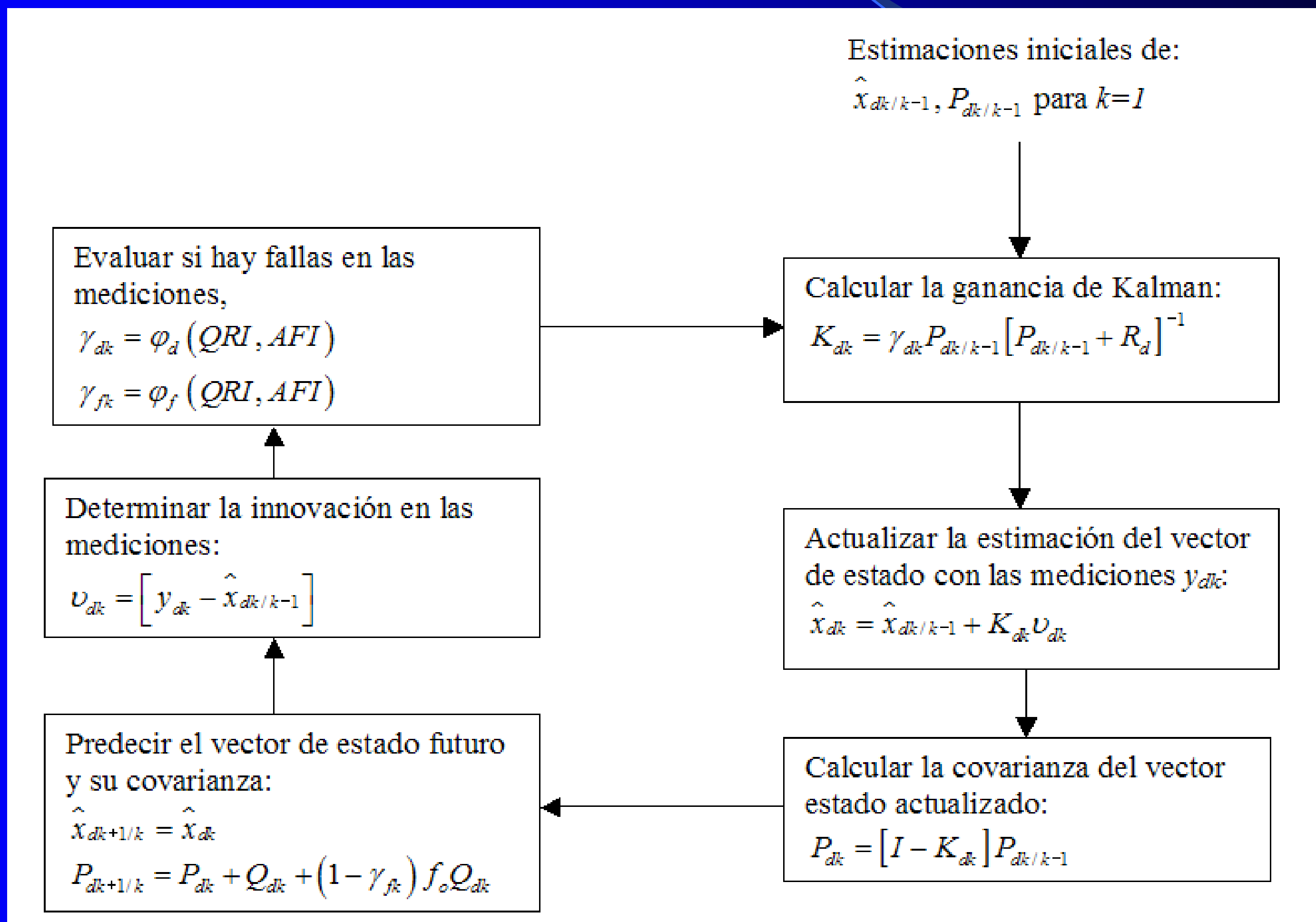
$$Q_F = \sigma_f^2 I$$

$$\sigma_f^2 \to \infty$$

$$K_{dk} \to I$$

$$\gamma_{fk} = \begin{cases} 0 & \text{cambio de 0 a 1 en } \gamma_{gk} \\ 1 & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

Filtro de compensación de giróscopos

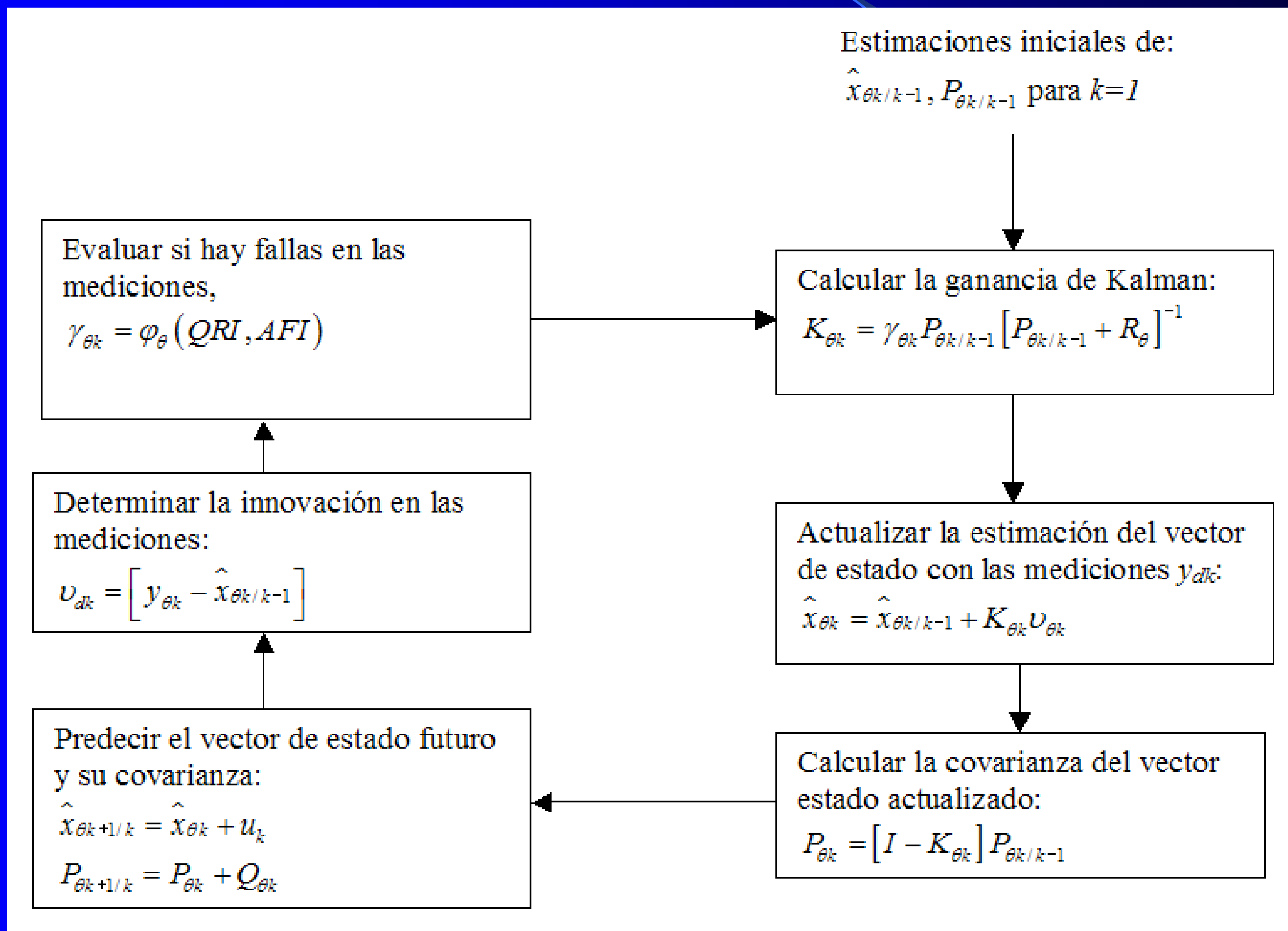


Señales de falla y factor de olvido

En este trabajo se propone la utilización de tres variables binarias de conmutación:

