Laboranter:
Hannes Snögren
Alexander Yngve

Laborationsrapport

Laboration 3

1 Inledning

Vi har blivit tilldelade laborationsuppgift 13 i kursen TAOP33 vid Linköpings universitet. Vi använde programmet VINEOPT av Kaj Holmberg för att lösa problemet.

2 Uppgift

Problemet lyder enligt följande. Ett företag har fyra fabriker som producerar identiska varor. Produktionskostnad och maxproduktion varierar mellan fabrikerna enligt tabell 1. Företaget har också fem regionala lager med varierande efterfrågan och försäljningspris enligt tabell 2.

Fabrik	F_1	F_2	F_3	F_4
Produktionskostnad (kr/enhet)	25	27	26	28
Maxkapacitet (enheter)	150	200	175	100

Tabell 1 – Fabrikernas egenskaper.

Lager	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
Försäljningspris (kr/enhet)	34	32	31	30	31
Efterfrågan (enheter)	80	110	150	100	150

Tabell 2 – Regionallagrens egenskaper.

De tillverkade produkterna skall transporteras från fabrikerna till lagren till en kostnad angiven i tabell 3.

	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
F_1	3	1	5	7	7
F_2	9	7	8	4	5
F_3	5	4	6	8	6
F_4	4	5	6	9	7

Tabell 3 – Transportkostnader från fabrik till lager angivet i kr/enhet.

Utöver de givna tabellerna finns det 5 givna villkor.

1. Mellan fabrik 2 och lager 3 finns ett alternativt transportsätt som bara kostar 3 kr/enhet. Det går dock bara att transportera 25 enheter till denna förmånliga kostnad.

2. Lager 5 måste få hela sin efterfrågan tillgodosedd.

3. Lager 4 måste få minst 80 enheter.

Laboranter:
Hannes Snögren
Alexander Yngve

4. Varje fabrik måste tillverka minst 60 enheter.
5. Bolaget tillverkar inte en vara som inte kommer att ge vinst om den inte är nödvändig för att uppfylla övriga krav.

2.1 Deluppgift *a*

Planera företagets produktion och transport av varor så att största möjliga vinst uppnås.

2.2 Deluppgift *b*

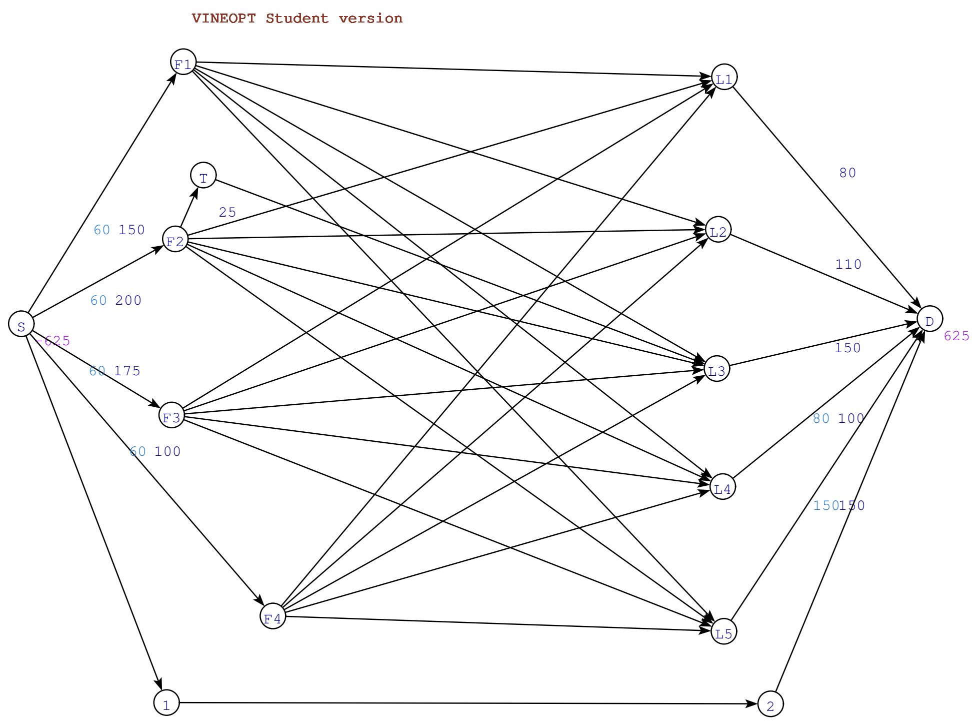
Företaget gör en noggrannare analys av kostnadsstrukturen i fabrik 2. Man kommer fram till att de 50 först tillverkade enheterna kostar 28 kr/enhet att tillverka, enhet 51 till 150 kostar 25 kr/enhet att tillverka och enhet 151-200 kostar 28 kr/enhet att tillverka. Hur förändras lösningen? Förändras vinsten?

