Théorie des langages : THL

CM 9

Uli Fahrenberg

EPITA Rennes

S5 2024

Aperçu

Programme du cours

1. Langages rationnels, automates finis
   - TP 1 : `flex`
3. Langages algébriques, grammaires hors-contexte, automates à pile
4. Parsage LL
   - TP 2 : LL
6. Parsage LR
9. Conclusion
   - TP 3 : `bison`
   - TP 4 : `flex` & `bison`

Résumé du cours

Hiérarchie de Chomsky

type	langages	grammaires	automates
4	finis	à choix finis	finis acycliques
	$\subsetneq$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
3	rationnels	régulières	finis
	$\subsetneq$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
2	algébriques	hors-contexte	à pile
	$\subsetneq$	$\Downarrow$	
1	contextuels	contextuelles	linéairement bornés
	$\subsetneq$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
0	récursivement énumerables	syntagmatiques	de Turing

Hiérarchie de Chomsky

type	langages	grammaires	automates
4	finis	à choix finis	finis acycliques
	$\subsetneq$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
3	rationnels	régulières	finis
	$\subsetneq$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
2	algébriques	hors-contexte	à pile
	$\subsetneq$	$\Downarrow$	
1	contextuels	contextuelles	linéairement bornés
	$\subsetneq$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
0	récursivement énumerables	syntagmatiques	de Turing

Dans le poly

1. Langages rationnels, automates finis
   - chapitre 2 sauf 2.3.2, 2.3.3, 2.3.4, 2.3.5, 2.4.4
   - chapitre 3 sauf 3.1.3
   - chapitre 4 sauf 4.1.3, 4.2.1, 4.3, 4.4
3. Langages algébriques, grammaires hors-contexte, automates à pile
   - chapitre 6 sauf 6.3.1
   - 9.2.2
   - Sipser 2.2
4. Parsage LL
   - chapitre 7
   - section 8.1
6. Parsage LR
   - section 8.2

Rationnel vs. algébrique

langages rationnels	langages algébriques
grammaires régulières :	grammaires hors contexte :
– linéaire à droite : $N \to \Sigma N \mid \Sigma \mid \varepsilon$	– $N \to (N \cup \Sigma)^*$
– linéaire à gauche : $N \to N\Sigma \mid \Sigma \mid \varepsilon$	– Greibach : $N \to \Sigma NN \mid \Sigma N \mid \Sigma \mid \varepsilon$
automates finis	automates à pile
– déterministes / non-déterministes	– pas de déterminisation
décidabilité :	décidabilité :
– appartenance $(w \in L)$ ✓	– appartenance $(w \in L)$ ✓
– vacuité $(L = \emptyset)$ ✓	– vacuité $(L = \emptyset)$ ✓
– universalité $(L = \Sigma^*)$ ✓	– universalité $(L = \Sigma^*)$ ✗

Zoom sur type 3 (régulier / rationnel)

<u>syntaxe</u>		<u>sémantique</u>
automates finis dét. complets		langages reconnaissables
$\subsetneq$		$\parallel$
automates finis déterministes		langages reconnaissables
$\subsetneq$		$\parallel$
automates finis	$\xrightarrow{L(\cdot)}$	langages reconnaissables
$\subsetneq$		$\parallel$
aut. finis à transitions spontanées		langages reconnaissables
		$\parallel$
expressions rationnelles		langages rationnelles
		$\parallel$
grammaires régulières		langages réguliers

Zoom sur type 2 (hors contexte / algébrique)

syntaxe		sémantique
grammaires hc forme Greibach		langages algébriques
$\subsetneq$		$=$
grammaires hors-contexte		langages algébriques
$\supsetneq$		$=$
grammaires hc forme Chomsky	$\xrightarrow{L(\cdot)}$	langages algébriques
		$=$
automates à pile		langages algébriques
$\supsetneq$		$=$
automates à pile sans transitions spont.		langages algébriques
$\supsetneq$		$\supsetneq$
automates à pile déterministes		langages algébriques déterministes

