Аппаратная надежность ИС

Отказ - событие, заключающееся в том, что система полностью или частично теряет свойство работоспособности

Аппаратный отказ - событие, при котором изделие утрачивает работоспособность и для его восстановления требуется проведение ремонта аппаратуры или замена отказавшего изделия на работоспособное

Основные типы отказов

Внезапный отказ. Причина - скрытые дефекты производства РЭС

Постепенный отказ. Возникает в результате износа и старения материалов

Основные характеристики надежности РЭС

- **Вероятность безотказной работы РЭС, P(t)** - вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ не возникает (наработка - это продолжительность или объем работы):

$$P(t) = P(T > t)\,, \qquad (1)$$

где **T** - случайное время работы объекта до отказа; **t** - заданная наработка.

- **Вероятность отказа, Q(t)** - вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта возникает:

$$Q(t) = 1 - P(t)\,, \qquad (2)$$

- ***Интенсивность отказов,* λ(t)** - условная плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемого объекта; показывает, <u>какая часть элементов выходит из строя в единицу времени по отношению к среднему числу исправно работающих элементов</u>

$$\lambda(t) = -\,[\,d\,P(t)/dt\,]\,/\,P(t) \qquad (3)$$

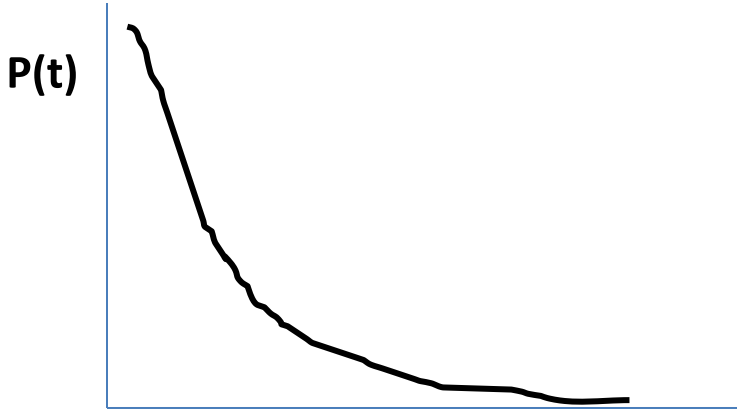
(см. соотнош (2) предыд. Лекции)

Справедливо также

$$P(t) = \exp\left[-\int \lambda(t)\, dt \right] \qquad (4)$$

В частном случае, когда **$\lambda(t) = const$**, *(4) представляет собой* экспоненциальный закон надежности.

По этому закону вероятность безотказной работы элементов (РЭС), обладающих интенсивностью отказов **λ**, убывает со временем по экспоненциальной кривой.



Такую кривую называют **функцией надежности**.

Позволяет определять, <u>с какой вероятностью РЭС или ИС способна выполнить задание, требующее определенной продолжительности безотказной работы</u>.

- **Средняя наработка до отказа, t_0**

(см соотнош (1) предыд лекции)

Если **λ** ***(t)*** *равна постоянной величине, то* ***$t_0 = 1/ \lambda$***

или **$\lambda = 1/ t_0$** - среднее число отказов в единицу времени.

Тогда

$$P(t) = \exp(- \lambda(t)) \quad (5)$$

Таким образом, для нормального периода эксплуатации системы интенсивность отказов остается постоянной и справедлива показательная модель надежности, время безотказной работы имеет экспоненциальный закон распределения.

Если ИС состоит из *n элементов, находящихся в нормальной эксплуатации и работающих в одинаковых условиях, и в ней за время t наблюдалось m отказов, то параметр потока отказов будет составлять:*

$$\omega = m/(n*t) \quad (6)$$

- **Достоверность функционирования ИС -** *это свойство производить безошибочно преобразование, хранение и передачу информации.*

Показатели достоверности - либо вероятность искажения, либо потери информации в одном знаке.

