

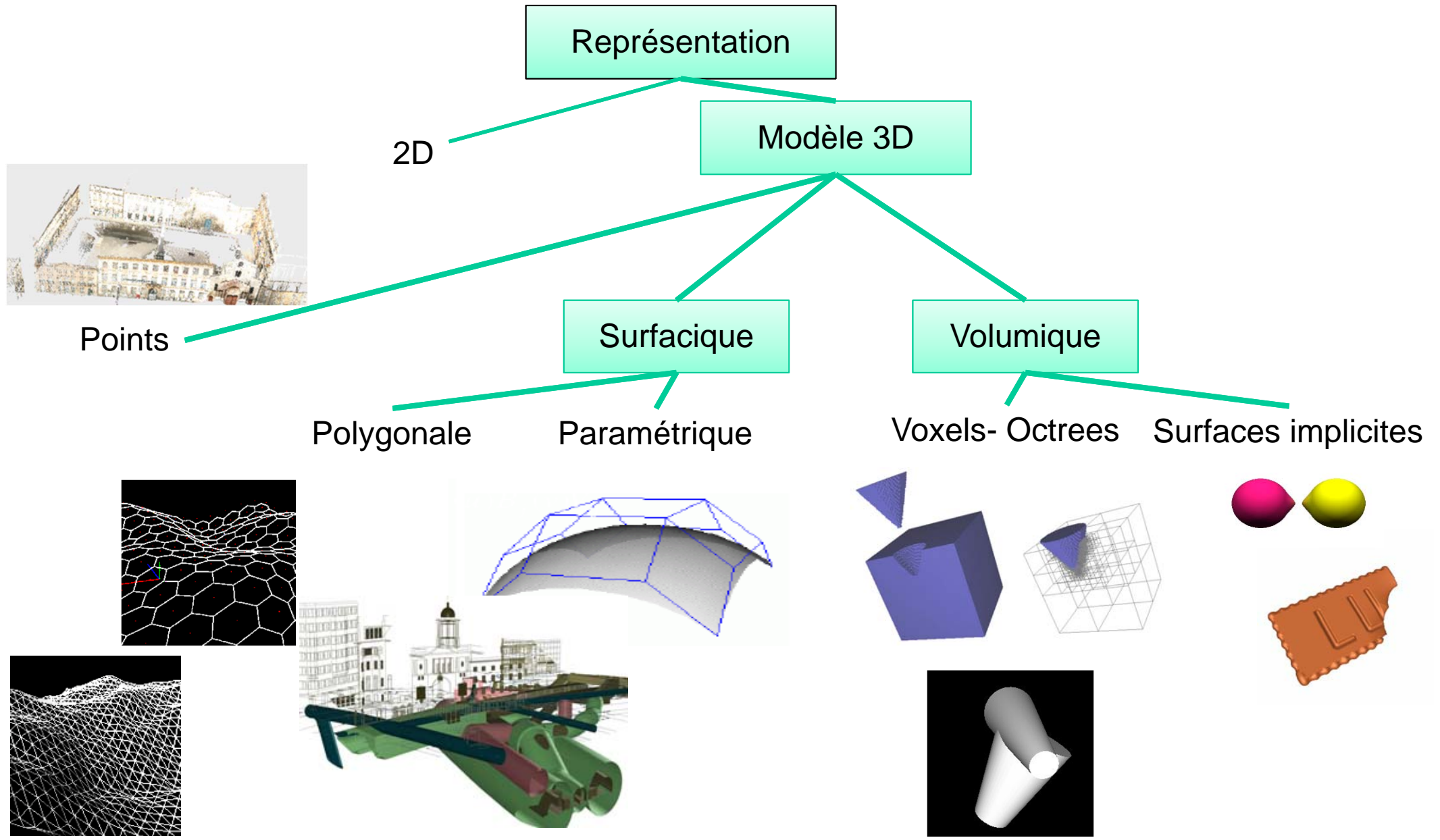
Modèles Volumiques

Gilles Gesquière

Ce cours est une **compilation** :

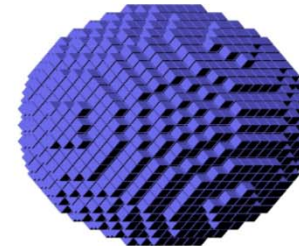
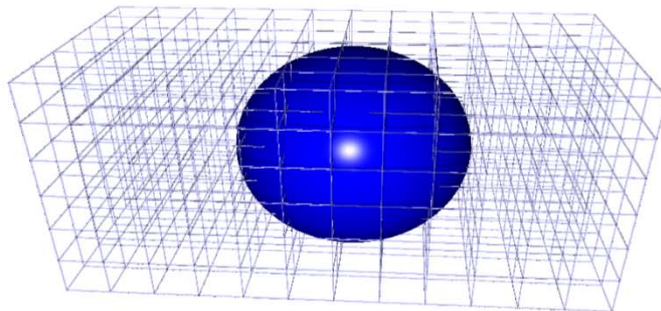
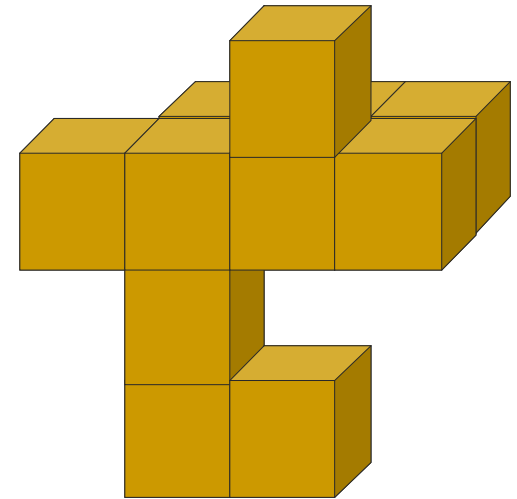
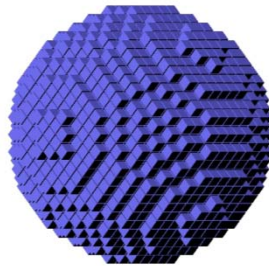
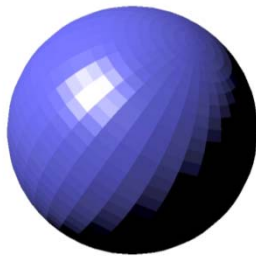
- Du cours de Modélisation géométrique (IRIT-UPS Toulouse; Equipe Vortex)
- Cours de Christian Jacquemin (LIMSI- Paris 11)
- Cours de Marc Daniel (LSIS- Marseille)
- Cours G. Gesquière (Gamagora)

Quel modèle ?



Modèles Volumiques : Voxels

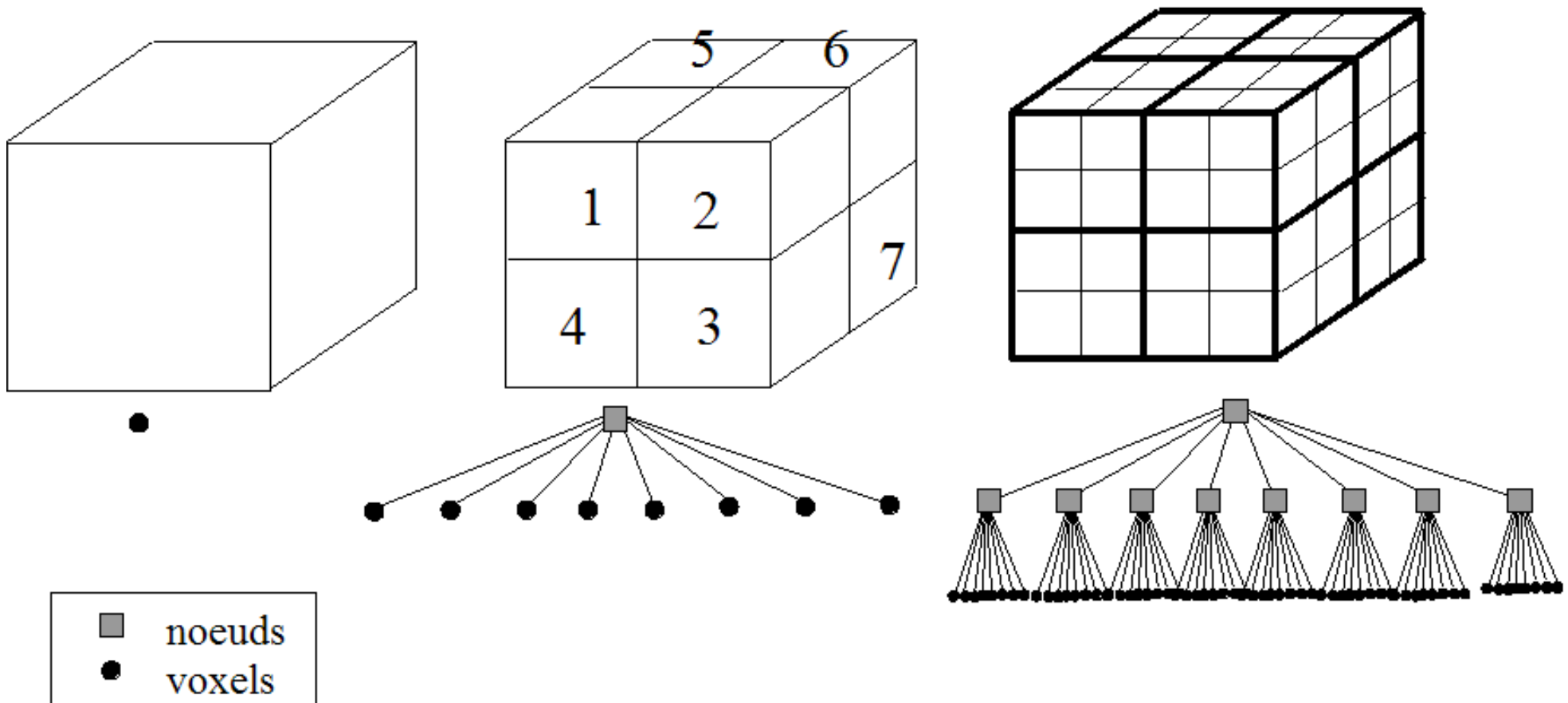
- Volumes discrets
 - Voxel = éléments d'une grille 3D
 - Présence ou absence de matière



Modèle volumique : octree régulier

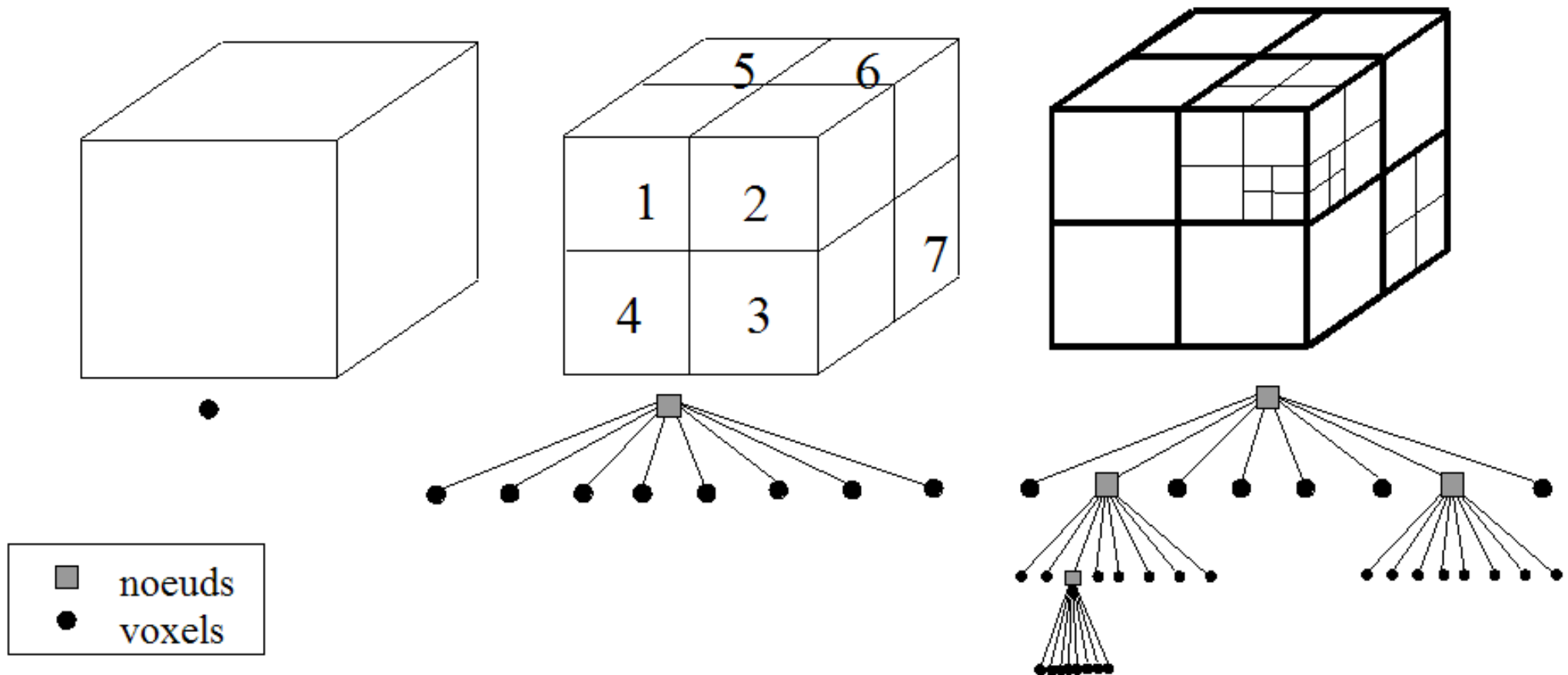
Arbre à huit branches.

Octree régulier : subdivise de façon récursive un volume cubique en huit sous-cubes de tailles égales. Les feuilles de l'octree sont appelées des « voxels ».

