

# Problem 2 – Widmo dysku akrecyjnego

Uliana Pylypenko

Maj 2023

## 1 Wstęp

Akrecja – to proces opadania materii na ciało niebieskie w wyniku działania grawitacji. Wiąże się z tym uwolnienie dużej ilości energii w postaci promieniowania elektromagnetycznego. Akrecja może zachodzić na przykład na młodych obiektach gwiazdowych, w ciasnych układach podwójnych albo na obiektach zwartych. W szczególności uważane jest, że akrecja na supermasywne czarne dziury w centrach galaktyk powoduje powstanie aktywnych jąder galaktyk. Wokół dysku akrecyjnego znajduje się obszar nazywany koroną. Składa się ona z wysokoenergetycznych jonów i elektronów. Jest to obszar o wyższej temperaturze i większej turbulencji niż sam dysk akrecyjny.

Problem polegał na wyznaczeniu widma dysku akrecyjnego wokół czarnej dziury o masie  $M = 10M_{\odot}$ , otoczonego koroną o temperaturze  $T_c \approx 3.5 \cdot 10^9 K$ , co odpowiada energii 300 keV. Wewnętrzny i zewnętrzny promień dysku akrecyjnego – to odpowiednio  $R_{in} = 20 \frac{GM}{c^2}$  i  $R_{out} = 1000 \frac{GM}{c^2}$ . Zakładamy, że dysk ten można opisać jak prosty, optycznie gruby dysk Keplerowski, a koronę – jak sferyczną chmurę jonów i elektronów o promieniu  $R_{out}$  i grubości optycznej na rozpraszanie na swobodnych elektronach  $\tau \in \{0.01, 0.1, 1\}$ . Zakładamy termiczny rozkład energii elektronów w koronie. Także wiemy, że  $\eta = 0.01$ , więc możemy wyznaczyć tempo akrecji:

$$\dot{M} = \frac{L_{Edd}}{\eta c^2}, \quad (1)$$

gdzie

$$L_{Edd} = \frac{4\pi G m_p M c}{\sigma_T} \quad (2)$$

W takim układzie każdy infitezymalnie cienki pierścień dysku promieniuje jak ciało doskonale czarne o odpowiedniej temperaturze. Największa temperatura odpowiada promieniowi wewnętrznemu  $R_{in}$ . Wypromieniowane fotony oddziałują z elektronami korony i są komptonizowane. Także elektrony korony oddziałują z jonami i powstaje promieniowanie hamowania (Bremmstrahlung). Zatem przy rozwiązaniu problemu należało uwzględnić te trzy mechanizmy promieniowania.

## 2 Rozwiązanie

### 2.1 Promieniowanie dysku

Promieniowanie każdego pierścienia dysku jest opisane prawem Plancka:

$$B_{\nu}(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT(R)}} - 1} \quad (3)$$

Zależność temperatury dysku od promienia:

$$T(R) = T_p \left( \frac{R_{in}}{R} \right)^{\frac{3}{4}} \left[ 1 - \left( \frac{R_{in}}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{4}}, \quad (4)$$

