

**Exercice 1 : (sur papier)**

Soit  $r$  un nombre strictement positif. On considère la surface paramétrée suivante :

$$\begin{cases} \sigma : [0,1] \times [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (s,t) \mapsto \sigma(s,t) = (r \sin(\pi t) \cos(2\pi s), r \sin(\pi t) \sin(2\pi s), r \cos(\pi t)) \end{cases}$$

- Quelle est la nature géométrique de la surface  $\sigma$  (indication : on pourra calculer la distance de  $\sigma(s,t)$  par rapport à l'origine  $O=(0,0,0)$ ).
- Calculer les dérivées partielles de  $\sigma$ , puis un vecteur normal à  $\sigma$ . Normaliser ce vecteur.

**Exercice II : Surface de Bézier construite par l'algorithme de Casteljau**

- Découverte de l'algorithme (sur papier)

Soient les points de contrôles suivants :

$$P_{0,0}=(0,0,0), P_{0,1}=(0,1,0), P_{0,2}=(0,2,0)$$

$$P_{1,0}=(1,0,0), P_{1,1}=(1,1,1), P_{1,2}=(1,2,1)$$

$$P_{2,0}=(2,0,0), P_{2,1}=(2,1,1), P_{2,2}=(2,2,1)$$

$$P_{3,0}=(3,0,0), P_{3,1}=(3,1,0), P_{3,2}=(3,2,0)$$

Soit  $\sigma$  la surface de Bézier ayant les points de contrôles  $P_{i,j}$  Pour  $i=0,1,2,3$  et  $j=0,1,2$ .

- Calculer  $\sigma(1/4, 1/2)$  par l'algorithme de Casteljau.
  - Soit  $Q_0$  la courbe de Bézier ayant  $P_{0,0}, P_{0,1}$  et  $P_{0,2}$  pour points de contrôles. Soit  $Q_1$  la courbe de Bézier ayant  $P_{1,0}, P_{1,1}$  et  $P_{1,2}$  pour points de contrôles. Soit  $Q_2$  la courbe de Bézier ayant  $P_{2,0}, P_{2,1}$  et  $P_{2,2}$  pour points de contrôles. Soit  $Q_3$  la courbe de Bézier ayant  $P_{3,0}, P_{3,1}$  et  $P_{3,2}$  pour points de contrôles. En utilisant à chaque fois l'algorithme de Casteljau pour les courbes, calculer  $Q_0(1/2), Q_1(1/2), Q_2(1/2), Q_3(1/2)$ . En déduire la position de  $\sigma(1/4, 1/2)$ .
- Ecrire un programme permettant de définir un carreau paramétrique avec l'algorithme de Casteljau

**Exercice III : Surface réglée**

Reprendre le TP sur les courbes de Bézier. Tracer ensuite deux courbes paramétriques. Pour un même  $u$ , relier les points des deux courbes afin d'obtenir une surface réglée.

**Exercice IV : Surface balayée**

Vous souhaitez construire un rail de sécurité sur le bord d'une route. Vous utiliserez pour cela un ensemble de courbes de Bézières pour modéliser la génératrice et la directrice. Sur la figure ci-dessous, une courbe sert de « profil » ; les autres courbes, mises bout à bout guident ce profil (qui reste pour simplifier toujours dans un même plan).

