

# Théorie des langages : THL

## CM 8

Uli Fahrenberg

EPITA Rennes

S5 2024

# Aperçu

# Programme du cours

- ① Langages rationnels, automates finis
- ③ Langages algébriques, grammaires hors-contexte, automates à pile
  - TP 1 : flex
  - QCM 1 : langages rationnels
- ⑤ Parsage LL
- ⑦ Parsage LR, partie 1
  - TP 2 : parsage LL
  - QCM 2 : parsage LL
- ⑧ Parsage LR, partie 2
- ⑨ **Parsage LR, partie 3**
- ⑩ TP 3, 4 : flex & bison

# Re : passage ascendant : the basics

```
function BULRP( $\alpha$ )  
  if  $\alpha = S$  then  
    return True  
  for  $i \leftarrow 1$  to  $|\alpha|$  do  
    for  $j \leftarrow i$  to  $|\alpha|$  do                                ▷ décalage / SHIFT  
      for  $A \in N$  do  
        if  $A \rightarrow \alpha_i \dots \alpha_j$  then                        ▷ réduction / REDUCE  
          return BULRP( $\alpha_1 \dots \alpha_{i-1} A \alpha_{j+1} \dots \alpha_n$ )  
  return False
```

## Définition (8.8)

Soit  $G$  une grammaire hors-contexte. Une **production pointée** de  $G$  est une paire  $(A, \alpha \bullet \beta)$  telle que  $A \rightarrow \alpha \beta$  est une production de  $G$ .

# Re : automate de parsage LR(0)

## Définition (8.10)

Soit  $G$  une grammaire hc et  $\mathcal{I}$  un ensemble de productions pointées de  $G$ . La **clôture** de  $\mathcal{I}$  est le plus petit ensemble  $\text{cl}(\mathcal{I})$  t.q.  $\mathcal{I} \subseteq \text{cl}(\mathcal{I})$  et

- si  $(A, \alpha \bullet B \beta) \in \text{cl}(\mathcal{I})$  et  $B \rightarrow \gamma$  est une production de  $G$ , alors  $(B, \bullet \gamma) \in \mathcal{I}$ .

## Définition

L'**automate de parsage LR(0)** d'une grammaire hors-contexte  $G$  est l'automate fini déterministe  $(Q, q_0, F, \delta)$  avec

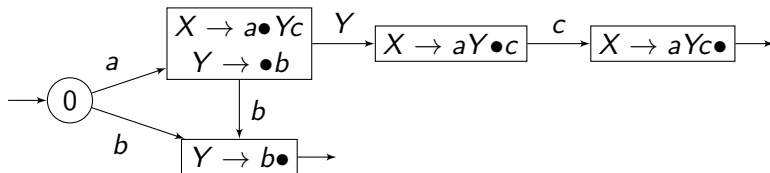
- $Q = \{\text{cl}(\mathcal{I}) \mid \mathcal{I} \text{ ensemble de productions pointées de } G\}$  ;
- $q_0 = \text{cl}(\{(Z, \bullet S \$)\})$  ;
- $F = \{q \in Q \mid \exists \text{ production } X \rightarrow w \text{ de } G \text{ t.q. } (X, w \bullet) \in q\}$
- et  $\delta : Q \times V \rightarrow Q$  donnée par

$$\delta(q, \beta) = \text{cl}(\{(X, \alpha \beta \bullet \gamma) \mid (X, \alpha \bullet \beta \gamma) \in q\}).$$

# Re : exemple

$$X \rightarrow aYc \quad (1)$$

$$Y \rightarrow b \quad (2)$$



# Re : algorithme de parsage

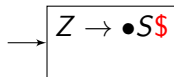
- ① empiler  $q_0$
- ② repeat
  - ①  $q \leftarrow$  état en haut de la pile
  - ② si  $q =$  état final  $X \rightarrow w\bullet$  : REDUCE
    - ① dépiler  $|w|$  états
    - ②  $q' \leftarrow$  état en haut de la pile
    - ③ empiler  $\delta(q', X)$  ← possible X
  - ③ sinon : SHIFT
    - ①  $a \leftarrow$  next(input) ← possible X
    - ② empiler  $\delta(q, a)$  ← possible X
- ③ until  $q =$  état final  $Z \rightarrow S\$ \bullet$  (✓) ou échec (X)

# Re : exemple : automate de parsing

$Z \rightarrow S\$$  (0)

$S \rightarrow (S)$  (1)

$| n$  (2)