2.3 Deluppgift *c*

En ny transportör erbjuder sig att transportera varor mellan fabrik 3 och lager 3. Vilket pris är det högsta företaget kan tänka sig att betala för att denna transport skall bli lönande för företaget?

3 Problemuppställning

Vi identifierar problemet som ett minkostnadsproblem i en tudelad acyklisk riktad graf. Vi identifierar noderna F_1, F_2, F_3 och F_4 för respektive fabrik och noderna L_1, L_2, L_3, L_4 och L_5 för respektive lager.



Figur 1 – Den identifierade grafen

Vi vill att bågkostnaderna i grafen ska innehålla både transportkostnader och kostnad vid försäljning. Vi ställer upp produktionskostnader och försäljningspris som radmatriser respektive kolumnmatriser och upprepar dessa 4 respektive 5 gånger så att vi får $4x5$-matriserna P och F. Genom att subtrahera F från P och addera transportkostnadedsmatrisen T från tabell 3 får vi så totalkostnadsmatrisen R vars värden vi för in som kostnader på bågarna i grafen.

$$P - F + T = R$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 25 & 25 & 25 & 25 & 25 \\ 27 & 27 & 27 & 27 & 27 \\ 26 & 26 & 26 & 26 & 26 \\ 28 & 28 & 28 & 28 & 28 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 34 & 32 & 31 & 30 & 31 \\ 34 & 32 & 31 & 30 & 31 \\ 34 & 32 & 31 & 30 & 31 \\ 34 & 32 & 31 & 30 & 31 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 & 7 & 7 \\ 9 & 7 & 8 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 6 & 8 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -6 & -6 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & 1 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Notera att vi använder kostnad, inte vinst i våra beräkningar vilket leder till att vinst representeras av ett negativt nummer. Alltså är de varor som transporteras via bågar med positiv kostnad i kostnadsmatrisen R förlustaffärer.

Startnoden S har en kapacitet som motsvarar summan av fabrikernas maxkapaciteter. Eftersom summan av fabrikrenas maxkapaciteter är större än summan av lagrens efterfrågan, fungerar endast nätet om slutnoden D har en efterfrågan lika stor som kapaciteten i S.

Vi sätter de övre begränsningarna på bågarna från S till F_n till fabrikernas maxkapacitet och de undre till 60 enheter enligt villkor 4. Vi sätter motsvarande begränsningar för lagren mellan L_n och D.

Noderna 1 och 2 finns endast för estetiska skäl och bågarna däremellan har en kostnad på 0 kr. Det innebär att förutom det flöde som krävs för att uppfylla övriga villkor, kommer endast lönsamt flöde gå genom resten av grafen i enlighet med villkor 5.

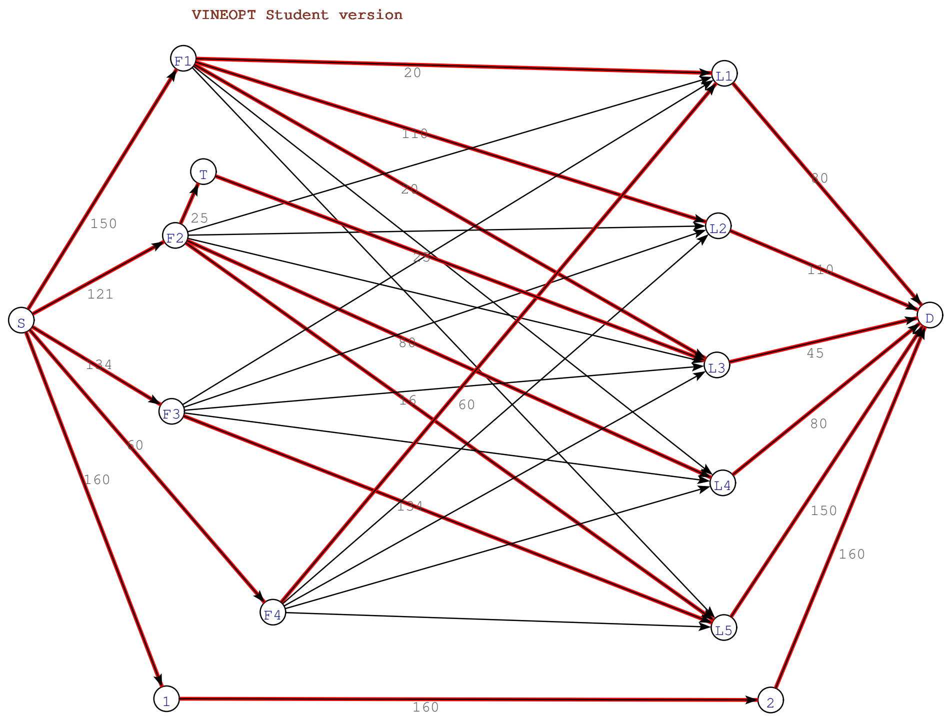
Noden T är ett substitut för en parallell båge och är det alternativa, billigare transportsättet mellan F_2 och L_3 givet i villkor 1. Vi får kostnaden för den genom att beräkna $p_2 - f_3 + 3$.

