Transizione di deconfinamento in 3D Yang-Mills con gruppo di gauge Sp(2) e studio degli effetti di stringa

Studente: **Pini Nicholas**
Relatore: prof. **Giusti Leonardo**
Correlatore: prof. **Pepe Michele**

Facoltà di Fisica Magistrale
Università degli Studi di Milano Bicocca

Anno Accademico 2021/2022

Introduzione

- Teorie di Yang-Mills presentano confinamento di colore
- A temperature finite $\rightarrow$ transizione di deconfinamento
- Congettura di Svetisky e Yaffe
- Effective String Theory: modello efficace che descrive il potenziale

Obiettivo: studio della transizione di deconfinamento con gruppo di gauge Sp(2) con simulazioni su reticolo.

Teorie di gauge non abeliane

Azione di Yang-Mills di pura gauge nell'Euclideo:

$$S_E = \frac{1}{2g^2} \int \mathrm{d}^D x \, \mathrm{Tr}[F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}]$$

Path integral:

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}A \, e^{-S_E[A]} \implies \langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int \mathcal{D}A \, e^{-S_E[A]} \mathcal{O}$$

$\mathcal{Z} \rightarrow$ funzione di partizione di un sistema statistico con fattore di Boltzmann $e^{-S_E[A]}$

Lattice gauge theory

Spaziotempo su reticolo con passo reticolare a $\rightarrow$ cutoff al momento p.
Azione di Wilson:

$$S_W = \frac{\beta}{N} \sum_x \sum_{\mu<\nu} \mathrm{Re}\,\mathrm{Tr}(\mathbb{1} - U_{\mu\nu}(x)), \quad \beta = \frac{2N}{g^2}$$

Placchetta $U_{\mu\nu}$:

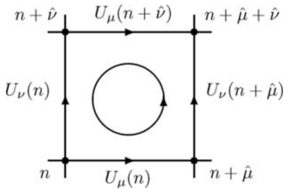


Figura: Gattringer, Christof, Lang, *Quantum chromodynamics on the lattice*

- per $a \rightarrow 0$, $S_W \rightarrow S_E$
- gauge invariante per $a > 0$
- libertà asintotica:
  $a \rightarrow 0 \implies g(a) \rightarrow 0$

Potenziale d'interazione

Temperatura finita e Polyakov loop

Condizioni periodiche sul tempo $\rightarrow$ temperatura $T = 1/(aN_t)$

Loop di Polyakov:

$$\phi(\vec{\mathbf{x}}) = \mathrm{Tr}\left[\prod_{j=0}^{N_t-1} U_0(j, \vec{\mathbf{x}})\right]$$

$$\left\langle \phi(\vec{\mathbf{x}})\phi(\vec{\mathbf{y}})^\dagger \right\rangle \sim e^{-\frac{1}{T}V(R,T)}$$

$$\sim e^{-\frac{1}{T}\sigma(T)R}$$

$\sigma(T) \rightarrow$ tensione di stringa a temperatura finita

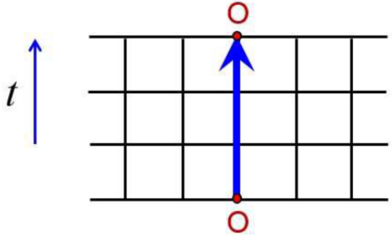
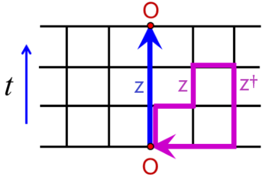


Figura: Suganuma et al., *Interplay between Deconfinement and Chiral Properties*

- $\langle\phi\rangle = 0 \implies F_q \rightarrow \infty \rightarrow$ fase confinata $(T < T_c)$
- $\langle\phi\rangle \neq 0 \implies F_q$ finita $\rightarrow$ fase deconfinata $(T > T_c)$

$z \in$ centro gruppo gauge.
Simmetria di centro:

$$\phi(\vec{\mathbf{x}}) \to z\phi(\vec{\mathbf{x}})$$



- $\langle \phi \rangle = 0 \implies$ simmetria mantenuta
- $\langle \phi \rangle \neq 0 \implies$ simmetria rotta spontaneamente

Congettura di Svetisky e Yaffe: se transizione di deconfinamento è di 2° ordine

Teoria di gauge $(d+1)$ dimensionale $\xleftrightarrow{\text{classe di universalità}}$ Modello spin d dimensionale

- correlatore di Polyakov loop $\iff$ correlatore fra spin
- fase deconfinata, $T > T_c \iff$ fase ordinata, $T^{\text{spin}} < T_c^{\text{spin}}$

Effective string theory

EST: tubo di flusso $\rightarrow$ stringa vibrante

- modello effettivo a lunghe distanze
- termine di Lüscher in $V(R)$
- estremamente predittivo