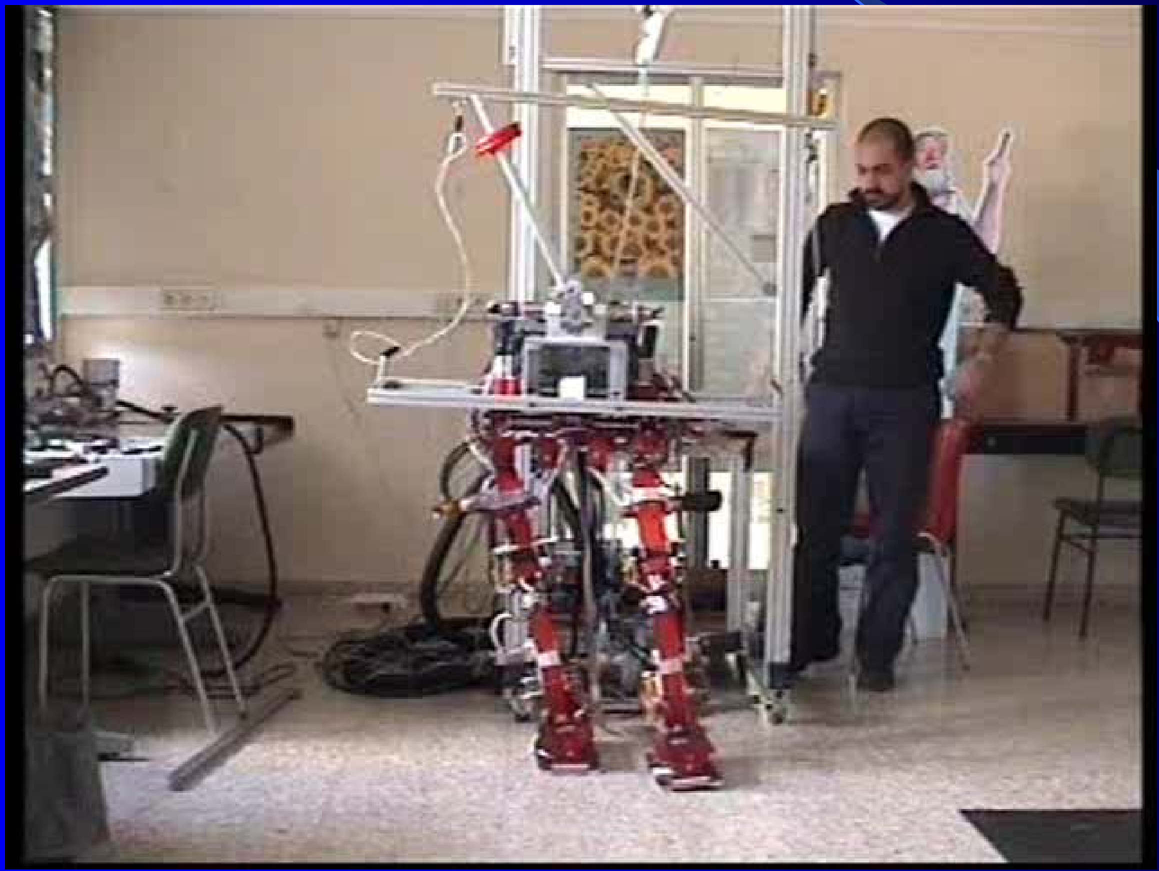
- γ_{dk} Activa o desactiva las mediciones de la deriva provenientes de los giróscopos y los acelerometros.
- γ_{fk} Activa o desactiva un factor de olvido f_o sobre las mediciones anteriores de la compensación del giróscopo.
- $\gamma_{\theta k}$ Activa o desactiva las mediciones de la posición angular provenientes de los acelerometros.