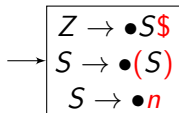


# Re : exemple : automate de parsing

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0)$$

$$S \rightarrow (S) \quad (1)$$

$$| n \quad (2)$$

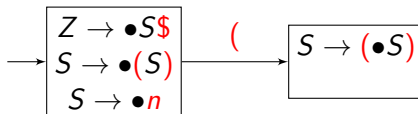


# Re : exemple : automate de parsage

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0)$$

$$S \rightarrow (S) \quad (1)$$

$$| n \quad (2)$$

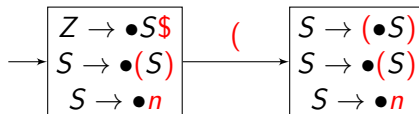


# Re : exemple : automate de parsage

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0)$$

$$S \rightarrow (S) \quad (1)$$

$$| n \quad (2)$$

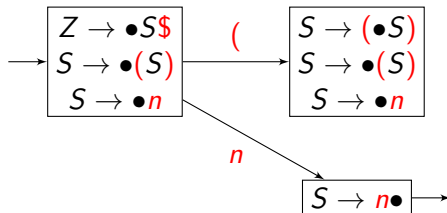


# Re : exemple : automate de parsage

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0)$$

$$S \rightarrow (S) \quad (1)$$

$$| n \quad (2)$$

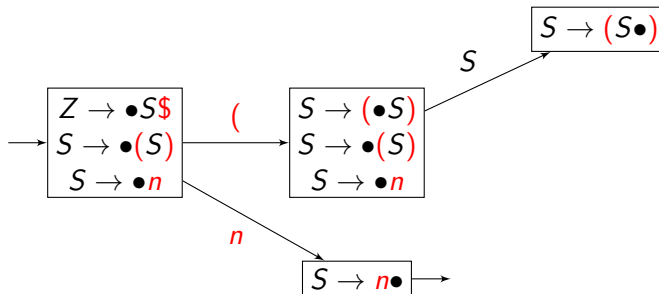


# Re : exemple : automate de parsage

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0)$$

$$S \rightarrow (S) \quad (1)$$

$$| \quad n \quad (2)$$

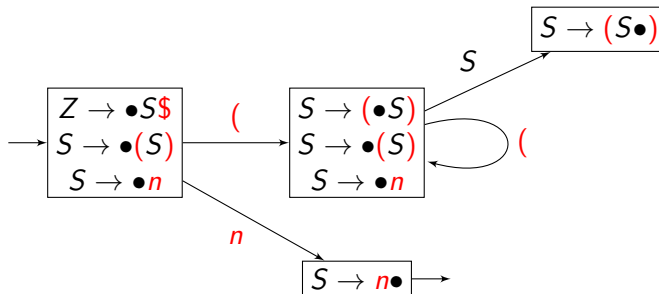


# Re : exemple : automate de parsing

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0)$$

$$S \rightarrow (S) \quad (1)$$

$$| \quad n \quad (2)$$

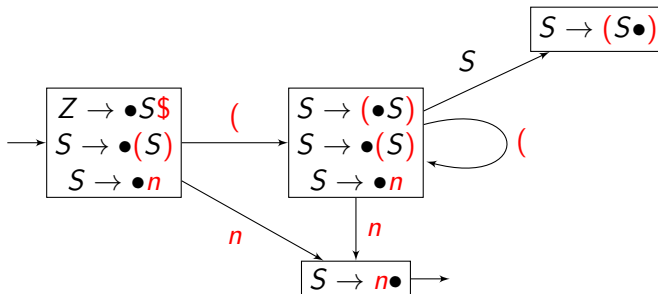


# Re : exemple : automate de parsage

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0)$$

$$S \rightarrow (S) \quad (1)$$

$$| \quad n \quad (2)$$

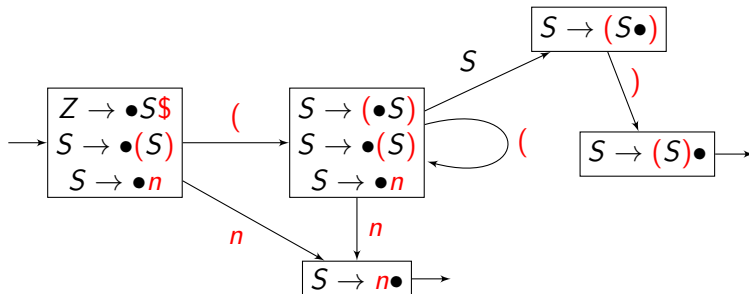


# Re : exemple : automate de parsage

$Z \rightarrow S\$$  (0)

$S \rightarrow (S)$  (1)

$| n$  (2)



