

TRABAJO PRÁCTICO 4

Ecuaciones Diferenciales

Ejercicio 1

La ley de Gravitación Universal de Newton, es la primera expresión que relaciona las propiedades físicas de dos cuerpos celestes con la fuerza mutua que se ejercen. Esta ley es expresada con la siguiente ecuación:

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 * m_2}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$

Donde $G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ es conocida como la constante de gravitación universal de Newton, m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos celestes, \vec{r} es el vector que une ambos cuerpos ($\vec{r} = [x, y]$, el modulo del vector es $|\vec{r}|$ y el versor es \hat{r} vector de largo 1).

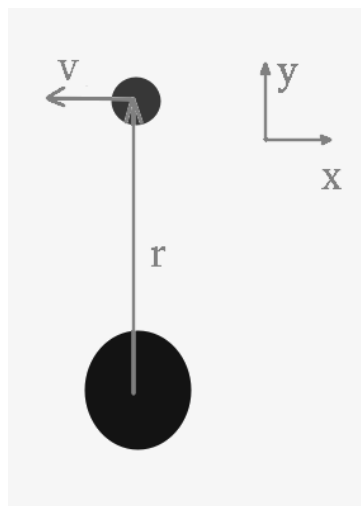


Figure 1: Esquema de planetas y sistema de referencia.

Si consideramos un cuerpo celeste de masa m_1 que gira alrededor del sol (de masa $m_2 = 5.972 \times 10^{24} kg$ ubicado como se ve en la figura en $[1.495e11, 0]m$ y una velocidad $[0, -2.977e4]m/s$, podemos escribir la segunda ley de Newton para el cuerpo:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Donde $\vec{a} = \vec{r}''$ (como vectores $[a_x, a_y] = [x'', y'']$).

La combinación de estas ecuaciones lleva a una ecuación diferencial.

1. Plantee la ecuación diferencial.
2. Transforme a variables de estado para llevarlo a un sistema de ecuaciones diferenciales de orden 1. Exprese este sistema de ecuaciones diferenciales.

3. Resuelva la ecuación diferencial utilizando el método de Euler con paso $h = 24h$ para el periodo equivalente a 1000 pasos *.
4. Resuelva la ecuación diferencial utilizando el método de Heun con paso $h = 24h$ para el periodo equivalente a 1000 pasos *.
5. Es posible lograr, en este problema, que el método de Euler que la conseguida la calidad del método Heun? Que sucedería si el tiempo se va a infinito?

* Para ambos casos grafique la trayectoria (x vs y), explique que sucede, de una interpretación.