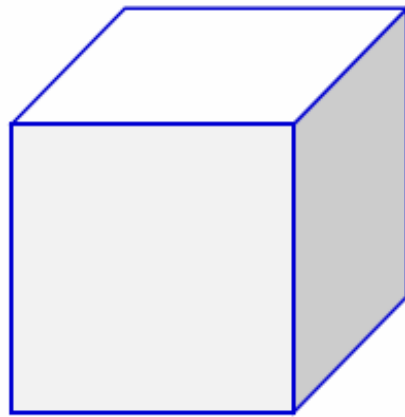


Modèle volumique : Octree adaptatif

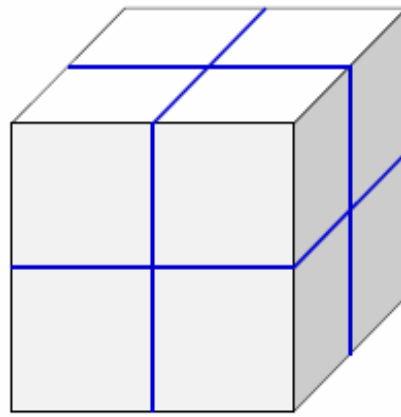
Octree adaptatif, la profondeur de chaque branche peut être de taille différente
Permet de subdiviser l'espace de départ de façon irrégulière.



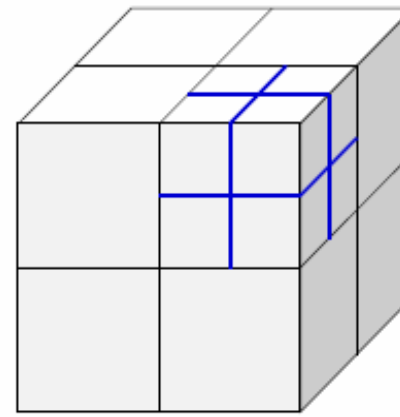
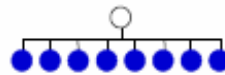
Modèles Volumiques : Octree adaptatif



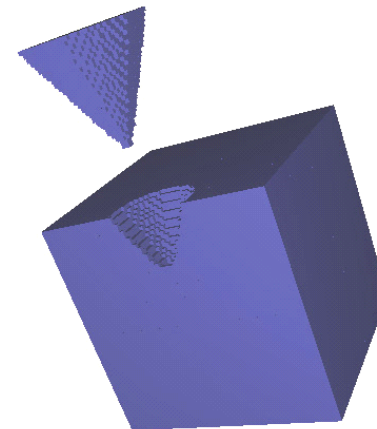
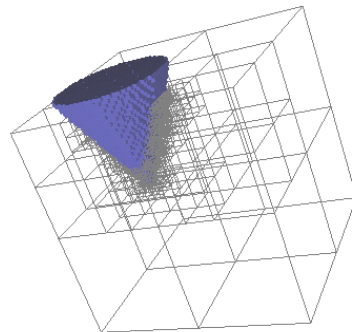
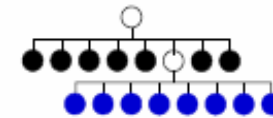
niveau 1



niveau 2



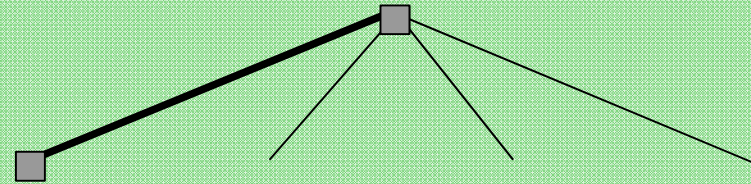
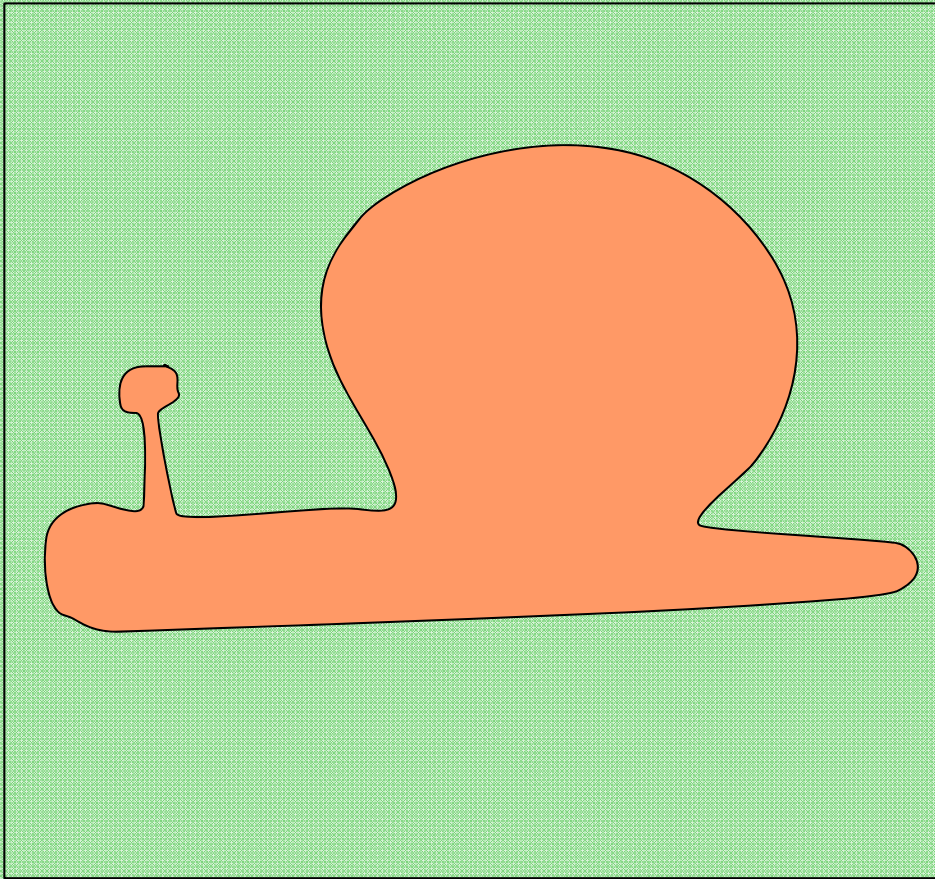
niveau 3



;

Illustration sur un quadtree

- Un quadtree est un arbre à quatre branches. C'est l'équivalent de l'octree en deux dimensions.
 - Dessinez les feuilles du quadtree adaptatif de profondeur quatre représentant l'objet ci-dessous.
 - Représentez le quadtree sous forme d'arbre en supposant que l'on a une représentation « volumique » de l'objet (ne développez que la 1^{ère} branche).



Représentation surfacique par octree

- **Octree régulier** : on subdivise jusqu'à la précision souhaitée et
 - soit la cellule n'est pas sécante à la surface et la feuille est vide (valeur 0 par exemple),
 - soit elle est sécante et la feuille est pleine (valeur 1 par exemple).
- **Octree adaptatif** :
 - soit la cellule n'est pas sécante à la surface :
 - c'est une feuille vide de l'octree,
 - soit la cellule est sécante à la surface :
 - si on est au niveau de précision désiré, c'est une feuille pleine de l'octree,
 - sinon, c'est un noeud qui va être subdivisé.

Représentation volumique par octree

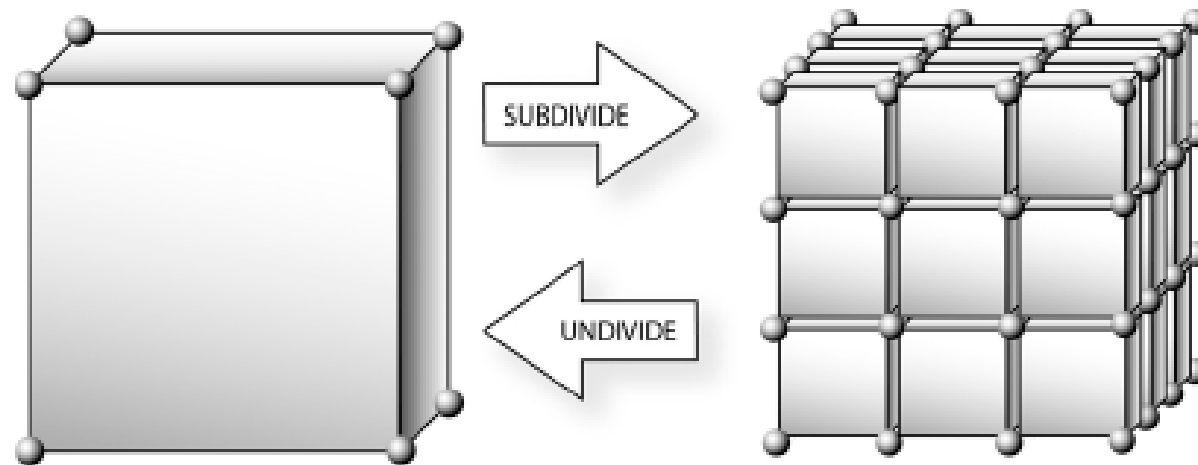
- **Octree régulier** : on subdivise jusqu'à la précision souhaitée et
 - soit elle est sécante et la feuille est pleine (valeur 0 par exemple).,
 - soit elle est à l'intérieure de l'objet et elle vaut 1 par exemple,
 - soit elle est à l'extérieure de l'objet et elle vaut -1 par exemple.
- **Octree adaptatif** :
 - soit la cellule est sécante à la surface : si on est au niveau de précision désiré, c'est une feuille pleine de l'octree, sinon, c'est un noeud qui va être subdivisé,
 - soit la cellule n'est pas sécante à la surface : c'est soit une feuille « extérieure », soit une feuille « intérieure ».

Octree : +/-

- Les +
 - Représentation hiérarchique de l'objet : il peut être affiché à différentes résolutions.
 - Possibilité de représentation volumique.
 - Simplicité de positionnement d'un volume par rapport à l'objet : sécant ou non (éventuellement intérieur/extérieur).
 - Construction et parcours récursifs simples.
- Les -
 - Visualisation surfacique des voxels ?
 - Rendu temps réel pour des scènes complexes ?
 - Coup de stockage excessif.

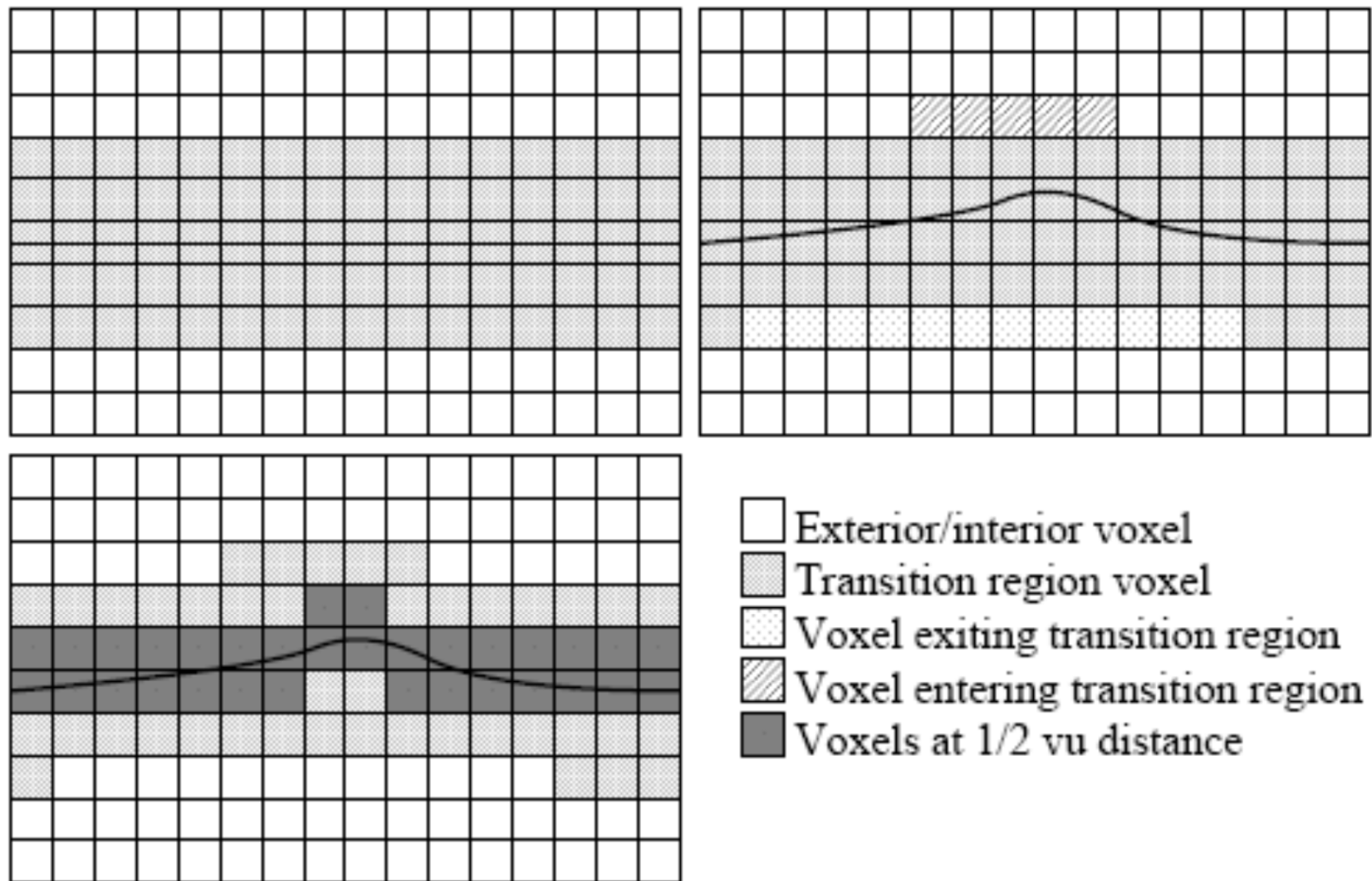
Modèles Volumiques : n-tree

- Réduire encore le nombre de cubes



Modèles Volumiques : Level Set

- Réduire encore le nombre de cubes (Level Set)
 - Volume stocké dans une grille hiérarchique sur deux niveaux.