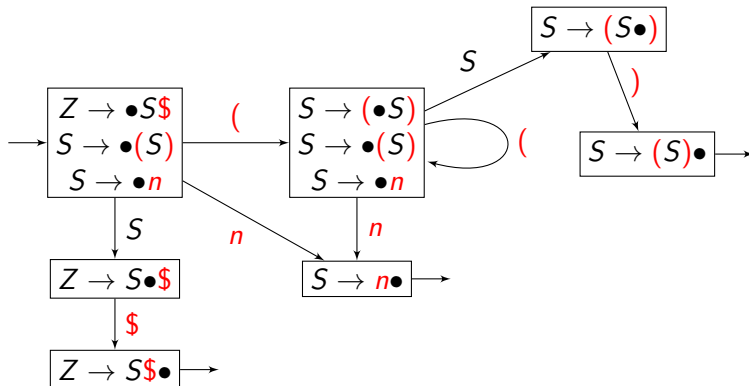


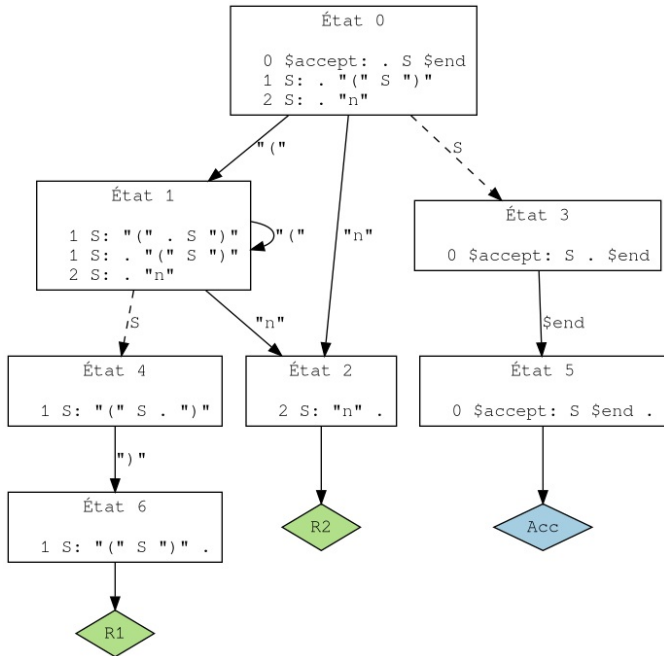
# Re : exemple : automate de parsage

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0)$$

$$S \rightarrow (S) \quad (1)$$

$$| \quad n \quad (2)$$

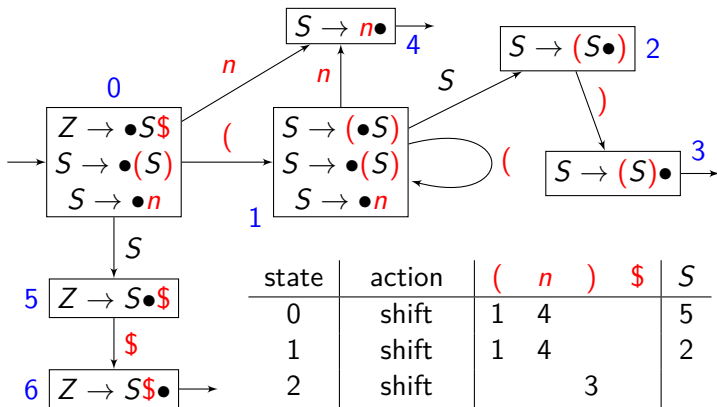




# Re : exemple : table de parcage

 $Z \rightarrow S\$$  (0)

 $S \rightarrow (S)$  (1)

 $| n$  (2)


state	action	(	n	)	\$	S
0	shift	1	4			5
1	shift	1	4			2
2	shift			3		
3	reduce 1					
4	reduce 2					
5	shift				6	
6	accept					

## Re : passage LR(0)

- lire l'entrée de gauche à droite ( **L** )
- approche ascendant
- construire une dérivation droite ( **R** )
- pas de regard avant ( **0** )

# Re : parcours SLR(1) : exemple

	état	productions pointées
$Z \rightarrow S\$$ (0)	0	$Z \rightarrow \bullet S \$$ , $S \rightarrow \bullet n - S$ , $S \rightarrow \bullet n$
$S \rightarrow n - S$ (1)	1	$Z \rightarrow S \bullet \$$
$  n$ (2)	2	$S \rightarrow n \bullet - S$ , $S \rightarrow n \bullet$
	3	$S \rightarrow n - \bullet S$ , $S \rightarrow \bullet n - S$ , $S \rightarrow \bullet n$
	4	$Z \rightarrow S \$ \bullet$
	5	$S \rightarrow n - S \bullet$

état	action	$n$	$-$	$\$$	$S$
0	décaler	2			1
1	décaler			4	
2	réduire 2, décaler		3		conflit SHIFT/REDUCE
3	décaler	2			5
4	accepter				
5	réduire 1				

# Re : Simple LR(1)

- ① calculer la table LR(0)
- ② si conflits : **conditionner** l'action par le FOLLOW
- ③ passer du type état  $\rightarrow$  action  $\rightarrow$  entrée  
au type état  $\rightarrow$  entrée  $\rightarrow$  action

Exemple :  $Z \rightarrow S\$$  (0)

$S \rightarrow n-S$  (1)

$S \rightarrow n$  (2)

état	action	<i>n</i>	-	\$	S		état	<i>n</i>	-	\$	S
0	décaler	2			1		0	d.2			d.1
1	décaler			4			1			d.4	
2	<b>rédu. 2, déc.</b>		3			$\Rightarrow$	2		d.3	r.2	
3	décaler	2			5		3	d.2			d.5
4	accepter						4		— accepter —		
5	réduire 1						5			r.1	

# Parsage LR(1)

# Exemple

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0)$$

$$S \rightarrow L=E \quad (1)$$

$$| E \quad (2)$$

$$L \rightarrow x \quad (3)$$

$$| *E \quad (4)$$

$$E \rightarrow L \quad (5)$$

- manipulation des pointeurs



# Exemple

	état	x	*	=	\$	S	L	E
$Z \rightarrow S\$$ (0)	0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
$S \rightarrow L=E$ (1)	1				d.6			
$\quad   E$ (2)	2			d.7				
$L \rightarrow x$ (3)	3			r.5	r.5			
$\quad   *E$ (4)	4			r.3	r.3			
$E \rightarrow L$ (5)	5	d.4	d.5				d.9	d.8
	6			— accepter —				
	7	d.4	d.5				d.9	d.10
	8			r.4	r.4			
	9			r.5	r.5			
	10			r.1	r.1			

# Exemple

	état	x	*	=	\$	S	L	E
$Z \rightarrow S\$$ (0)	0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
$S \rightarrow L=E$ (1)	1				d.6			
$\quad   E$ (2)	2							
$L \rightarrow x$ (3)	3							
$\quad   *E$ (4)	4							
$E \rightarrow L$ (5)	5	d.4	d.5				d.9	d.8
	6				— accepter —			
	7	d.4	d.5				d.9	d.10
	8			r.4	r.4			
	9			r.5	r.5			
	10			r.1	r.1			

conflict

d.7  
r.5

# Exemple, bis

Le problème :