Per $R > \xi$, EST e congettura sono in accordo:

$$\langle \phi(0)\phi(R) \rangle \sim K_0(E_0 R) \quad \text{in 3D}$$

EST vs modello di Ising

Trans. 2° ordine $\implies \xi \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\nu}$

Vicino al punto critico:
$\xi \to \infty \implies R < \xi$

In 3 dimensioni:

Congettura prevede $\nu = 1$
(modello di Ising)

EST prevede $\nu = 1/2$

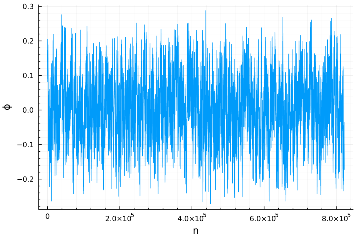
A $T \lesssim T_c$, EST non è più predittiva $\to$ stringa dissolta da fluttuazioni e potenziale schermato.

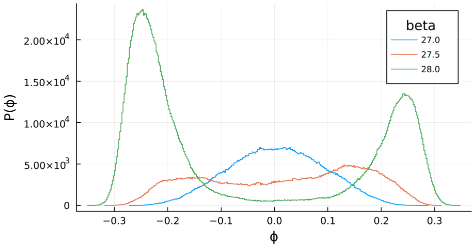
Per $R < \xi$, congettura prevede

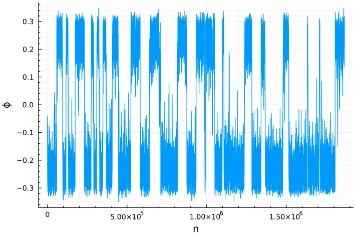
$$\langle \phi(0)\phi(R) \rangle = \frac{k_s}{R^{1/4}} \left[1 + \frac{R}{2\xi} \ln\left(\frac{e^{\gamma_e} R}{8\xi}\right) + \frac{R^2}{16\xi^2} + \frac{R^3}{32\xi^3} \ln\left(\frac{e^{\gamma_e} R}{8\xi}\right) + O\left(\frac{R^4}{\xi^4} \ln^2 \frac{R}{\xi}\right) \right]$$

Scopo:
studiare $\langle \phi(0)\phi(R) \rangle$ per $T \lesssim T_c$ con gruppo di gauge $Sp(2)$

Reticolo 3D con $N_s = 40, 60, 80, 100$ e $N_t = 5, 6, 7, 8$.







Comportamento tipico di transizione di fase di secondo ordine:

- fase confinata: $\langle|\phi|\rangle = 0$
- fase deconfinata: $\langle|\phi|\rangle \neq 0$ e eventi di tunneling

Risultati

Misura temperatura critica

$T = 1/(aN_t) \implies$ cerchiamo $\beta_c(N_t)$ tale che il sistema è nel punto critico.

Suscettività: misura la larghezza della distribuzione del loop di Polyakov.

$$\chi = \sum_{\vec{\mathbf{x}}} \left\langle \phi(\vec{\mathbf{0}})\phi(\vec{\mathbf{x}}) \right\rangle = N_s^2 \left\langle \phi^2 \right\rangle$$

$$\chi(\beta) \sim a + b\left(\beta^{(0)} - \beta\right)^2 + c\left(\beta^{(0)} - \beta\right)^3 + d\left(\beta^{(0)} - \beta\right)^4$$

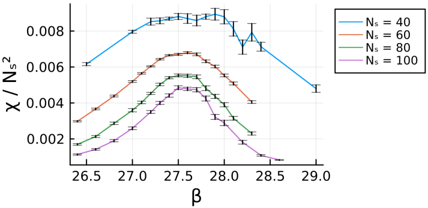


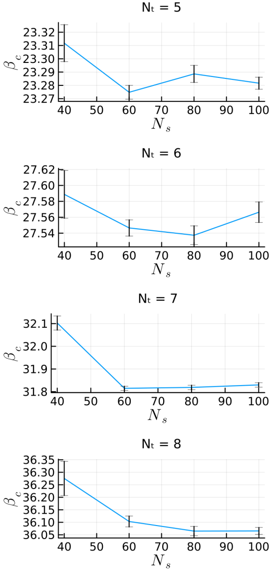
Figura: $N_t = 6$

Risultati

β critici

N_t	N_s	β_c	χ^2
5	40	23.312(14)	1.0933
	60	23.2748(52)	1.2741
	80	23.2886(64)	0.5137
	100	23.2817(46)	1.4615
6	40	27.589(30)	0.781
	60	27.547(10)	0.7684
	80	27.537(12)	0.559
	100	27.566(13)	1.6649
7	40	32.103(31)	0.1255
	60	31.8149(92)	0.7616
	80	31.8190(97)	0.6526
	100	31.8299(99)	1.328
8	40	36.275(68)	0.7747
	60	36.103(22)	0.8324
	80	36.065(19)	1.3907
	100	36.065(14)	1.0921

Per $N_s = 100$, effetti di volume finito sono piccoli $\rightarrow$ valori di β_c validi nel limite termodinamico.