Примеры количественной оценки достоверности :

- вероятность ошибки при передаче данных по линиям связи составляет 10^{-3} - 10^{-5} на один знак;
- вероятность ошибки при хранении информации на машинном носителе составляет ок. 10^{-6}; в ОЗУ – ок. 10^{-8} - 10^{-12}
- вероятность ошибки в выходных данных ИС специального назначения не должна превышать 10^{-10} - 10^{-12} на один знак.
- **Функциональная надежность ИС** *- вероятность того, что ИС будет выполнять свои функции в течение заданного времени при наличии в системе дополнительных схем контроля (нп., корректир. кодов).*

Надежность сложных ИС

- Сложные ИС состоят из более простых элементов.
- В зависимости от характера влияния надежности элементов на надежность ИС различают два типа соединений элементов - *последовательное* и *параллельное*.
- ***Последовательное* - отказ любого элемента приводит к отказу системы в целом.**
- *Параллельное* - ***отказ системы наступает только при отказе всех ее элементов (отказ не наступает, если работоспособен хотя бы один элемент).***

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ

- Пусть ИС состоит из *n элементов, каждый из которых имеет определенные характеристики надежности:* $P_i(t)$, $Q_i(t)$, $\lambda_i(t)$, $t_{0\,i}$
- *Аналогичные показатели надежности всей ИС обозначим* через $P(t)$, $Q(t)$, $\lambda(t)$, t_0 ,
- *Можно получить следующие расчетные зависимости:*

вероятность безотказной работы ИС:

$$P(t) = P_1(t) * P_2(t) * \ldots P_n(t) = \Pi\,(P_i(t)) \qquad (7)$$

вероятность отказа системы :

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - \Pi\,(P_i(t)) = 1 - \Pi\,[1-(Q_i(t)] \qquad (8)$$

интенсивность отказов системы:

$$\lambda(t) = \sum \lambda_i(t) \qquad (9)$$

При $\lambda(t) = const = \lambda$ имеем $\lambda = \sum \lambda_i$ (10)

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ

Из определения параллельного соединения элементов вероятность отказа системы равна:

$$Q(t) = Q_1(t) * Q_2(t) * \ldots * Q_n(t) = \Pi\, Q_i(t) \qquad (11)$$

вероятность безотказной работы системы:

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \Pi\, Q_i(t) = 1 - [1 - P_i(t)]^n \approx 1 - (\lambda * t)^n \qquad (12)$$

При $\lambda(t) = const = \lambda$ имеем

среднюю наработку до отказа:

$$t_0 = (1/\lambda) \sum (1/i) \qquad (13)$$

Эти выражения позволяют сделать вывод о том, что при параллельном соединении элементов надежность системы выше, чем надежность составляющих ее элементов, а при последовательном – наоборот.

Пример 1. Система состоит из *n параллельно соединенных равнонадежных подсистем, вероятность безотказной работы каждой из которых* $P_i(t) = exp(-\lambda * t) = 0.9$.

Определить нужную кратность резервирования, чтобы вероятность безотказной работы системы была не ниже *P=0,99.*