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0)$$

$$S \rightarrow L=E \quad (1)$$

$$| E \quad (2)$$

$$L \rightarrow x \quad (3)$$

$$| *E \quad (4)$$

$$E \rightarrow L \quad (5)$$

état	productions pointées
0	$Z \rightarrow \bullet S\$$

# Exemple, bis

Le problème :

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0)$$

$$S \rightarrow L=E \quad (1)$$

$$| E \quad (2)$$

$$L \rightarrow x \quad (3)$$

$$| *E \quad (4)$$

$$E \rightarrow L \quad (5)$$

état	productions pointées
0	$Z \rightarrow \bullet S\$, S \rightarrow \bullet L=E, S \rightarrow \bullet E$

# Exemple, bis

Le problème :

$Z \rightarrow S\$$  (0)

$S \rightarrow L=E$  (1)

$| E$  (2)

$L \rightarrow x$  (3)

$| *E$  (4)

$E \rightarrow L$  (5)

état	productions pointées
0	$Z \rightarrow \bullet S \$, S \rightarrow \bullet L = E, S \rightarrow \bullet E$ $L \rightarrow \bullet x, L \rightarrow \bullet * E, E \rightarrow \bullet L$

# Exemple, bis

Le problème :

 $Z \rightarrow S\$ \quad (0)$ 
 $S \rightarrow L=E \quad (1)$ 
 $| E \quad (2)$ 
 $L \rightarrow x \quad (3)$ 
 $| *E \quad (4)$ 
 $E \rightarrow L \quad (5)$ 

état	productions pointées
0	$Z \rightarrow \bullet S \$, S \rightarrow \bullet L = E, S \rightarrow \bullet E$ $L \rightarrow \bullet x, L \rightarrow \bullet * E, E \rightarrow \bullet L$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$$
2	$S \rightarrow L \bullet = E, E \rightarrow L \bullet \checkmark$

# Exemple, bis

Le problème :

 $Z \rightarrow S\$ \quad (0)$ 
 $S \rightarrow L=E \quad (1)$ 
 $| E \quad (2)$ 
 $L \rightarrow x \quad (3)$ 
 $| *E \quad (4)$ 
 $E \rightarrow L \quad (5)$ 

état	productions pointées
0	$Z \rightarrow \bullet S \$, S \rightarrow \bullet L = E, S \rightarrow \bullet E$ $L \rightarrow \bullet x, L \rightarrow \bullet * E, E \rightarrow \bullet L$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$$
2	$S \rightarrow L \bullet = E, E \rightarrow L \bullet \checkmark$

- l'état 2 ne doit accepter **que si** le  $L$  est suivi d'un  $\$$

# Regard en avant

## Définition

Soit  $G$  une grammaire hors-contexte. Une **production pointée élargie** de  $G$  est un triplet  $(A, \alpha \bullet \beta, a)$  telle que  $A \rightarrow \alpha \beta$  est une production de  $G$  et  $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ .

- noté  $A \rightarrow \alpha \bullet \beta [a]$
- on a achevé  $\alpha$  dans la production  $A \rightarrow \alpha \beta$ ;
- il nous reste à trouver  $\beta$ ;
- la production n'est valable que si  $A$  est suivi par  $a$  dans l'entrée
- donc  $a = \varepsilon$  ( pas de contrainte ) ou  $a \in \text{FOLLOW}(A)$



# Clôture

## Définition

Soit  $G$  une grammaire hors-contexte et  $\mathcal{I}$  un ensemble de productions pointées élargies de  $G$ . La **clôture** de  $\mathcal{I}$  est le plus petit ensemble  $\text{cl}(\mathcal{I})$  tel que  $\mathcal{I} \subseteq \text{cl}(\mathcal{I})$  et

- si  $(A, \alpha \bullet B \beta, a) \in \text{cl}(\mathcal{I})$ ,  $B \rightarrow \gamma$  est une production de  $G$  et  $b \in \text{FIRST}(\beta)$ , alors  $(B, \bullet \gamma, b) \in \text{cl}(\mathcal{I})$  ;
- si  $(A, \alpha \bullet B, a) \in \text{cl}(\mathcal{I})$  et  $B \rightarrow \gamma$  est une production de  $G$ , alors  $(B, \bullet \gamma, a) \in \text{cl}(\mathcal{I})$ .

# Automate LR(1)

## Définition

L'**automate de parsage LR(1)** d'une grammaire hors-contexte  $G$  est l'automate fini déterministe  $(Q, q_0, F, \delta)$  avec

- $Q = \{\text{cl}(\mathcal{I}) \mid \mathcal{I} \text{ ensemble de prod. pointées élargies de } G\}$  ;
- $q_0 = \text{cl}(\{(Z, \bullet S \$, \varepsilon)\})$  ;
- $F = \{q \in Q \mid \exists \text{ production } X \rightarrow w \text{ de } G \text{ et } a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\} \text{ tels que } (X, w \bullet, a) \in q\}$
- et  $\delta : Q \times V \rightarrow Q$  donnée par
 
$$\delta(q, \beta) = \text{cl}(\{(X, \alpha \beta \bullet \gamma, a) \mid (X, \alpha \bullet \beta \gamma, a) \in q\}).$$

# Exemple, ter

 $Z \rightarrow S\$ \quad (0)$ 
 $S \rightarrow L=E \quad (1)$ 
 $| E \quad (2)$ 
 $L \rightarrow x \quad (3)$ 
 $| *E \quad (4)$ 
 $E \rightarrow L \quad (5)$ 

