

Transizione di deconfinamento in 3D Yang-Mills con gruppo di gauge $Sp(2)$ e studio degli effetti di stringa

Studente: **Pini Nicholas**

Relatore: prof. **Giusti Leonardo**

Correlatore: prof. **Pepe Michele**

Facoltà di Fisica Magistrale

Università degli Studi di Milano Bicocca

Anno Accademico 2021/2022



Introduzione

- ▶ Teorie di Yang-Mills presentano **confinamento di colore**
- ▶ A temperature finite \rightarrow transizione di deconfinamento
- ▶ Congettura di Svetitsky e Yaffe
- ▶ Effective String Theory: modello efficace che descrive il potenziale

Obiettivo: studio della transizione di deconfinamento con gruppo di gauge $Sp(2)$ con simulazioni su reticolo.

Teorie di gauge non abeliane

Azione di Yang-Mills di pura gauge nell'Euclideo:

$$S_E = \frac{1}{2g^2} \int d^D x \operatorname{Tr}[F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}]$$

Path integral:

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}A e^{-S_E[A]} \implies \langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int \mathcal{D}A e^{-S_E[A]} \mathcal{O}$$

$\mathcal{Z} \rightarrow$ **funzione di partizione** di un sistema statistico con fattore di Boltzmann $e^{-S_E[A]}$

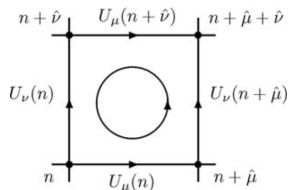
Lattice gauge theory

Spaziotempo su reticolo con **passo reticolare a** \rightarrow cutoff al momento p .

Azione di Wilson:

$$S_W = \frac{\beta}{N} \sum_x \sum_{\mu < \nu} \text{Re Tr}(\mathbb{1} - U_{\mu\nu}(x)), \quad \beta = \frac{2N}{g^2}$$

Placchetta $U_{\mu\nu}$:



- ▶ per $a \rightarrow 0$, $S_W \rightarrow S_E$
- ▶ **gauge invariante** per $a > 0$
- ▶ **libertà asintotica:**
 $a \rightarrow 0 \implies g(a) \rightarrow 0$

Figura: Gattinger, Christof, Lang,
Quantum chromodynamics on the lattice

Potenziale d'interazione

Temperatura finita e Polyakov loop

Condizioni periodiche sul tempo \rightarrow temperatura $T = 1/(aN_t)$

Loop di Polyakov:

$$\phi(\vec{x}) = \text{Tr} \left[\prod_{j=0}^{N_t-1} U_0(j, \vec{x}) \right]$$

$$\begin{aligned} \langle \phi(\vec{x}) \phi(\vec{y})^\dagger \rangle &\sim e^{-\frac{1}{T} V(R, T)} \\ &\sim e^{-\frac{1}{T} \sigma(T) R} \end{aligned}$$

$\sigma(T) \rightarrow$ tensione di stringa a temperatura finita

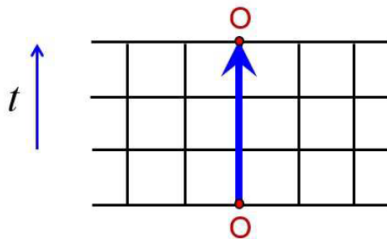


Figura: Suganuma et al., *Interplay between Deconfinement and Chiral Properties*

- ▶ $\langle \phi \rangle = 0 \implies F_q \rightarrow \infty \rightarrow$
fase confinata ($T < T_c$)
- ▶ $\langle \phi \rangle \neq 0 \implies F_q$ finita \rightarrow
fase deconfinata ($T > T_c$)

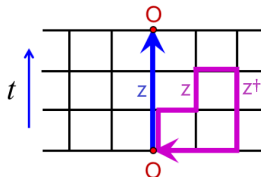
Congettura di Svetisky e Yaffe

Simmetria di centro

$z \in$ centro gruppo gauge.

Simmetria di centro:

$$\phi(\vec{x}) \rightarrow z\phi(\vec{x})$$



- ▶ $\langle \phi \rangle = 0 \implies$ simmetria mantenuta
- ▶ $\langle \phi \rangle \neq 0 \implies$ simmetria rotta spontaneamente

Congettura di Svetisky e Yaffe: se transizione di deconfinamento è di 2° ordine

Teoria di gauge $(d+1)$
dimensionale

\longleftrightarrow classe di universalità \longleftrightarrow

Modello spin d
dimensionale

- ▶ correlatore di Polyakov loop \iff correlatore fra spin
- ▶ fase deconfinata, $T > T_c \iff$ fase ordinata, $T^{\text{spin}} < T_c^{\text{spin}}$

Effective string theory

EST: tubo di flusso \rightarrow stringa vibrante

- ▶ modello effettivo a lunghe distanze
- ▶ termine di Lüscher in $V(R)$
- ▶ estremamente predittivo



Per $R > \xi$, **EST e congettura** sono in accordo:

$$\langle \phi(0)\phi(R) \rangle \sim K_0(E_0 R) \quad \text{in 3D}$$

EST vs modello di Ising

$$\text{Trans. 2° ordine} \implies \xi \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\nu}$$

Vicino al punto critico:

$$\xi \rightarrow \infty \implies R < \xi$$

In 3 dimensioni:

Congettura prevede $\nu = 1$
(modello di Ising)

EST prevede $\nu = 1/2$

A $T \lesssim T_c$, EST non è più predittiva \rightarrow stringa dissolta da fluttuazioni e potenziale schermato.