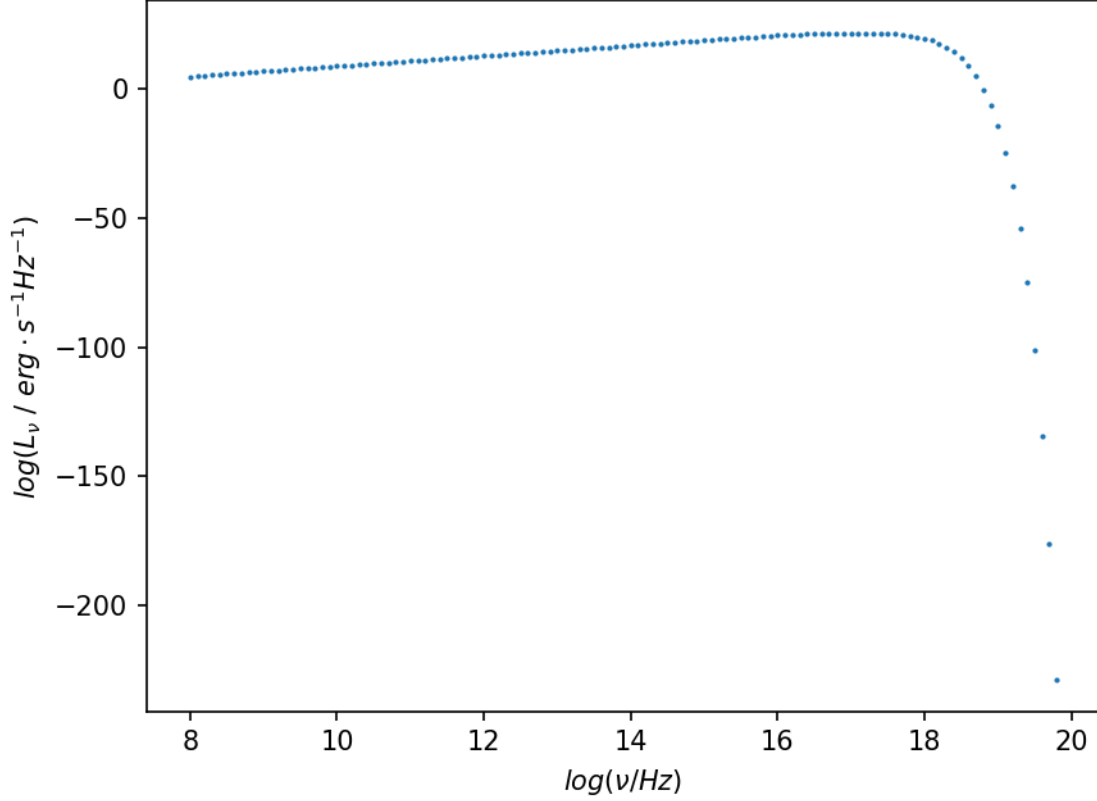
Temperatura powierzchniowa  $T_p$  wynosi:

$$T_p = \left( \frac{3GM\dot{M}}{8\pi R_{in}^3 \sigma_{SB}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5)$$

Żeby otrzymać widmo dysku należy scałkować wyrażenie 3 po promieniu:

$$L_{\nu,d} = \int_{R_{in}}^{R_{out}} B_{\nu}(\nu, T(R)) \cdot 2\pi R^2 dR \quad (6)$$

Widmo pochodzące od dysku wygląda jak na rys. 1.



Rysunek 1: Widmo pochodzące od dysku

Dla częstotliwości  $< \sim 10^{18}$  Hz mamy  $L_{\nu,d} \sim \nu^2$ . Odpowiada to części widma promieniowania ciała doskonale czarnego (Rayleigh-Jeans tail). Dla wyższych częstotliwości widmo wykładniczo spada. Granica ta odpowiada maksymalnej energii fotonów (z wewnętrznej części dysku):  $h\nu_{max} \approx kT(R_{in})$ .

## 2.2 Promieniowanie hamowania

Promieniowanie hamowania – to promieniowanie, które powstaje, kiedy ładunek jest hamowany w polu innego ładunku. W naszym przypadku promieniają elektrony, oddziałujące z polem jonów w koronie. W tym przypadku emisyjność dana jest wzorem w jednostkach cgs:

$$\epsilon_{\nu}^{ff} = 6.8 \times 10^{-27} Z^2 n_e^2 g_{ff} T^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{h\nu}{kT}} \quad (7)$$