4 Lösning deluppgift *a*

För att ta reda på största möjliga vinst för företaget, löser vi den graf vi ritat upp. Lösningen illustreras i figur 2. Svaret blir att största möjliga vinst är 715 kr med ettflöde enligt tabell 4.

	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
F_1	20	110	20		
F_2			25	80	16
F_3					134
F_4	60				

Tabell 4 – Transportkostnader från fabrik till lager angivet i kr/enhet.



Figur 2 – Lösning deluppgift *a*

5 Lösning deluppgift *b*

För att lösa uppgiften måste vi modifiera grafen. Vi lägger till noderna F_{2a}, F_{2b} och F_{2c} mellan S och F_2. Vi ger bågarna mellan de nya noderna och F_2 kostnader och gränser för maximalt och minimalt flöde enligt tabell 5 för att uppfylla de nya villkoren.

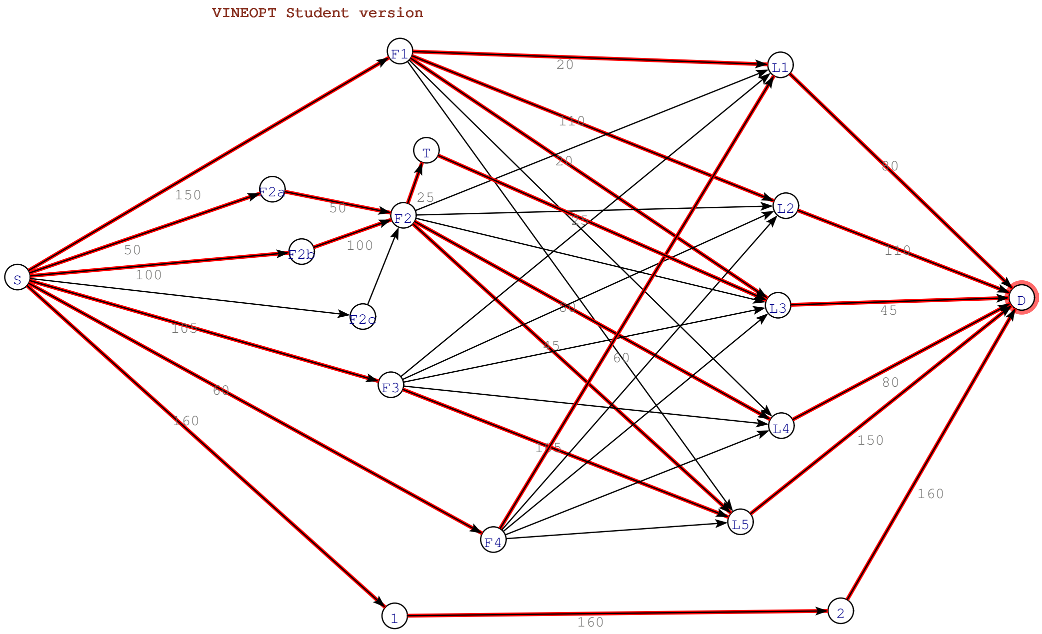
Startnod	Kostnad	Maxflöde	Minflöde
F_{2a}	1	50	50
F_{2b}	-2	100	10
F_{2c}	1	∞	0

Tabell 5 – Värden för nya bågar med F_2 som slutnod.

Vi löser sedan grafen och får ett resultat enligt figur 3. Lösningen ger en vinst på 865 kr med ett flöde enligt tabell 6.

	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
F_1	20	110	20		
F_2			25	80	45
F_3					105
F_4	60				

Tabell 6 – Transportkostnader från fabrik till lager angivet i kr/enhet.



Figur 3 – Lösning deluppgift *b*

6 Lösning deluppgift *c*

Genom att studera matrisen R ser vi att kostnaden är 1 kr/enhet för att producera, transportera och sälja en vara från F_3 till L_3. För att det ska vara lönsamt måste kostnaden vara < 0 kr och alltså måste vi begära ett pris < 5 kr/enhet.

Bilaga A MATLAB-script för lösning av kostnadsmatriser

```
% P Produktionskostnad
P = [25, 27, 26, 28];
% F Försäljningspris
F = [34, 32, 31, 30, 31];
% R = kostnad P - F
R = zeros((range(P) + 1), (range(F) + 1));

for i=1:(range(P) + 1),
    for j=1:(range(F) + 1),
        R(i,j) = P(i) - F(j);
    end
end

disp Försäljningskostnad
R

disp Transportkostnad
T = [3, 1, 5, 7, 7; 9, 7, 8, 4, 5; 5, 4, 6, 8, 6; 4, 5, 6, 9, 7]

disp Resultatmatris
R + T

% Specialfall alternativa transportsätt mellan F2 L3 med kostnad 3
disp('Specialfall alternativt transportsätt F2 L3')
R(2,3) + 3
```