Per $R < \xi$, congettura prevede

$$\begin{aligned} \langle \phi(0)\phi(R) \rangle = & \frac{k_s}{R^{1/4}} \left[1 + \frac{R}{2\xi} \ln\left(\frac{e^{\gamma_e R}}{8\xi}\right) + \frac{R^2}{16\xi^2} \right. \\ & \left. + \frac{R^3}{32\xi^3} \ln\left(\frac{e^{\gamma_e R}}{8\xi}\right) + O\left(\frac{R^4}{\xi^4} \ln^2 \frac{R}{\xi}\right) \right] \end{aligned}$$

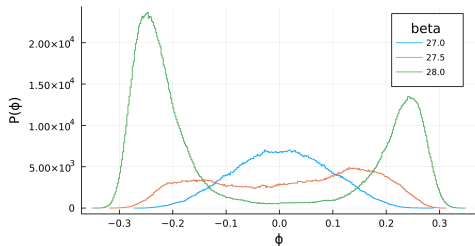
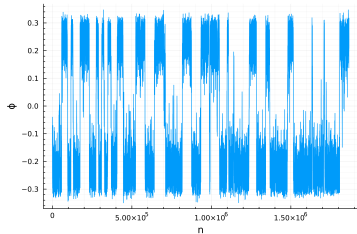
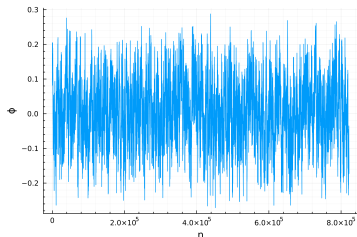
Scopo:

studiare $\langle \phi(0)\phi(R) \rangle$
per $T \lesssim T_c$ con
gruppo di gauge
 $\text{Sp}(2)$

Risultati

Misura loop di Polyakov

Reticolo 3D con $N_s = 40, 60, 80, 100$ e $N_t = 5, 6, 7, 8$.



Comportamento tipico di transizione di fase di secondo ordine:

- ▶ fase confinata: $\langle |\phi| \rangle = 0$
- ▶ fase deconfinata: $\langle |\phi| \rangle \neq 0$ e **eventi di tunneling**

Risultati

Misura temperatura critica

$T = 1/(aN_t) \implies$ cerchiamo $\beta_c(N_t)$ tale che il sistema è nel punto critico.

Suscettività: misura la larghezza della distribuzione del loop di Polyakov.

$$\chi = \sum_{\vec{x}} \langle \phi(\vec{0}) \phi(\vec{x}) \rangle = N_s^2 \langle \phi^2 \rangle$$

$$\begin{aligned} \chi(\beta) &\sim a + b(\beta^{(0)} - \beta)^2 \\ &\quad + c(\beta^{(0)} - \beta)^3 + d(\beta^{(0)} - \beta)^4 \end{aligned}$$

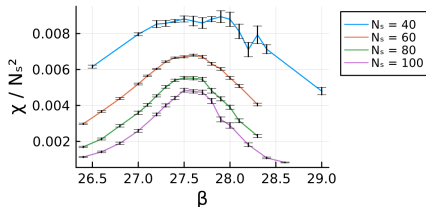


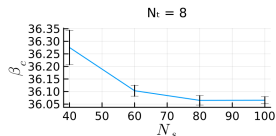
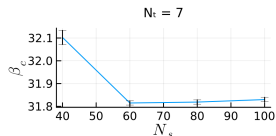
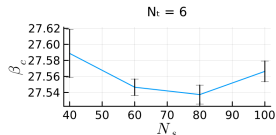
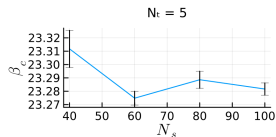
Figura: $N_t = 6$

Risultati

β_c critici

N_t	N_s	β_c	χ^2
5	40	23.312(14)	1.0933
	60	23.2748(52)	1.2741
	80	23.2886(64)	0.5137
	100	23.2817(46)	1.4615
6	40	27.589(30)	0.781
	60	27.547(10)	0.7684
	80	27.537(12)	0.559
	100	27.566(13)	1.6649
7	40	32.103(31)	0.1255
	60	31.8149(92)	0.7616
	80	31.8190(97)	0.6526
	100	31.8299(99)	1.328
8	40	36.275(68)	0.7747
	60	36.103(22)	0.8324
	80	36.065(19)	1.3907
	100	36.065(14)	1.0921

Per $N_s = 100$, **effetti di volume finito sono piccoli** \rightarrow valori di β_c validi nel limite termodinamico.