Gęstość elektronów otrzymujemy z głębokości optycznej korony:

$$n_e = \frac{\tau}{\sigma_T R_{out}} \quad (8)$$

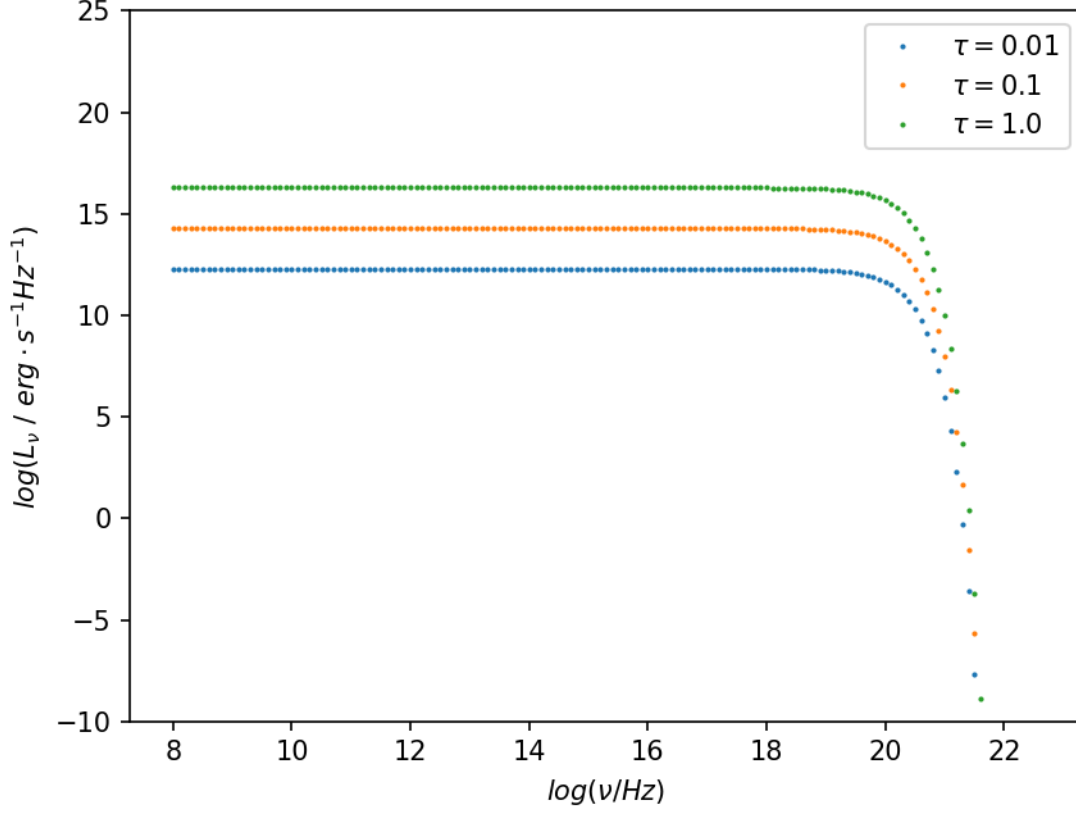
Dla danych wartości  $\tau$  mamy  $n_e \in \{10^{13}, 10^{14}, 10^{15}\} \text{cm}^{-3}$ .

Żeby otrzymać jasność promieniowania hamowania korony, należy pomnożyć emisyjność przez objętość korony:

$$L_{\nu,B} = \epsilon_{\nu}^{ff} \cdot V, \quad (9)$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R_{out}^3 \quad (10)$$

W wyniku mamy widmo z rysunku 2.



Rysunek 2: Widmo promieniowania hamowania

W tym przypadku jasność jest stała dla częstotliwości  $< \sim 10^{20}$  Hz. Im większa jest grubość optyczna korony, tym większa jasność w tym zakresie, i to ma sens, bo mamy wtedy więcej elektronów, które mogą promieniować. Częstotliwość  $\sim 10^{20}$  Hz odpowiada średniej energii elektronu w koronie:  $h\nu_{max} \approx kT_c$ .