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\epsilon]$

# Exemple, ter

 $Z \rightarrow S\$ \quad (0)$ 
 $S \rightarrow L=E \quad (1)$ 
 $\quad | E \quad (2)$ 
 $L \rightarrow x \quad (3)$ 
 $\quad | *E \quad (4)$ 
 $E \rightarrow L \quad (5)$ 

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\epsilon]$ $S \rightarrow \bullet L=E [\$], S \rightarrow \bullet E [\$]$

# Exemple, ter

 $Z \rightarrow S\$ \quad (0)$ 
 $S \rightarrow L=E \quad (1)$ 
 $\quad | E \quad (2)$ 
 $L \rightarrow x \quad (3)$ 
 $\quad | *E \quad (4)$ 
 $E \rightarrow L \quad (5)$ 

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\epsilon]$ $S \rightarrow \bullet L=E [\$], S \rightarrow \bullet E [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [=], L \rightarrow \bullet *E [=]$

# Exemple, ter

 $Z \rightarrow S\$ \quad (0)$ 
 $S \rightarrow L=E \quad (1)$ 
 $| E \quad (2)$ 
 $L \rightarrow x \quad (3)$ 
 $| *E \quad (4)$ 
 $E \rightarrow L \quad (5)$ 

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\epsilon]$ $S \rightarrow \bullet L=E [\$], S \rightarrow \bullet E [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [=], L \rightarrow \bullet *E [=]$ $E \rightarrow \bullet L [\$]$

# Exemple, ter

 $Z \rightarrow S\$ \quad (0)$ 
 $S \rightarrow L=E \quad (1)$ 
 $| E \quad (2)$ 
 $L \rightarrow x \quad (3)$ 
 $| *E \quad (4)$ 
 $E \rightarrow L \quad (5)$ 

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\epsilon]$ $S \rightarrow \bullet L=E [\$], S \rightarrow \bullet E [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [=], L \rightarrow \bullet *E [=]$ $E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$

# Exemple, ter

 $Z \rightarrow S\$ \quad (0)$ 
 $S \rightarrow L=E \quad (1)$ 
 $| E \quad (2)$ 
 $L \rightarrow x \quad (3)$ 
 $| *E \quad (4)$ 
 $E \rightarrow L \quad (5)$ 

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon]$ $S \rightarrow \bullet L=E [\$,], S \rightarrow \bullet E [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [=], L \rightarrow \bullet *E [=]$ $E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$,], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\varepsilon]$
2	$S \rightarrow L \bullet =E [\$,], E \rightarrow L \bullet [\$, \checkmark]$

- l'état 2 n'accepte que dans un **contexte \$**



# Exemple, complet

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0) \qquad L \rightarrow x \quad (3)$$

$$S \rightarrow L=E \quad (1) \qquad | \quad *E \quad (4)$$

$$| \quad E \quad (2) \qquad E \rightarrow L \quad (5)$$

état	$x$	$*$	$=$	$\$$	$S$	$L$	$E$
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon], S \rightarrow \bullet L=E [\$]$ $S \rightarrow \bullet E [\$], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$

# Exemple, complet

 $Z \rightarrow S\$ \quad (0) \qquad L \rightarrow x \quad (3)$ 
 $S \rightarrow L=E \quad (1) \qquad | \quad *E \quad (4)$ 
 $| \quad E \quad (2) \qquad E \rightarrow L \quad (5)$ 

état	$x$	$*$	$=$	$\$$	$S$	$L$	$E$
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon], S \rightarrow \bullet L=E [\$]$ $S \rightarrow \bullet E [\$, L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$, L \rightarrow \bullet *E [\$]$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\varepsilon]$
2	$S \rightarrow L \bullet =E [\$, E \rightarrow L \bullet [\$, \$\checkmark]$

# Exemple, complet

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0) \qquad L \rightarrow x \quad (3)$$

$$S \rightarrow L=E \quad (1) \qquad | \quad *E \quad (4)$$

$$| \quad E \quad (2) \qquad E \rightarrow L \quad (5)$$

état	$x$	$*$	$=$	$\$$	$S$	$L$	$E$
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon], S \rightarrow \bullet L=E [\$]$ $S \rightarrow \bullet E [\$], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\varepsilon]$
2	$S \rightarrow L \bullet =E [\$], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
3	$S \rightarrow E \bullet [\$ \checkmark]$
4	$L \rightarrow x \bullet [= \checkmark], L \rightarrow x \bullet [\$ \checkmark]$

# Exemple, complet

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0) \qquad L \rightarrow x \quad (3)$$

$$S \rightarrow L=E \quad (1) \qquad | \quad *E \quad (4)$$

$$| \quad E \quad (2) \qquad E \rightarrow L \quad (5)$$

état	x	*	=	\$	S	L	E
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon], S \rightarrow \bullet L=E [\$]$ $S \rightarrow \bullet E [\$], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
1	$Z \rightarrow S\bullet\$ [\varepsilon]$
2	$S \rightarrow L\bullet=E [\$], E \rightarrow L\bullet [\$ \checkmark]$
3	$S \rightarrow E\bullet [\$ \checkmark]$
4	$L \rightarrow x\bullet [= \checkmark], L \rightarrow x\bullet [\$ \checkmark]$
5	$L \rightarrow *\bullet E [=], L \rightarrow *\bullet E [\$]$

