Laborationsrapport

Laboration 3

Laboranter

Namn	**Personnummer**	**Epostaddress**
Hannes Snögren	900708-3976	hansn314@student.liu.se
Alexander Yngve	930320-6651	aleyn573@student.liu.se

1 Inledning

Vi har blivit tilldelade laborationsuppgift 13 i kursen TAOP33 vid Linköpings universitet. Vi använde programmet VINEOPT av Kaj Holmberg för att lösa problemet.

2 Uppgift

Problemet lyder enligt följande. Ett företag har fyra fabriker som producerar identiska varor. Produktionskostnad och maxproduktion varierar mellan fabrikerna enligt tabell 1. Företaget har också fem regionala lager med varierande efterfrågan och försäljningspris enligt tabell 2.

Fabrik	F_1	F_2	F_3	F_4
Produktionskostnad (kr/enhet)	25	27	26	28
Maxkapacitet (enheter)	150	200	175	100

Tabell 1 – Fabrikernas egenskaper.

Lager	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
Försäljningspris (kr/enhet)	34	32	31	30	31
Efterfrågan (enheter)	80	110	150	100	150

Tabell 2 – Regionallagrens egenskaper.

De tillverkade produkterna skall transporteras från fabrikerna till lagren till en kostnad angiven i tabell 3.

	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
F_1	3	1	5	7	7
F_2	9	7	8	4	5
F_3	5	4	6	8	6
F_4	4	5	6	9	7

Tabell 3 – Transportkostnader från fabrik till lager angivet i kr/enhet.

Utöver de givna tabellerna finns det 5 givna villkor.

1. Mellan fabrik 2 och lager 3 finns ett alternativt transportsätt som bara kostar 3 kr/enhet. Det går dock bara att transportera 25 enheter till denna förmånliga kostnad.
2. Lager 5 måste få hela sin efterfrågan tillgodosedd.
3. Lager 4 måste få minst 80 enheter.
4. Varje fabrik måste tillverka minst 60 enheter.
5. Bolaget tillverkar inte en vara som inte kommer att ge vinst om den inte är nödvändig för att uppfylla övriga krav.

2.1 Deluppgift *a*

Planera företagets produktion och transport av varor så att största möjliga vinst uppnås.

2.2 Deluppgift *b*

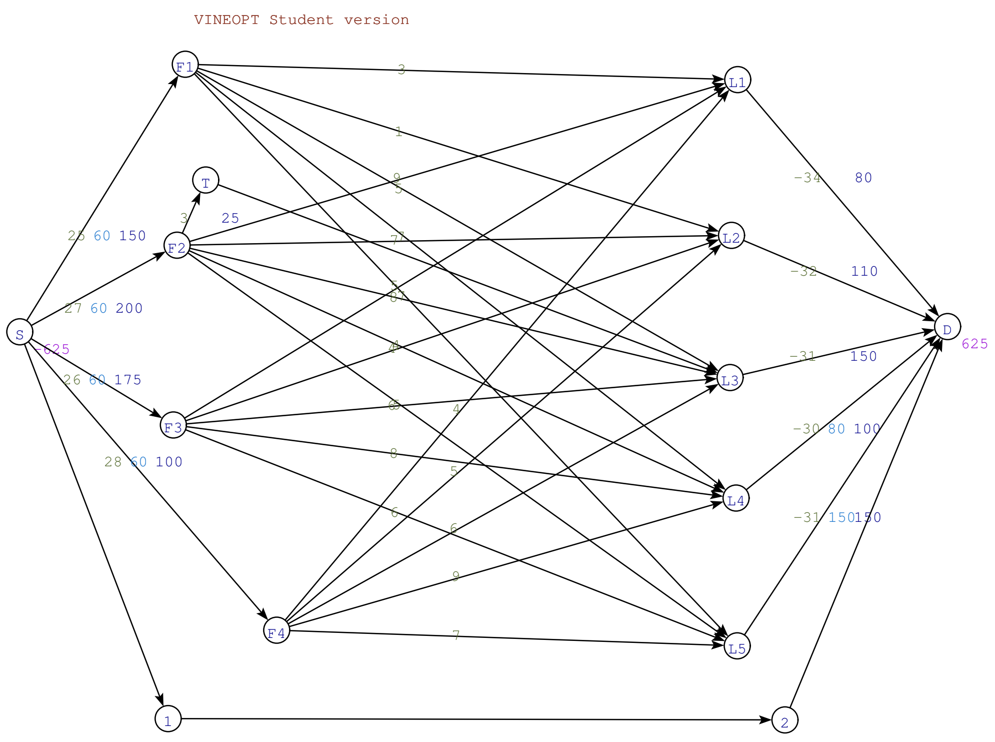
Företaget gör en noggrannare analys av kostnadsstrukturen i fabrik 2. Man kommer fram till att de 50 först tillverkade enheterna kostar 28 kr/enhet att tillverka, enhet 51 till 150 kostar 25 kr/enhet att tillverka och enhet 151-200 kostar 28 kr/enhet att tillverka. Hur förändras lösningen? Förändras vinsten?