Filtro de estimación de la posición angular



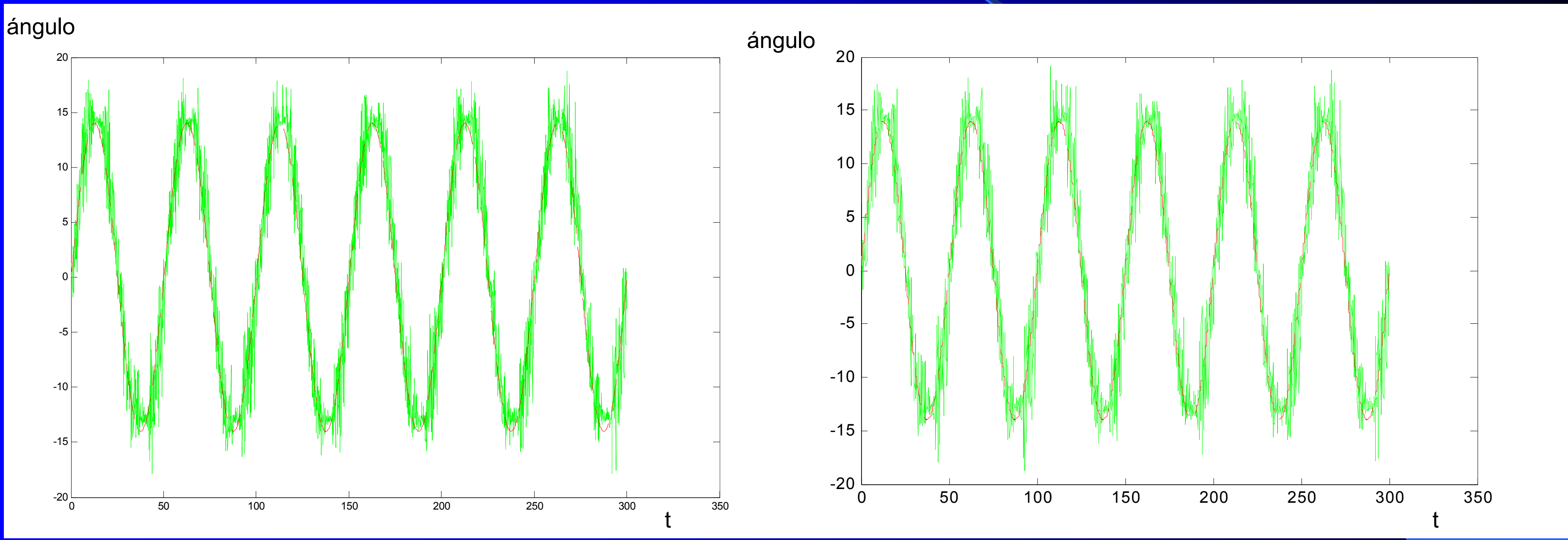
Resultados Experimentales

RESULTADOS EXPERIMENTALES



RESULTADOS EXPERIMENTALES

ESTIMACION DE LOS ANGULOS DE EULER

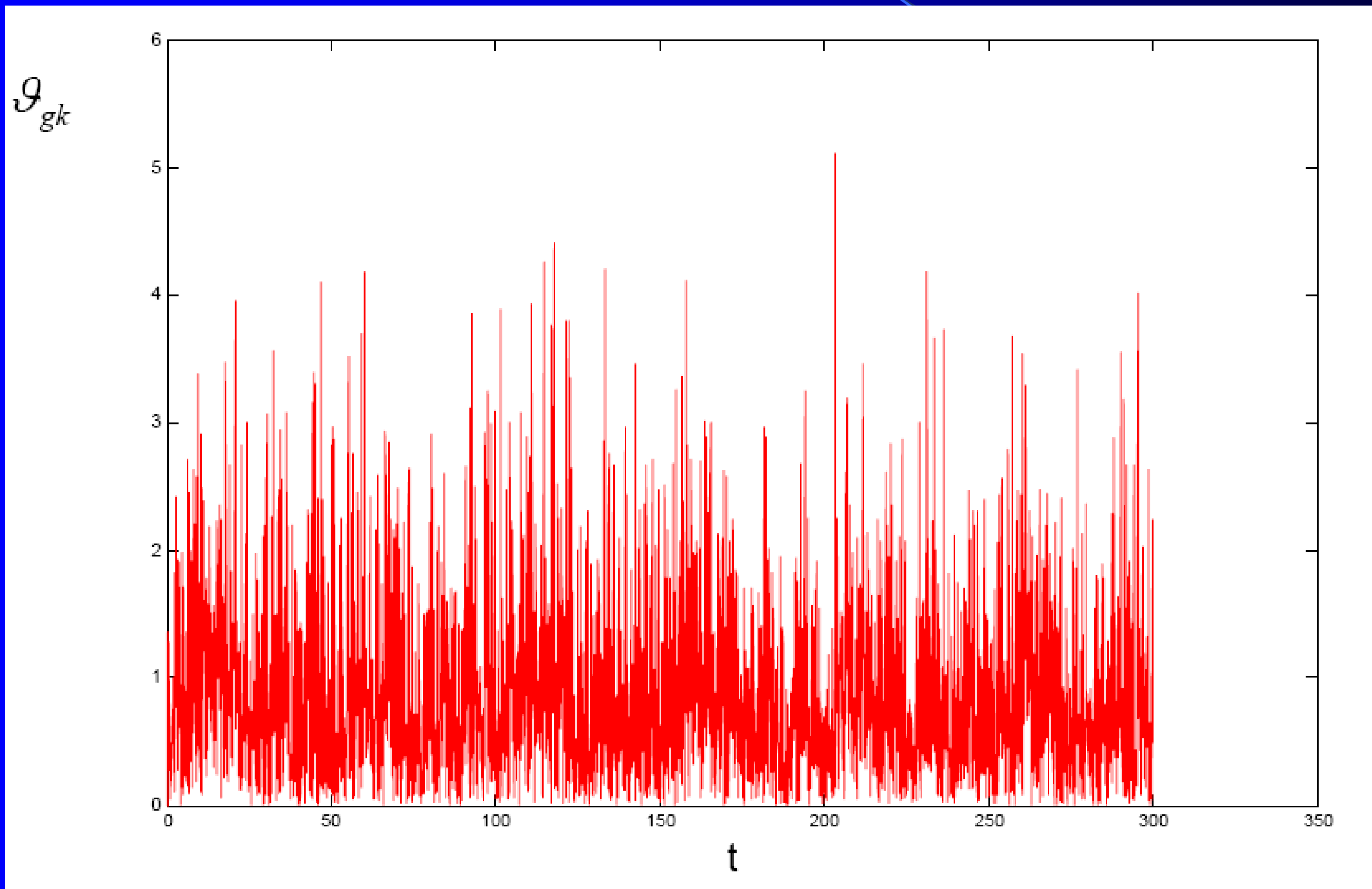


Filtro de Kalman Híbrido

Filtro de Kalman Estándar

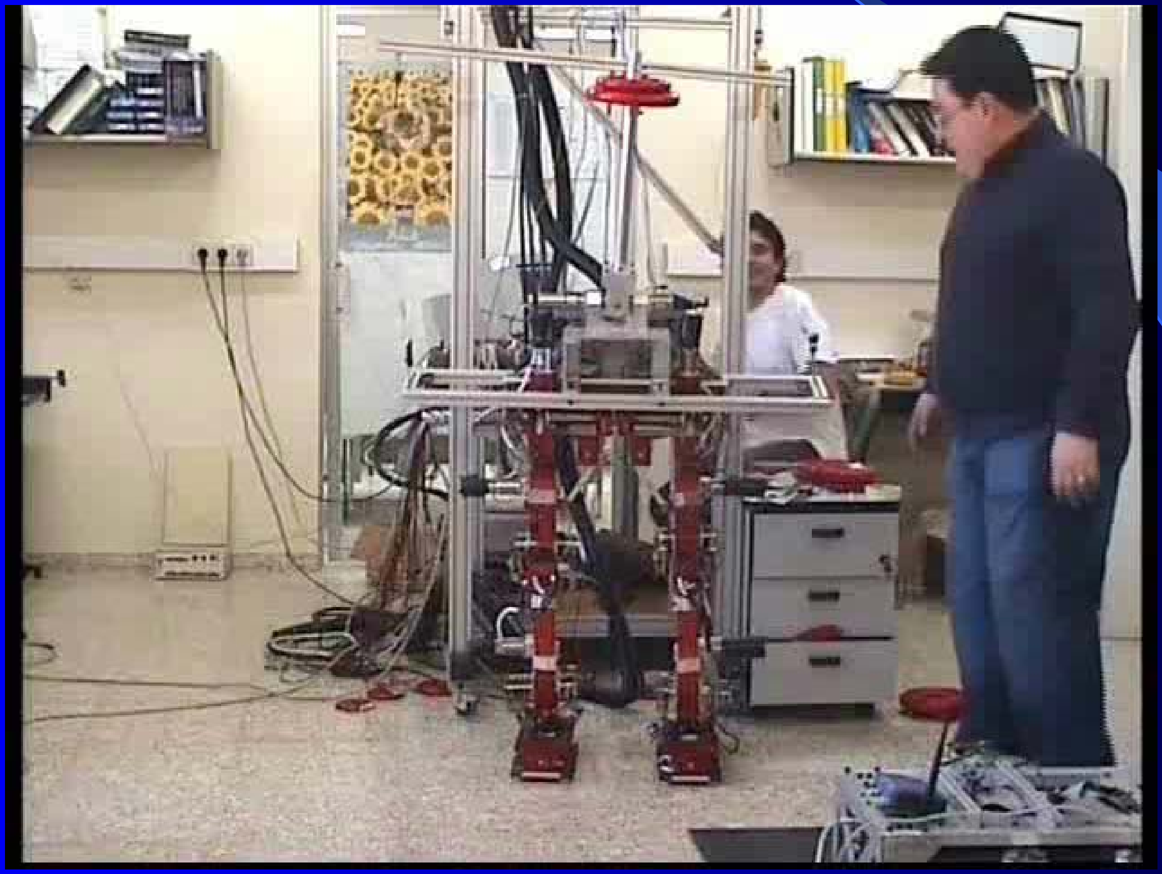
RESULTADOS EXPERIMENTALES

ESTIMACION DE LOS ANGULOS DE EULER



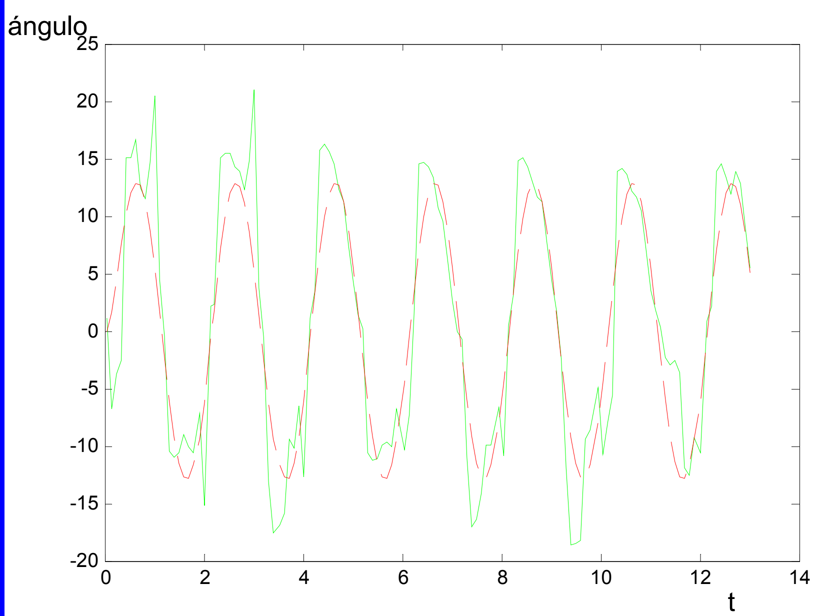
Covarianza de la innovación