# Exemple, complet

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0) \qquad L \rightarrow x \quad (3)$$

$$S \rightarrow L=E \quad (1) \qquad | \quad *E \quad (4)$$

$$| \quad E \quad (2) \qquad E \rightarrow L \quad (5)$$

état	$x$	$*$	$=$	$\$$	$S$	$L$	$E$
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon], S \rightarrow \bullet L=E [\$]$ $S \rightarrow \bullet E [\$], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\varepsilon]$
2	$S \rightarrow L \bullet =E [\$], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
3	$S \rightarrow E \bullet [\$ \checkmark]$
4	$L \rightarrow x \bullet [= \checkmark], L \rightarrow x \bullet [\$ \checkmark]$ $L \rightarrow * \bullet E [=], L \rightarrow * \bullet E [\$]$ $E \rightarrow \bullet L [=], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$

# Exemple, complet

$$Z \rightarrow S\$ \quad (0) \qquad L \rightarrow x \quad (3)$$

$$S \rightarrow L=E \quad (1) \qquad | *E \quad (4)$$

$$| E \quad (2) \qquad E \rightarrow L \quad (5)$$

état	$x$	$*$	$=$	$\$$	$S$	$L$	$E$
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
1				d.6			

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon], S \rightarrow \bullet L=E [\$]$ $S \rightarrow \bullet E [\$], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\varepsilon]$
2	$S \rightarrow L \bullet =E [\$], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
3	$S \rightarrow E \bullet [\$ \checkmark]$
4	$L \rightarrow x \bullet [= \checkmark], L \rightarrow x \bullet [\$ \checkmark]$
5	$L \rightarrow * \bullet E [=], L \rightarrow * \bullet E [\$]$ $E \rightarrow \bullet L [=], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
6	$Z \rightarrow S\$ \bullet [\varepsilon \checkmark]$

# Exemple, complet

	$Z \rightarrow S\$$ (0)		$L \rightarrow x$ (3)				
	$S \rightarrow L=E$ (1)			$  *E$ (4)			
	$  E$ (2)		$E \rightarrow L$ (5)				
état	x	*	=	\$	S	L	E
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
1				d.6			
2			d.7	r.5			

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon], S \rightarrow \bullet L=E [\$]$ $S \rightarrow \bullet E [\$], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\varepsilon]$
2	$S \rightarrow L \bullet =E [\$], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
3	$S \rightarrow E \bullet [\$ \checkmark]$
4	$L \rightarrow x \bullet [= \checkmark], L \rightarrow x \bullet [\$ \checkmark]$
5	$L \rightarrow * \bullet E [=], L \rightarrow * \bullet E [\$]$ $E \rightarrow \bullet L [=], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
6	$Z \rightarrow S\$ \bullet [\varepsilon \checkmark]$
7	$S \rightarrow L=E \bullet [\$]$

# Exemple, complet

	$Z \rightarrow S\$$	(0)		$L \rightarrow x$	(3)			
	$S \rightarrow L=E$	(1)		$  *E$	(4)			
	$  E$	(2)		$E \rightarrow L$	(5)			
état	x	*	=	\$	S	L	E	
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3	
1				d.6				
2			d.7	r.5				

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon], S \rightarrow \bullet L=E [\$]$ $S \rightarrow \bullet E [\$], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\varepsilon]$
2	$S \rightarrow L \bullet =E [\$], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
3	$S \rightarrow E \bullet [\$ \checkmark]$
4	$L \rightarrow x \bullet [= \checkmark], L \rightarrow x \bullet [\$ \checkmark]$
5	$L \rightarrow * \bullet E [=], L \rightarrow * \bullet E [\$]$ $E \rightarrow \bullet L [=], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
6	$Z \rightarrow S\$ \bullet [\varepsilon \checkmark]$
7	$S \rightarrow L = \bullet E [\$], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$



# Exemple, complet

	$Z \rightarrow S\$$ (0)		$L \rightarrow x$ (3)				
	$S \rightarrow L=E$ (1)		$  *E$ (4)				
	$  E$ (2)		$E \rightarrow L$ (5)				
état	x	*	=	\$	S	L	E
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
1				d.6			
2			d.7	r.5			
3				r.2			
4			r.3	r.3			

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon], S \rightarrow \bullet L=E [\$]$ $S \rightarrow \bullet E [\$], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\varepsilon]$
2	$S \rightarrow L \bullet =E [\$], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
3	$S \rightarrow E \bullet [\$ \checkmark]$
4	$L \rightarrow x \bullet [= \checkmark], L \rightarrow x \bullet [\$ \checkmark]$
5	$L \rightarrow * \bullet E [=], L \rightarrow * \bullet E [\$]$ $E \rightarrow \bullet L [=], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
6	$Z \rightarrow S\$ \bullet [\varepsilon \checkmark]$
7	$S \rightarrow L = \bullet E [\$], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$

# Exemple, complet

	$Z \rightarrow S\$$ (0)		$L \rightarrow x$ (3)				
	$S \rightarrow L=E$ (1)			$  *E$ (4)			
	$  E$ (2)		$E \rightarrow L$ (5)				
état	x	*	=	\$	S	L	E
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
1				d.6			
2			d.7	r.5			
3				r.2			
4			r.3	r.3			
5	d.4	d.5				d.9	d.8

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon], S \rightarrow \bullet L=E [\$]$ $S \rightarrow \bullet E [\$], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\varepsilon]$
2	$S \rightarrow L \bullet =E [\$], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
3	$S \rightarrow E \bullet [\$ \checkmark]$
4	$L \rightarrow x \bullet [= \checkmark], L \rightarrow x \bullet [\$ \checkmark]$
5	$L \rightarrow * \bullet E [=], L \rightarrow * \bullet E [\$]$ $E \rightarrow \bullet L [=], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
6	$Z \rightarrow S\$ \bullet [\varepsilon \checkmark]$
7	$S \rightarrow L = \bullet E [\$], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
8	$L \rightarrow *E \bullet [= \checkmark], L \rightarrow *E \bullet [\$ \checkmark]$
9	$E \rightarrow L \bullet [= \checkmark], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$