2.3 Deluppgift *c*

En ny transportör erbjuder sig att transportera varor mellan fabrik 3 och lager 3. Vilket pris är det högsta företaget kan tänka sig att betala för att denna transport skall bli lönande för företaget?

3 Problemuppställning

Vi identifierar problemet som ett minkostnadsproblem i en tudelad acyklisk riktad graf. Vi identifierar noderna F_1, F_2, F_3 och F_4 för respektive fabrik och noderna L_1, L_2, L_3, L_4 och L_5 för respektive lager.



Figur 1 – Den identifierade grafen

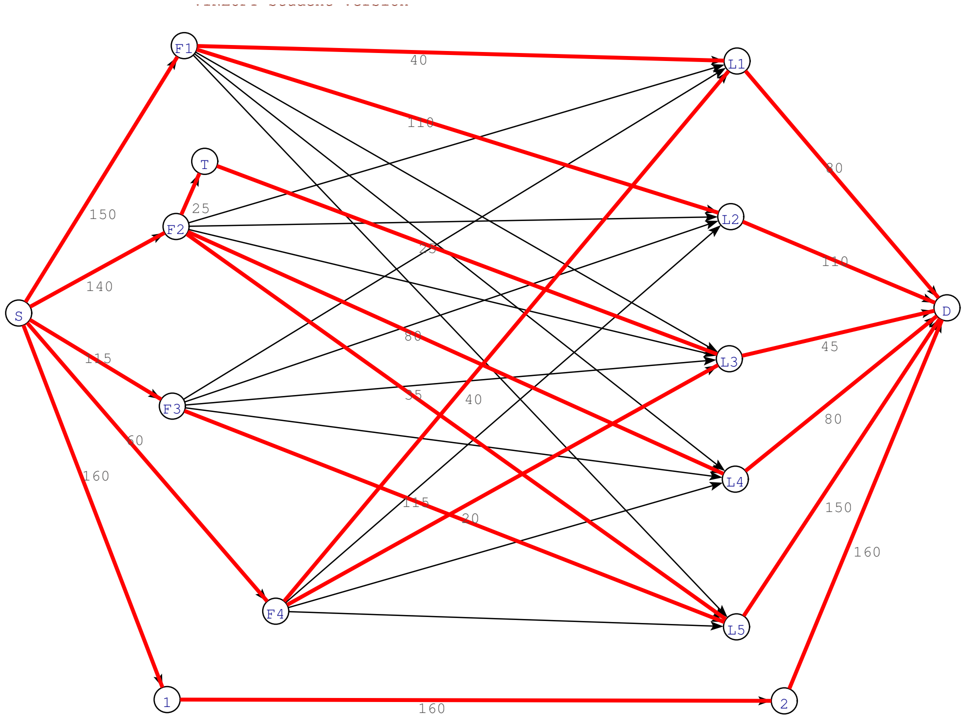
Grafen består av tre delar. Bågarna till vänster mellan nod S och F_n innehåller information om fabrikernas tillverkningskostnad samt övre och undre gräns för antalet tillverkade enheter enligt tabell 1 och villkor 4. Bågarna i mitten mellan F_n och L_n representerar transportkostnaderna mellan fabrik och lager enligt tabell 3. Slutligen representerar bågarna till höger mellan noder L_n och D de olika övre och undre gränserna för efterfrågan samt försäljningspris för respektive lager enligt tabell 2 och villkor 2 och 3. Försäljningspriset är en vinst och representeras därför som en negativ kostnad.

Startnoden S har en kapacitet som motsvarar summan av fabrikernas maxkapaciteter. Eftersom summan av fabrikernas maxkapaciteter är större än summan av lagrens efterfrågan, fungerar endast nätet om slutnoden D har en efterfrågan lika stor som kapaciteten i S. Noderna 1 och 2 finns endast av estetiska skäl och bågarna däremellan har en kostnad på 0 kr. Det innebär att förutom det flöde som krävs för att uppfylla övriga villkor, kommer endast lönsamt flöde gå genom resten av grafen i enlighet med villkor 5.

Noden T är ett substitut för en parallell båge och är det alternativa, billigare transportsättet mellan F_2 och L_3 givet i villkor 1.

4 Lösning deluppgift a

För att ta reda på största möjliga vinst för företaget, löser vi den graf vi ritat upp. Lösningen illustreras i figur 2. Svaret blir att största möjliga vinst är 715 kr med ett flöde enligt tabell 4.



