Logique pour l'Informatique 2021-22 — 15 décembre 2021

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

Noircir les cases correspondant à votre **numéro étudiant**

Nom et prénom :. . . . .

Pour chacune des questions du QCM, cocher l'une des deux cases `Vrai` ou `Faux` suivant si l'affirmation est vraie ou fausse. Sauf indication contraire, une bonne réponse rapporte $\frac{1}{4}$, une mauvaise réponse retire $\frac{1}{8}$ point.

Notations. Dans ce QCM, a est une constante d'objet, g est une fonction binaire, f est une fonction unaire, Q est une variable propositionnelle (symbole de prédicat sans argument), P, P_1 et P_2 sont des symboles de prédicat unaires, R est un symbole de prédicat binaire, x, y et z sont des variables.

Questions

Deux formules A et B sont égales (noté) $A = B$ si elles sont représentées par le même arbre (le nom des variables liées peut être différent).

- $\forall x, P_1(x) \Rightarrow P_2(x) \wedge Q = \forall x, (P_1(x) \Rightarrow (P_2(x) \wedge Q))$ ☐Vrai ☐Faux
- $\forall x, \exists y, R(x, y) = \exists y, \forall x, R(x, y)$ ☐Vrai ☐Faux

Deux formules A et B sont équivalentes (noté $A \equiv B$) si elles sont vraies dans les mêmes interprétations.

- $\neg\exists x, (P_1(x) \Rightarrow P_2(x)) \equiv \forall x, (P_1(x) \wedge \neg P_2(x))$ ☐Vrai ☐Faux
- $\forall x, P_1(x) \Rightarrow P_2(x) \equiv \forall x, \neg P_1(x) \Rightarrow \neg P_2(x)$ ☐Vrai ☐Faux
- $\exists x, (P_1(x) \vee P_2(x)) \wedge P_1(x) \equiv \exists x, P_1(x)$ ☐Vrai ☐Faux

Soit $\mathcal{E}$ l'ensemble des axiomes de la théorie de l'égalité pour la signature, $\mathcal{E} \models A$ signifie que A est vraie dans toute interprétation qui rend vraie les formules de $\mathcal{E}$.

- $\mathcal{E} \models \forall x, (\forall y, x = y \Rightarrow P(y)) \Leftrightarrow P(x)$ ☐Vrai ☐Faux
- $\mathcal{E} \models \forall x\, y, x = y \Rightarrow f(x) = f(y)$ ☐Vrai ☐Faux
- $R(f(a), a)$ est un littéral. ☐Vrai ☐Faux
- $\neg R(f(a), g(a, a))$ est une clause. ☐Vrai ☐Faux
- $R(f(a), a) \wedge \neg R(a, a) \vee R(a, f(a))$ est en forme normale conjonctive. ☐Vrai ☐Faux
- $(\exists y, R(x, y))[y \leftarrow f(z)] = \exists z, R(x, f(z))$ ☐Vrai ☐Faux
- Si on ajoute une formule valide à un ensemble valide de formules, celui-ci reste valide

☐ Vrai ☐ Faux

- Le problème de savoir si une formule du calcul des prédicats est valide est indécidable.

☐ Vrai ☐ Faux

- Toute formule du calcul des prédicats est équivalente à une formule qui ne contient que des conjonctions, des disjonctions, des quantificateurs universels, et des littéraux.

☐ Vrai ☐ Faux

Les questions suivantes comptent chacune 0,5 point, sans point négatif

Si σ et τ sont deux substitutions, la notation $\sigma\tau$ représente la substitution obtenue en faisant d'abord la substitution σ puis en appliquant au résultat la substitution τ.

- $\{z \leftarrow x\}\{y \leftarrow z\}\{x \leftarrow y\} = \{x \leftarrow x, y \leftarrow y, z \leftarrow z\}$ ☐Vrai ☐Faux
- $R(g(x, f(y)), z)$ et $R(g(y, f(x)), a)$ sont unifiables. ☐Vrai ☐Faux
- $\{x \leftarrow a, y \leftarrow a, z \leftarrow f(a)\}$ est l'unificateur principal de $g(x, f(y))$ et $g(y, z)$. ☐Vrai ☐Faux

Exercice 2 Compléter les réponses dans les cadres prévus ou bien cocher la ou les bonnes réponses. Il n'y a pas de point négatif pour une mauvaise réponse.

Soit la formule $A \stackrel{\text{def}}{=} (\forall x, P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x, P(x)) \vee (\forall x, Q(x))$

- Donner la formule normale de négation de A. ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 *Réservé au correcteur*

....

- Soit B la formule obtenue à la question précédente, cocher les affirmations suivantes qui sont vraies.
  - ☐ $A \equiv B$
  - ☐ A est satisfiable si et seulement si B l'est

- Skolémiser la formule B et la mettre en forme prénexe. ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 *Réservé au correcteur*

....

- Soit C la formule obtenue à la question précédente, cocher les affirmations suivantes qui sont vraies.
  - ☐ $B \equiv C$
  - ☐ B est satisfiable si et seulement si C l'est

- La formule C est vraie dans toute interprétation dont le domaine a exactement un élément

  ☐ Vrai ☐ Faux

- La formule A est satisfiable ☐ Vrai ☐ Faux

- Donner le forme clausale de la formule $\neg A$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 *Réservé au correcteur*

....

- La formule $\neg A$ est satisfiable ☐ Vrai ☐ Faux
- La formule A est valide ☐ Vrai ☐ Faux