Zoom sur LR

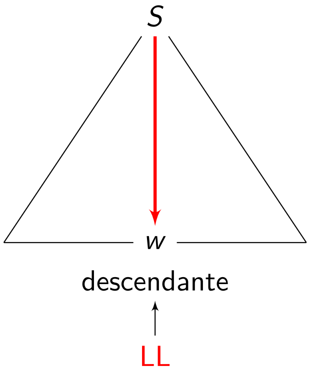
<u>syntaxe</u>		<u>sémantique</u>
grammaires hors-contexte		langages algébriques
$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$		$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$
grammaires hc non-ambiguës		lang. algébriques non-ambigués
$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$		$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$
grammaires hc déterministes		lang. algébriques déterministes
$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$		$\Vert$
grammaires LR(k)	$\xrightarrow{L(\cdot)}$	lang. algébriques déterministes
$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$		$\Vert$
$\cdots$		$\cdots$
$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$		$\Vert$
grammaires LR(1)		lang. algébriques déterministes
$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$		$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$
grammaires LALR(1)		langages LALR(1)
$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$		$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$
grammaires SLR(1)		langages SLR(1)
$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$		$\rotatebox[origin=c]{90}{$\subsetneq$}$
grammaires LR(0)		langages LR(0)

Zoom sur LL

syntaxe		sémantique
grammaires hors-contexte		langages algébriques
$\supsetneq$		$\supsetneq$
grammaires hc non-ambiguës		lang. algébriques non-ambigués
$\supsetneq$		$\supsetneq$
grammaires hc déterministes		lang. algébriques déterministes
$\supsetneq$		$\supsetneq$
grammaires LL(k)	$\xrightarrow{L(\cdot)}$	langages LL(k)
$\supsetneq$		$\supsetneq$
$\cdots$		$\cdots$
$\supsetneq$		$\supsetneq$
grammaires LL(2)		langages LL(2)
$\supsetneq$		$\supsetneq$
grammaires LL(1)		langages LL(1)

Parsage

Parsage



Parsage LL(1) : approche descendante

0. entrée : une grammaire hors contexte $G = (N, \Sigma, P, S)$
   - si-dessous, $V = N \cup \Sigma$
   - éliminer récursion à gauche dans G ; factoriser G à gauche
1. calculer NULL
   - $\text{NULL} = \{A \in N \mid A \Rightarrow^* \varepsilon\}$
2. construire la table FIRST
   - $\text{FIRST}(A) = \{a \in \Sigma \mid \exists w \in V^* : A \Rightarrow^* aw\}$
3. construire la table FOLLOW
   - $\text{FOLLOW}(A) = \{a \in \Sigma \mid \exists B \in N, \alpha, \beta \in V^* : B \Rightarrow^* \alpha A a \beta\}$
4. construire la TABLE de parsage :
   1. pour chaque production $X \to w \quad (n)$:
      1. pour chaque $a \in \text{FIRST}(w)$: $\text{TABLE}(X, a)$ += $\{n\}$
      2. si $w \in \text{NULL}$ ou $w = \varepsilon$:
         – pour chaque $a \in \text{FOLLOW}(X)$: $\text{TABLE}(X, a)$ += $\{n\}$

Re : parsage ascendant : the basics

function BULRP(α)
  if $\alpha = S$ **then**
    return True
  for $i \leftarrow 1$ **to** $|\alpha|$ **do**
    for $j \leftarrow i$ **to** $|\alpha|$ **do** ▷ décalage / SHIFT
      for $A \in N$ **do**
        if $A \to \alpha_i \dots \alpha_j$ **then** ▷ réduction / REDUCE
          if BULRP($\alpha_1 \dots \alpha_{i-1} A \alpha_{j+1} \dots \alpha_n$) **then**
            return True
  return False