### 2.3 Komptonizacja

Komptonizacja – to proces, w którym fotony rozpraszają się na elektronach i zmieniają swoją energię. W naszym przypadku mówimy konkretnie o odwrotnym efekcie Comptona, czyli rozpraszaniu miękkich fotonów na energetycznych elektronach, wskutek czego fotony zyskują energię, a elektrony ją tracą.

Emisyjność promieniowania komptonizowanego jest dana wzorem:

$$j_{\epsilon 1} = \frac{3c\sigma_T\epsilon_1}{16\pi} \int_{\epsilon} d\epsilon \frac{n(\epsilon)}{\epsilon} \int_{\gamma} d\gamma F_c(x) \frac{N_{\gamma}}{\gamma^2} \quad (11)$$

Tutaj  $\epsilon$  - energia fotonu przed rozproszeniem,  $\epsilon_1$  - po rozproszeniu. Funkcja  $F_c(x)$  ma postać:

$$F_c(x) = 1 + x - 2x^2 + 2x \ln x, \quad x = \frac{\epsilon_1}{4\gamma^2\epsilon} \quad (12)$$

Rozkład energii fotonów:

$$n(\epsilon) = \frac{L}{4\pi R_{out}^2} \frac{1}{hx\epsilon} \quad (13)$$

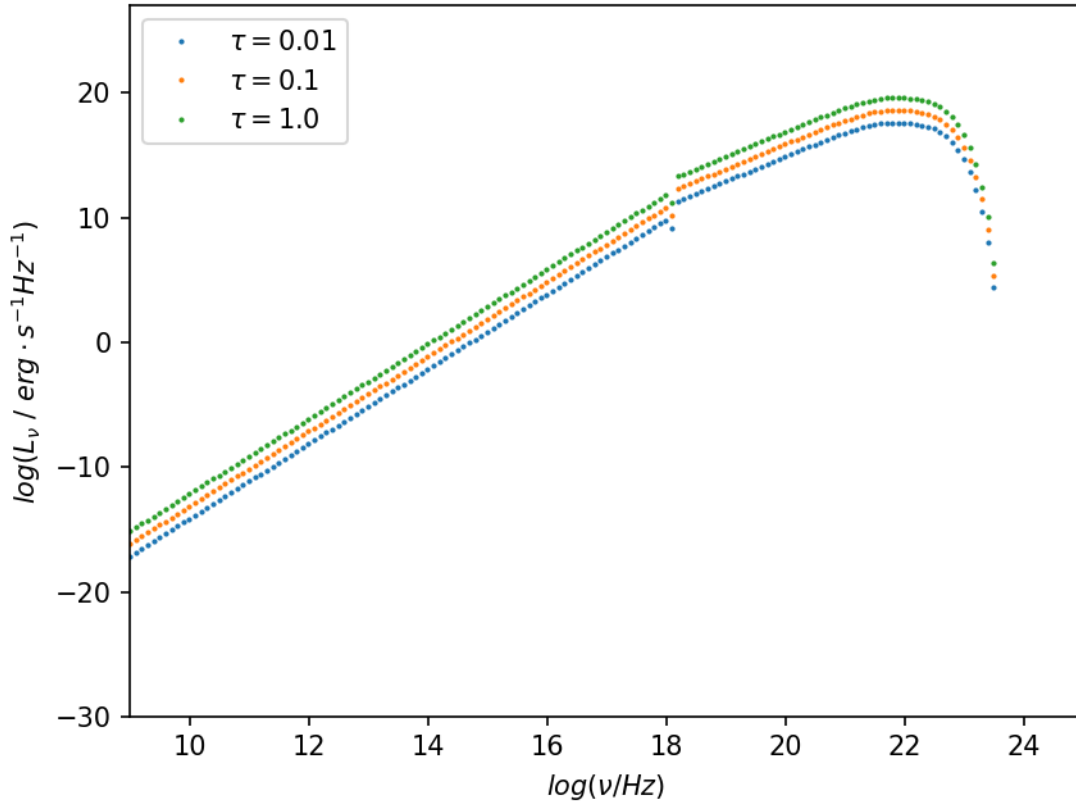
Rozkład energii elektronów – to rozkład Maxwella, w którym podstawiono  $v^2 = c^2 \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)$ :

$$N_\gamma d\gamma = \frac{4\pi c^3}{\gamma^3} \left(\frac{m_e}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{m_e c^2}{2kT} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)\right) \quad (14)$$