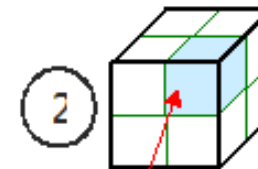
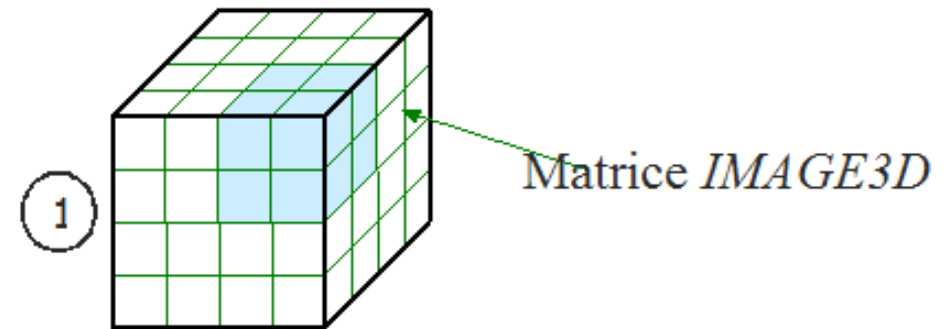


Modèle volumique basé ondelette

Énumération uniforme

Matrice 3D

Données : binaire ou niveau de gris



Matrice *MOYENNE*

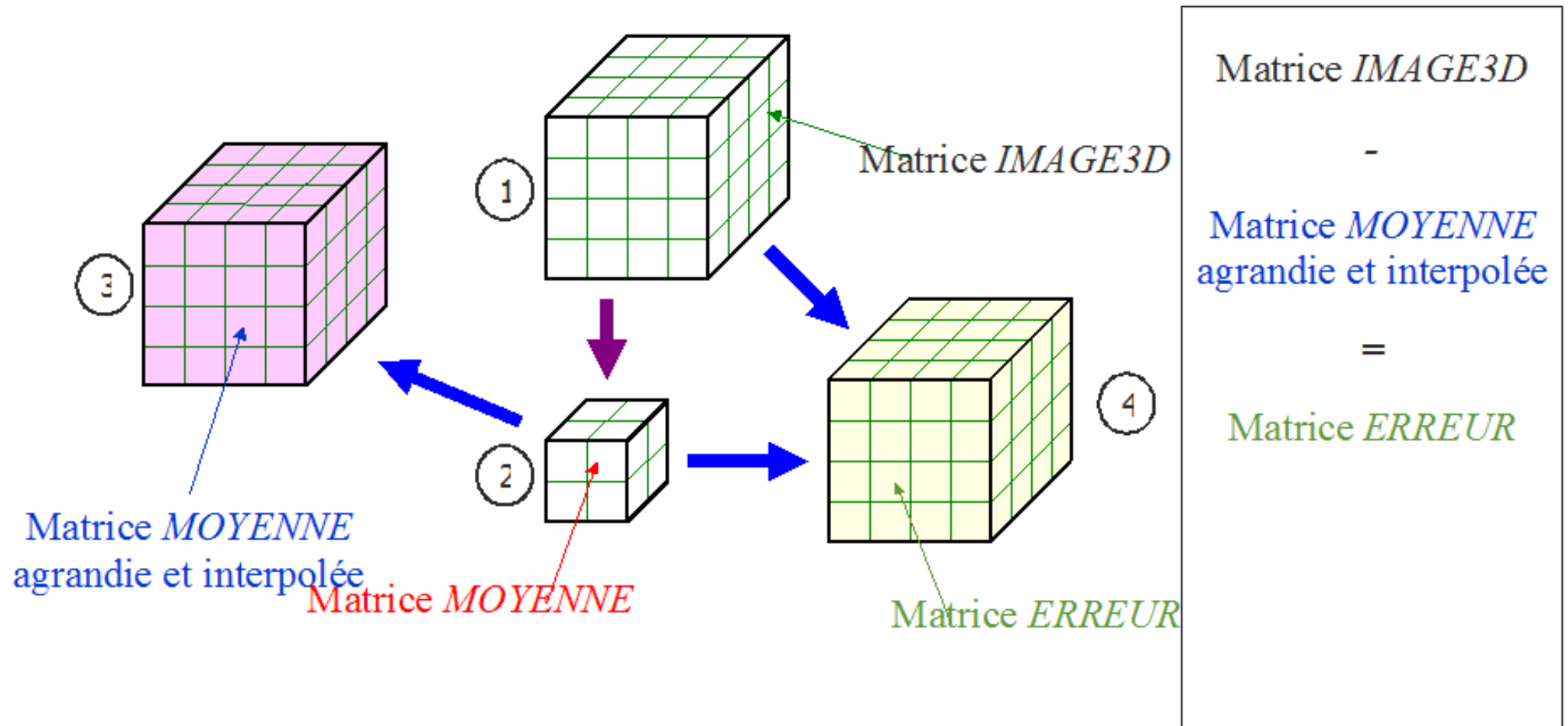
Énumération par ondelettes

Matrices ERREUR

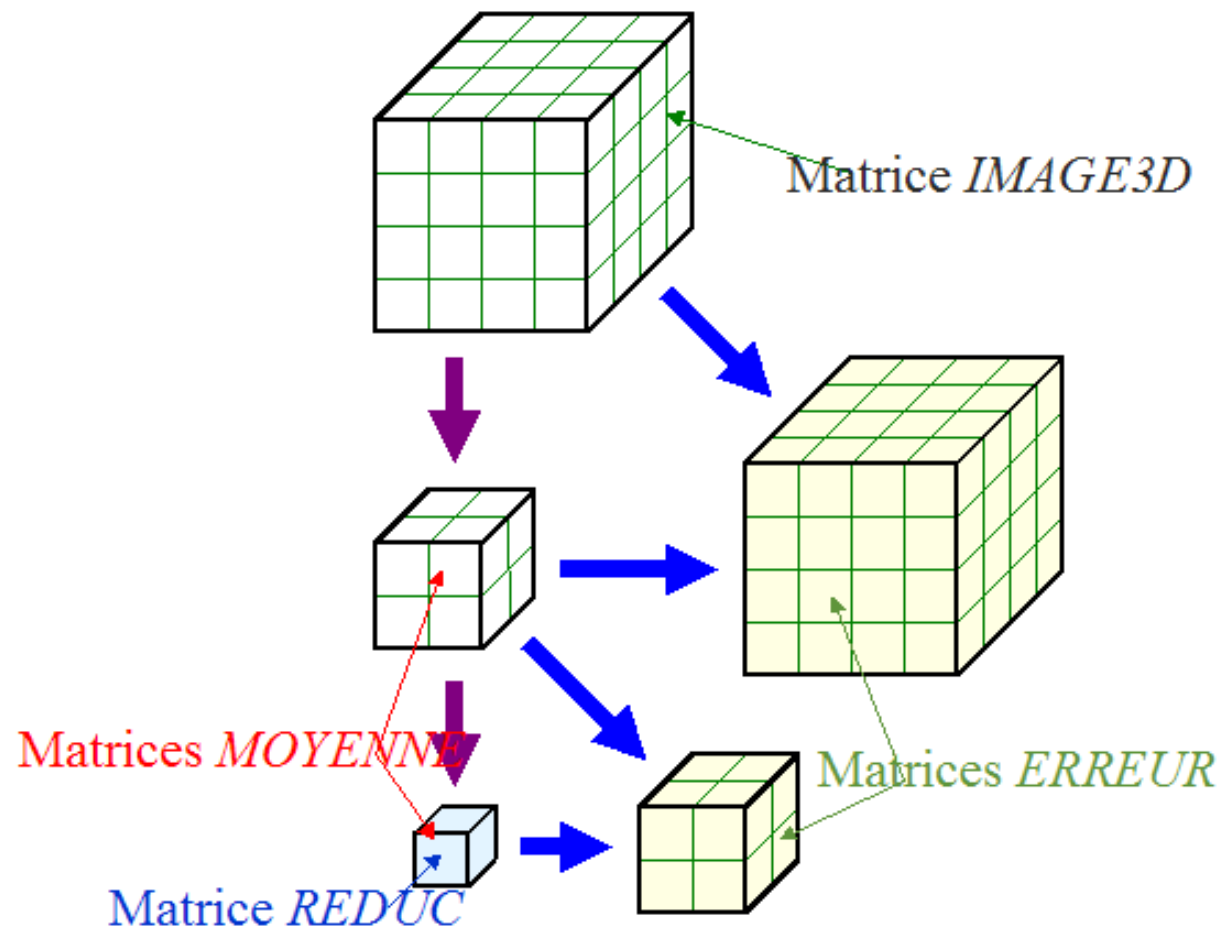
Matrice REDUC

Niveau : n

Modèle volumique basé ondelette

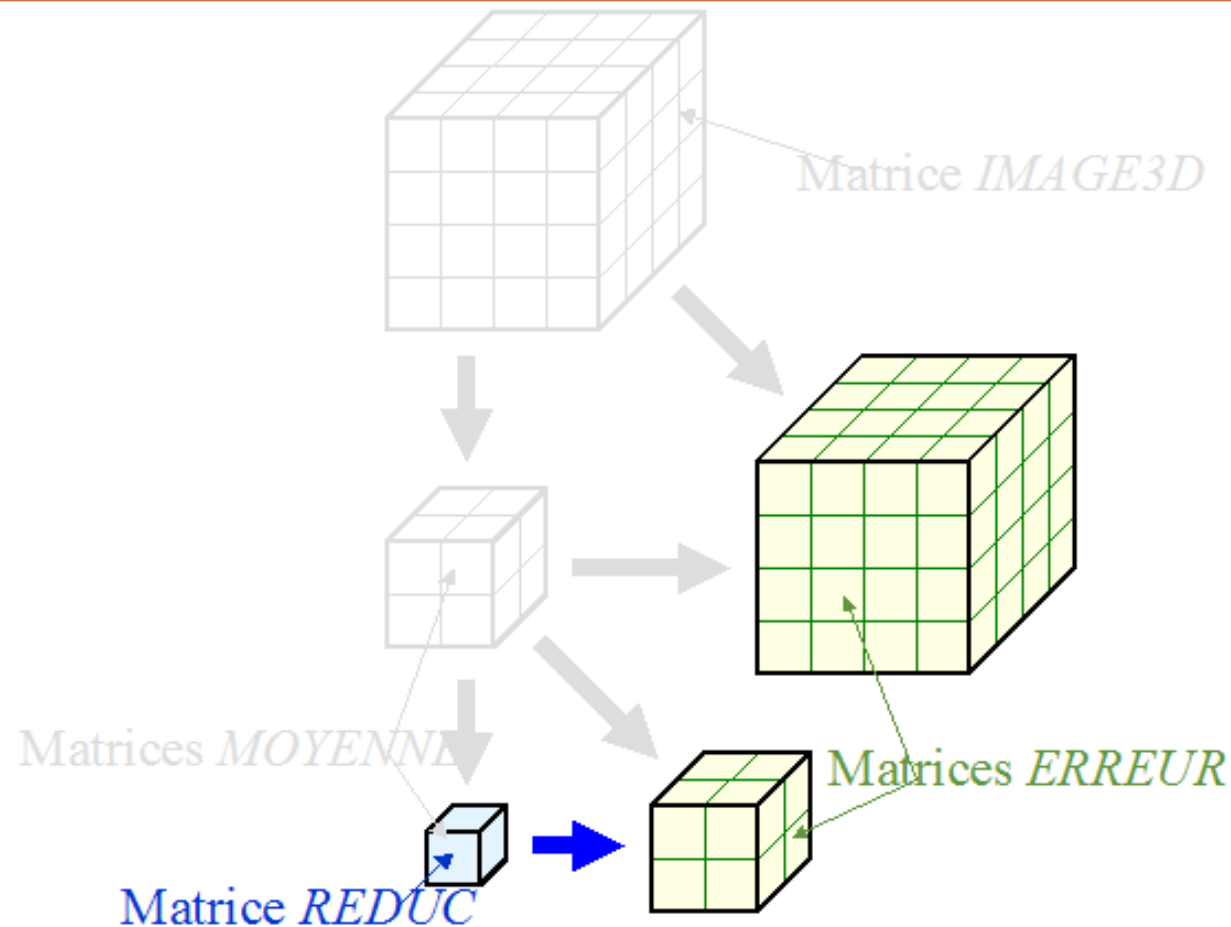


Modèle volumique basé ondelette



Modèle volumique basé ondelette

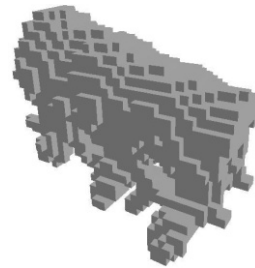
On ne code en mémoire que la matrice REDUC et les matrices ERREUR.