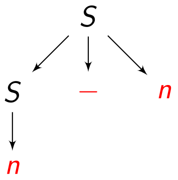
Re : parsage LR(0)

$$Z \to S\$ \qquad (0)$$
$$S \to S - n \qquad (1)$$
$$\mid n \qquad (2)$$

état	action	n	$-$	$\$$	S
0	décaler	1			2
1	réduire 2				
2	décaler		4	3	
3	accepter				
4	décaler	5			
5	réduire 1				

parser $n - n\$$:

entrée	pile	action	
$n - n\$$	$\perp 0$	décaler	
$-n\$$	$\perp 01$	réduire 2	$S \to n$
$-n\$$	$\perp 02$	décaler	
$n\$$	$\perp 024$	décaler	
$\$$	$\perp 0245$	réduire 1	$S \to S - n$
$\$$	$\perp 02$	décaler	
	$\perp 023$	✓	



Re : parsage SLR(1)

1. calculer la table LR(0)
2. si conflits : conditionner l'action par le FOLLOW

Exemple :
$$\begin{aligned} Z &\to S\$ && (0)\\ S &\to n - S && (1)\\ &\mid n && (2) \end{aligned}$$

état	action	n	$-$	$\$$	S
0	décaler	2			1
1	décaler			4	
2	réd. 2, déc.		3		
3	décaler	2			5
4	accepter				
5	réduire 1				

$\Longrightarrow$

état	n	$-$	$\$$	S
0	d.2			d.1
1			d.4	
2		d.3	r.2	
3	d.2			d.5
4	— accepter —			
5			r.1	

Re : parsage LR(1)

- conditionner l'action par le contexte : les symboles qui peuvent suivre

Exemple :

$$
\begin{array}{lll}
Z \to S\$ & & (0) \\
S \to L{=}E & & (1) \\
\quad \mid E & & (2) \\
L \to x & & (3) \\
\quad \mid *E & & (4) \\
E \to L & & (5)
\end{array}
$$

état	productions pointées élargies
0	$Z \to \bullet S\$\ [\varepsilon]$
	$S \to \bullet L{=}E\ [\$]$, $S \to \bullet E\ [\$]$
	$L \to \bullet x\ [=]$, $L \to \bullet *E\ [=]$
	$E \to \bullet L\ [\$]$
	$L \to \bullet x\ [\$]$, $L \to \bullet *E\ [\$]$
1	$Z \to S \bullet \$\ [\varepsilon]$
2	$S \to L \bullet {=} E\ [\$]$, $E \to L \bullet\ [\$\checkmark]$

Exemple

$$
\begin{array}{lll}
Z \to S\$ & & (0) \\
S \to L{=}E & & (1) \\
\quad \mid E & & (2) \\
L \to x & & (3) \\
\quad \mid {*}E & & (4) \\
E \to L & & (5)
\end{array}
$$

état	x	$*$	$=$	$\$$	S	L	E
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
1				d.6			
2			d.7	r.5			
3				r.2			
4			r.3	r.3			
5	d.4	d.5				d.9	d.8
6			— accepter —				
7	d.12	d.13				d.11	d.10
8			r.4				
9			r.5				
10				r.1			
11				r.5			
12				r.3			
13	d.12	d.13				d.11	d.14
14				r.4			

Parsage LALR(1)

Définition

Deux productions pointées élargies $A \to \alpha \bullet \beta$ $[a]$ et $A \to \alpha' \bullet \beta'$ $[b]$ sont équivalent LALR(1) si $\alpha = \alpha'$ et $\beta = \beta'$.

- les items sont identiques, mais les contextes peuvent être différents

Définition

L'automate LALR(1) d'une grammaire hors-contexte G est le quotient de l'automate LR(1) de G sous équivalence LALR(1).