## Exemple, complet

	$Z \rightarrow S\$$ (0)		$L \rightarrow x$ (3)				
	$S \rightarrow L=E$ (1)		$  *E$ (4)				
	$  E$ (2)		$E \rightarrow L$ (5)				
état	x	*	=	\$	S	L	E
0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
1				d.6			
2			d.7	r.5			
3				r.2			
4			r.3	r.3			
5	d.4	d.5				d.9	d.8
6			— accepter —				
7	d.12	d.13				d.11	d.10
8			r.4				
9			r.5				
10				r.1			
11				r.5			
12				r.3			
13	d.12	d.13				d.11	d.14
14				r.4			

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S\$ [\varepsilon], S \rightarrow \bullet L=E [\$]$ $S \rightarrow \bullet E [\$], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\varepsilon]$
2	$S \rightarrow L \bullet =E [\$], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
3	$S \rightarrow E \bullet [\$ \checkmark]$
4	$L \rightarrow x \bullet [= \checkmark], L \rightarrow x \bullet [\$ \checkmark]$
5	$L \rightarrow * \bullet E [=], L \rightarrow * \bullet E [\$]$ $E \rightarrow \bullet L [=], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet *E [=], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
6	$Z \rightarrow S\$ \bullet [\varepsilon \checkmark]$
7	$S \rightarrow L = \bullet E [\$], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
8	$L \rightarrow *E \bullet [= \checkmark], L \rightarrow *E \bullet [\$ \checkmark]$
9	$E \rightarrow L \bullet [= \checkmark], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
10	$S \rightarrow L = E \bullet [\$ \checkmark]$
11	$E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
12	$L \rightarrow x \bullet [\$ \checkmark]$
13	$L \rightarrow * \bullet E [\$], E \rightarrow \bullet L [\$]$ $L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet *E [\$]$
14	$L \rightarrow *E \bullet [\$ \checkmark]$

# Parsage LALR(1) et GLR

# Exemple, bis

	état	productions pointées élargies
	0	$Z \rightarrow \bullet S \$ [\epsilon], S \rightarrow \bullet L = E [\$], S \rightarrow \bullet E [\$], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet * E [=], E \rightarrow \bullet L [\$], L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet * E [\$]$
	1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\epsilon]$
	2	$S \rightarrow L \bullet = E [\$], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
$Z \rightarrow S \$$ (0)	3	$S \rightarrow E \bullet [\$ \checkmark]$
$S \rightarrow L = E$ (1)	4	$L \rightarrow x \bullet [= \checkmark], L \rightarrow x \bullet [\$ \checkmark]$
$  E$ (2)	5	$L \rightarrow * \bullet E [=], L \rightarrow * \bullet E [\$], E \rightarrow \bullet L [=], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow * \bullet E [=], E \rightarrow \bullet L [\$], L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet * E [\$]$
$L \rightarrow x$ (3)	6	$Z \rightarrow S \$ \bullet [\epsilon \checkmark]$
$  * E$ (4)	7	$S \rightarrow L = \bullet E [\$], E \rightarrow \bullet L [\$], L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet * E [\$]$
$E \rightarrow L$ (5)	8	$L \rightarrow * E \bullet [= \checkmark], L \rightarrow * E \bullet [\$ \checkmark]$
	9	$E \rightarrow L \bullet [= \checkmark], E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
	10	$S \rightarrow L = E \bullet [\$ \checkmark]$
	11	$E \rightarrow L \bullet [\$ \checkmark]$
	12	$L \rightarrow x \bullet [\$ \checkmark]$
	13	$L \rightarrow * \bullet E [\$], E \rightarrow \bullet L [\$], L \rightarrow \bullet x [\$], L \rightarrow \bullet * E [\$]$
	14	$L \rightarrow * E \bullet [\$ \checkmark]$

# Exemple, bis

état	productions pointées élargies
0	$Z \rightarrow \bullet S \$ [\epsilon], S \rightarrow \bullet L = E [\$,], S \rightarrow \bullet E [\$,], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow \bullet * E [=], E \rightarrow \bullet L [\$,], L \rightarrow \bullet x [\$,], L \rightarrow \bullet * E [\$]$
1	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\epsilon]$
2	$S \rightarrow L \bullet = E [\$,], E \rightarrow L \bullet [\$, \checkmark]$
3	$S \rightarrow E \bullet [\$, \checkmark]$
4	$L \rightarrow x \bullet [= \checkmark], L \rightarrow x \bullet [\$, \checkmark]$
5	$L \rightarrow * \bullet E [=], L \rightarrow * \bullet E [\$,], E \rightarrow \bullet L [=], L \rightarrow \bullet x [=]$ $L \rightarrow * \bullet E [=], E \rightarrow \bullet L [\$,], L \rightarrow \bullet x [\$,], L \rightarrow * \bullet E [\$]$
6	$Z \rightarrow S \bullet \$ [\epsilon \checkmark]$
7	$S \rightarrow L = \bullet E [\$,], E \rightarrow \bullet L [\$,], L \rightarrow \bullet x [\$,], L \rightarrow \bullet * E [\$]$
8	$L \rightarrow * E \bullet [= \checkmark], L \rightarrow * E \bullet [\$, \checkmark]$
9	$E \rightarrow L \bullet [= \checkmark], E \rightarrow L \bullet [\$, \checkmark]$
10	$S \rightarrow L = E \bullet [\$, \checkmark]$
11	$E \rightarrow L \bullet [\$, \checkmark]$
12	$L \rightarrow x \bullet [\$, \checkmark]$
13	$L \rightarrow * \bullet E [\$,], E \rightarrow \bullet L [\$,], L \rightarrow \bullet x [\$,], L \rightarrow \bullet * E [\$]$
14	$L \rightarrow * E \bullet [\$, \checkmark]$