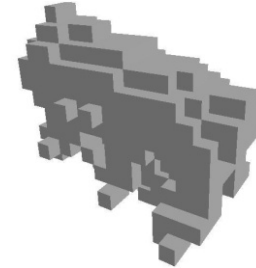
Modèles Volumiques : ondelettes



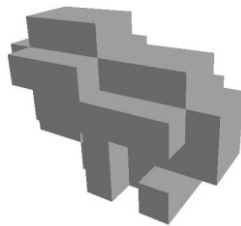
Niveau 0
 $64 \times 64 \times 64$



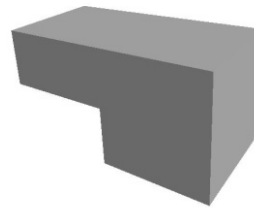
Niveau 1
 $32 \times 32 \times 32$



Niveau 2
 $16 \times 16 \times 16$



Niveau 3
 $8 \times 8 \times 8$

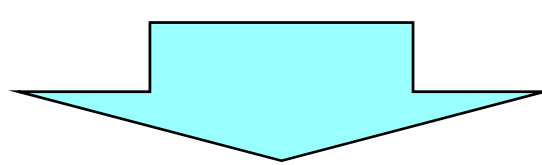


Niveau 4
 $4 \times 4 \times 4$



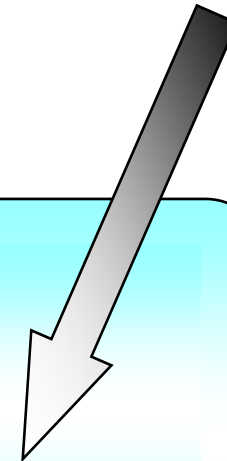
Surfaces Implicites- Définitions

Surface implicite = $\{\text{Points}(x,y,z) \text{ tels que } F_i(x,y,z) = cste\}$



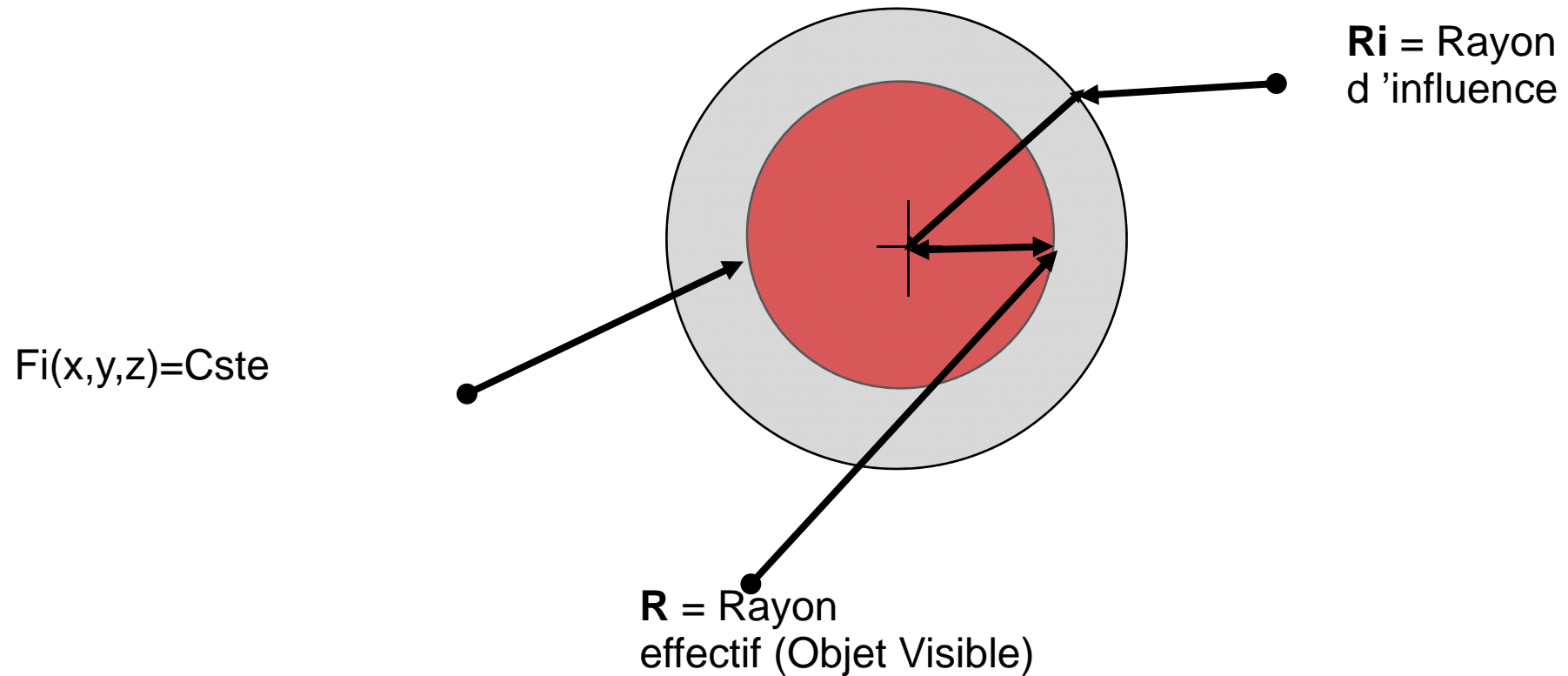
Objet Implicite B_i

- **Centre P_i**
- **Fonction de densité F_i**



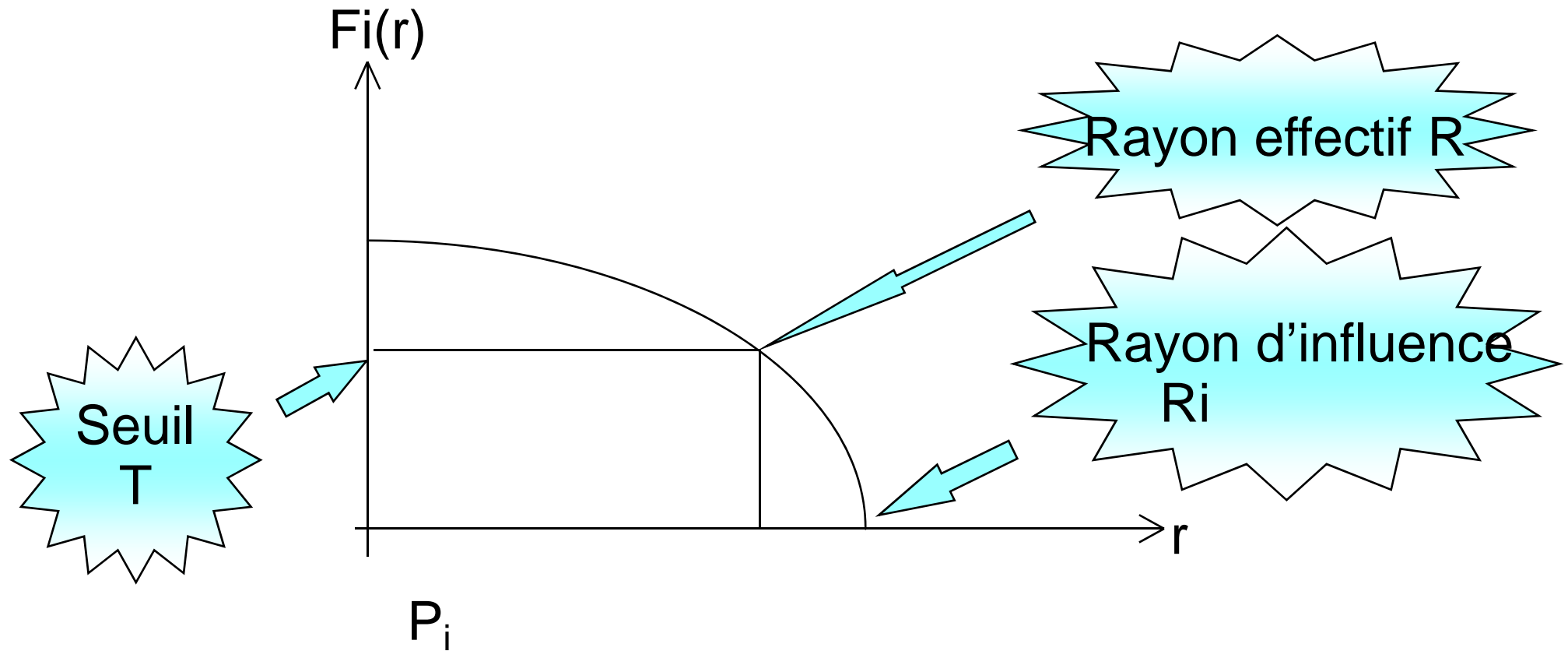


Surfaces Implicites- Définition





Surfaces implicites- Définitions



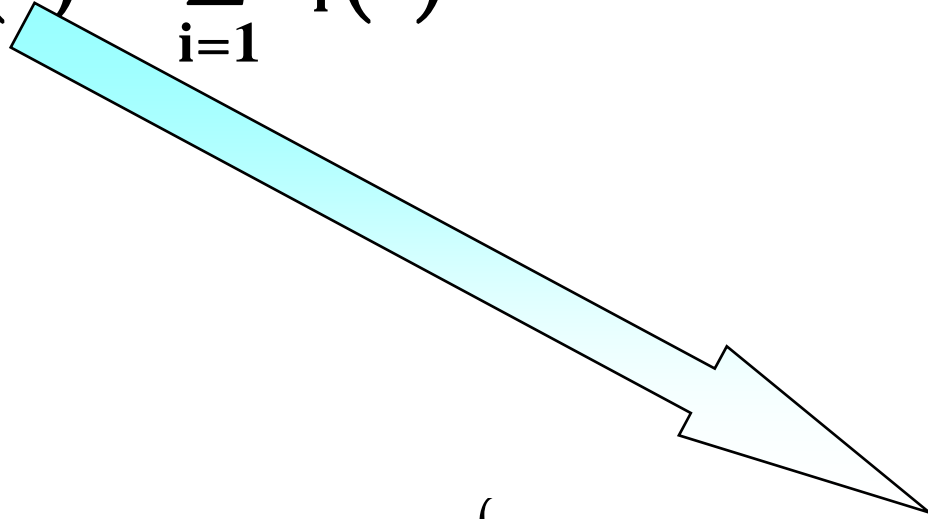
$$\text{Objet Implicite} = \{(r) \in R^p / F_i(r) = T\}$$



Définitions ...

Si on a n Objets Implicites alors :

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i(\mathbf{r})$$

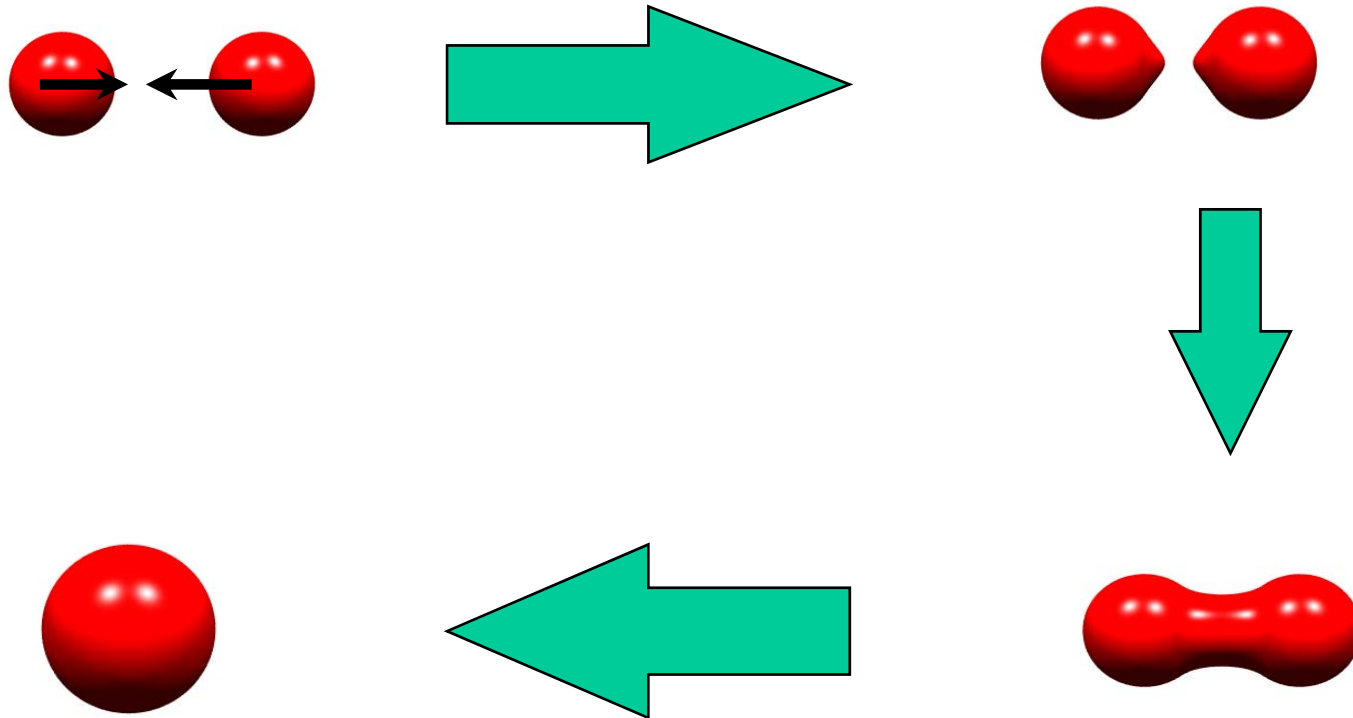


$$\text{Objet Implicite} = \left\{ (r) \in R^p / F(r) = T \right\}$$



Exemple de fusion

Rapprochement des centres

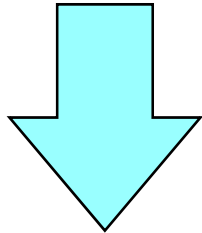




Influence positive ou négative

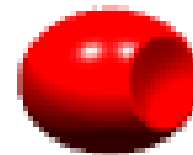
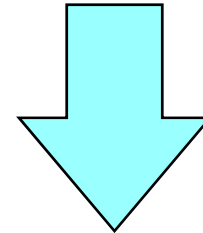
Influence positive

