Problem S2: Pretty Average Primes

Problem Description

For various given positive integers $N > 3$, find two primes, A and B such that N is the average (mean) of A and B. That is, N should be equal to $(A + B)/2$.

Recall that a *prime number* is an integer $P > 1$ which is only divisible by 1 and P. For example, $2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11$ are the first few primes, and $4, 6, 8, 9$ are not prime numbers.

Input Specification

The first line of input is the number T ($1 \leq T \leq 1000$), which is the number of test cases. Each of the next T lines contain one integer N_i ($4 \leq N_i \leq 1\ 000\ 000$, $1 \leq i \leq T$).

For 6 of the available 15 marks, all $N_i < 1\ 000$.

Output Specification

The output will consist of T lines. The ith line of output will contain two integers, A_i and B_i, separated by one space. It should be the case that $N_i = (A_i + B_i)/2$ and that A_i and B_i are prime numbers.

If there are more than one possible A_i and B_i for a particular N_i, output any such pair. The order of the pair A_i and B_i does not matter.

It will be the case that there will always be at least one set of values A_i and B_i for any given N_i.

Sample Input

```
4
8
4
7
21
```

Possible Output for Sample Input

```
3 13
5 3
7 7
13 29
```

Explanation of Possible Output for Sample Input

Notice that:

$$
\begin{aligned}
8 &= (3 + 13)/2, \\
4 &= (5 + 3)/2, \\
7 &= (7 + 7)/2,
\end{aligned}
$$

Version française figure à la suite de la version anglaise.

$$21 = (13+29)/2.$$

It is interesting to note, that we can also write

$$\begin{aligned} 8 &= (5+11)/2 \\ 21 &= (5+37)/2 = (11+31)/2 = (19+23)/2 \\ 7 &= (3+11)/2 \end{aligned}$$

and so any of these pairs could have also been used in output. There is no pairs of primes other than 3 and 5 which average to the value of 4.

Footnote

You may have heard about *Goldbach's conjecture*, which states that every even integer greater than 2 can be expressed as the sum of two prime numbers. There is no known proof, yet, so if you want to be famous, prove that conjecture (after you finish the CCC).

This problem can be used to help verify that conjecture, since every even integer can be written as $2N$, and your task is to find two primes A and B such that $2N = A + B$.

Version française figure à la suite de la version anglaise.

Problme S2: Des nombres premiers assez moyens

nonc du problme
tant donn diffrents nombres entiers positifs N o $N > 3$, dterminer deux nombres premiers, A et B, de manire que N soit gal la moyenne de A et B. C'est--dire que N doit łtre gal $(A + B)/2$.

se rappeler qu'un *nombre premier* est un entier $P > 1$ qui n'est divisible que par 1 et P. Par exemple, parmi la liste des nombres premiers, les nombres $2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11$ en sont les premiers. Les nombres $4, 6, 8, 9$ ne font pas partie de cette liste car ce ne sont pas des nombres premiers.

Prcisions par rapport aux donnes d'entre
La premire ligne des donnes d'entre contient le nombre T ($1 \leq T \leq 1000$) qui reprsente le nombre de cas de tests. Chacune des T prochaines lignes contient un entier N_i ($4 \leq N_i \leq 1\ 000\ 000$, $1 \leq i \leq T$).

Pour 6 des 15 points disponibles, tout nombre N_i doit suivre la condition $N_i < 1\ 000$.

Prcisions par rapport aux donnes de sortie
Il devrait y avoir T lignes dans les donnes de sortie. La i^e ligne des donnes de sortie devrait contenir les deux entiers A_i and B_i. Ces derniers devraient łtre spars par un espace. De plus, comme le prcise l'nonc du problme, A_i et B_i doivent łtre des nombres premiers et doivent aussi vrifier l'quation $N_i = (A_i + B_i)/2$.

Il peut exister pour N_i plus qu'un seul couple A_i et B_i. Dans ce cas, les donnes de sortie devraient galement contenir ces autres possibilits. L'ordre dans lequel sont prsents A_i et B_i n'est pas important.

Il y aura toujours au moins un couple de valeurs A_i et B_i pour chaque valeur de N_i.

Exemple de donnes d'entre
```
4
8
4
7
21
```

Exemple de donnes de sortie possibles
```
3 13
5 3
7 7
13 29
```

Justification des donnes de sortie

On remarque que:

$$\begin{aligned} 8 &= (3+13)/2, \\ 4 &= (5+3)/2, \\ 7 &= (7+7)/2, \\ 21 &= (13+29)/2. \end{aligned}$$

D'ailleurs, on aurait pu crire:

$$\begin{aligned} 8 &= (5+11)/2 \\ 21 &= (5+37)/2 = (11+31)/2 = (19+23)/2 \\ 7 &= (3+11)/2 \end{aligned}$$

Donc on aurait pu utiliser n'importe lequel de ces couples dans les donnes de sortie. Il n'y a pas de couples de nombres premiers autres que 3 et 5 qui donneraient une moyenne de 4.

Note de bas de page
Vous avez peut-łtre entendu parler de la *conjecture de Goldbach* selon laquelle tout entier pair suprieur 2 peut łtre exprim par la somme de deux nombres premiers. Cette conjecture n'a toujours pas t valide par manque de preuves. Donc, si vous voulez devenir clbre, il n'y aura qu' la prouver (une fois que vous aurez termin le CCI).

Ce problme peut łtre utilis dans la vrification de cette conjecture car chaque entier pair peut łtre crit de la forme $2N$, et votre tche est de trouver deux nombres premiers A et B tels que $2N = A + B$.