Exemple, re

$$
\begin{array}{lll}
Z \to S\$ & & (0) \\
S \to L{=}E & & (1) \\
\quad\;\, \mid E & & (2) \\
L \to x & & (3) \\
\quad\;\, \mid *E & & (4) \\
E \to L & & (5)
\end{array}
$$

état	x	*	=	$	S	L	E
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
1				d.6			
2			d.7	r.5			
3				r.2			
4			r.3	r.3			
5	d.4	d.5				d.9	d.8
6			— accepter —				
7	d.12	d.13				d.11	d.10
8			r.4				
9			r.5				
10				r.1			
11				r.5			
12				r.3			
13	d.12	d.13				d.11	d.14
14				r.4			

Exemple, re

$$
\begin{array}{lll}
Z \to S\$ & & (0) \\
S \to L{=}E & & (1) \\
\quad \mid E & & (2) \\
L \to x & & (3) \\
\quad \mid *E & & (4) \\
E \to L & & (5)
\end{array}
$$

état	x	$*$	$=$	$\$$	S	L	E
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
1				d.6			
2			d.7	r.5			
3				r.2			
4			r.3	r.3			
5	d.4	d.5				d.9	d.8
6			— accepter —				
7	d.12	d.13				d.11	d.10
8			r.4	r.4			
9			r.5	r.5			
10				r.1			

Résolution de conflits

Exemple :

$$Z \to E\$ \qquad (0)$$
$$E \to E+E \qquad (1)$$
$$\mid E*E \qquad (2)$$
$$\mid n \qquad (3)$$

état	+	*	n	$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	
2	r.3	r.3		r.3	
3	— accepter —				
4			d.2		g.6
5			d.2		g.7
6	d.4	d.5			
	r.1	r.1		r.1	
7	d.4	d.5			
	r.2	r.2		r.2	

- une grammaire ambiguë
- donc pas LR(k) pour n'importe quel k

Résolution de conflits

Exemple :

$$
\begin{aligned}
Z &\to E\$ && (0)\\
E &\to E+E && (1)\\
&\quad \mid E*E && (2)\\
&\quad \mid n && (3)
\end{aligned}
$$

état	+	*	n	$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	
2	r.3	r.3		r.3	
3	— accepter —				
4			d.2		g.6
5			d.2		g.7
6	d.4	d.5			
	r.1	r.1		r.1	
7	d.4	d.5			
	r.2	r.2		r.2	

- une grammaire ambiguë
- donc pas LR(k) pour n'importe quel k
- associativité : d.4 $\Rightarrow$ $n+(n+n)$; r.1 $\Rightarrow$ $(n+n)+n$
- priorité : d.5 $\Rightarrow$ $n*(n+n)$; r.1 $\Rightarrow$ $(n*n)+n$

Résolution de conflits

Exemple :

$$Z \to E\$ \quad (0)$$
$$E \to E+E \quad (1)$$
$$\mid E*E \quad (2)$$
$$\mid n \quad (3)$$

état	+	*	n	\$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	
2	r.3	r.3		r.3	
3	— accepter —				
4			d.2		g.6
5			d.2		g.7
6	d.4	d.5			
	r.1	r.1		r.1	
7	d.4	d.5			
	r.2	r.2		r.2	

- une grammaire ambiguë
- donc pas LR(k) pour n'importe quel k
- associativité : d.4 $\Rightarrow n+(n+n)$; r.1 $\Rightarrow (n+n)+n$
- priorité : d.5 $\Rightarrow n*(n+n)$; r.1 $\Rightarrow (n*n)+n$
- solution : règles de priorité
- ici : r.1 $>$ d.4, r.2 $>$ d.5, r.2 $>$ d.4, d.5 $>$ r.1 $\Leftarrow$!

Exemple, complet

$Z \to E\$$ (0) $\quad E \to E*E$ (2)

$E \to E+E$ (1) $\quad E \to n$ (3)

état	productions pointées élargies
0	$Z \to \bullet E\$$ $[\varepsilon]$, $E \to \bullet E+E$ $[\$+*]$ $E \to \bullet E*E$ $[\$+*]$, $E \to \bullet n$ $[\$+*]$

état	$+$	$*$	n	$\$$	E
0			d.2		g.1

Exemple, complet

$Z \to E\$$ (0) $E \to E{*}E$ (2)

$E \to E{+}E$ (1) $E \to n$ (3)