Podobnie jak z promieniowaniem hamowania, emisyjność mamy pomnożyć przez objętość korony:

$$L_{\nu,C} = j_{e1} \cdot V \quad (15)$$

Widmo komptonizacji jest przedstawione na rys. 3



Rysunek 3: Widmo fotonów komptonizowanych

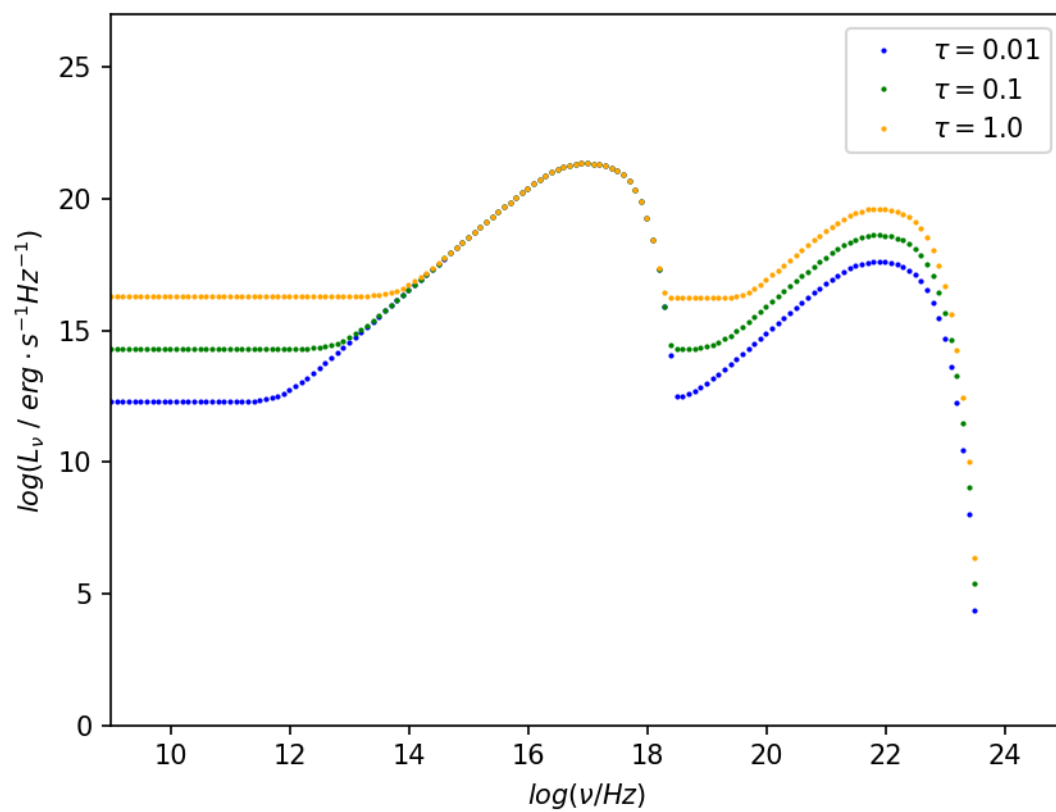
### 3 Wyniki

Widmo dysku i korony jest sumą wkładów promieniowania dysku, promieniowania hamowania i promieniowania komptonizowanego:

$$L_\nu = L_{\nu,d} + L_{\nu,B} + L_{\nu,C} \quad (16)$$

Jest ono pokazane na rysunku 4.