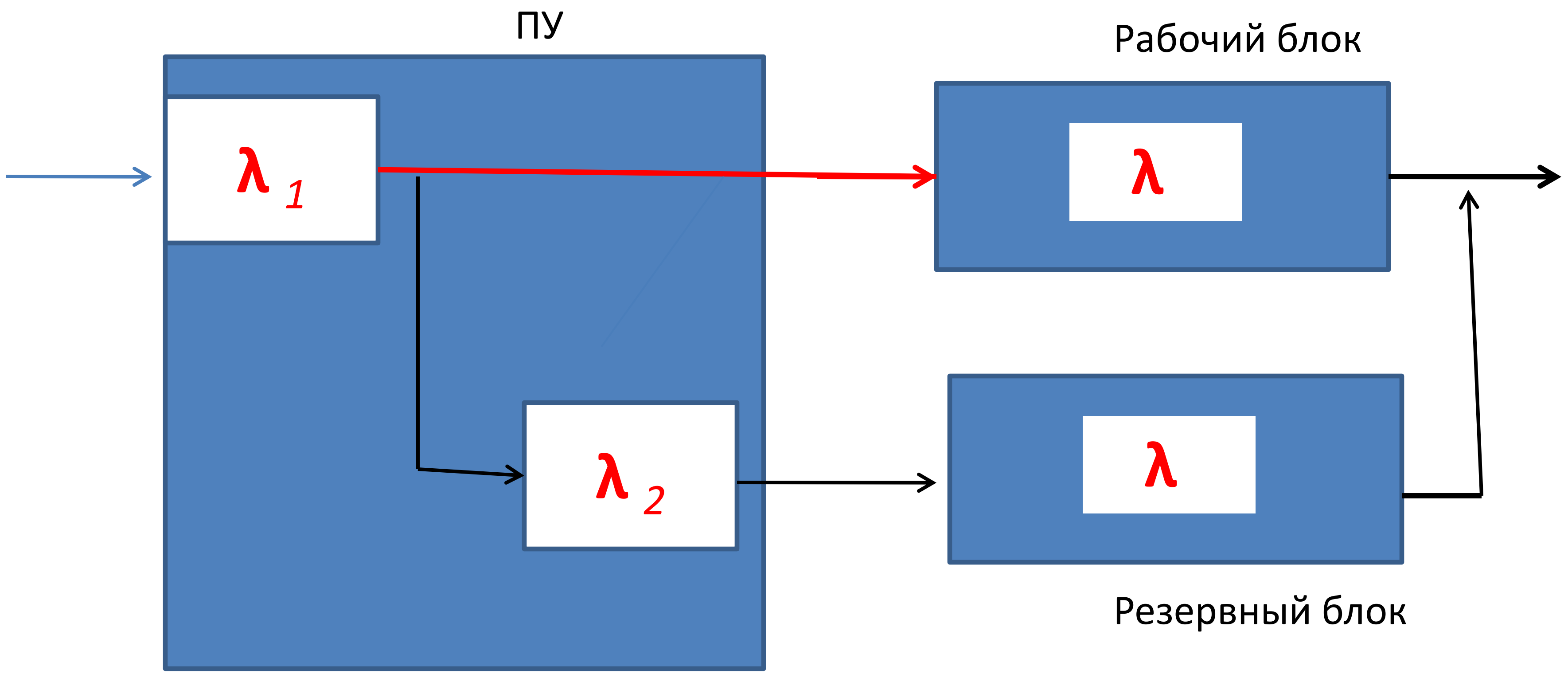
Решение. На основе (12): $P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \Pi Q_i(t) == 1 - [1-P_i(t)]^n$

С учетом условия $1 - [1-P_i(t)]^n \geq 0.99$ откуда $1 - 0.1^n \geq 0.99$ или $0.01 \geq 0.1^n$ откуда $n \geq log_{0.1} 0.01$ и $n \geq 2$.

Пример 2. ИС состоит из рабочего блока, блока, находящегося в нагруженном резерве и автоматического переключающего устройства (ПУ). Интенсивность отказов рабочего и резервного блоков: $\lambda = 10^{-2} 1/ч$. *Отказы ПУ могут быть двух видов: а) приводящие к нарушению работы всей ИС, с интенсивностью* $\lambda_1 = 10^{-4}$ $1/ч$; *б) приводящие к невозможности подключения резервного блока, с интенсивностью* $\lambda_2 = 10^{-2}$ $1/ч$.

Требуется определить вероятность безотказной работы устройства в течение наработки $t=2$ *ч*.

Решение. Составим логическую схему работоспособности устройства



Смешанное соед. элементов: последовательно-параллельное.

Система работает в ситуациях: 1. работает все

2. а) работает цепь $\boldsymbol{\lambda}_1$ - $\boldsymbol{\lambda}$ либо

б) работает цепь $\boldsymbol{\lambda}_1$ - $\boldsymbol{\lambda}_2$ - $\boldsymbol{\lambda}$

1. $P(t) = e^{-\lambda 1\ t}\{1 - [1 - e^{-\lambda t}] * [1 - e^{-(\lambda 2+ \lambda)t}]\} =$ (с учетом (12))

$= (1- \lambda_1 t) * \{1-[1 - 1 + \lambda t] *[1-1 + (\lambda_2 +\lambda) t] =$

$= (1 - \lambda_1 t) * [1 - \lambda t (\lambda_2 +\lambda) t] = (1 - \lambda_1 t) * [1 - \lambda (\lambda_2 +\lambda) t^2]$

Подставляем числовые значения в последнее соотношение:

$P(t) = (1- 2*10^{-4}) * (1 - 10^{-2}(2*10^{-2}) * 4) = 0.999$

2.

