

TRABAJO PRÁCTICO 4

Ecuaciones Diferenciales

Ejercicio 1

La ley de Gravitación Universal de Newton, es la primera expresión que relaciona las propiedades físicas de dos cuerpos celestes con la fuerza mutua que se ejercen. Esta ley es expresada con la siguiente ecuación:

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 * m_2}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$

Donde $G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ es conocida como la constante de gravitación universal de Newton, m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos celestes, \vec{r} es el vector que une ambos cuerpos ($\vec{r} = [x, y]$, el modulo del vector es $|\vec{r}|$ y el versor es \hat{r} vector de largo 1).

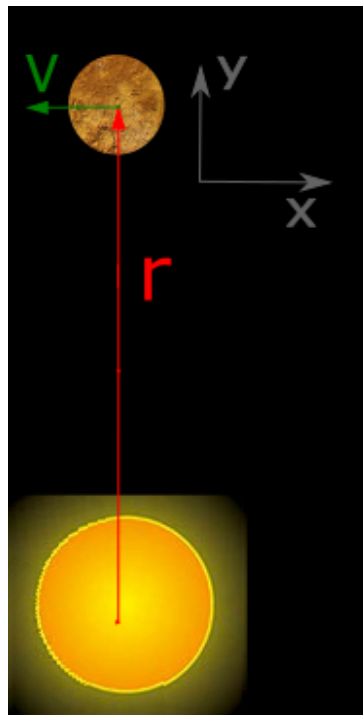


Figure 1: Esquema de planetas y sistema de referencia.

Si consideramos un cuerpo celeste de masa m_1 que gira alrededor del sol (de masa $m_2 = 5.972 \times 10^{24} kg$ ubicado como se ve en la figura en $[1.495e11, 0]m$ y una velocidad $[0, -2.977e4]m/s$, podemos escribir la segunda ley de Newton para el cuerpo:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Donde $\vec{a} = \vec{r}''$ (como vectores $[a_x, a_y] = [x'', y'']$).

La combinación de estas ecuaciones lleva a una ecuación diferencial.

1. Plantee la ecuación diferencial.
2. Transforme a variables de estado para llevarlo a un sistema de ecuaciones diferenciales de orden 1. Exprese este sistema de ecuaciones diferenciales.
3. Resuelva la ecuación diferencial utilizando el método de Euler con paso $h = 24h$ para el periodo equivalente a 1000 pasos *.
4. Resuelva la ecuación diferencial utilizando el método de Heun con paso $h = 24h$ para el periodo equivalente a 1000 pasos *.
5. Es posible lograr, en este problema, que el método de Euler que la conseguida la calidad del método Heun? Que sucedería si el tiempo se va a infinito?

* Para ambos casos grafique la trayectoria (x vs y), explique que sucede, de una interpretación.

Ejercicio 2

El país se encuentra en medio de una pandemia. Luego de su gran desempeño en la materia de Métodos Numéricos, el presidente de la Nación lo asigna como asesor técnico del ministro de salud. Su tarea es revisar los códigos en Matlab que el propio ministro desarrolló.

El ministro de salud le comenta que, para simular la propagación del virus, uso un modelo tipo SIR (SIR.m) obteniendo el gráfico que se observa a continuación:

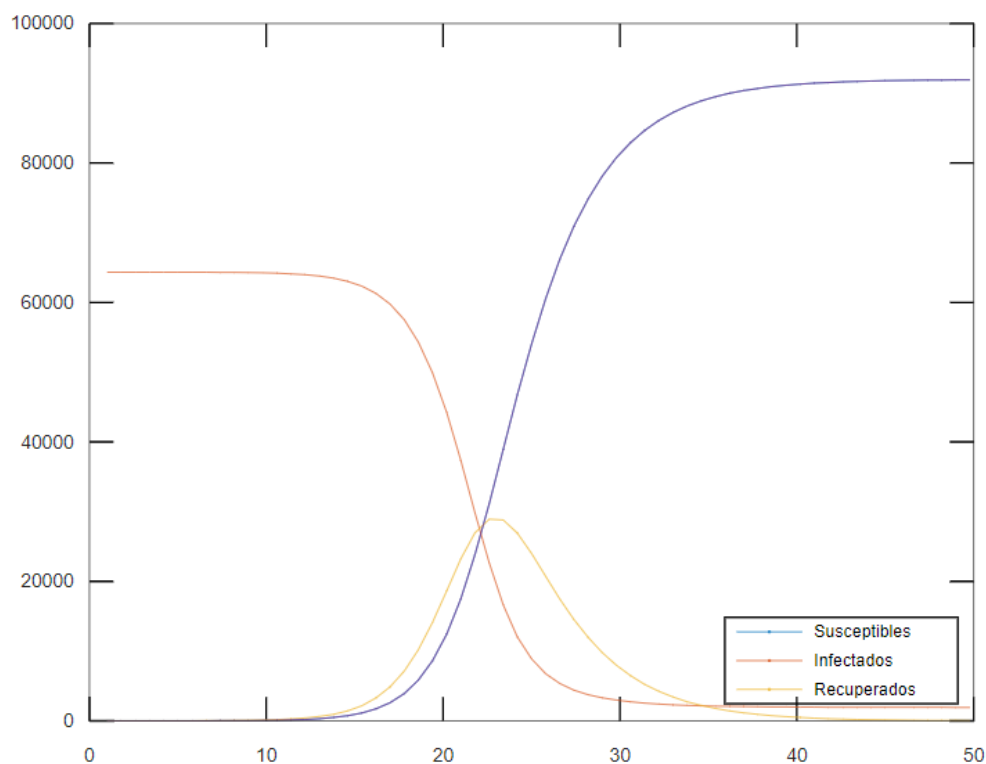


Figure 2: Esquema de planetas y sistema de referencia.

El ministro expreso su preocupación, comentandole que la predicción lo hizo para su ciudad natal (Gerli), y que según su estimación, en el pico iban a existir 29000 infectados. Usted comienza a analizar la información:

1. En la imagen enviada por el ministro hay algo totalmente incoherente, ¿Que es? Explique. (De ser necesario, busque información a cerca del modelo SIR. No es necesario que entienda el modelo en profundidad, pero si, al menos, que entienda que significan sus siglas y pueda interpretar el gráfico.)
2. Segun el modelo utilizado por el ministro, ¿Cuántos infectados habrá en el pico de la pandemia?
3. Modificando el código, intente solucionar el problema encontrado en el item anterior. (Pista: los parametros *beta* y *gamma* fueron determinados con precisión, yo que usted, no los modificaría).
4. Vuelva a calcular el número de infectados en el pico (con el código corregido).
5. Aumentando en un 20% el parámetro beta. ¿Cómo cambia la curva con este aumento en beta?