Métodos Numéricos - Clase 2

Ulises Bussi- Javier Portillo

1° cuatrimestre 2020

Antes de empezar

Definición

Un método numérico es un procedimiento que permite obtener, **de forma aproximada**, solución a un problema, por medio de la aplicación de algoritmos.

Bracketing Methods.

Métodos para encontrar raices de funciones de forma numérica.

brackets $\rightarrow$ [ ]

" Encuentra" raices en un intervalo cerrado definido.

Bracketing Methods.

Métodos para encontrar raices de funciones de forma numérica.

brackets $\rightarrow$ [ ]

"Encuentra" raices en un intervalo cerrado definido.

Método de la bisección

Basado en el teorema de Bolsano:

Teorema

Dada $f(x)$ una función continua en el cerrado $[a, b]$ Si $f(a).f(b) < 0 \rightarrow c \in [a, b] \,/\, f(c) = 0$

1. Se propone $\hat{c} = \frac{a+b}{2}$ como candidato a raiz.
2. Se evalúa $f(\hat{c})$ si $f(\hat{c}).f(a) > 0 \rightarrow a = \hat{c}$ (idem b).
3. Se repite hasta llegar a una tolerancia aceptable.

Método de la bisección

Error relativo en la iteración i: $e_i = \frac{|\hat{c}_i - \hat{c}_{i-1}|}{\hat{c}_i} \rightarrow \boxed{e_i = \frac{b_i - a_i}{b_i + a_i}}$

Consideraciones:

- El intervalo de busqueda se reduce a la mitad en cada iteración.
- El error relativo también!
- Podemos calcular el error en cualquier paso i a *priori*.
- El error absoluto en un paso i será: $E_i = \frac{b-a}{2^i}$

Método de la bisección

Error relativo en la iteración i: $e_i = \frac{|\hat{c}_i - \hat{c}_{i-1}|}{\hat{c}_i} \rightarrow \boxed{e_i = \frac{b_i - a_i}{b_i + a_i}}$

Consideraciones:

- El intervalo de busqueda se reduce a la mitad en cada iteración.
- El error relativo también!
- Podemos calcular el error en cualquier paso i a *priori*.
- El error absoluto en un paso i será: $E_i = \frac{b-a}{2^i}$

Método de la bisección

Error relativo en la iteración i: $e_i = \frac{|\hat{c}_i - \hat{c}_{i-1}|}{\hat{c}_i} \rightarrow \boxed{e_i = \frac{b_i - a_i}{b_i + a_i}}$

Consideraciones:

- El intervalo de busqueda se reduce a la mitad en cada iteración.
- El error relativo también!
- Podemos calcular el error en cualquier paso i a *priori*.
- El error absoluto en un paso i será: $E_i = \frac{b-a}{2^i}$

Método de la bisección

Error relativo en la iteración i: $e_i = \frac{|\hat{c}_i - \hat{c}_{i-1}|}{\hat{c}_i} \rightarrow \boxed{e_i = \frac{b_i - a_i}{b_i + a_i}}$

Consideraciones:

- El intervalo de busqueda se reduce a la mitad en cada iteración.
- El error relativo también!
- Podemos calcular el error en cualquier paso i a *priori*.
- El error absoluto en un paso i será: $E_i = \frac{b-a}{2^i}$

Método de la bisección

Error relativo en la iteración i: $e_i = \frac{|\hat{c}_i - \hat{c}_{i-1}|}{\hat{c}_i} \rightarrow \boxed{e_i = \frac{b_i - a_i}{b_i + a_i}}$

Consideraciones:

- El intervalo de busqueda se reduce a la mitad en cada iteración.
- El error relativo también!
- Podemos calcular el error en cualquier paso i a *priori*.
- El error absoluto en un paso i será: $E_i = \frac{b-a}{2^i}$

Método de la bisección

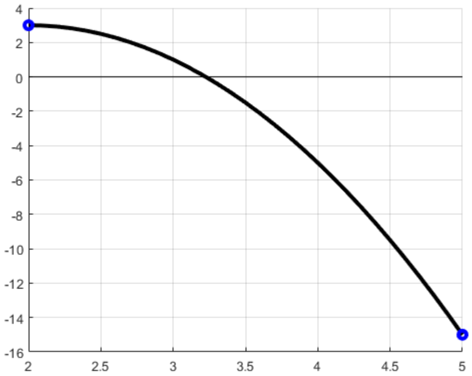
Error relativo en la iteración i: $e_i = \frac{|\hat{c}_i - \hat{c}_{i-1}|}{\hat{c}_i} \rightarrow \boxed{e_i = \frac{b_i - a_i}{b_i + a_i}}$

Consideraciones:

- El intervalo de busqueda se reduce a la mitad en cada iteración.
- El error relativo también!
- Podemos calcular el error en cualquier paso i a *priori*.
- El error absoluto en un paso i será: $E_i = \frac{b-a}{2^i}$