RESULTADOS EXPERIMENTALES

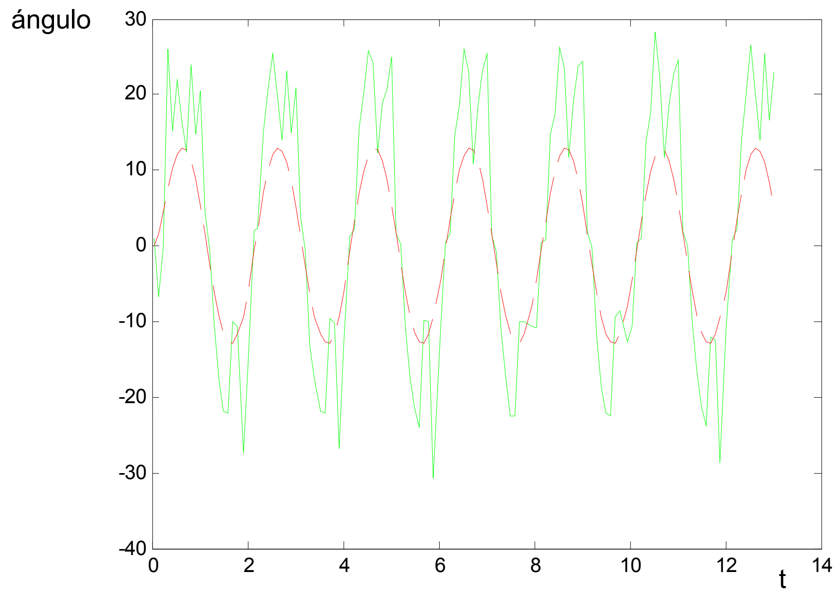


RESULTADOS EXPERIMENTALES

ESTIMACION DE LOS ANGULOS DE EULER



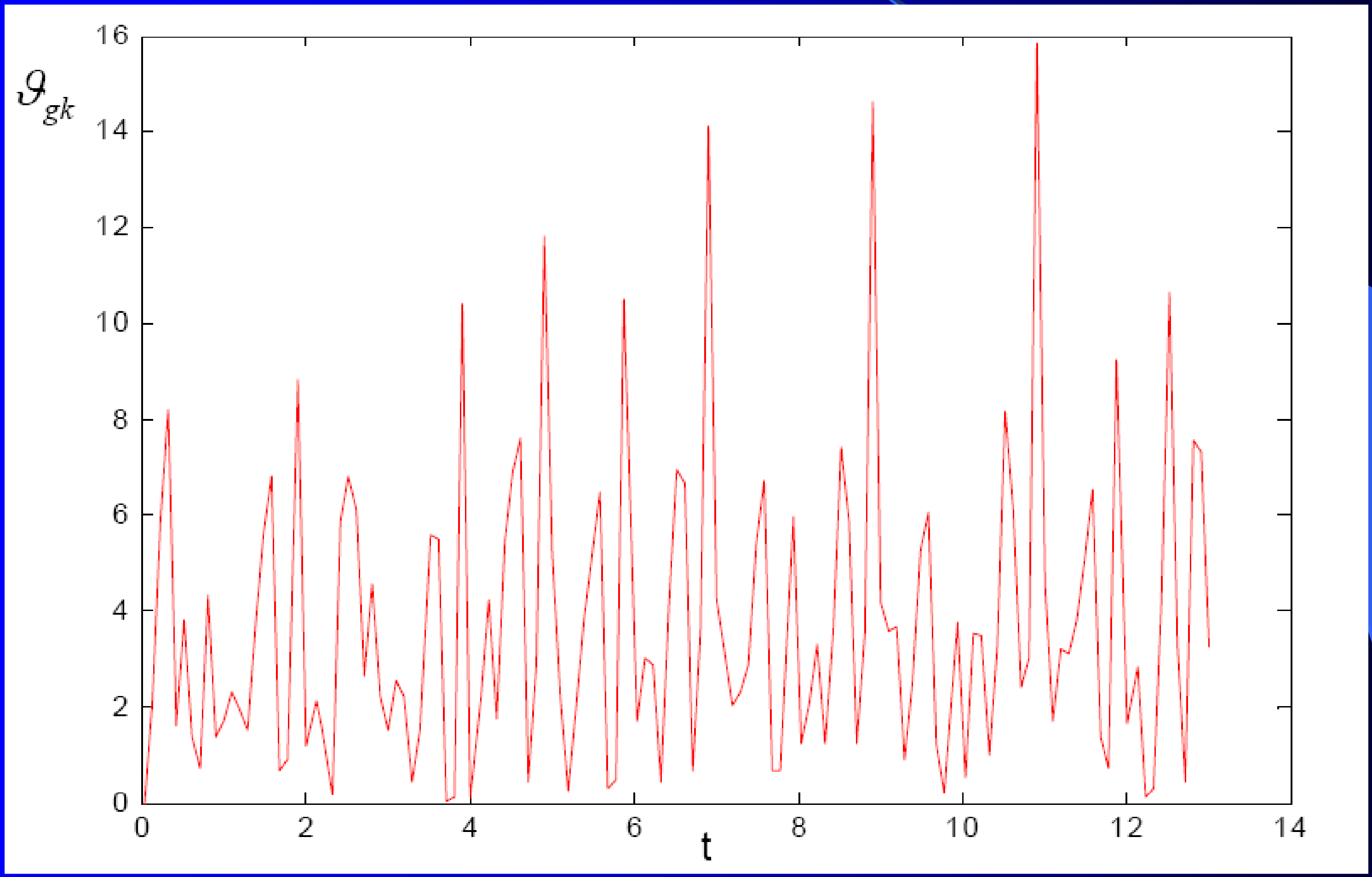
Filtro de Kalman Híbrido



Filtro de Kalman Estándar

RESULTADOS EXPERIMENTALES

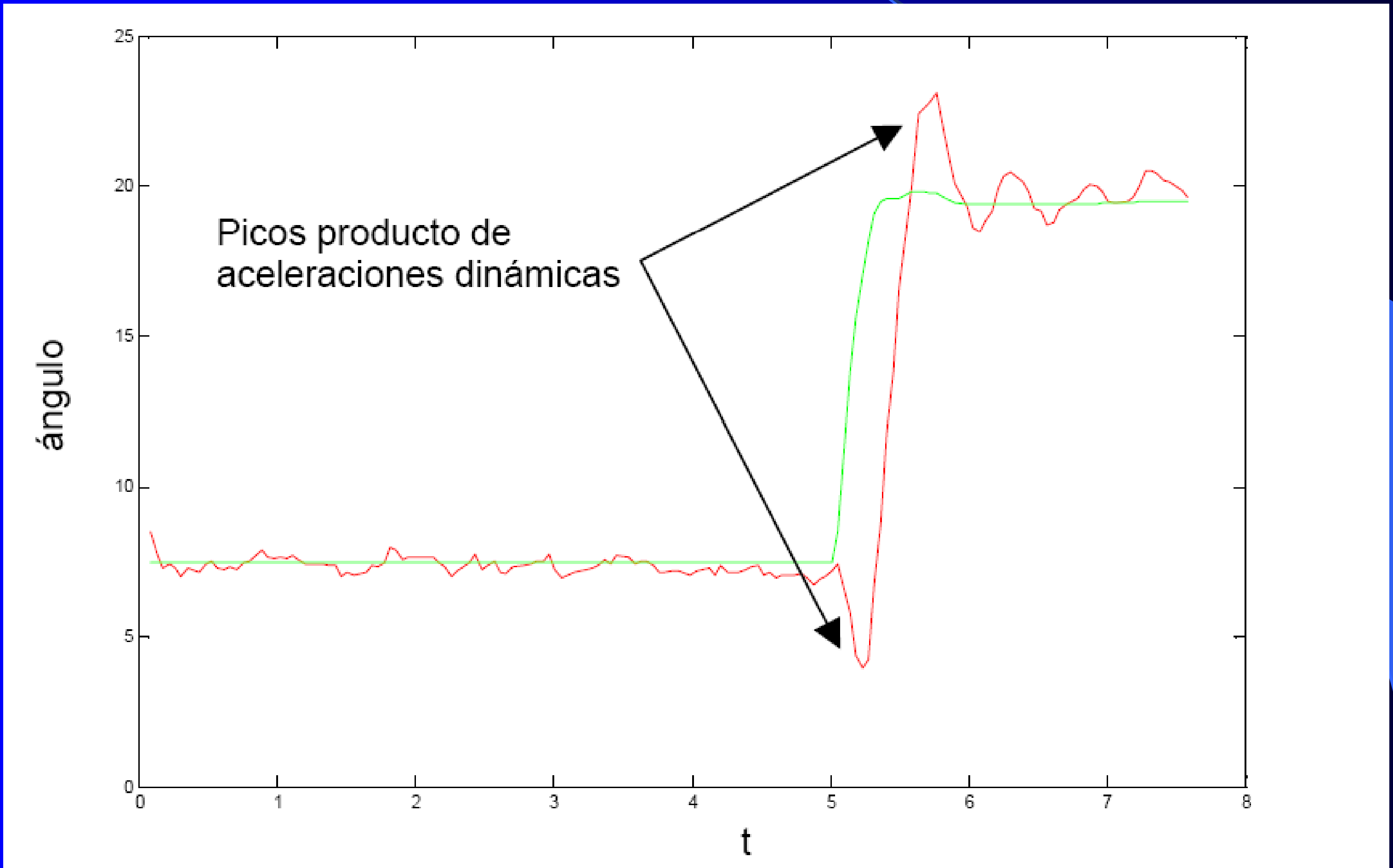
ESTIMACION DE LOS ANGULOS DE EULER



Covarianza de la innovación

RESULTADOS EXPERIMENTALES

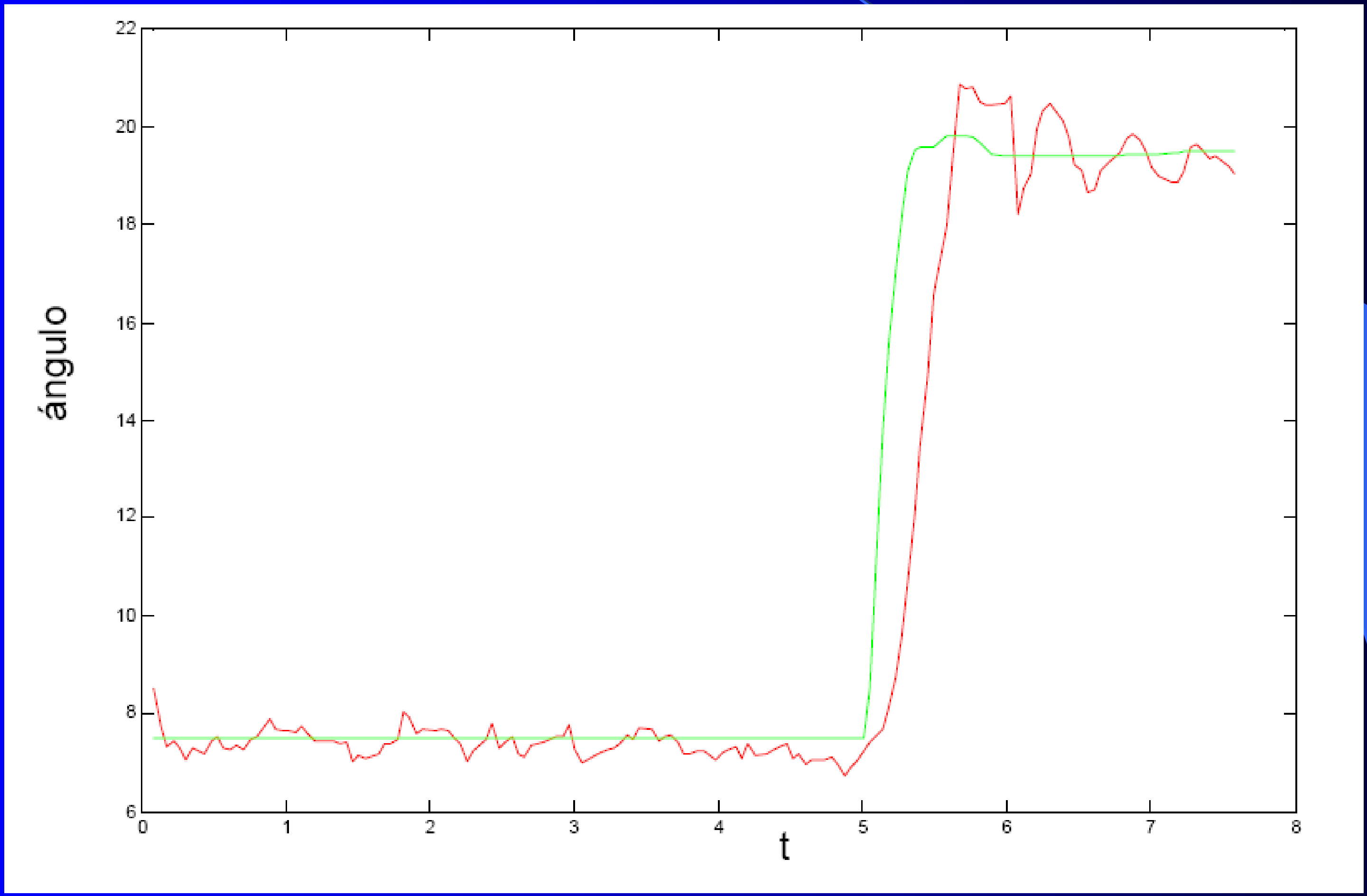
ESTIMACION DE LOS ANGULOS DE EULER