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$



Influence négative

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2$$





Déformation

- Chocs entre objets

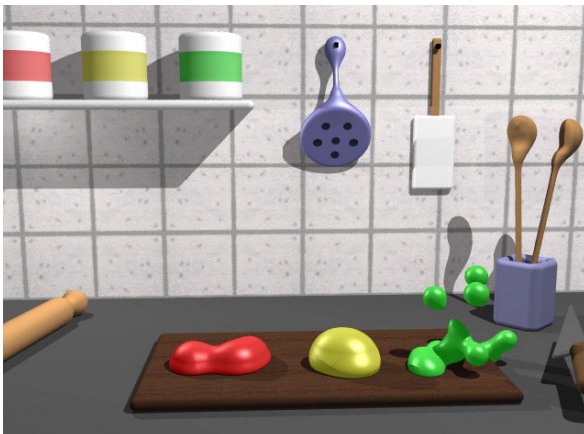
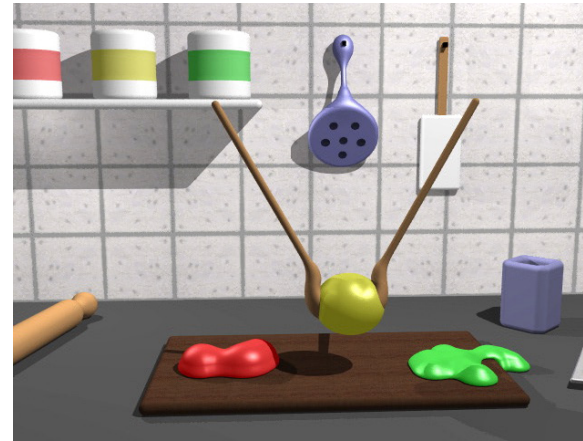


<http://w3imagis.imag.fr/Phototheque2/index.html>



Animation

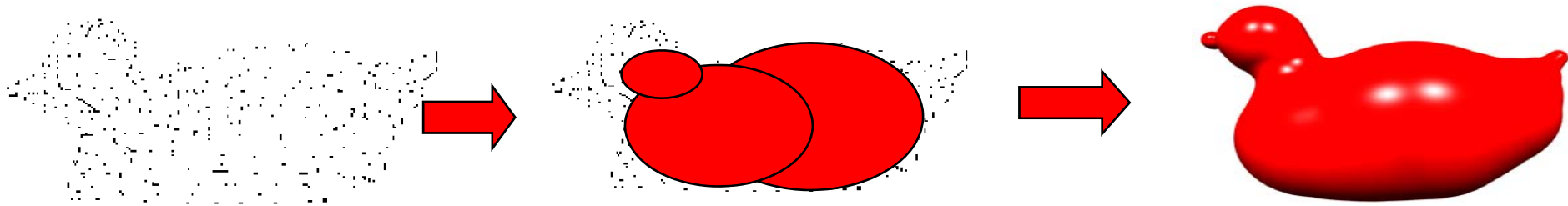
Exemple d 'animation image par image



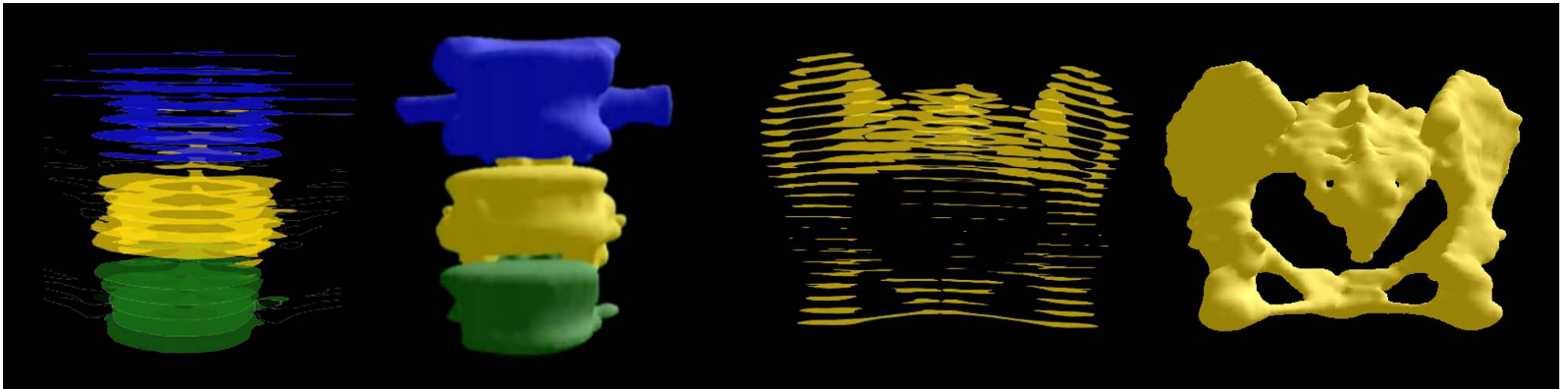
<http://w3imagis.imag.fr/Phototheque2/index.html>

🔴 construction à l'aide de surfaces implicites

- Reconstruction 3D à partir d'un nuage de points



- Reconstruction à d'un ensemble de tranches



Extrait de : « Reconstruction Implicite de Surfaces 3D à partir de Régions 2D dans des Plans Parallèles », Adeline Pihuit, Olivier Palombi et Marie-Paule Cani , Afig 2009



Hiérarchie

- Gestion de fusions non voulues

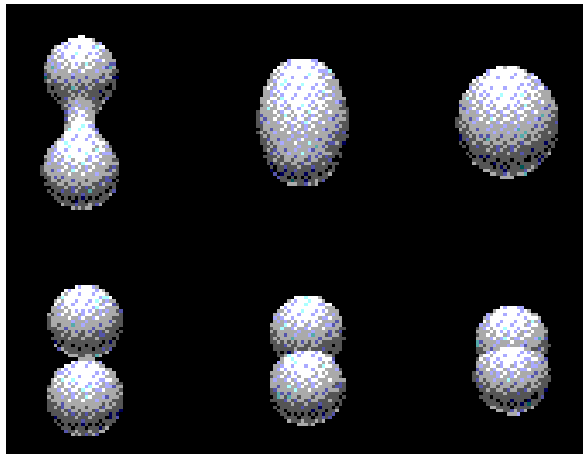


FIGURE 1: blending ...

Extrait de : A. Opalach and S. Maddock
“Implicit surfaces: Appearance, blending
and consistency”. In

Fourth Eurographics Workshop on
Animation and Simulation, Barcelona,
Spain, September 1993

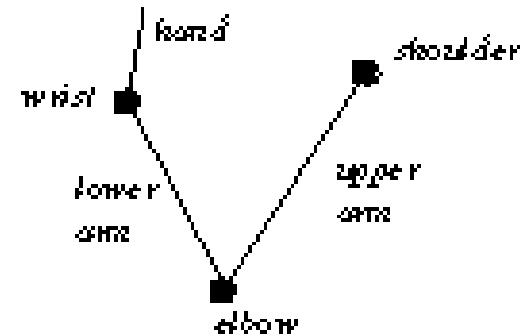


FIGURE 2 A skeleton which defines an arm

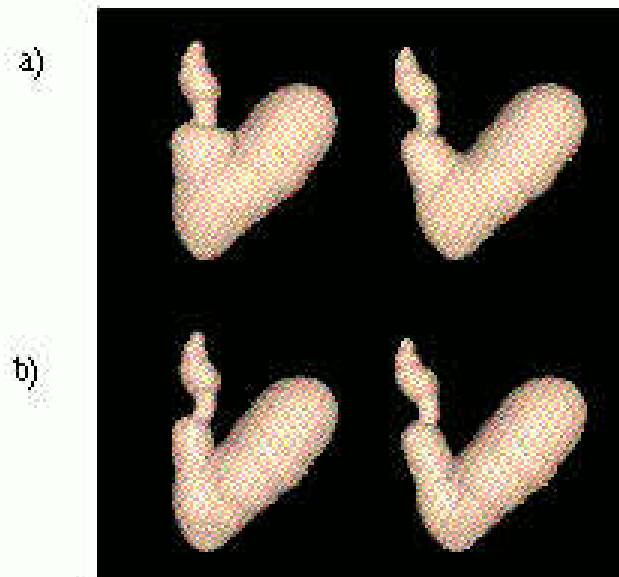
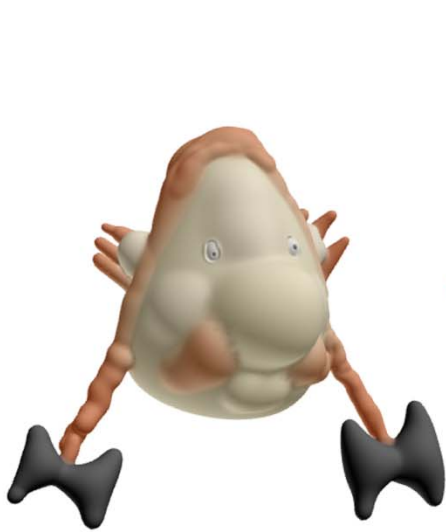


FIGURE 3 A model of an arm being bent
a. Unwanted blending - the upper arm blends with the lower arm
b. Unwanted blending is prevented

Hiérarchie

- Possibilité d'aller plus loin dans la gestion des formes de mélange

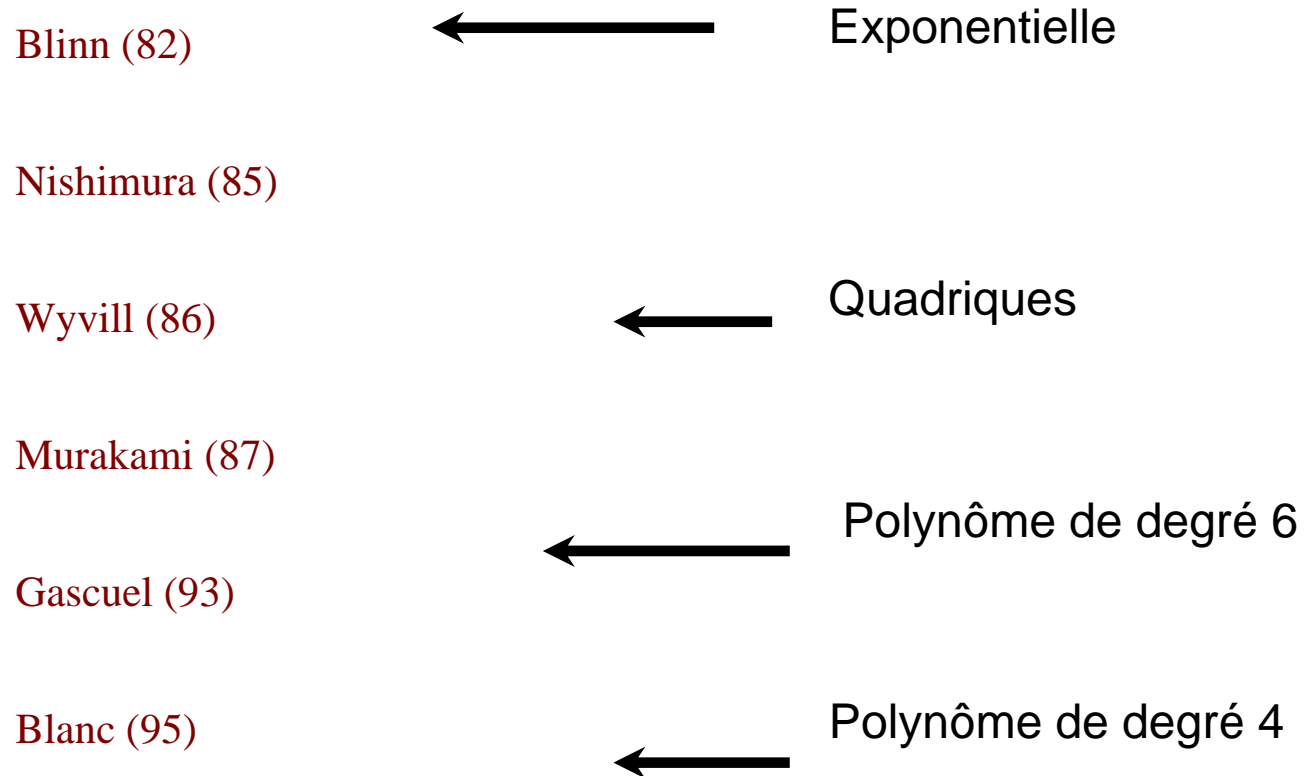


Extrait de la thèse de Cédric Zanni : « Modélisation implicite par squelette et Applications », Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2013





Les différentes fonctions





Fonctions infinies ...

Blinn

Fi non nulle
à l'infinie

$$F_i(\mathbf{r}) = \exp(-a r^2)$$

a paramètre $\in \mathbf{R}$

r distance entre le centre du Blob et le point étudié

Possibilité d'ajout d'un **facteur de raideur**

Influence infinie...

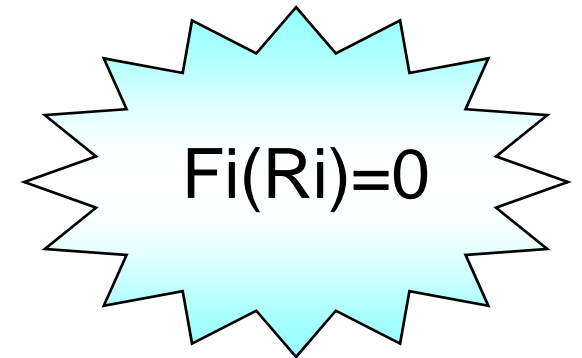


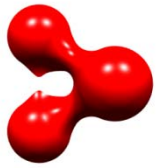
Fonctions finies

Nishimura

- » Polynômes quadriques
- » R_i fixée explicitement

$$F_i(r) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 - 3\left(\frac{r}{R_i}\right)^2 & \text{si } (0 \leq r \leq \frac{R_i}{3}) \\ \frac{3}{2}\left(1 - \left(\frac{r}{R_i}\right)\right)^2 & \text{si } (\frac{R_i}{3} \leq r \leq R_i) \end{array} \right\}$$

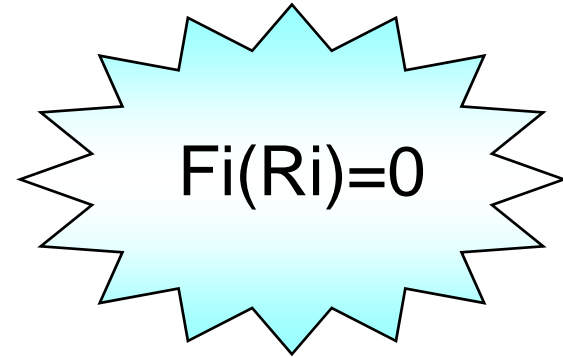




Fonctions finies

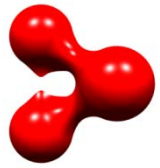
Wyvill

» Polynômes de degré 6



$$F_i\left(\frac{\mathbf{R}}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$F_i(\mathbf{r}) = -\frac{4}{9}\left(\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{R}_i}\right)^6 + \frac{17}{9}\left(\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{R}_i}\right)^4 - \frac{22}{9}\left(\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{R}_i}\right)^2 + 1$$



Fonctions finies...

