

Mathematik 1 (WiSe 24/25)

Dr. D. Ulbrich

Übungsblatt 2:

Gleichungen, Ungleichungen, Lineare Gleichungssysteme

Besprechung: 28.10.2024

1. Geben Sie für folgende Ungleichungen auf \mathbb{R} die Lösungs- und Definitionsmenge an:

(a) $11 - 2 \cdot |2x + 1| - 2x > |2x + 1|$

(b) $|1 - 4x| \leq 5 \cdot (2x + 3) - |x - 3|$

(c) $\frac{3}{|x-2|} > 4$

(d) $|-5 - 7x| + 1 < -6x - 7$

(e) $\sqrt{x+2} - \sqrt{1-3x} < 1$

2. Für welchen Parameter $c \in \mathbb{R}$ besitzt die Gleichung $ax^2 + bx = c$ mit $a \neq 0$ und $b \neq 0$ genau eine (doppelte) reelle Lösung?

3. Finde Sie alle reellen Lösungen der Gleichung $2x^4 - 3x^2 + 1 = 0$.

4. Finden Sie alle reellen Lösungen folgender Wurzelgleichungen:

(a) $\sqrt{5x + \sqrt{x+5}} = \sqrt{5x+3}$

(b) $\sqrt[10]{x-7} + \sqrt[5]{x-7} = 2$

Hinweis: Substituieren Sie $z = \sqrt[10]{x-7}$.

(c) $\sqrt[3]{7x^3 - 9x^2 + 3x} = \sqrt{2x^2 - 3x + 1} + x$

5. Geben Sie die Lösungsmenge folgender linearer Gleichungssysteme an:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$4x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 10$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 11$$

$$3x_1 + x_3 = 5$$

$$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 8$$

6. Glucose ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) wird von Eukaryoten im Cytoplasma und in den Mitochondrien unter Sauerstoff (O_2) vollständig zu Kohlenstoffdioxid (CO_2) und Wasser (H_2O) abgebaut:



Finden Sie die kleinste Anzahl $x_i \in \mathbb{N}$ ($i = 1, 2, 3, 4$) an Molekülen, für die diese Reaktion stattfinden kann. Stellen Sie dazu ein (unterbestimmtes) lineares Gleichungssystem auf.