Dla częstotliwości  $\sim 10^{12} - 10^{14} \text{ Hz}$  dominuje wkład od promieniowania hamowania (poniżej zakresu ultrafioletowego). Dalej do częstotliwości  $\sim 10^{18}$  największy jest wkład od dysku (od zakresu ultrafioletowego po rentgenowski). Dla największych częstotliwości dominuje Komptonizacja (od zakresu rentgenowskiego do gamma). Dla dużej grubości optycznej widać także wkład promieniowania hamowania dla częstości  $\sim 10^{19}$ .



Rysunek 4: Widmo dysku i korony

## 4 Fragmenty kodu

```
1 def T(R):
2     T0 = ((3*G*MBH*M_dot) / (8*pi*rin**3*sigmab))**0.25
3     return T0*(rin/R)**(3/4)*(1-sqrt(rin/R))**(1/4)
4
5 def BB(R,v):
6     const = (8*pi*h)/c**2
7     return (const* v**3 * R) / (exp((h*v)/(k*T(R))) -1)
8
9 v = np.arange(8,27,0.1, dtype=float)
10 L = np.empty(len(v))
11
12 for ind, freq in enumerate(v):
13     integral = quad(BB, rin, rout, args=(10**freq))
14     L[ind] = integral[0]
```

Listing 1: Obliczenie widma dysku

```
1 taus = np.array([0.01,0.1,1.])
2
3 V = (4/3)*pi*rout**3
4 Bremsstrahlung = []
5 nes = taus/(sigmat*rout)
6 for ind,tau in enumerate(taus):
7     brems = 6.8e-38*nes[ind]**2*np.power(Tcor,-0.5)*gff*exp(-(h*10**v)/(k*Tcor))
8     Bremsstrahlung.append(brems*V)
```

Listing 2: Obliczenie widma promieniowania hamowania

```
1 def x(en, en1, y):
2     return en1/(4*y**2 * en)
3
4 def Fc(en, en1, y):
5     if(x(en, en1, y) > 1):
6         return 0
7     else:
8         return 1 + x(en, en1, y) - 2*x(en, en1, y)**2 + 2*x(en, en1, y)*np.log(x(en,
9         en1, y))
10
11 def N_y(y):
12     return 4*pi*c**3*(me/(2*pi*k*Tcor))**1.5 * sqrt(1-1/y**2)/y**3 * exp(((me*c**2)
13     /(2*k*Tcor))*(1-1/y**2))
14
15 def nphot(en, ind):
16     return (L[ind]/(4*np.pi*rout**2))/(h*en*c )
17
18 def int_y(y, en, en1):
19     return Fc(en, en1, y) * N_y(y)/y**2
20
21 def int_v(en, en1, ind):
22     integral_y = quad(int_y, 1, 3, args=(en,en1))
23     return nphot(en, ind)/en * integral_y[0]
24
25
26 v1 = np.arange(8, 27, 0.1, dtype=float)
27
28 V = 4/3 * np.pi * rout**3
29
30 Compton = []
31
32 for ind0,ne in enumerate(nes):
33     emissivity = np.zeros(v1.shape)
34     for ind,freq in enumerate(v1):
35         integral_v = quad(int_v, 10**3, 10**22, args=(10**freq, ind))
36         emissivity[ind] = integral_v[0] * (3 * c * sigmat * 10**freq)/(16*np.pi) * ne
37         * h * V
38
39 Compton.append(emissivity)
```

Listing 3: Obliczenie widma komptonizacji

## Literatura

- [1] <https://www.astronomy.ohio-state.edu/ryden.1/ast825/ch10.pdf>
- [2] S.L. Shapiro, S.A. Teukolsky, "Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars"
- [3] G.B. Rybicki, A.P. Lightman, "RADIATIVE PROCESSES IN ASTROPHYSICS"
- [4] [https://www.camk.edu.pl/pl/media/uploads/studia\\_doktoranckie/camk\\_lectspring2015.pdf](https://www.camk.edu.pl/pl/media/uploads/studia_doktoranckie/camk_lectspring2015.pdf)