Murakami

» Polynômes de degré 4

$$F_i(r) = \left(1 - \left(\frac{r}{R_i}\right)^2\right)^2 \text{ Si } r \leq R_i; 0 \text{ Sinon}$$


$$F_i(R_i) = 0$$



Fonctions finies ...

Gascuel

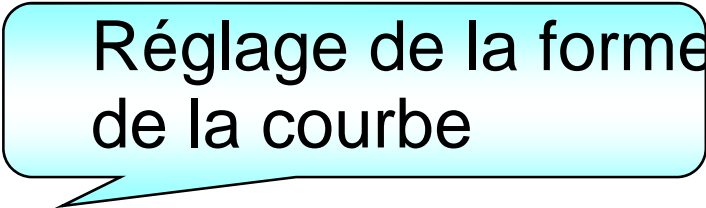
Régie par 5 paramètres a , b , c , d , e .

Ils dépendent de :

k raideur de la courbe

v épaisseur de la courbe

R_i rayon d'influence



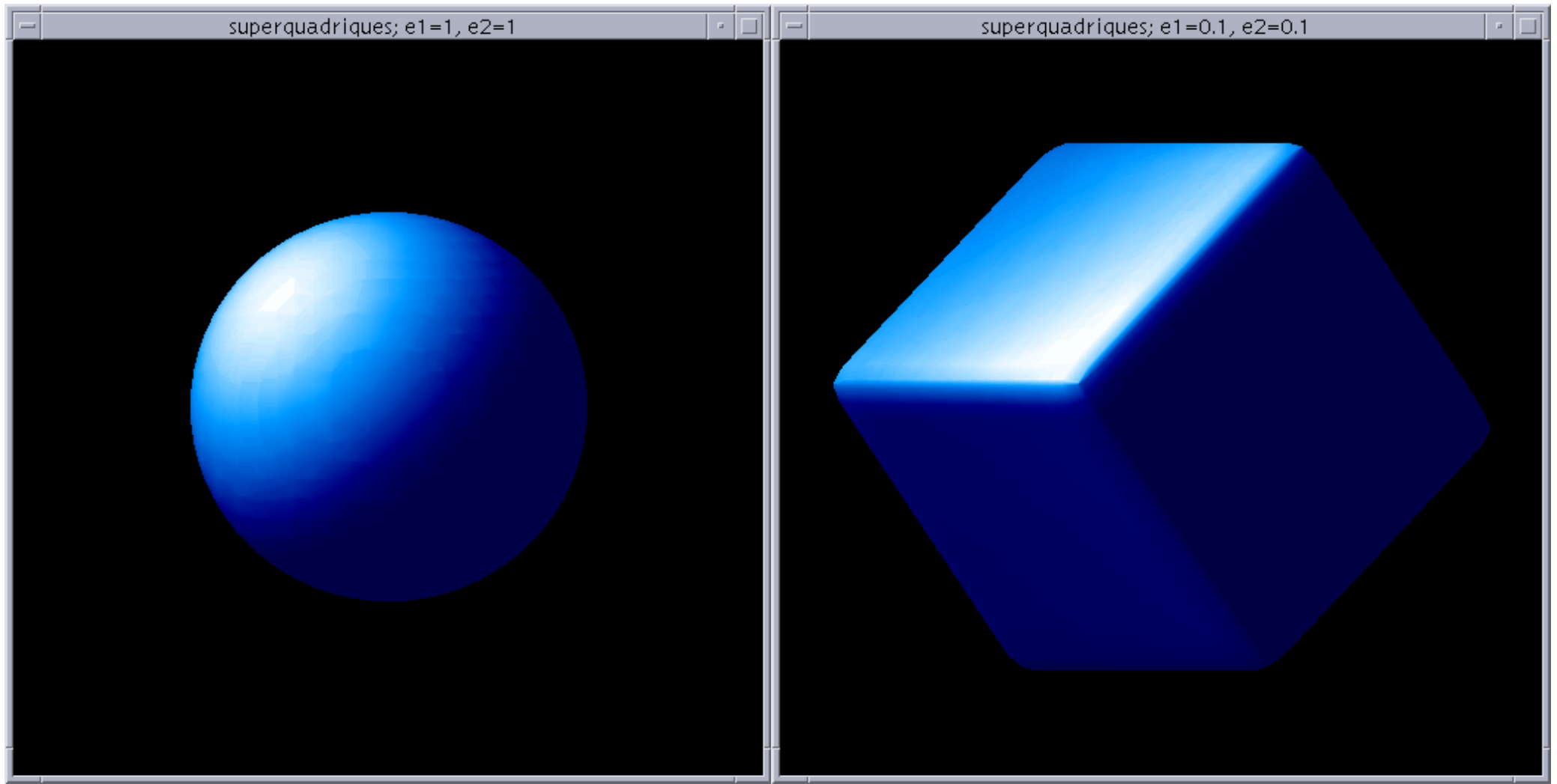
Réglage de la forme
de la courbe

$$F_i(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} a\mathbf{r}^2 + b\mathbf{r} + c & \text{si } \mathbf{r} \in [0, v] \\ (\mathbf{r} - R_i)^2(d\mathbf{r} + e) & \text{si } \mathbf{r} \in [v, R_i] \\ 0 & \text{sinon} \end{pmatrix}$$



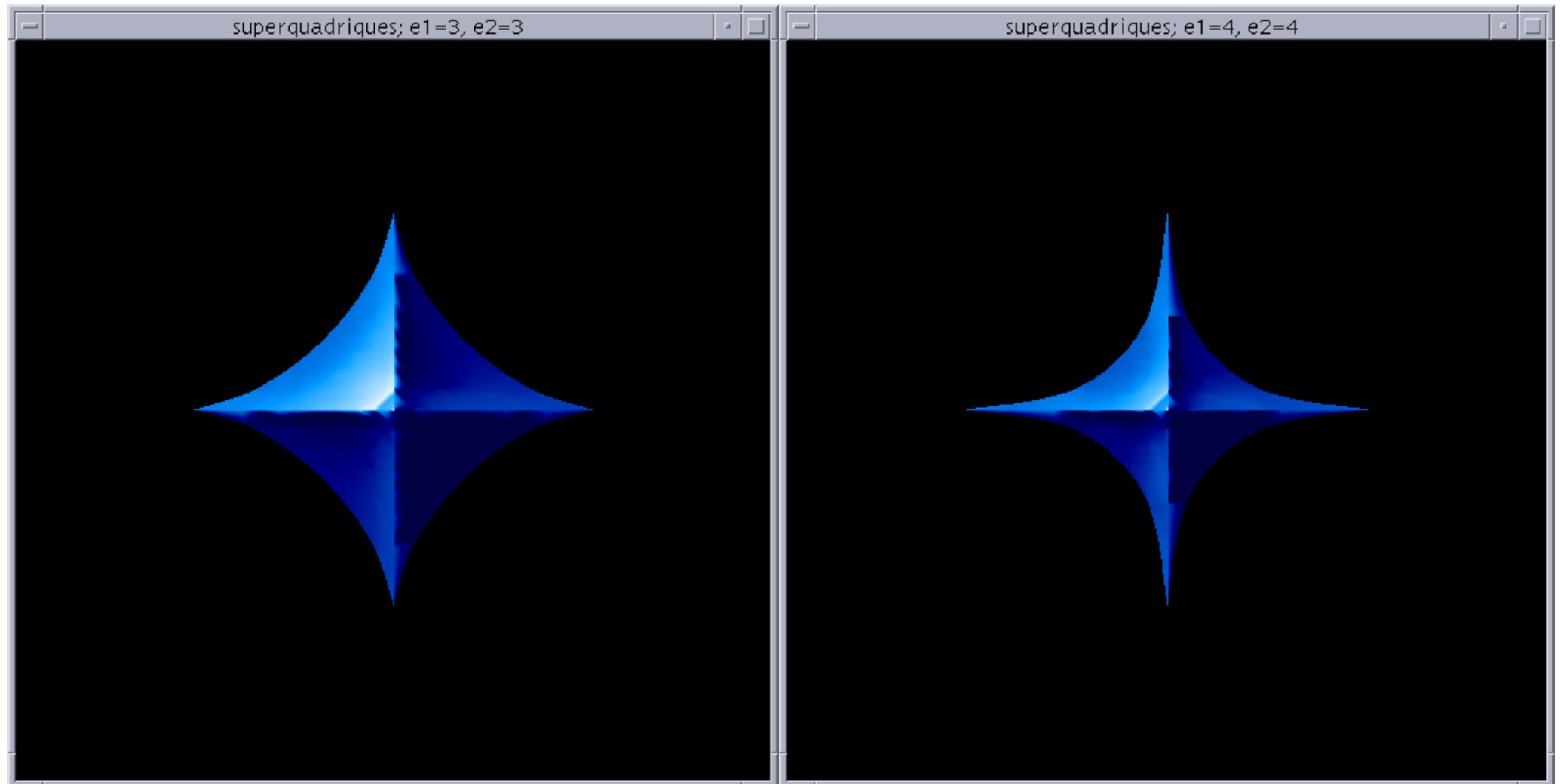
Fonctions particulières

Modification de la fonction de distance



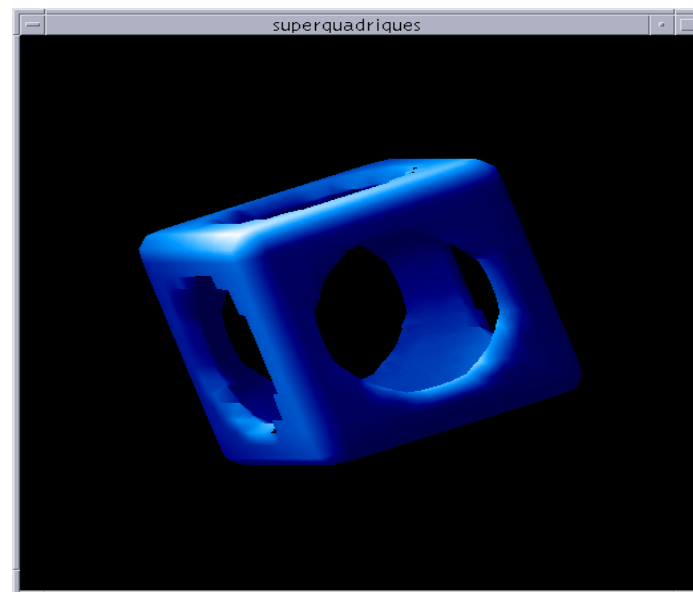
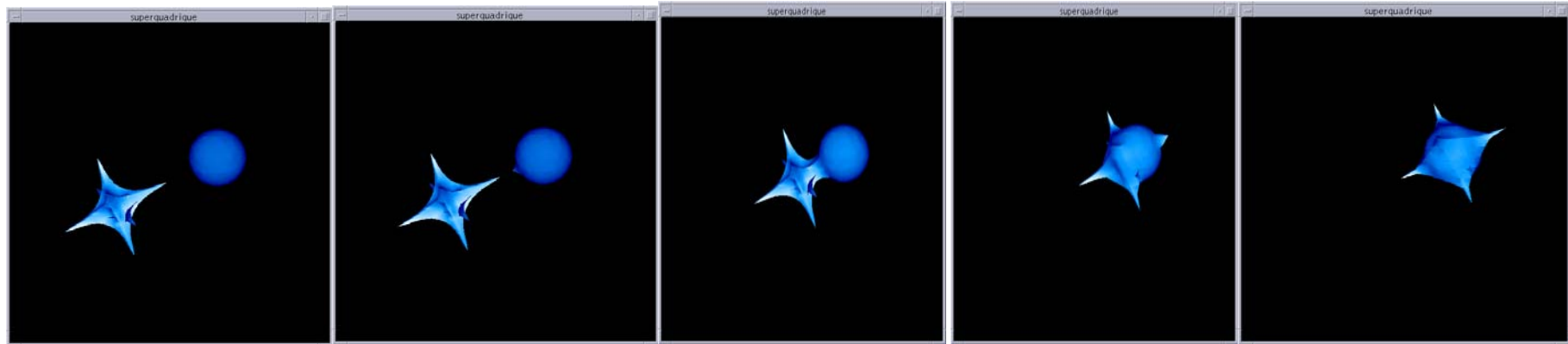


Extensions ...