$P(t) = P_а(t) + P_б(t)$

....

Статистические методы исследований надежности

- Отказы изделий принадлежат к категории случайных событий

Случайное событие - это событие, которое может появиться или не появиться в результате данного опыта.

Вероятность случайного события - это количественная характеристика случайного события.

Случайные события, следующие одно за другим в некоторой последовательности, образуют **поток случайных событий**.

Простейший поток – ***пуассоновский****:* *его* параметры не меняются во времени.

Закон распределения случайной величины - соотношение между значениями случайной величины и их вероятностями.

Закон Пуассона. *Вероятность того, что на интервале времени* ***0..t*** *произойдет* ***n*** *случайных событий (отказов) определяется формулой*

$$P_n(t) = (\lambda t)^n * \exp(-\lambda t)/n! \qquad (14)$$

- **λt – среднее число отказов в период 0... t**
- Время между двумя соседними событиями (отказами) подчиняется экспоненциальному распределению с параметром **λ**, т.е. вероятность того, что на участке времени **τ** , следующего за одним из отказов, не появится ни одного отказа, равна:

$$P(t) = \exp(-\lambda\tau)\ . \qquad (15)$$

Пример 3. *Определить вероятность того, что за время $t = 100$ ч произойдет* 0-2 отказа, если $\lambda = 0{,}025$ 1/ч.

Решение 1) Среднее число отказов за время $t : a = \lambda t = 2{,}5$.

2) Вероятность отсутствия отказов $P_0(100) = \exp(-2{,}5) = 0{,}082$.

3) Вероятность одного отказа: $P_1(100) = ((2.5)^1/1)\exp(-2{,}5) = 0{,}205$

4) Вероятность двух отказов: $P_2(100) = ((2.5)^2/2)\exp(-2{,}5) = 0{,}256$.

Распределение Вейбулла. Модель распределения случайной величины, предложенная шведским ученым Вейбуллом.

Вероятность безотказной работы ИС за время **t**:

$$\mathbf{P(t) = \exp(-\lambda_0 t^{\alpha})}, \qquad (16)$$

где λ_0, α - параметры закона распределения

Функция плотности распределения времени до отказа:

$$\mathbf{f(t) = dP(t)/dt = \lambda_0 \alpha t^{(\alpha-1)} \exp(-\lambda_0 t^{\alpha})} \qquad (17)$$

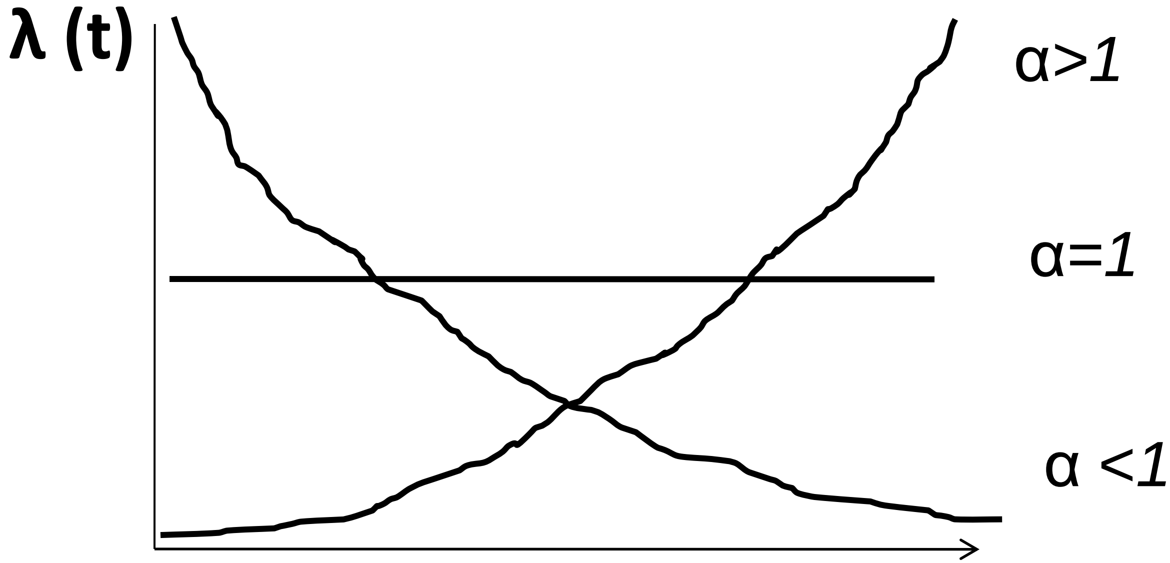
Интенсивность отказов:

$$\mathbf{\lambda(t) = f(t)/P(t) = \lambda_0 \alpha t^{(\alpha-1)}} \qquad (18)$$

