

# Sintesi della relazione per la prova finale

**Studente:** Nicholas Pini

**Relatore:** prof. Leonardo Giusti

**Matricola:** 813484

**Correlatore:** prof. Michele Pepe

**Corso di laurea:** Fisica (magistrale)

**Data seduta di laurea:** 21/11/2022

**Telefono:** 345 6954331

## La transizione di deconfinamento nella teoria di Yang-Mills con gruppo di gauge $Sp(2)$ in 3 dimensioni e studio degli effetti di stringa

Le teorie di gauge non abeliane sono caratterizzate dal fenomeno del confinamento di colore: sotto una certa temperatura critica – nella fase detta “confinante” – due cariche di colore in rappresentazione fondamentale (quark) interagiscono con un potenziale che cresce asintoticamente in modo lineare con la distanza. Ciò fa sì che una carica di colore isolata non sia direttamente osservabile. Nonostante non ci sia una dimostrazione analitica del fenomeno del confinamento, ne esistono evidenze tramite calcoli numerici.

Le linee di forza tra le due cariche di colore sono focalizzate in un tubo di flusso che può essere descritto come una stringa vibrante. Questo modello è detto Effective String Theory (EST) e rappresenta una teoria effettiva di bassa energia per l’interazione tra quark statici, valida a grandi distanze  $R$  e basse temperature. Esso risulta essere efficace e predittivo: ad esempio, il primo termine dell’espansione a lunghe distanze di questo modello ha come conseguenza la presenza di un termine correttivo proporzionale a  $1/R$  nel potenziale d’interazione fra quark, detto termine di Lüscher. Tale termine ha un coefficiente numerico ben definito ed ha avuto molti riscontri in simulazioni di varie teorie di gauge su reticolo.

Il fenomeno del confinamento dipende dalla temperatura della teoria: a una data temperatura critica il sistema passa dalla fase confinata (bassa temperatura) ad una fase deconfinata (alta temperatura), nella quale il tubo di flusso viene dissolto dalle fluttuazioni di stringa e il potenziale fra le due cariche di colore non è più confinante ma schermato. Estrapolando la descrizione effettiva di stringa alla temperatura critica, essa prevede una transizione di fase di deconfinamento di secondo ordine con esponente critico  $\nu = 1/2$  per la lunghezza di correlazione. In generale, le transizioni di fase

possono essere di primo o secondo ordine: per quelle di secondo ordine, la lunghezza di correlazione diverge al punto critico. A ciò è associato il concetto particolarmente importante di classe di universalità, per il quale sistemi fisici molto diversi fra loro, aventi però la stessa dimensionalità e la stessa simmetria, sono descritti dalla stessa teoria nell'intorno della transizione di fase. In particolare, gli esponenti che caratterizzano il comportamento critico di osservabili corrispondenti sono gli stessi nelle diverse teorie.

Per quanto riguarda le teorie di gauge non abeliane, alla transizione di deconfinamento avviene la rottura spontanea della simmetria del centro del gruppo di gauge. Esiste una congettura dovuta a Svetitsky e Yaffe, secondo cui, considerando ad esempio una teoria di gauge  $(d + 1)$  dimensionale con centro del gruppo di gauge  $\mathbb{Z}_2$ , se la transizione di fase di deconfinamento è di secondo ordine, allora il sistema è nella stessa classe di universalità del modello di Ising  $d$  dimensionale. Questo significa che l'esponente critico  $\nu$  associato alla lunghezza di correlazione della teoria di gauge in  $(2 + 1)$  dimensioni è lo stesso del modello di Ising in 2 dimensioni, il cui valore è ben conosciuto:  $\nu = 1$ . Questo risultato però è in contrasto con l'analisi fatta usando la EST, che prevede  $\nu = 1/2$ . La teoria effettiva di stringa è molto accurata a bassa temperatura mentre il regime critico è al limite del suo intervallo di applicabilità: risulta dunque interessante studiare in modo quantitativo come si passa dal regime di validità della EST a quello critico regolato dalla congettura di Svetitsky e Yaffe.

Dato che entrambi i regimi sono fortemente non perturbativi è utile considerare la formulazione della teoria di gauge non abeliana su reticolo. Essa costituisce una regolarizzazione nella quale si discretizza lo spaziotempo su un reticolo rendendo la teoria e il path integral ben definiti. Considerando tale formulazione, è possibile effettuare lo studio non perturbativo mediante simulazioni numeriche su un calcolatore. La teoria può essere studiata anche a temperatura finita imponendo condizioni periodiche per la direzione temporale, con la temperatura data dall'inverso della lunghezza della dimensione temporale.

Nel lavoro di tesi mi sono occupato di studiare la transizione di fase di deconfinamento e gli effetti di stringa nella teoria di Yang-Mills in  $(2 + 1)$  dimensioni con gruppo di gauge  $\text{Sp}(2)$ . La scelta di questo gruppo è dovuta al fatto che la transizione di deconfinamento è del secondo ordine, ed inoltre i gruppi  $\text{Sp}(N)$  hanno  $\mathbb{Z}_2$  come centro del gruppo per ogni valore di  $N$ : la simmetria rotta quindi non dipende dalla dimensionalità del gruppo di gauge stesso, come invece avviene coi gruppi  $\text{SU}(N)$  più comunemente scelti. Si è