Fusion



Potentiel sous forme de R-fonctions

$$\text{Union}_{f_1, f_2}(\mathbf{p}) = \text{Max}(f_1(\mathbf{p}), f_2(\mathbf{p}))$$

$$\text{Intersection}_{f_1, f_2}(\mathbf{p}) = \text{Min}(f_1(\mathbf{p}), f_2(\mathbf{p}))$$

Potentiel sous forme de R-fonctions

Redéfinition des fonctions:

Union

$$f_1 \vee \alpha f_2 = \frac{f_1 + f_2 + \sqrt{f_1^2 + f_2^2 - 2\alpha f_1 f_2}}{1 + \alpha}$$

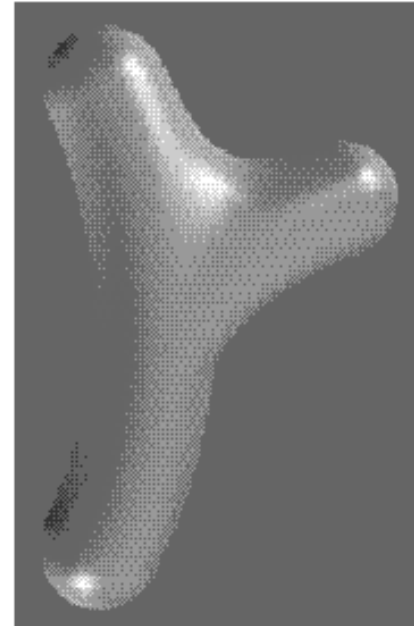
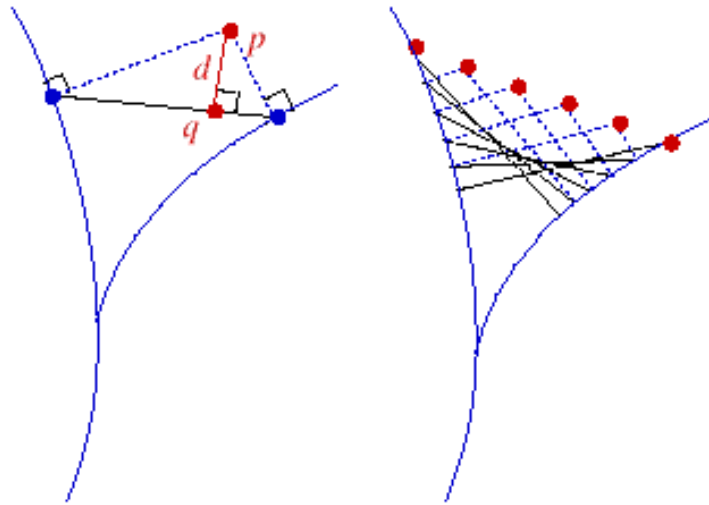
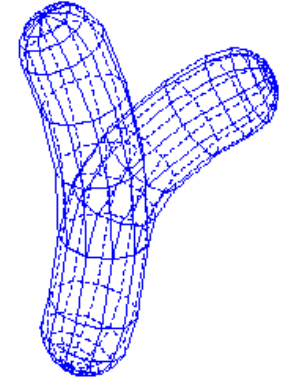
Intersection

$$f_1 \wedge \alpha f_2 = \frac{f_1 + f_2 - \sqrt{f_1^2 + f_2^2 - 2\alpha f_1 f_2}}{1 + \alpha}$$

Distance Surfaces

S Squelette

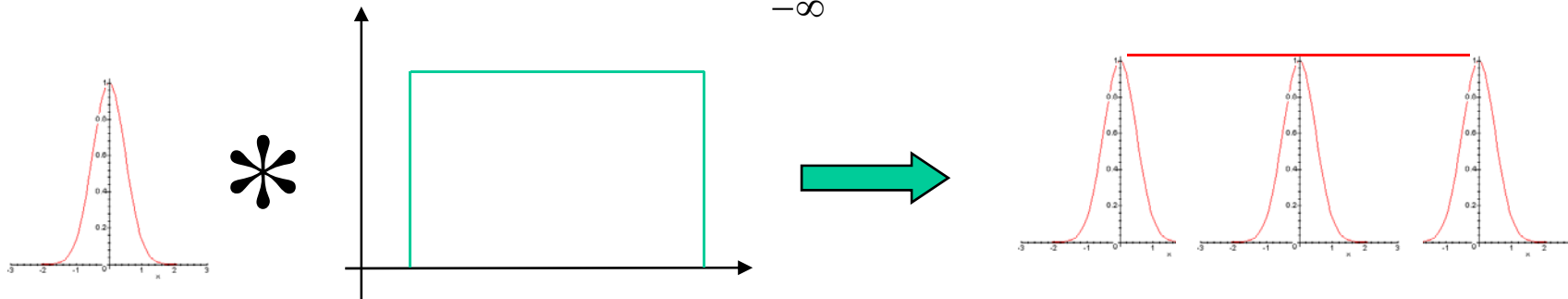
p point de l'espace



Surfaces de convolution- Définition

Processus où le signal est modifié par un filtre

$$\text{Convol}(t) = g * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(u) * h(t-u) du$$



Surfaces implicites- Application

- Représentation mathématique adaptée à la modélisation de volumes (de géométrie et de topologie changeante)



Extrait de : Terminator 2

Surfaces implicites

- Modélisation de terrains
 - Apport des surfaces implicites
 - Caractérisation volumique des matériaux
 - Lissage de la surface par convolution
 - Représentation implicite des rochers



Extrait de : <http://liris.cnrs.fr/~egalin/Slides/blob-0-overview.pdf>

Surfaces implicites- Applications

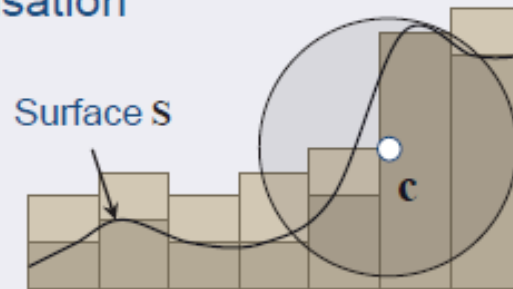
Combinaison des modèles implicites et discrets

Créer une primitive avec un centre c

Mélange avec la primitive implicite

Discrétisation de la surface implicite en piles

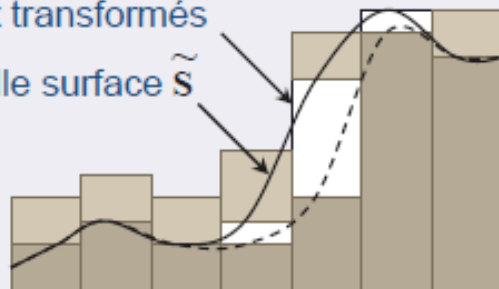
Stabilisation



Couches initiales

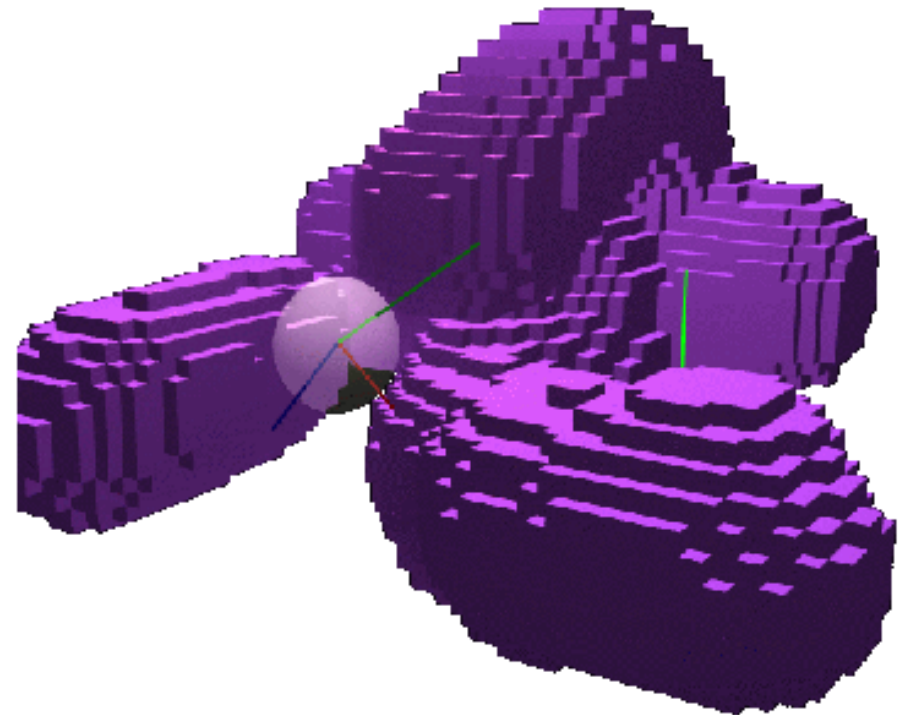
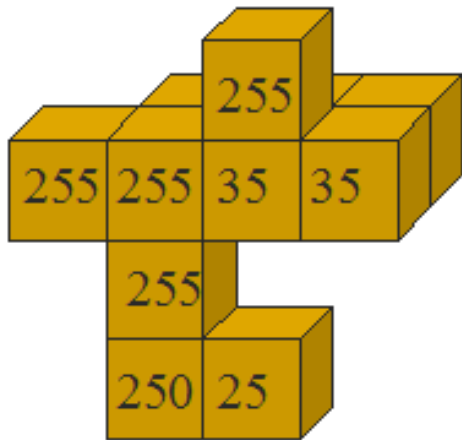
Matériaux transformés

Nouvelle surface \tilde{S}



Modèles volumiques : Surfaces implicites

Surfaces implicites discrètes

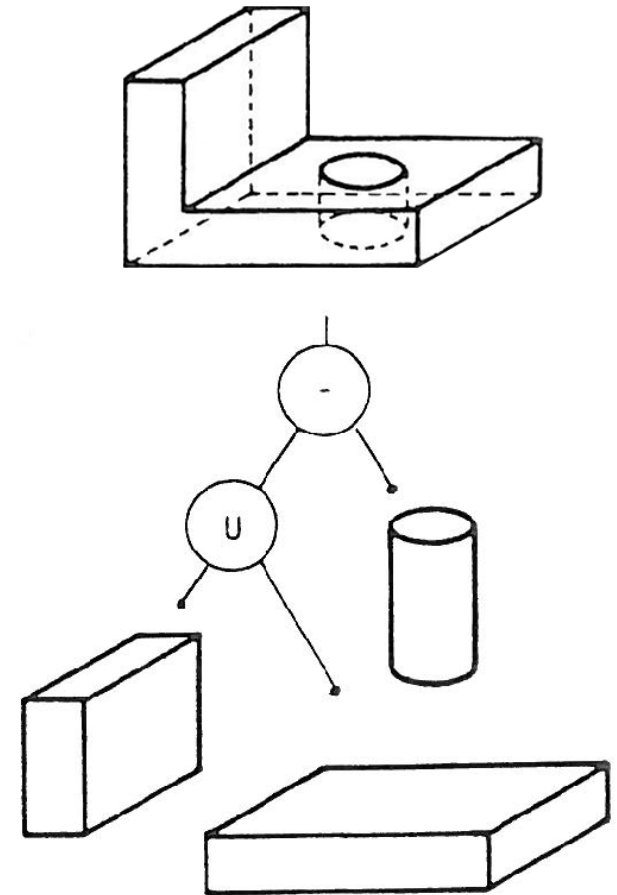


Composition arborescente de solides

- Ce formalisme est un des plus répandus actuellement. Il est généralement nommé par l'acronyme *CSG*, qui vient de son nom en anglais, *Constructive Solid Geometry*
- On dispose dans ce modèle d'un ensemble de primitives solides (parallélépipèdes, sphères, cylindres, cônes, ...), chaque famille ayant des paramètres spécifiant ses dimensions
- On dispose ces éléments dans l'espace à l'aide de transformations géométriques (translations et rotations) et d'un ensemble d'opérateurs de composition permettant de combiner des solides de base

Composition arborescente de solides

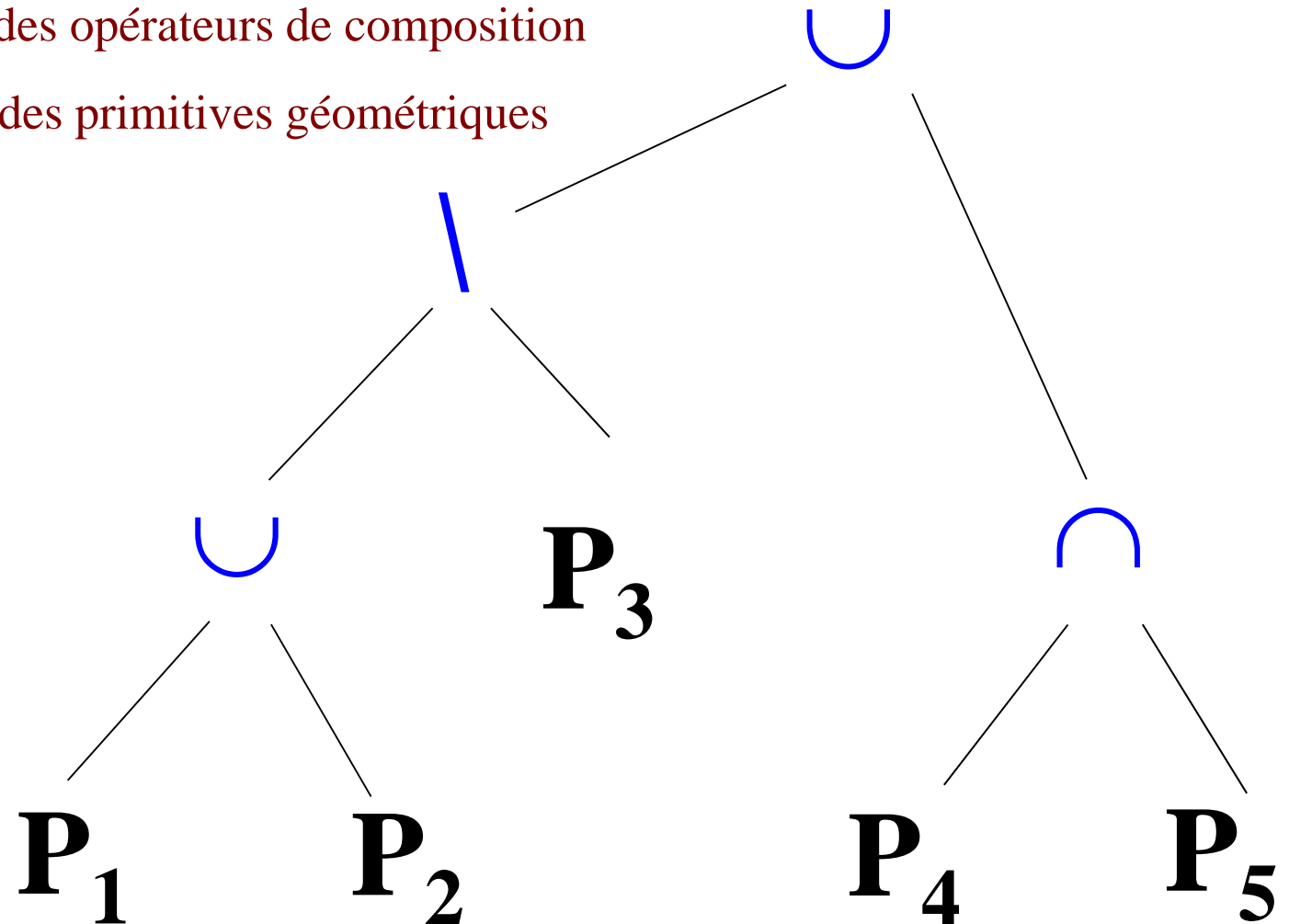
La représentation interne de l'objet construit suivant cette méthode est un arbre binaire (nommé *arbre CSG*)