Filtro de Kalman Estándar

RESULTADOS EXPERIMENTALES

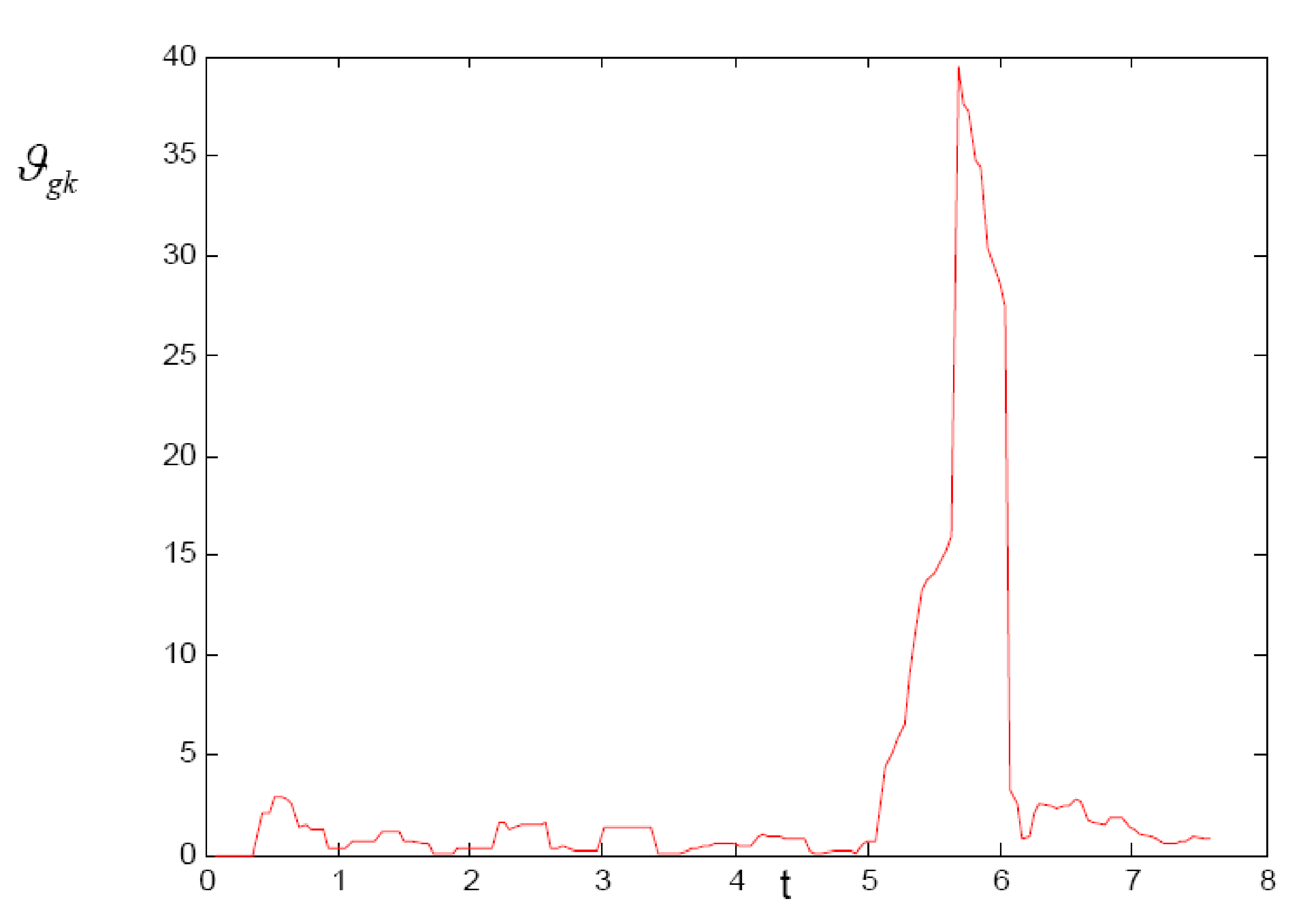
ESTIMACION DE LOS ANGULOS DE EULER



Filtro de Kalman Híbrido

RESULTADOS EXPERIMENTALES

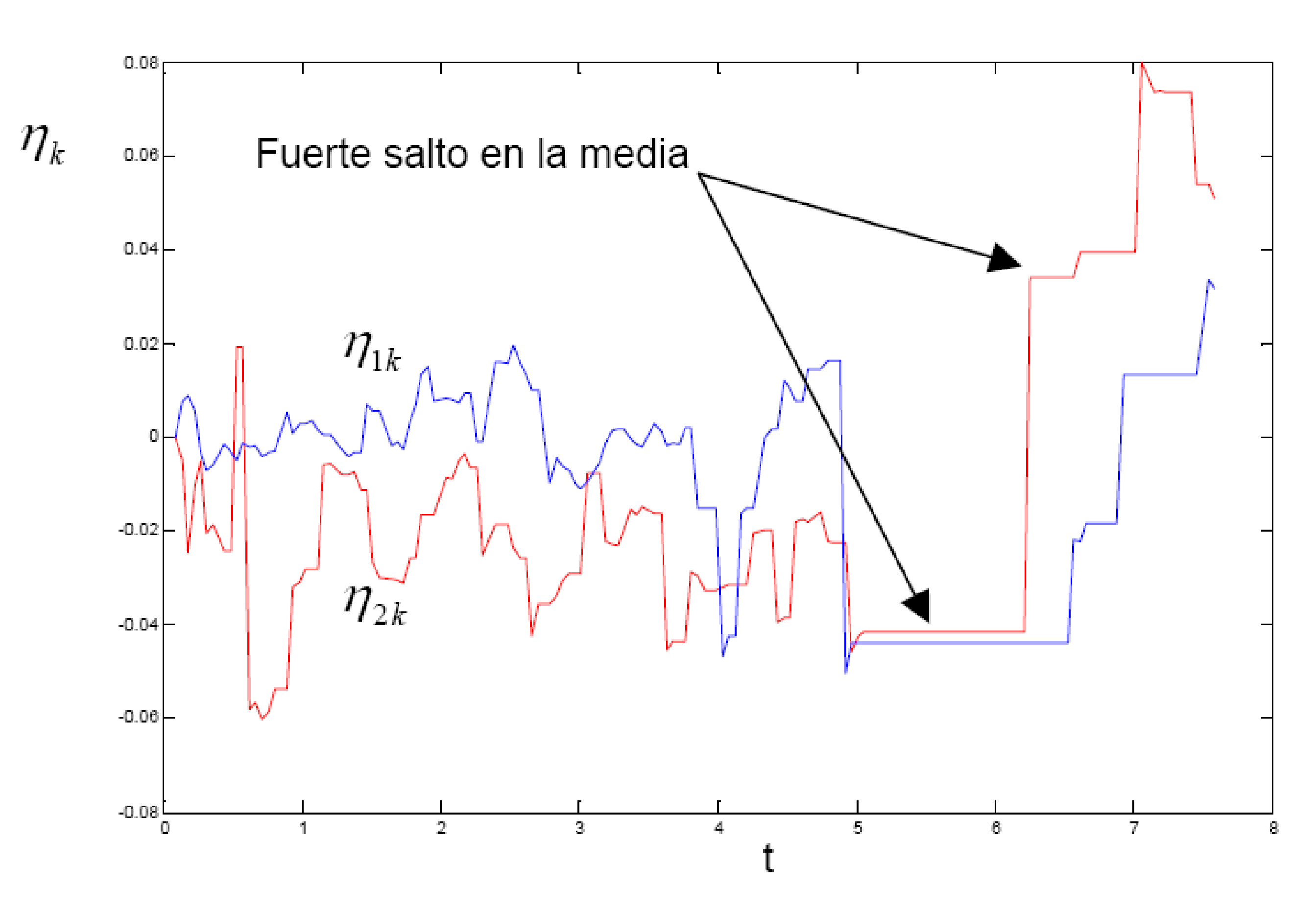
ESTIMACION DE LOS ANGULOS DE EULER



Covarianza de la innovación

RESULTADOS EXPERIMENTALES

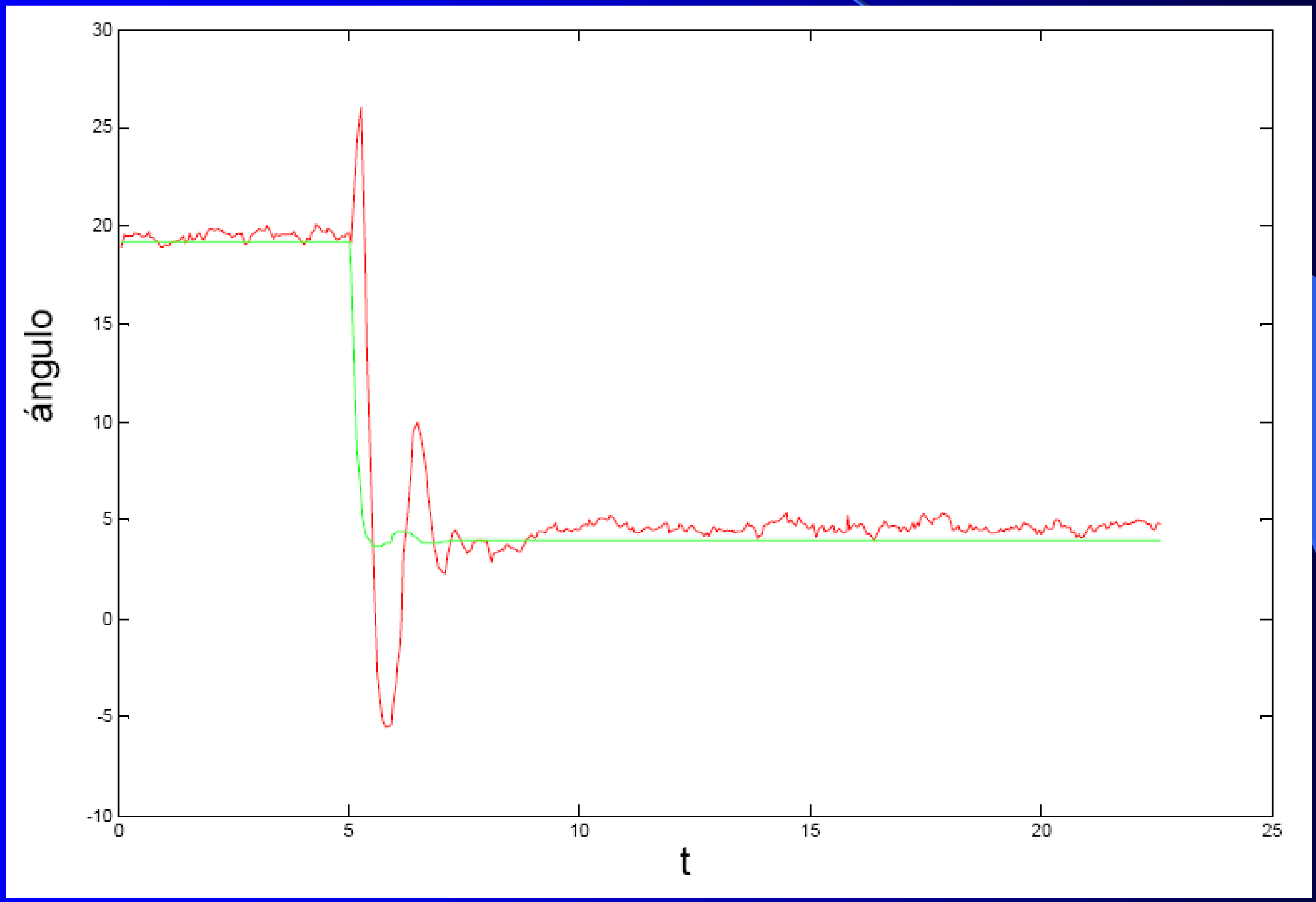
ESTIMACION DE LOS ANGULOS DE EULER



Compensación de los giróscopos

RESULTADOS EXPERIMENTALES

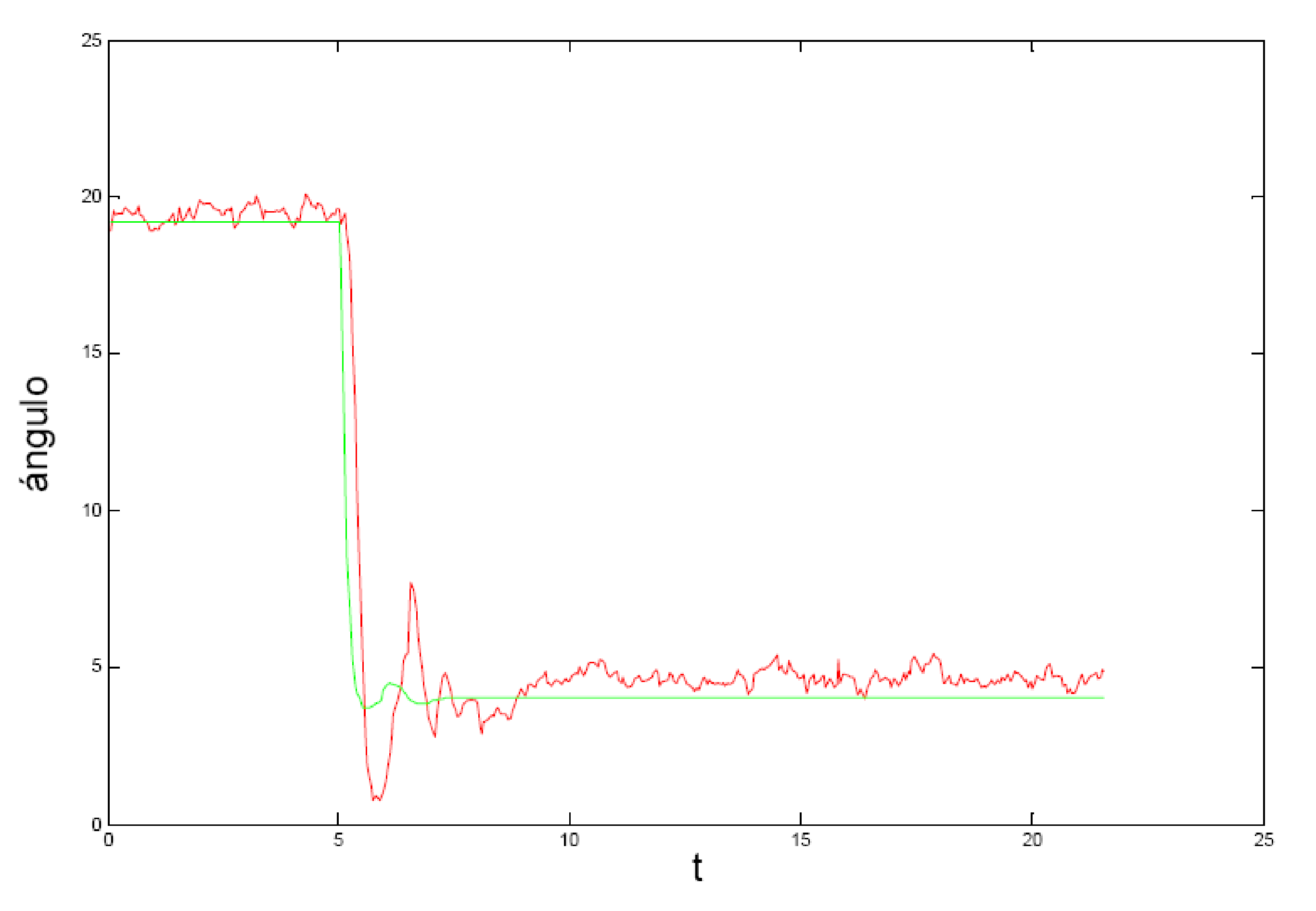
