Quádricas

Sumário

1 Introdução

Quádrica ou superfície quádrica é, em matemática, o conjunto dos pontos do espaço tridimensional cujas coordenadas formam um polinômio de segundo grau de no máximo três variáveis denominada de equação cartesiana da superfície:

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + exz + fyz + gx + hy + iz + j = 0 \tag{1}$$

2 Superfícies

2.1 Elipsoide

É uma superfície cuja equação num sistema de coordenadas cartesianas x-y-z é

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \tag{2}$$

Onde a, b e c são números reais positivos que determinam as dimensões e forma do elipsoide. Se dois dos números são iguais, o elipsoide é um esferoide; se os três forem iguais, trata-se de uma esfera.

2.2 Hiperboloide

Entre as superfícies quádricas, um hiperboloide é caracterizado por não ser um cone ou um cilindro, ter um centro de simetria e interceptar muitos planos em hipérboles. Um hiperboloide também possui três eixos perpendiculares de simetria emparelhados e três planos perpendiculares de simetria emparelhados.

2.2.1 Hiperboloide de uma folha

Hiperboloide de uma folha, também chamado de hiperboloide hiperbólico, é uma superfície conectada, que tem uma Curvatura Gaussiana negativa em cada ponto. Isto implica que o plano tangente em qualquer ponto intercepta o hiperboloide em duas retas.
É definido pela equação:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \tag{3}$$

2.2.2 Hiperboloide de duas folhas

Hiperboloide de duas folhas, também chamado de hiperboloide elíptico, tem dois componentes conectados e uma curvatura gaussiana positiva em cada ponto. Assim, a superfície é convexa no sentido de que o plano tangente em todos os pontos intercepta a superfície somente nesse ponto.
É definido pela equação:

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \tag{4}$$

2.3 Paraboloide

Um paraboloide é uma superfície que possui exatamente um eixo de simetria e nenhum centro de simetria. O termo "paraboloide"deriva de "parábola", que se refere a uma seção cônica a qual possui uma propriedade semelhante de simetria. Toda seção plana de um parabolóide por um plano paralelo ao eixo de simetria é uma parábola.

2.3.1 Paraboloide elíptico

Um paraboloide elíptico, também chamado de paraboloide circular, é um paraboloide de revolução: uma superfície obtida através da rotação de uma parábola ao redor de seu eixo e pode possuir um ponto máximo ou mínimo. Este é o formato do refletor parabólico utilizado nos espelhos, antenas e objetos semelhantes.
É definido pela equação:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = cz \tag{5}$$

2.3.2 Paraboloide hiperbólico

O parabolóide é hiperbólico se qualquer outra seção do plano for uma hipérbole ou duas retas se cruzando. A superfície é duplamente determinada em forma de sela.
É definido pela equação:

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = cz \tag{6}$$

2.4 Superfície cônica

Superfície cônica é uma superfície gerada por uma reta que se move apoiada numa curva plana e passando sempre por um ponto dado não situado no plano desta curva. A reta é denominada geratriz, a curva plana é a diretriz e o ponto fixo dado é o vértice.
É definida pela equação:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0 \tag{7}$$

2.5 Superfície cilíndrica

Uma superfície é dita cilíndrica se existir uma curva C e uma reta r tais que a superfície seja a união de retas paralelas a r que passem por C. C é chamada diretriz da superfície S e as retas paralelas a r são geratrizes de S. Se a curva C for uma quádrica plana, então a superfície será uma quádrica no espaço.
A equação da superfície cilíndrica é a mesma de sua diretriz.