Modèles volumiques : Arbres CSG

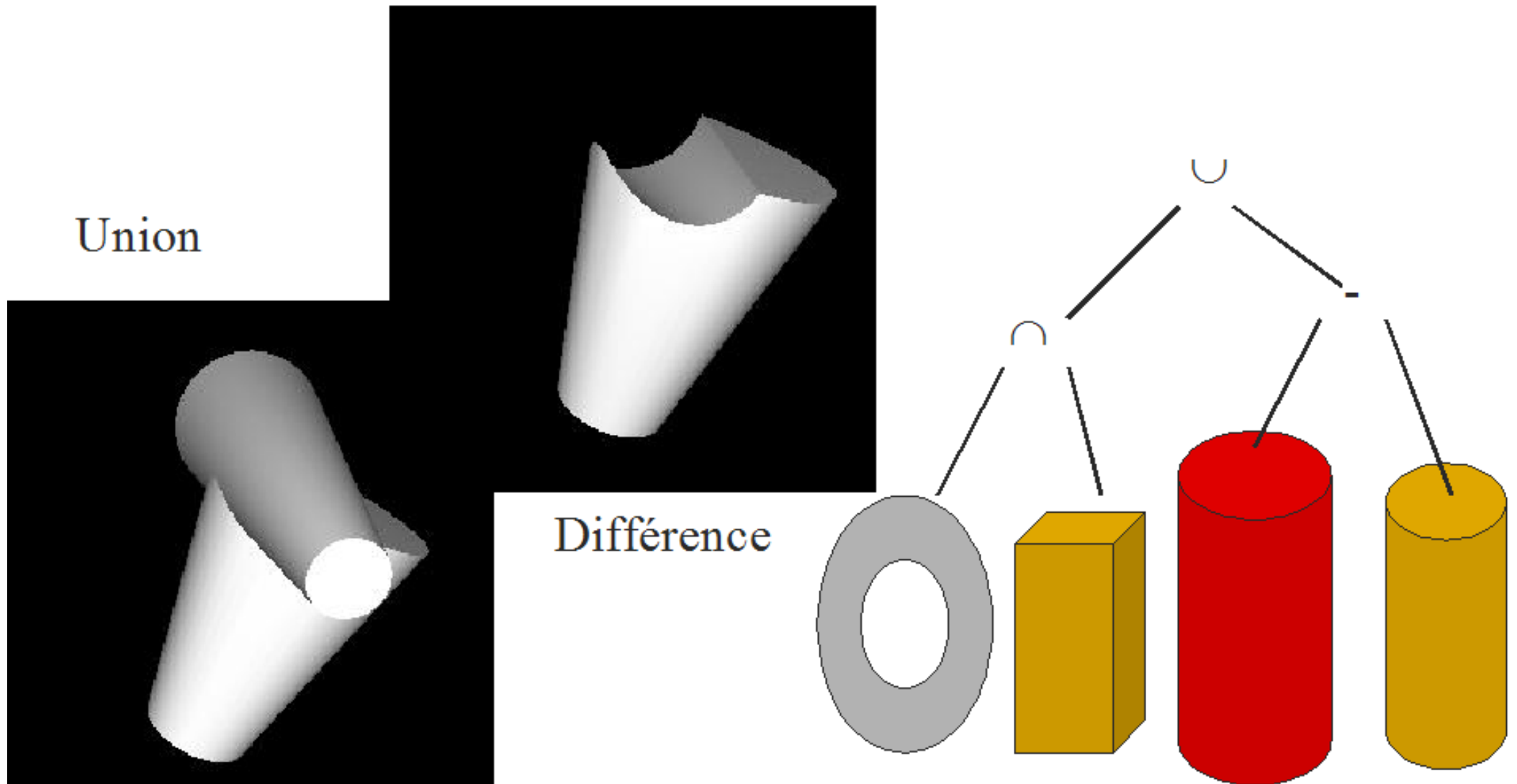
Constructive Solid Geometry : arbre de composition

- Les noeuds sont des opérateurs de composition
- Les feuilles sont des primitives géométriques



Modèles volumiques : Arbres CSG

Exemple avec 2 primitives :



CSG + Surfaces implicites

Modèle hiérarchique à squelette

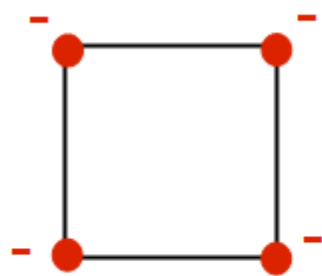
Combinaison de primitives dans un arbre de construction



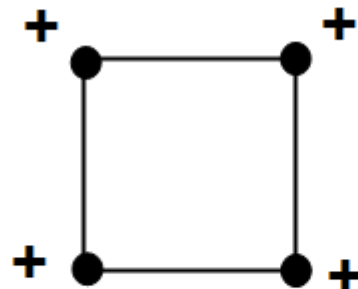
Passage du volumique vers surfacique

Algorithme du marching cube

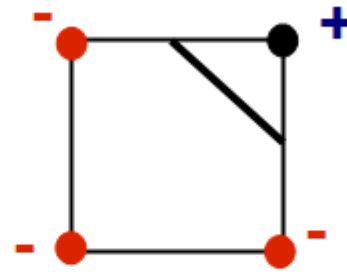
- Illustration en 2D



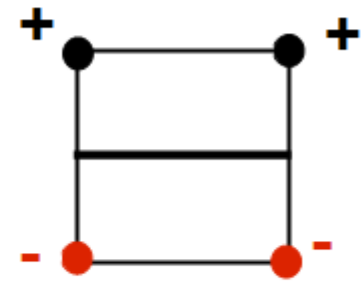
Non sécant



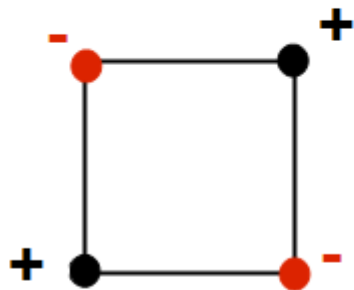
Non sécant



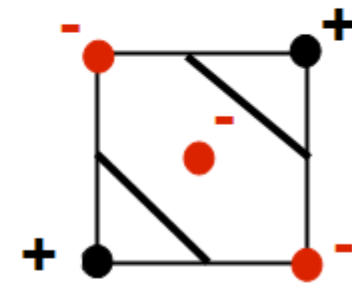
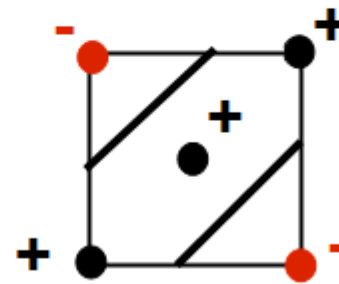
Sécant



Sécant

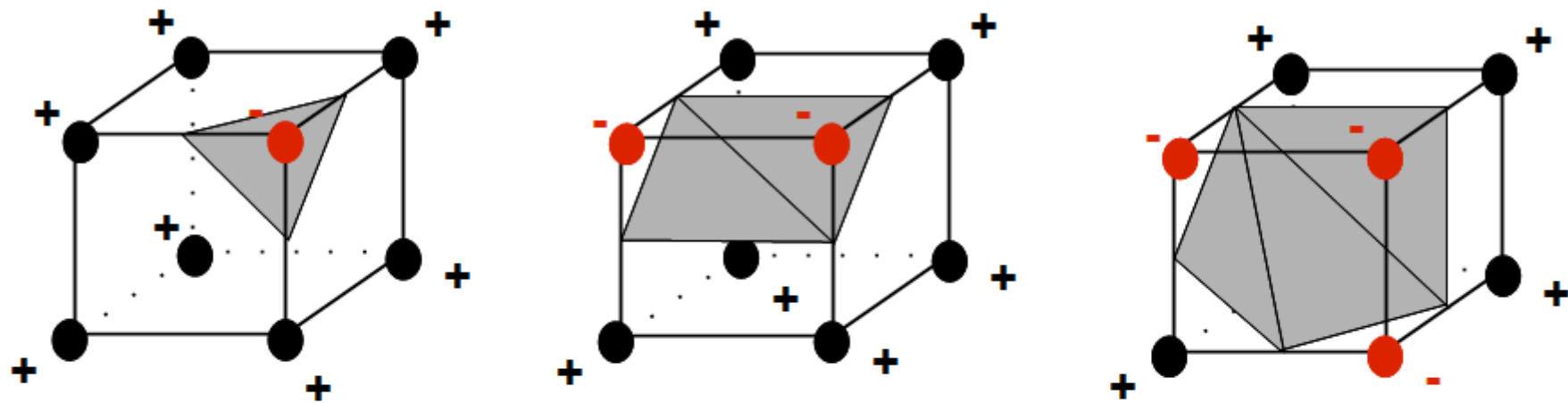


Sécant et indétermination

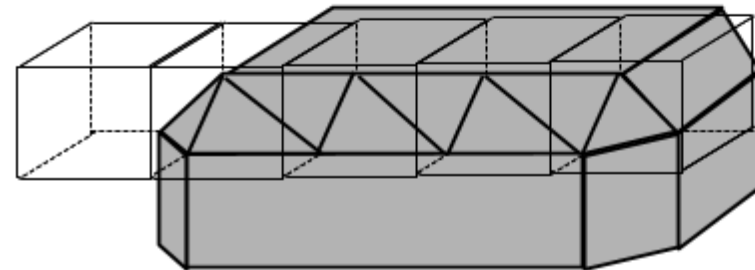
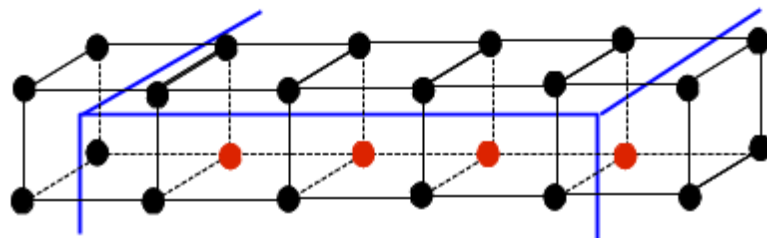


Passage du volumique vers surfacique

- En 3D, après exploitation des symétries, il reste 14 cas différents. Exemples :



- A partir d'un ensemble de cellules intersectant une surface, on obtient un maillage triangulaire de la surface.
- Problème des arêtes franches :

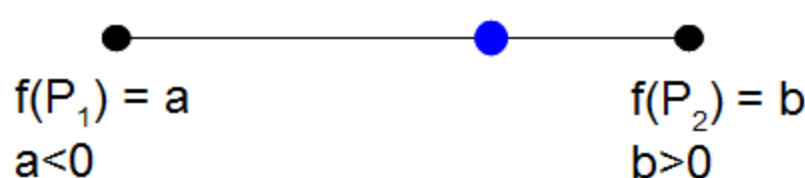


Extended marching cube

- Pour reconstruire correctement les arêtes, il existe des version étendues du marching cube [1]. En général, ces méthodes utilisent:

- Le calcul d'intersection entre une arête et la surface est effectué par interpolation linéaire:

$P? \text{ tel que } f(P) = 0$



$f(P_1) = a$
 $a < 0$

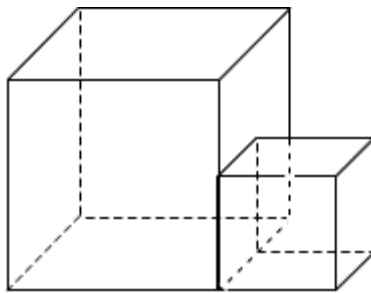
$f(P_2) = b$
 $b > 0$

$$P = \frac{b}{b-a} P_1 + \frac{-a}{b-a} P_2$$

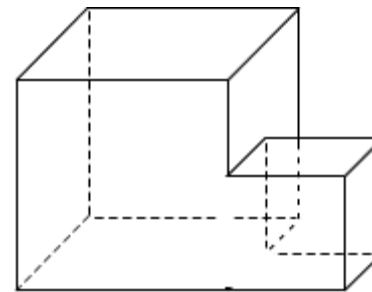
- La normale à la surface est évaluée aux points d'intersection
 - On maille le cube à partir des plans passant par les points d'intersection (ayant comme normale la normale à la surface au point)
- [1] L. Kobbelt et al. "Feature Sensitive Surface Extraction from Data Volume". SIGGRAPH 2001

Modèle B-rep

- Définition : B-Rep (Boundary Representation en anglais ou Représentation Frontière ou Représentation par les Bords en français)
- Technique de modélisation 3D géométrique des solides par les surfaces.
- Consiste à représenter la peau des objets géométriques en « cousant » des carreaux géométriques restreints, portés par des surfaces canoniques (en général des surfaces B-splines, des Bézier, des NURBS)



B-Rep quelconque



B-Rep Solide

Modèle B-Rep

- Représentation d'un tétraèdre sous forme de BRep