Если $\alpha = 1$, то распределение Вейбулла совпадает с экспоненциальным распределением, для которого $\lambda = \lambda_0$.

Если $\alpha < 1$, интенсивность отказов – монотонно убывающая функция;

при $\alpha > 1$ интенсивность отказов - монотонно возрастающая функция



Обычно применяют значение **α = 0,2 ÷ 0,4** <u>для электронных устройств</u> с убывающей функцией интенсивности отказов и

α = 1,2 ÷1,4 - <u>для механических устройств</u> с возрастающей функцией интенсивности отказов

Пример 4. *Пусть вероятность безотказной работы ВС за время* ***t =1000*** *ч составляет* ***P(1000) = 0,99*** *. Составить прогноз вероятности безотказной работы этой* **же системы через 100000 ч** работы без обслуживания по экспоненциальной модели и модели Вейбулла

Решение. 1. <u>В случае выбора экспоненциальной модели</u> на основе (15) запишем: $P(1000) = \exp(-\lambda \cdot 10^3)$ *, откуда определим* интенсивность отказов ВС: $0{,}99 = \exp(-\lambda \cdot 10^3)$ *;*

Пролагарифмируем обе части: $\ln 0{,}99 = \ln(\exp(-\lambda \cdot 10^3))$*;*

Откуда находим:

$$\lambda = \ln 0{,}99 / 10^3 \approx 10^{-5} \ 1/ч$$

Прогнозируемая вероятность безотказной работы через 10^5 часов (на основе (15)):

$$P(10^5) = \exp(-10^{-5} \cdot 10^5) = \exp(-1) = 0.37$$

2. В случае выбора модели Вейбулла примем **α =0.5** на основе (16) :

$$P(1000) = \exp(-\lambda_0 (1000)^{1/2}) = \exp(-\lambda_0 * 31.62)$$

Прологарифмировав обе части, получим

$$\lambda_0 = \ln 0{,}99 / 31.62 = 0.000318$$

Прогнозируемая вероятность безотказной работы через 10^5 ч:

$$P(10^5) = \exp(-0.000318 * (10^5)^{1/2}) = 0{,}904$$

Следовательно, прогнозируемые показатели надежности работы объекта зависят от правильно выбранной модели.

Выбор модели надежности – сложная научно-техническая задача. Она решается методами математической статистики, если имеется большой статистический материал об отказах исследуемой системы.

В случае приближенных оценок выбирается экспоненциальная модель

Марковский процесс

Марковский процесс - для каждого момента времени вероятность любого состояния объекта в будущем зависит только от состояния объекта в данный момент

Необходимое условие - **экспоненциальное распределение** времени работы до отказа и времени восстановления работоспособности.

Важнейшая числовая характеристика - вероятность перехода объекта в то или иное состояние за заданный промежуток времени.

На основе этого определяется вероятность каждого состояния объекта

Уравнения для определения вероятностей каждого из состояний марковского процесса в рассматриваемом объекте (дифференциальные уравнения А.Н. Колмогорова) записываются на основе графа состояний объекта

Процессы гибели и размножения

Среди всех процессов, используемых теории надежности и в теории массового обслуживания (при принятии решений - в том числе) особое место занимают процессы гибели и размножения (такими процессами описывают изменение численности в биологических популяциях) .

Анализ случайных процессов с дискретными состояниями обычно проводится с помощью **графа состояний и переходов (ГСП).**

Пусть имеется система ***S*** с ***n*** дискретными состояниями:

$S_0, S_1, \ldots S_{n-1}$

Каждое состояние изображается прямоугольником, а возможные переходы (“перескоки”) из состояния в состояние — стрелками, соединяющими эти прямоугольники.