état	$+$	$*$	n	$\$$	E
0			d.2		g.1

état	productions pointées élargies
0	$Z \to \bullet E\$\ [\varepsilon]$, $E \to \bullet E{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to \bullet E{*}E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet n\ [\${+}{*}]$
1	$Z \to E\bullet\$\ [\varepsilon]$, $E \to E\bullet{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to E\bullet{*}E\ [\${+}{*}]$
2	$E \to n\bullet\ [\${+}{*}✓]$

Exemple, complet

$Z \to E\$$	(0)	$E \to E{*}E$	(2)
$E \to E{+}E$	(1)	$E \to n$	(3)

état	$+$	$*$	n	$\$$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	

état	productions pointées élargies
0	$Z \to \bullet E\$\ [\varepsilon]$, $E \to \bullet E{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to \bullet E{*}E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet n\ [\${+}{*}]$
1	$Z \to E\bullet\$\ [\varepsilon]$, $E \to E\bullet{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to E\bullet{*}E\ [\${+}{*}]$
2	$E \to n\bullet\ [\${+}{*}✓]$

Exemple, complet

$$Z \to E\$ \quad (0) \qquad E \to E{*}E \quad (2)$$
$$E \to E{+}E \quad (1) \qquad E \to n \quad (3)$$

état	+	*	n	$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	

état	productions pointées élargies
0	$Z \to \bullet E\$ \ [\varepsilon]$, $E \to \bullet E{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to \bullet E{*}E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet n\ [\${+}{*}]$
1	$Z \to E\bullet\$ \ [\varepsilon]$, $E \to E\bullet{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to E\bullet{*}E\ [\${+}{*}]$
2	$E \to n\bullet\ [\${+}{*}\checkmark]$
3	$Z \to E\$\bullet\ [\$\checkmark]$
4	$E \to E{+}\bullet E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet E{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to \bullet E{*}E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet n\ [\${+}{*}]$
5	$E \to E{*}\bullet E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet E{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to \bullet E{*}E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet n\ [\${+}{*}]$

Exemple, complet

$$
\begin{array}{llll}
Z \to E\$ & (0) & E \to E{*}E & (2) \\
E \to E{+}E & (1) & E \to n & (3)
\end{array}
$$

état	$+$	$*$	n	$\$$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	
2	r.3	r.3		r.3	
3	— accepter —				

état	productions pointées élargies
0	$Z \to \bullet E\$\ [\varepsilon]$, $E \to \bullet E{+}E\ [\$+*]$ $E \to \bullet E{*}E\ [\$+*]$, $E \to \bullet n\ [\$+*]$
1	$Z \to E\bullet\$\ [\varepsilon]$, $E \to E\bullet{+}E\ [\$+*]$ $E \to E\bullet{*}E\ [\$+*]$
2	$E \to n\bullet\ [\$+*\checkmark]$
3	$Z \to E\$\bullet\ [\$\checkmark]$
4	$E \to E{+}\bullet E\ [\$+*]$, $E \to \bullet E{+}E\ [\$+*]$ $E \to \bullet E{*}E\ [\$+*]$, $E \to \bullet n\ [\$+*]$
5	$E \to E{*}\bullet E\ [\$+*]$, $E \to \bullet E{+}E\ [\$+*]$ $E \to \bullet E{*}E\ [\$+*]$, $E \to \bullet n\ [\$+*]$

Exemple, complet

$Z \to E\$$ (0) $\qquad E \to E{*}E$ (2)

$E \to E{+}E$ (1) $\qquad E \to n$ (3)

état	$+$	$*$	n	$\$$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	
2	r.3	r.3		r.3	
3	— accepter —				
4			d.2		g.6
5			d.2		g.7

état	productions pointées élargies
0	$Z \to \bullet E\$\ [\varepsilon]$, $E \to \bullet E{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to \bullet E{*}E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet n\ [\${+}{*}]$
1	$Z \to E\bullet\$\ [\varepsilon]$, $E \to E\bullet{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to E\bullet{*}E\ [\${+}{*}]$
2	$E \to n\bullet\ [\${+}{*}\checkmark]$
3	$Z \to E\$\bullet\ [\$\checkmark]$
4	$E \to E{+}\bullet E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet E{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to \bullet E{*}E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet n\ [\${+}{*}]$
5	$E \to E{*}\bullet E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet E{+}E\ [\${+}{*}]$ $E \to \bullet E{*}E\ [\${+}{*}]$, $E \to \bullet n\ [\${+}{*}]$