Figur 2 – Lösning deluppgift a

	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
F_1	40	110			
F_2			25	80	35
F_3					115
F_4	40	20			

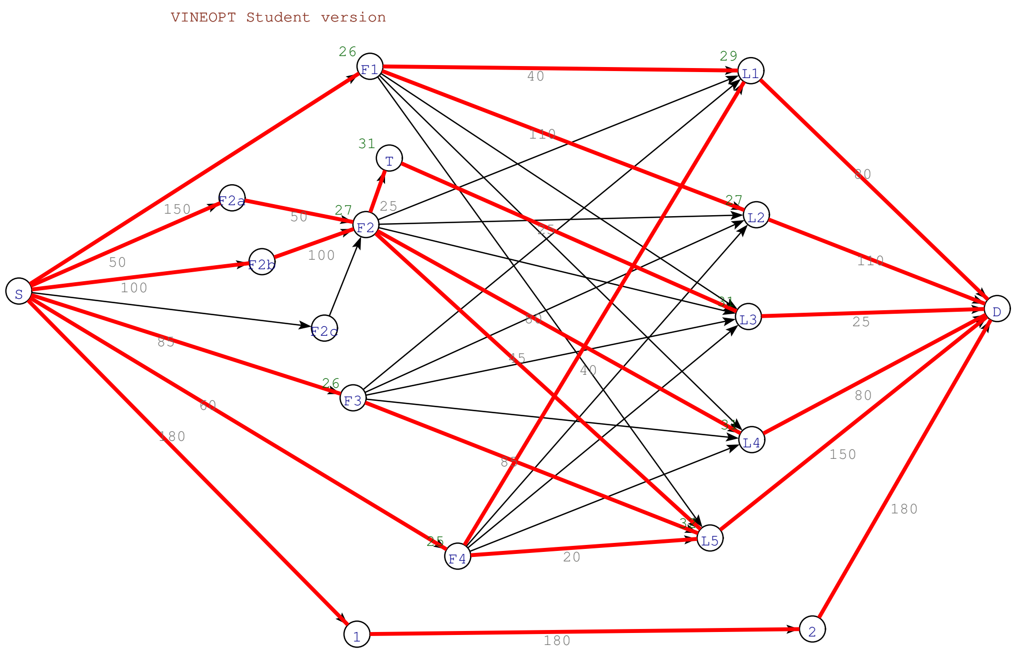
Tabell 4 – Flöde från fabrik till lager angivet i antal enheter.

5 Lösning deluppgift *b*

För att lösa uppgiften måste vi modifiera grafen. Vi lägger till noderna F_{2a}, F_{2b} och F_{2c} mellan S och F_2. Vi ger bågarna mellan de nya noderna och F_2 kostnader och gränser för maximalt och minimalt flöde enligt tabell 5 för att uppfylla de nya villkoren.

Startnod	Kostnad	Maxflöde	Minflöde
F_{2a}	28	50	50
F_{2b}	25	100	10
F_{2c}	28	∞	0

Tabell 5 – Värden för nya bågar med F_2 som slutnod.



Figur 3 – Lösning deluppgift *b*

Vi löser sedan grafen och får ett resultat enligt figur 3. Lösningen ger en vinst på 865 kr med ett flöde enligt tabell 6.

	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
F_1	40	110			
F_2			25	80	45
F_3					85
F_4	40				20

Tabell 6 – Flöde från fabrik till lager angivet i antal enheter.

6 Lösning deluppgift c

För att lösa denna uppgift används nodpriserna som står bredvid noderna i figur 3. De intressanta nodpriserna är de för noderna F_3 och L_3 vilka utläses från grafen till att vara $y_{F3} = 26$ respektive $y_{L3} = 31$. Kostnaden för bågen mellan dem utläses från tabell 3 till $c_{F3,L3} = 6$. Denna information används för att beräkna den reducerade kostnaden $\hat{c}_{F3,L3}$ för bågen i den slutgiltiga lösningen.

$$\hat{c}_{F3,L3} = c_{F3,L3} + y_{F3} - y_{L3} = 6 + 26 - 31 = 1 > 0$$

Då den reducerade kostnaden $\hat{c}_{F3,L3} > 0$ så är det ej lönsamt att skicka flöde genom bågen. Om vi kan hitta ett värde på $c_{F3,L3}$ som ger att $\hat{c}_{F3,L3} < 0$ så blir bågen lönsam. Om $c_{F3,L3} = 5$ så får vi följande reducerad kostnad:

$$\hat{c}_{F3,L3} = c_{F3,L3} + y_{F3} - y_{L3} = 5 + 26 - 31 = 0$$

Detta ger en övre gräns på kostnaden på bågen mellan F_3 och L_3. En transportkostnad på 5 kr mellan fabriken och lagret i fråga gör alltså att det går jämt upp för företaget. För att det ska löna sig för företaget måste kostnaden understiga 5 kr.