Примером составления уравнений для нахождения предельных вероятностей могут служить процессы **гибели и размножения** (**перехода системы в состояние отказа или обратно**) **,** ГСП для которых имеет вид

$$S_0 \rightleftarrows S_1 \rightleftarrows S_2 \; \ldots..$$

В стационарных условиях для каждого состояния интенсивность потока, втекающего в данное состояние, должна равняться интенсивности потока, вытекающего из данного состояния.

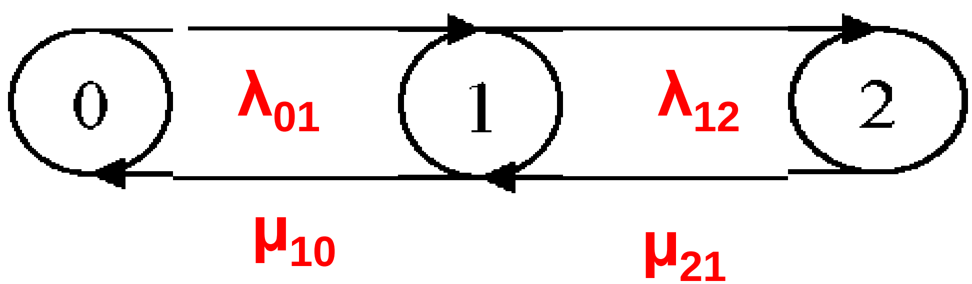
Задача. *Техническое устройство состоит из* ***n*** *одинаковых узлов, каждый из которых может выходить из строя (отказывать). Отказавший узел немедленно начинает восстанавливаться.*

Требуется найти <u>предельные вероятности</u> наступления определенных событий (наступления определенных состояний системы).

Пример 5. Имеем ИС из 3-х ПК

- ИС может находиться в состояниях **0, 1 и 2**
- Состояние 0 - оба ПК работоспособны;
- состояние 1 - один из ПК находится в отказовом состоянии; состояние 2- оба ПК находятся в состоянии отказа.
- Из ***i-го*** состояния в ***j-е*** объект переходит с постоянной интенсивностью λ_{ij} , обратно - с постоянной интенсивностью μ_{ji} .

б)



Граф состояний ИС

Уравнения для определения вероятностей каждого из состояний объекта (дифференциальные уравнения А.Н. Колмогорова):

$$
\begin{aligned}
&dP_0/dt = -\lambda_{01} P_0(t) + \mu_{10} P_1(t) \\
(19)\quad &dP_1/dt = -(\lambda_{12} + \mu_{10})P_1(t) + \lambda_{01} P_0(t) + \mu_{21} P_2(t) \\
&dP_2/dt = -\mu_{21} P_2(t) + \lambda_{12} P_1(t)
\end{aligned}
$$

В практике расчетов надежности систему уравнений Колмогорова можно получить непосредственно по виду графа состояний объекта, если пользоваться следующими правилами:

1. **Для каждого из возможных состояний объекта записывается уравнение, в левой части которого *dP_t / dt*, а в правой - столько слагаемых, сколько стрелок графа соприкасаются с данным состоянием**;
2. **Если стрелка направлена в данное состояние, то перед слагаемым ставится знак плюс, если стрелка направлена из данного состояния - знак минус**;

3. **Каждое слагаемое равно произведению интенсивности перехода из данного состояния (либо в данное состояние) на <u>вероятность состояния, из которого выходит стрелка.</u>**

Решение системы (19) можно получить по известным правилам решения системы ДУ.

Если учесть, что рассматривается стационарный марковский процесс, для которого $dP_t(t) = 0$ (<u>вероятности состояний не меняются с течением времени</u>), то (19) перепишем так:

$$0 = -\lambda_{01} P_0 + \mu_{10} P_1$$

$$(20) \quad 0 = -(\lambda_{12} + \mu_{10})P_1 + \lambda_{01} P_0 + \mu_{21} P_2$$

$$0 = -\mu_{21} P_2 + \lambda_{12} P_1$$

а также

$$(21) \quad 1 = P_0 + P_1 + P_2$$

где последнее уравнение **P = 1** называется нормировочным условием

Из первого уравнения (20) находим:

(22) $$\lambda_{01} P_0 = \mu_{10} P_1.$$

Второе уравнение можем представить в виде:

$$(\lambda_{12} + \mu_{10})P_1 = \lambda_{01} P_0 + \mu_{21} P_2$$

или

$$\lambda_{12} P_1 + \mu_{10} P_1 = \lambda_{01} P_0 + \mu_{21} P_2$$

С учетом (22):

$$\lambda_{12} P_1 + \mu_{10} P_1 = \mu_{10} P_1 + \mu_{21} P_2$$

Т.е. $$\lambda_{12} P_1 = \mu_{21} P_2$$

Продолжив аналогичные рассуждения, можно в общем случае записать:

(23) $$\lambda_{k(k+1)} P_k = \mu_{(k+1)k} P_{(k+1)}.$$

Откуда следует:

(24) $$P_{(k+1)} = (\lambda_{k(k+1)} / \mu_{(k+1)k}) P_k ,$$

где **k=0,1, ….,n** (для нашего примера)

Вернемся к примеру 5.

Из (24) следует:

(25) $$P_1 = (\lambda_{01}/\mu_{10})P_0,$$

(26) $$P_2 = (\lambda_{12}/\mu_{21})P_1 = (\lambda_{12}/\mu_{21})(\lambda_{01}/\mu_{10})P_0$$

или с учетом нормирования ($P_0 + P_1 + P_2 = 1$) :

$$P_0 + (\lambda_{01}/\mu_{10})P_0 + (\lambda_{12}/\mu_{21})(\lambda_{01}/\mu_{10})P_0 = 1$$

(27) $$P_0((1 + (\lambda_{01}/\mu_{10}) + (\lambda_{12}/\mu_{21})(\lambda_{01}/\mu_{10})) = 1$$

Из (27):

(28) $$P_0 = 1/((1 + (\lambda_{01}/\mu_{10}) + (\lambda_{12}/\mu_{21})(\lambda_{01}/\mu_{10}))$$

После этого из (25) и (26) легко находим P_1 и P_2

Пусть λ_{01} и λ_{12} - интенсивности потоков отказов ПК;
μ_{10} и μ_{21} - интенсивности потоков восстановлений ПК.

Пусть среднее время безотказной работы каждого компьютера $t_р$ составляет **1 год**, а среднее время восстановления $t_в$ одного компьютера - **2 суток**.

Тогда интенсивность отказов одного компьютера λ будет равна
$\lambda=1/ t_р = 1/1год=1/365\ (1/сут)$,
а интенсивность восстановления одного компьютера -
$\mu =1/t_р = 1/2сут=1/2\ (1/сут)$.

В состоянии **0** работают оба компьютера, следовательно:

$\lambda_{01} = 2\lambda = 2/365$ **(1/сут),**

В состоянии **1** работает один компьютер, следовательно:

$\lambda_{12} = \lambda = 1/365$ (1/сут),

В состоянии **1** восстанавливается один компьютер, следовательно:

$\mu_{10} = \mu = 1/2$ (1/сут),

В состоянии **2** восстанавливаются два компьютера, следовательно:

$\mu_{21} = 2\mu = 2*1/2 = 1$(1/сут).

Вероятность состояния **0**, когда оба ПК исправны (см (28)):

$$P_0 = 1/((1 + (\lambda_{01}/\mu_{10}) + (\lambda_{12}/\mu_{21})(\lambda_{01}/\mu_{10})) =$$
$$= 1/((1 + (2/365 / ½) + (1/365 /1)(2/365 / ½)) =$$
$$= 1/(1 + 0{,}01096 + 0{,}00003) = 0{,}98913$$

Рассчитать самостоятельно вероятности P_0 и P_1

Задание.

Компьютерная программа может работать в 4-х режимах:

1- работает в соответствии с алгоритмом,

2- проявилась <u>несущественная ошибка</u>, которая быстро устраняется,

3 – проявилась <u>существенная ошибка (</u>влечет снижение эффективности работы ПО), для обнаружения и устранения которой требуется определенное время,

4 – проявилась критическая ошибка (с высокой вероятностью влечет за собой прекращение функционирования ПО – его отказ).

Составить граф состояний и переходов ПО, **задать значения интенсивностей переходов и рассчитать вероятности состояний.**