Bisección: un ejemplo

Tomemos $f(x) = -2x^2 + 8x - 5, \ a = 2, \ b = 5$

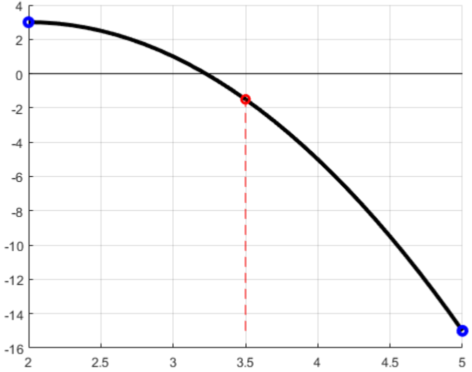


$$f(2) = 3 \,, \ f(5) = -15$$

$$f(2).f(5) = -45$$

Bisección: un ejemplo

Tomemos $f(x) = -2x^2 + 8x - 5, \; a = 2, \; b = 5$



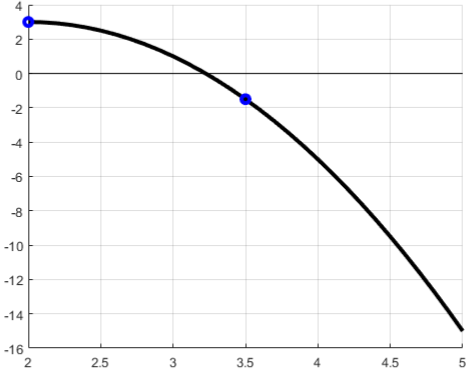
$$c_1 = \frac{2+5}{2} = 3{,}5$$

$$f(c_1) = -1{,}5$$

$$b = c_1$$

Bisección: un ejemplo

Tomemos $f(x) = -2x^2 + 8x - 5,\ a = 2,\ b = 5$

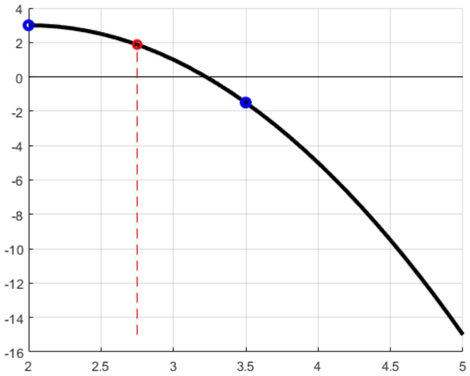


$f(2) = 3\ ,\ f(3{,}5) = -1{,}5$

$f(2).f(1{,}5) = -4{,}5$

Bisección: un ejemplo

Tomemos $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$, $a = 2$, $b = 5$



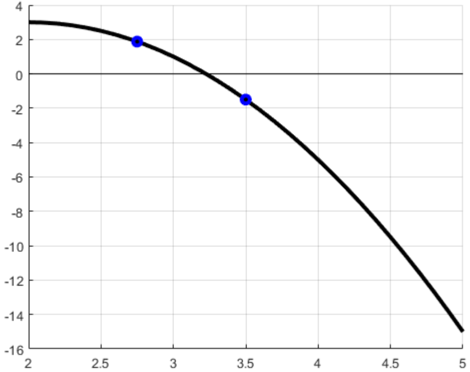
$$c_2 = \frac{2 + 3,5}{2} = 2,75$$

$$f(c_2) = 1,875$$

$$a = c_2$$

Bisección: un ejemplo

Tomemos $f(x) = -2x^2 + 8x - 5,\ a = 2,\ b = 5$

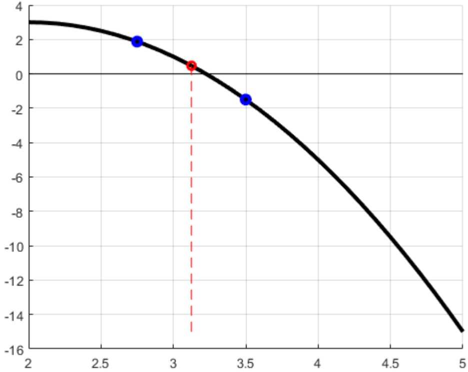


$$f(2{,}75) = 1{,}875\,,\ f(3{,}5)$$

$$f(2).f(1{,}5) = -2{,}81$$

Bisección: un ejemplo

Tomemos $f(x) = -2x^2 + 8x - 5,\ a = 2,\ b = 5$



$$c_3 = \frac{2{,}75 + 3{,}5}{2} = 3{,}125$$

$$f(c_3) = 0{,}46$$

$$a = c_3$$

Método de la bisección

Basado en el teorema de Bolsano.

1. Se propone $\hat{c}$ uniendo $f(a)$ y $f(b)$ con una recta y encontrando la raiz de la recta.
2. Se evalúa $f(\hat{c})$ si $f(\hat{c}).f(a) > 0 \rightarrow a = \hat{c}$ (idem b).
3. Se repite hasta llegar a una tolerancia aceptable.