Exemple, complet

$Z \to E\$$ (0) $\quad E \to E*E$ (2)

$E \to E+E$ (1) $\quad E \to n$ (3)

état	$+$	$*$	n	$\$$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	
2	r.3	r.3		r.3	
3	— accepter —				
4			d.2		g.6
5			d.2		g.7

état	productions pointées élargies
0	$Z \to \bullet E\$\ [\varepsilon]$, $E \to \bullet E+E\ [\$+*]$ $E \to \bullet E*E\ [\$+*]$, $E \to \bullet n\ [\$+*]$
1	$Z \to E\bullet\$\ [\varepsilon]$, $E \to E\bullet+E\ [\$+*]$ $E \to E\bullet*E\ [\$+*]$
2	$E \to n\bullet\ [\$+*\checkmark]$
3	$Z \to E\$\bullet\ [\$\checkmark]$
4	$E \to E+\bullet E\ [\$+*]$, $E \to \bullet E+E\ [\$+*]$ $E \to \bullet E*E\ [\$+*]$, $E \to \bullet n\ [\$+*]$
5	$E \to E*\bullet E\ [\$+*]$, $E \to \bullet E+E\ [\$+*]$ $E \to \bullet E*E\ [\$+*]$, $E \to \bullet n\ [\$+*]$
6	$E \to E+E\bullet\ [\$+*]$, $E \to E\bullet+E\ [\$+*]$ $E \to E\bullet*E\ [\$+*]$
7	$E \to E*E\bullet\ [\$+*]$, $E \to E\bullet+E\ [\$+*]$ $E \to E\bullet*E\ [\$+*]$

Exemple, complet

$Z \to E\$$ (0) $\quad E \to E*E$ (2)

$E \to E+E$ (1) $\quad E \to n$ (3)

état	+	*	n	$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	
2	r.3	r.3		r.3	
3	— accepter —				
4			d.2		g.6
5			d.2		g.7
6	d.4	d.5			
	r.1	r.1		r.1	
7	d.4	d.5			
	r.2	r.2		r.2	

état	productions pointées élargies
0	$Z \to \bullet E\$\ [\varepsilon]$, $E \to \bullet E+E\ [\$+*]$ $E \to \bullet E*E\ [\$+*]$, $E \to \bullet n\ [\$+*]$
1	$Z \to E\bullet\$\ [\varepsilon]$, $E \to E\bullet+E\ [\$+*]$ $E \to E\bullet*E\ [\$+*]$
2	$E \to n\bullet\ [\$+*\checkmark]$
3	$Z \to E\$\bullet\ [\$\checkmark]$
4	$E \to E+\bullet E\ [\$+*]$, $E \to \bullet E+E\ [\$+*]$ $E \to \bullet E*E\ [\$+*]$, $E \to \bullet n\ [\$+*]$
5	$E \to E*\bullet E\ [\$+*]$, $E \to \bullet E+E\ [\$+*]$ $E \to \bullet E*E\ [\$+*]$, $E \to \bullet n\ [\$+*]$
6	$E \to E+E\bullet\ [\$+*]$, $E \to E\bullet+E\ [\$+*]$ $E \to E\bullet*E\ [\$+*]$
7	$E \to E*E\bullet\ [\$+*]$, $E \to E\bullet+E\ [\$+*]$ $E \to E\bullet*E\ [\$+*]$

Parsage LR généralisé

- *embrace non-determinism!*
- parsage GLR : en cas de conflit, suivre tous les chemins en parallel
- « parsage parallel », « parsage Tomita »
- implémenter l'automate (non-déterministe) de parsage sans déterminisation
- états : productions pointées, pas de clôture
- algorithme en temps exponentiel, pas linéaire
- optimisation : partager préfixes et suffixes de piles


That's all Folks!