ESTIMACION DE LOS ANGULOS DE EULER



Filtro de Kalman Estándar

RESULTADOS EXPERIMENTALES

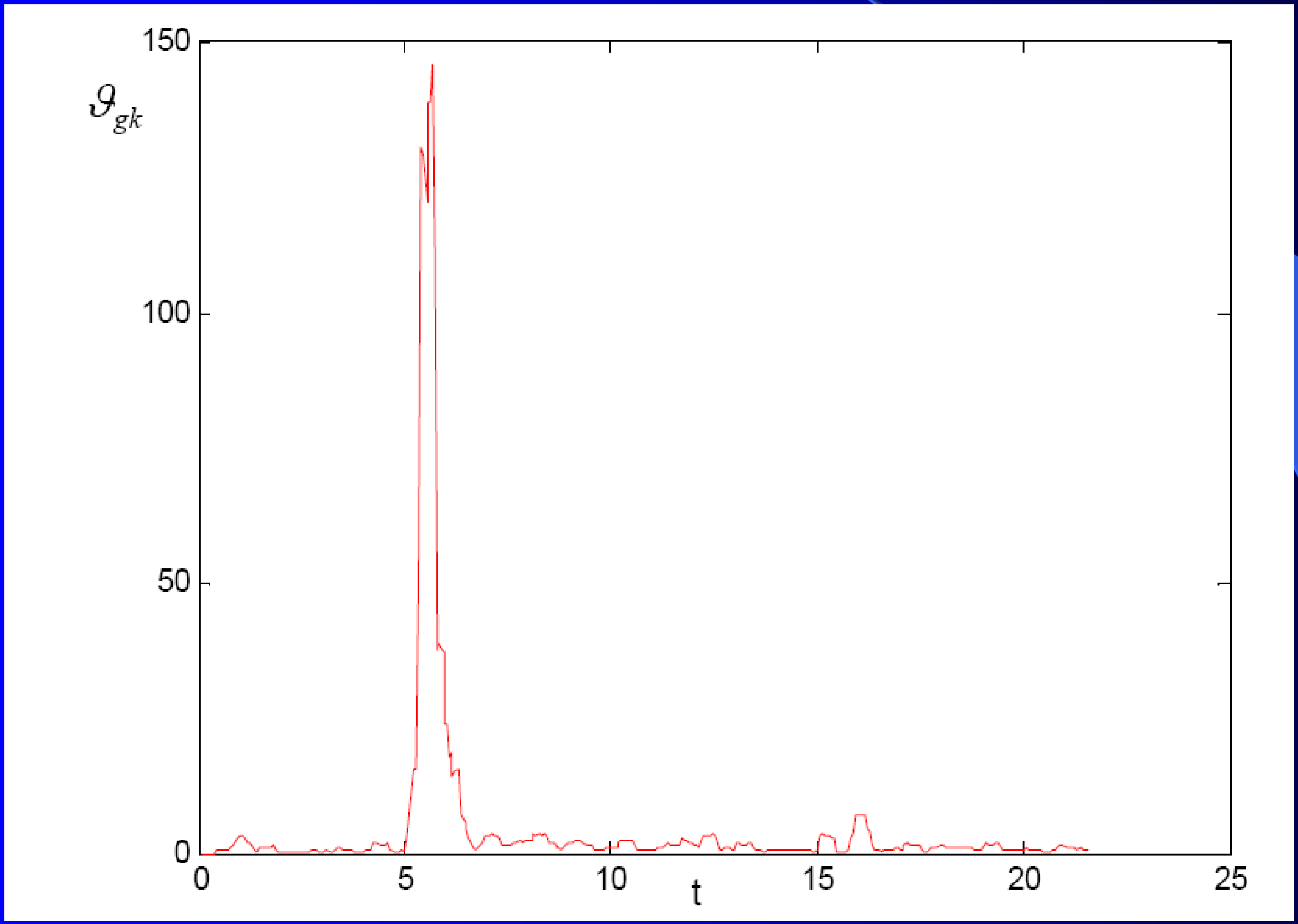
ESTIMACION DE LOS ANGULOS DE EULER



Filtro de Kalman Híbrido

RESULTADOS EXPERIMENTALES

ESTIMACION DE LOS ANGULOS DE EULER



Covarianza de la innovación

CONCLUSIONES

- El filtro de Kalman híbrido propuesto en este trabajo ha sido probado satisfactoriamente.
- La detección de fallas de los acelerómetros mediante la prueba de covarianza o la distancia de Mahalanobis opera muy satisfactoriamente.
- La media de la covarianza de medición resulta ser inversamente proporcional a la media de QRI_k. Es decir entre más dinámico sea el sistema mayor será la incertidumbre en el mismo.

CONCLUSIONES

- La media de la covarianza de medición puede reducirse sensiblemente si se utilizan giróscopos de mejor calidad con baja deriva. Pero debe tomarse en cuenta que mejor calidad usualmente implica mayores costes.