 $Z \rightarrow S \$$  (0)

 $S \rightarrow L = E$  (1)

 $| E$  (2)

 $L \rightarrow x$  (3)

 $| * E$  (4)

 $E \rightarrow L$  (5)

# Parsage LALR(1)

## Définition

Deux productions pointées élargies  $A \rightarrow \alpha \bullet \beta [a]$  et  $A \rightarrow \alpha' \bullet \beta' [b]$  sont **équivalent LALR(1)** si  $\alpha = \alpha'$  et  $\beta = \beta'$ .

- les **items** sont identiques, mais les contextes peuvent être différents

## Définition

L'**automate LALR(1)** d'une grammaire hors-contexte  $G$  est le quotient de l'automate LR(1) de  $G$  sous équivalence LALR(1).

# Exemple, ter

	état	x	*	=	\$	S	L	E
	0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
$Z \rightarrow S\$$ (0)	1				d.6			
$S \rightarrow L=E$ (1)	2			d.7	r.5			
$  E$ (2)	3				r.2			
	4			r.3	r.3			
$L \rightarrow x$ (3)	5	d.4	d.5				d.9	d.8
$  *E$ (4)	6			— accepter —				
$E \rightarrow L$ (5)	7	d.12	d.13				d.11	d.10
	8			r.4				
	9			r.5				
	10				r.1			
	11				r.5			
	12				r.3			
	13	d.12	d.13				d.11	d.14
	14				r.4			



# Exemple, ter

	état	x	*	=	\$	S	L	E
	0	d.4	d.5			d.1	d.2	d.3
$Z \rightarrow S\$$ (0)	1				d.6			
$S \rightarrow L=E$ (1)	2			d.7	r.5			
$E$ (2)	3				r.2			
	4			r.3	r.3			
$L \rightarrow x$ (3)	5	d.4	d.5				d.9	d.8
$*E$ (4)	6			— accepter —				
$E \rightarrow L$ (5)	7	d.12	d.13				d.11	d.10
	8			r.4	r.4			
	9			r.5	r.5			
	10				r.1			

# Résolution de conflits

Exemple :

$Z \rightarrow E\$$  (0)

$E \rightarrow E+E$  (1)

|  $E * E$  (2)

|  $n$  (3)

état	+	*	$n$	\$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	
2	r.3	r.3		r.3	
3			— accepter —		
4			d.2		g.6
5			d.2		g.7
6	d.4	d.5			
	r.1	r.1		r.1	
7	d.4	d.5			
	r.2	r.2		r.2	

- une grammaire **ambiguë**
- donc pas LR( $k$ ) pour n'importe quel  $k$

# Résolution de conflits

Exemple :

$Z \rightarrow E\$$  (0)

$E \rightarrow E+E$  (1)

|  $E * E$  (2)

|  $n$  (3)

état	+	*	$n$	\$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	
2	r.3	r.3		r.3	
3			— accepter —		
4			d.2		g.6
5			d.2		g.7
6	d.4	d.5			
	r.1	r.1		r.1	
7	d.4	d.5			
	r.2	r.2		r.2	

- une grammaire **ambiguë**
- donc pas LR( $k$ ) pour n'importe quel  $k$
- **associativité** : d.4  $\Rightarrow n + (n + n)$  ; r.1  $\Rightarrow (n + n) + n$
- **priorité** : d.5  $\Rightarrow n * (n + n)$  ; r.1  $\Rightarrow (n * n) + n$

# Résolution de conflits

Exemple :

$$Z \rightarrow E\$ \quad (0)$$

$$E \rightarrow E+E \quad (1)$$

$$| E * E \quad (2)$$

$$| n \quad (3)$$

état	+	*	n	\$	E
0			d.2		g.1
1	d.4	d.5		d.3	
2	r.3	r.3		r.3	
3			— accepter —		
4			d.2		g.6
5			d.2		g.7
6	d.4	d.5			
	r.1	r.1		r.1	
7	d.4	d.5			
	r.2	r.2		r.2	

- une grammaire **ambiguë**
- donc pas LR( $k$ ) pour n'importe quel  $k$
- **associativité** : d.4  $\Rightarrow n + (n + n)$  ; r.1  $\Rightarrow (n + n) + n$
- **priorité** : d.5  $\Rightarrow n * (n + n)$  ; r.1  $\Rightarrow (n * n) + n$
- solution : règles de **priorité**
- ici : r.1 > d.4, r.2 > d.5, r.2 > d.4, d.5 > r.1  $\Leftarrow$  !

# Parsage LR généralisé

- *embrace non-determinism!*
- parsage GLR : en cas de conflit, suivre tous les chemins **en parallèle**
- « parsage parallèle », « parsage Tomita »
- implémenter l'automate ( non-déterministe ) de parsage sans détermination
- états : productions pointées, **pas de clôture**
- algorithme en temps **exponentiel**, pas linéaire
- optimisation : partager préfixes et suffixes de piles



*That's all Folks!*