Risultati

Finite size scaling

Finite size scaling → osservabili riscalate a volume finito descrivono la stessa curva

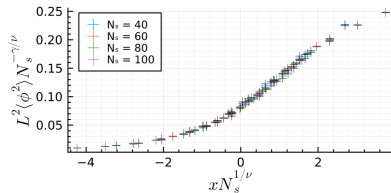
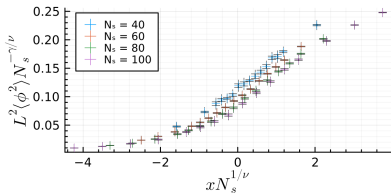
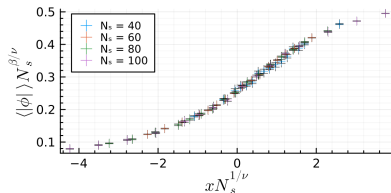
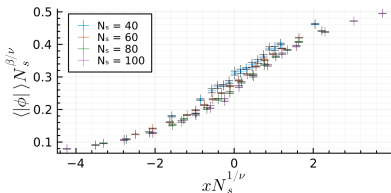


Figura: $N_t = 6$. β_c non aggiustati.

Figura: $N_t = 6$. β_c aggiustati.

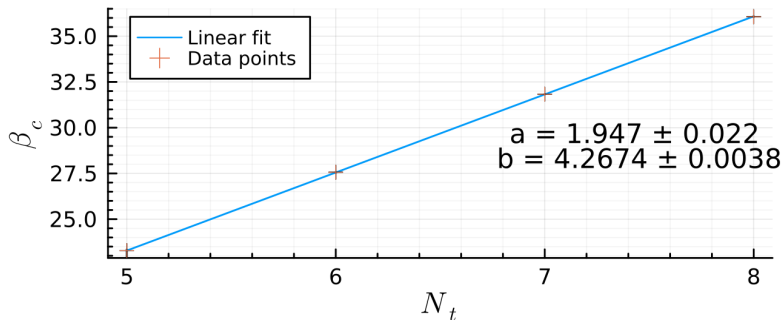
Risultati

β_c in funzione di N_t

Fissato $N_s = 100$, fittiamo β_c al variare di N_t usando una retta.

$$\beta_c(N_t) \sim a + bN_t$$

$$\chi^2 = 2.5612$$



Risultati

Lunghezza di correlazione

N_t	N_s	T/T_c	R	ξ	χ^2
5	100	0.95	(2, 13)	14.157(66)	1.433
			(12, 50)	14.26(58)	1.4986
6	100	0.95	(2, 17)	17.42(11)	0.8582
			(14, 42)	16.86(12)	0.513
7	100	0.95	(2, 20)	20.97(15)	0.5012
			(17, 50)	20.66(17)	0.4379
8	100	0.95	(1, 24)	24.95(22)	2.9113
			(18, 50)	24.26(28)	0.4311

Misura complicata
dalla scelta limitata di
valori di R se ξ è
troppo grande o
troppo piccolo.

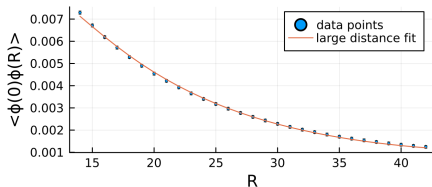
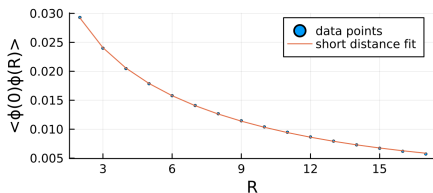


Figura: $N_t = 6$

Conclusioni

Risultati

Sia per $R < \xi$ che per $R > \xi$, misure compatibili di $\xi \implies$
 \implies **congettura di Svetisky e Yaffe prevede correttamente**
andamento di $\langle \phi(0)\phi(R) \rangle$ nelle vicinanze del punto critico.

Inoltre, come ci aspettavamo:

- ▶ teoria di Yang-Mills 3D con gruppo di gauge $Sp(2)$ presenta una transizione di deconfinamento del secondo ordine
- ▶ andamento di $\langle \phi(0)\phi(R) \rangle$ per $R > \xi$ previsto da EST
- ▶ EST a $R < \xi$ non è più valida

Conclusioni

Ricerche future

Possibili ricerche future:

- ▶ studiare $\sigma(T)$ in $V(R, T)$
- ▶ studiare come si passa da descrizione EST a descrizione della congettura

Grazie per l'attenzione!