Modelo en espacio de estado

Vector de perturbación no estacionaria

$$\Delta_k = \begin{bmatrix} \Delta_{ak}^T & \Delta_{bk}^T \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta_{ak} = B_\omega \rho_\omega(k) \begin{bmatrix} \eta_{1x2}(k) \\ \eta_{2x2}(k) \\ \eta_{1y2}(k) \\ \eta_{2y2}(k) \end{bmatrix}$$

$$\Delta_{bk} = \begin{bmatrix} \rho_a(k) a_{d\theta 1}(k) & \rho_a(k) a_{d\theta 2}(k) & 0 \end{bmatrix}^T$$

Modelo en espacio de estado

Vector de ruido blanco de proceso

$$w_k = \begin{bmatrix} w_{ak}^T & w_{bk}^T \end{bmatrix}^T$$

$$w_{ak} = T_m \begin{bmatrix} 1 & \sin\left(\bar{\theta}_1\right)\tan\left(\bar{\theta}_2\right) & \cos\left(\bar{\theta}_1\right)\tan\left(\bar{\theta}_2\right) \\ 0 & \cos\left(\bar{\theta}_1\right) & -\sin\left(\bar{\theta}_1\right) \\ 0 & \dfrac{\sin\left(\bar{\theta}_1\right)}{\cos\left(\bar{\theta}_2\right)} & \dfrac{\cos\left(\bar{\theta}_1\right)}{\cos\left(\bar{\theta}_2\right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 w_{\omega 1x}(k) + 0.5 w_{\omega 2x}(k) \\ w_{\omega 1y}(k) \\ w_{\omega 2y}(k) \end{bmatrix}$$

$$w_{bk} = \begin{bmatrix} 0.5 w_{\omega 1x}(k) + 0.5 w_{\omega 2x}(k) \\ w_{\omega 1y}(k) \\ w_{\omega 2y}(k) \end{bmatrix}$$

Modelo en espacio de estado

Vector de ruido blanco de medición

$$v_k = \begin{bmatrix} v_{ak} & v_{bk} & v_{ck} & v_{dk} \end{bmatrix}^T$$

$$v_{ak} = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{\cos(\bar{\theta}_1)}{g\cos(\bar{\theta}_2)} & -\dfrac{\sin(\bar{\theta}_1)}{g\cos(\bar{\theta}_2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5w_{a1x}(k) + 0.5w_{a2x}(k) \\ w_{a1y}(k) \\ w_{a2y}(k) \end{bmatrix}$$

$$v_{bk} = \begin{bmatrix} \dfrac{\cos(\bar{\theta}_2)}{g} & -\dfrac{\sin(\bar{\theta}_2)\sin(\bar{\theta}_1)}{g} & -\dfrac{\sin(\bar{\theta}_2)\cos(\bar{\theta}_1)}{g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5w_{a1x}(k) + 0.5w_{a2x}(k) \\ w_{a1y}(k) \\ w_{a2y}(k) \end{bmatrix}$$

$$v_{ck} = \frac{\sqrt{2}}{nT_m} \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{\cos(\bar{\theta}_1)}{g\cos(\bar{\theta}_2)} & -\dfrac{\sin(\bar{\theta}_1)}{g\cos(\bar{\theta}_2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5w_{a1x}(k) + 0.5w_{a2x}(k) \\ w_{a1y}(k) \\ w_{a2y}(k) \end{bmatrix}$$

$$v_{dk} = \frac{\sqrt{2}}{nT_m} \begin{bmatrix} \dfrac{\cos(\bar{\theta}_2)}{g} & -\dfrac{\sin(\bar{\theta}_2)\sin(\bar{\theta}_1)}{g} & -\dfrac{\sin(\bar{\theta}_2)\cos(\bar{\theta}_1)}{g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5w_{a1x}(k) + 0.5w_{a2x}(k) \\ w_{a1y}(k) \\ w_{a2y}(k) \end{bmatrix}$$

Modelo en espacio de estado

Matriz de transición de estado

$$\Phi = \begin{bmatrix} I & T_m I \\ 0 & A_{\eta p} \end{bmatrix}$$

$$A_{\eta p} = -\begin{bmatrix} \frac{a_{1x}+a_{2x}}{2} & \tan\left(\bar{\theta}_2\right)\sin\left(\bar{\theta}_1\right)\cos\left(\bar{\theta}_1\right)\left(a_{1y}-a_{2y}\right) & \cos\left(\bar{\theta}_2\right)\tan\left(\bar{\theta}_2\right)\left(\sin^2\left(\bar{\theta}_1\right)a_{1y}+\cos^2\left(\bar{\theta}_1\right)a_{2y}-\frac{a_{1x}+a_{2x}}{2}\right) \\ 0 & \cos^2\left(\bar{\theta}_1\right)a_{1y}+\sin^2\left(\bar{\theta}_1\right)a_{2y} & \cos\left(\bar{\theta}_2\right)\cos\left(\bar{\theta}_1\right)\sin\left(\bar{\theta}_1\right)\left(a_{2y}-a_{1y}\right) \\ 0 & \frac{\sin\left(\bar{\theta}_1\right)\cos\left(\bar{\theta}_1\right)\left(a_{1y}-a_{2y}\right)}{\cos\left(\bar{\theta}_2\right)} & \left(\sin^2\left(\bar{\theta}_1\right)a_{1y}+\cos^2\left(\bar{\theta}_1\right)a_{2y}\right) \end{bmatrix}$$

Modelo en espacio de estado

Matriz de entrada del sistema

$$\Gamma_u = \begin{bmatrix} \Gamma_{au} \\ \Gamma_{bu} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{au} = T_m \begin{bmatrix} 1 & \sin\left(\bar{\theta}_1\right)\tan\left(\bar{\theta}_2\right) & \cos\left(\bar{\theta}_1\right)\tan\left(\bar{\theta}_2\right) \\ 0 & \cos\left(\bar{\theta}_1\right) & -\sin\left(\bar{\theta}_1\right) \\ 0 & \dfrac{\sin\left(\bar{\theta}_1\right)}{\cos\left(\bar{\theta}_2\right)} & \dfrac{\cos\left(\bar{\theta}_1\right)}{\cos\left(\bar{\theta}_2\right)} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{bu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Modelo en espacio de estado

Matriz de entrada perturbación no estacionaria

$$\Gamma_{\Delta} = \begin{bmatrix} \Gamma_{a\Delta} & \Gamma_{b\Delta} \\ \Gamma_{b\Delta} & \Gamma_{b\Delta} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{a\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{\Delta b} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Modelo en espacio de estado

Matriz de observación

$$\Gamma_{\Delta} = \begin{bmatrix} \Gamma_{a\Delta} & \Gamma_{b\Delta} \\ \Gamma_{b\Delta} & \Gamma_{b\Delta} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{a\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{\Delta b} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Análisis de estabilidad del algoritmo propuesto

El análisis de estabilidad de esta metodología se debe hacer desde un punto de vista estocástico, ya que las tres variables de conmutación se pueden modelar como aleatorias.

Así, es necesario demostrar que la media de la matriz de covarianza se ecuentra limitada para cualquier condición inicial. Se puede demostrar que,

$$P_{dk+1/k} = -\gamma_{dk+1} P_{dk/k-1} \left(P_{k/k-1} + R_d \right)^{-1} P_{dk/k-1} + P_{dk/k-1} + Q_d + \left(1 - \gamma_{fk} \right) f_o Q_d$$

Análisis de estabilidad del algoritmo propuesto

Ahora, aplicando el operador valor esperado,

$$E\left[P_{dk+1/k}\right]=\left(1-E\left[\gamma_{dk+1}\right]\right)E\left[P_{dk/k-1}\right]+Q_d+\left(1-E\left[\gamma_{fk}\right]\right)f_oQ_d+ \\ E\left[\gamma_{dk+1}\right]E\left[P_{dk/k-1}-P_{dk/k-1}\left(P_{dk/k-1}+R_d\right)^{-1}P_{dk/k-1}\right]$$

Aquí se puede demostrar que esta función es cóncava, lo que permite aplicar la desigualdad de Jensen,

$$E\left[P_{dk+1/k}\right]\leq E\left[P_{dk+1/k}\right]-\lambda_{d\gamma}E\left[P_{dk+1/k}\right]\left(E\left[P_{dk+1/k}\right]+R_d\right)^{-1}E\left[P_{dk+1/k}\right]+ \\ Q_d+\left(1-\lambda_{f\gamma}\right)f_oQ_d$$

Análisis de estabilidad del algoritmo propuesto

Asi, para cualquier condición inicial $E\left[P_{dk/k-1}\right]=P_0$

$$E\left[P_{dk+1/k}\right]\leq P_0-\lambda_{d\gamma}P_0\left(P_0+R_d\right)^{-1}P_0+Q_d+\left(1-\lambda_{f\gamma}\right)f_oQ_d$$

La media de la covarianza sera decreciente $E\left[P_{k+1/k}\right]<E\left[P_{k/k-1}\right]$

para cualquier valor inicial P_0 que cumpla con la restricción,

$$P_0>\frac{Q_d+\left(1-\lambda_{f\gamma}\right)f_oQ_d}{\lambda_{d\gamma}}+R_d$$

Por lo tanto, la media de la covarianza esta limitada

$$\lim_{k\to\infty}E\left[P_{k+1/k}\right]<\frac{Q_d+\left(1-\lambda_{f\gamma}\right)f_oQ_d}{\lambda_{d\gamma}}+R_d$$