Risultati

Finite size scaling

Finite size scaling:

- osservabili riscalate a volume finito descrivono la stessa curva
- teoria di gauge 3D nella classe di universalità di Ising

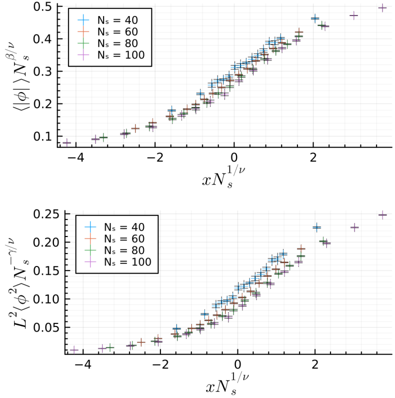


Figura: $N_t = 6$. β_c non aggiustati.

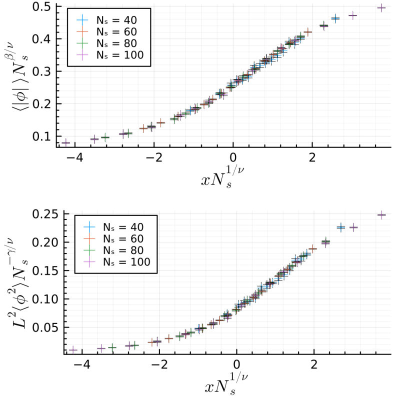
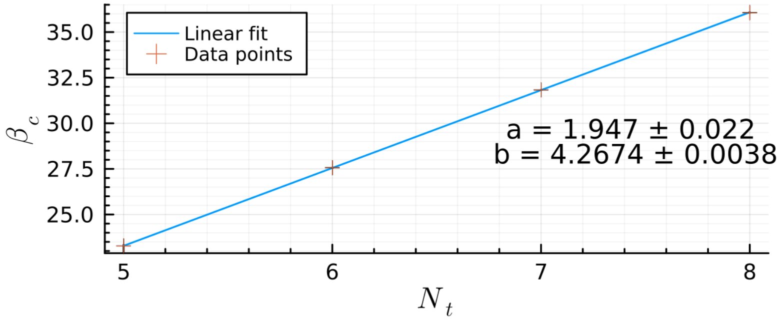


Figura: $N_t = 6$. β_c aggiustati.

Fissato $N_s = 100$, fittiamo β_c al variare di N_t usando una retta.

$$\beta_c(N_t) \sim a + bN_t$$
$$\chi^2 = 2.5612$$

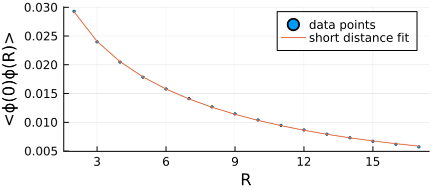


Risultati

Lunghezza di correlazione

N_t	N_s	T/T_c	R	ξ	χ^2
5	100	0.95	$(2,13)$ $(12,50)$	14.157(66) 14.26(58)	1.433 1.4986
6	100	0.95	$(2,17)$ $(14,42)$	17.42(11) 16.86(12)	0.8582 0.513
7	100	0.95	$(2,20)$ $(17,50)$	20.97(15) 20.66(17)	0.5012 0.4379
8	100	0.95	$(1,24)$ $(18,50)$	24.95(22) 24.26(28)	2.9113 0.4311

Misura complicata dalla scelta limita di valori di R se ξ è troppo grande o troppo piccolo.



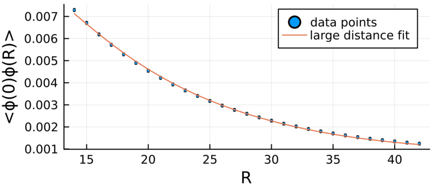


Figura: $N_t = 6$

Sia per $R < \xi$ che per $R > \xi$, misure compatibili di $\xi \implies$
$\implies$ congettura di Svetisky e Yaffe prevede correttamente andamento di $\langle \phi(0)\phi(R) \rangle$ nelle vicinanze del punto critico.

Inoltre, come ci aspettavamo:

- teoria di Yang-Mills 3D con gruppo di gauge Sp(2) presenta una transizione di deconfinamento del secondo ordine
- andamento di $\langle \phi(0)\phi(R) \rangle$ per $R > \xi$ previsto da EST
- EST a $R < \xi$ non è più valida

Possibili ricerche future:

- studiare $\sigma(T)$ in $V(R, T)$
- studiare come si passa da descrizione EST a descrizione della congettura

Grazie per l'attenzione!