

Trabajo Práctico No. 9: Coordenadas esféricas y cilíndricas

1. Expresar los siguientes puntos $P(x, y, z)$ (coordenadas cartesianas), en coordenadas esféricas y cilíndricas:

a) $P(1, 1, 1)$

c) $P(0, 0, 1)$

e) $P(-1, 2, -1)$.

b) $P(2, -1, 0)$

d) $P(-1, -1, -1)$

2. Expresar los planos coordenados en coordenadas esféricas y cilíndricas.
3. Expresar los octantes $x^+y^+z^+$, $x^-y^+z^-$ y $x^-y^-z^+$ en coordenadas esféricas y cilíndricas.
4. Expresar los siguientes puntos $P(r, \theta, \varphi)$ (coordenadas esféricas) en coordenadas cartesianas:

a) $P(2, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3})$

d) $P(4, \frac{\pi}{3}, \frac{5}{4}\pi)$

b) $P(2, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{3})$

e) $P(1, \pi, 0)$

c) $P(1, 0, 0)$

f) $P(2, \frac{2}{3}\pi, \pi)$.

5. Expresar los siguientes puntos $P(\rho, \varphi, z)$ (coordenadas cilíndricas) en coordenadas cartesianas:

a) $P(2, \frac{\pi}{2}, 1)$

c) $P(0, 0, 1)$

d) $P(4, \frac{\pi}{3}, -1)$

b) $P(2, \frac{\pi}{4}, -\frac{1}{2})$

e) $P(0, 2, -1)$.

6. Escriba las siguientes ecuaciones en coordenadas esféricas:

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 16$

c) $y = x$

e) $z = -\sqrt{1 - x^2 - y^2}$

b) $z = 0$

d) $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$

7. Pasar de coordenadas esféricas a coordenadas rectangulares, y graficar la superficie correspondiente:

a) $\varphi = \frac{\pi}{4}$

c) $r = 4 \cos \theta$

b) $r = 4$

d) $r \cos \theta = 1$.

8. Escriba las siguientes ecuaciones en coordenadas cilíndricas:

$$\begin{array}{lll} a) \ x^2 + y^2 = 16, & c) \ y = 2x, & e) \ z = -\sqrt{4 - x^2 + y^2}, \\ b) \ z = x^2 + y^2, & d) \ z = \cos(x^2 + y^2), & f) \ x^2 + (y - 3)^2 = 9. \end{array}$$

9. Pasar de coordenadas cilíndricas a coordenadas rectangulares, y graficar la superficie correspondiente:

$$\begin{array}{lll} a) \ z = 4 - \rho^2, & c) \ \rho = 4, & e) \ \varphi = \frac{\pi}{4}. \\ b) \ \rho = 2 \sin \varphi, & d) \ z = \sqrt{4 - \rho^2}, & \end{array}$$

10. Considere la siguiente superficie en coordenadas esféricas

$$S : r(1 + \cos^2(\theta) - 3 \sin^2(\theta) \sin^2(\varphi)) = \frac{14}{r} + 2(\sin(\theta) \cos(\varphi) + 8 \sin(\theta) \sin(\varphi) + 6 \cos(\theta)).$$

Dar una expresión cartesiana y determinar el tipo de superficie (*Ayuda: es una cuádrica*).

11. Considere la siguiente superficie en coordenadas esféricas

$$S : 3r^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + r^2 - 2r \sin \theta (4 \cos \varphi + \sin \varphi) + 4$$

Dar una expresión cartesiana y determinar el tipo de superficie.