sviluppato da zero un codice parallelo che permette di simulare la teoria di gauge tramite metodi Monte Carlo: in particolare, per l'aggiornamento delle configurazioni del campo di gauge, si è implementato l'algoritmo Heat-Bath come sviluppato da Cabibbo e Marinari insieme con il metodo dell'over-relaxation per accelerare la decorrelazione delle configurazioni che vengono progressivamente generate. Sono state effettuate simulazioni per valori della lunghezza del reticolo in direzione temporale  $N_t = 5, 6, 7, 8$  e in direzione spaziale  $N_s = 40, 60, 80, 100$ . Lo studio della transizione di fase di deconfinamento è avvenuto mediante l'analisi di Finite Size Scaling del parametro d'ordine della rottura di simmetria (il loop di Polyakov) e della sua suscettività. Infine, in fase confinata a temperatura prossima alla transizione di deconfinamento si è studiata l'interazione tra due cariche di colore statiche in rappresentazione fondamentale misurando con simulazioni Monte Carlo la funzione a due punti del loop di Polyakov. Si è osservato che i risultati numerici sono ben descritti dalla EST a grandi distanze mentre il comportamento a distanze dell'ordine della lunghezza di correlazione o inferiori, è ben rappresentato dal regime critico del modello di Ising in  $d = 2$ .

### **Deconfinement transition in 3D Yang-Mills theory with $\text{Sp}(2)$ gauge group and study of string effects**

Non abelian gauge theories exhibit color confinement, a phenomenon by which, under a certain critical temperature, two color charges in the fundamental representation (quarks) interact through an asymptotically linear potential which increases with distance: this is the "confined" phase. Because of color confinement, a single, isolated color charge is not directly observable. Despite numerical evidence of color confinement, an analytical proof of this phenomenon has yet to be found.

The field lines between the two color charges form a flux tube, which can be described as a vibrating string. This model is called Effective String Theory (EST) and it is a low energy effective theory for interacting static quarks, valid at low temperatures and large distances  $R$ . EST is highly predictive: indeed, the first term of the large distance expansion of this model predicts a term proportional to  $1/R$  present in the interquark potential, called Lüscher term. The Lüscher term has a well defined coefficient and it is in agreement with many simulated gauge theories on the lattice.

Color confinement depends on the temperature of the theory: at a critical temperature, the system changes from the confined phase (low temperature) to the deconfined phase (high temperature). In the latter phase, the flux tube

is disrupted by string fluctuations and the potential between the two color charges is screened and no longer confining. The string description at the critical temperature predicts a second order phase transition with a critical exponent  $\nu = 1/2$  for the correlation length. In general, phase transitions can be of first or second order. In second order phase transitions, the correlation length diverges at the critical point. The concept of universality classes is of particular importance in studying these transitions: very different systems, sharing the same dimensionality and symmetry, are described by the same theory in the vicinity of the critical point. This is reflected by the critical exponents, which describe how some observables approach the critical point and are the same for theories belonging to the same universality class.

In non abelian gauge theories, the spontaneous symmetry breaking of the center of the gauge group is connected to the deconfinement transition. A conjecture by Svetitsky and Yaffe states that a  $(d + 1)$  dimensional gauge theory with a second order deconfinement transition and  $\mathbb{Z}_2$  as center of the gauge group is in the same universality class containing the  $d$  dimensional Ising model. In particular, this implies that the critical exponent  $\nu$  associated to the correlation length of a  $(2 + 1)$  dimensional gauge theory is  $\nu = 1$ , the same critical exponent found in the 2 dimensional Ising model. This is contrast with the EST result of  $\nu = 1/2$ . At low temperatures, the string description is quite accurate, but it starts to become unreliable in the vicinity of the critical point: it is interesting to quantitatively study how the system passes from the regime of valid EST description to the critical regime described by Svetitsky and Yaffe's conjecture.

It is useful to consider the non abelian gauge theory regularized on a lattice, considering the non perturbative nature of both the regimes. This regularization discretizes spacetime on a lattice, which causes the theory and its path integral to be well defined. This makes it possible to simulate the theory on a computer. The finite temperature theory is achieved by imposing periodic boundary conditions for the lattice's temporal direction, whose length is now interpreted as the inverse of the temperature of the system.

In making this thesis, I've studied the deconfined phase transition and string effects of the 3 dimensional Yang-Mills theory with  $\text{Sp}(2)$  gauge group. The choice of this gauge group has been driven by the fact that the deconfinement phase transition is second order, and the center of  $\text{Sp}(N)$  gauge groups is  $\mathbb{Z}_2$  for every value of  $N$ . Thus, the spontaneous symmetry breaking does not depend on the dimensionality of the gauge group, in contrast with the more common  $\text{SU}(N)$  gauge groups. I've developed a parallel program

from scratch in order to simulate the gauge theory using Monte Carlo methods: in particular, the Heat-Bath algorithm, as designed by Cabibbo and Marinari, has been used to update the gauge field's configurations, together with the overrelaxation algorithm which speeds up the decorrelation of the generated lattice configurations. Simulations were made for lattices of dimensions  $N_t = 5, 6, 7, 8$  and  $N_s = 40, 60, 80, 100$ . The deconfinement phase transition has been studied through the Finite Size Scaling analysis of the order parameter of the broken symmetry (the Polyakov loop) and its susceptibility. Finally, the interaction of the two static color charges in fundamental representation has been studied in the confined phase slightly below the critical temperature of phase transition, by measuring the two point function of the Polyakov loop using Monte Carlo simulations. Numerical results of these simulations are well described by the EST for large distances. For distances below or near the correlation length, the behavior of the system is well described by the 2D Ising model in the critical regime.