Transizione di deconfinamento in 3D Yang-Mills con gruppo di gauge Sp(2) e studio degli effetti di stringa

Studente: **Pini Nicholas**
Relatore: prof. **Giusti Leonardo**
Correlatore: prof. **Pepe Michele**

Facoltà di Fisica Magistrale
Università degli Studi di Milano Bicocca

Anno Accademico 2021/2022

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI MILANO
BICOCCA

Introduzione

- teorie di Yang-Mills presentano confinamento di colore:
  - potenziale fra cariche di colore cresce linearmente a grandi distanze
  - molte prove numeriche
  - ancora nessuna dimostrazione analitica
- a temperature finite, transizione da fase confinata a fase deconfinata
- congettura di Svetisky e Yaffe
- EST: modello effettivo che descrive il potenziale in modo molto efficace

Obiettivo: studio della transizione di deconfinamento con gruppo di gauge Sp(2) usando simulazioni su reticolo.

Gruppo G non abeliano: esiste almeno una coppia $g, h \in G$ tali che

$$[g, h] = gh - hg \neq 0$$

Yang-Mills definita per gruppi unitari non abeliani: SU(N).

$$U \in \mathrm{SU}(N) \implies UU^\dagger = \mathbb{1} \quad \text{e} \quad \det U = 1.$$

Elementi U parametrizzati da θ_a, con $a = 1, \ldots, N^2 - 1$.
I generatori dell'algebra T_a sono

$$iT_a \equiv \left.\frac{\partial U}{\partial \theta_a}\right|_{\theta_i = 0\,\forall i} \implies U = 1 + i\theta_a T^a.$$

I generatori sono Hermitiani:

$$T_a = T_a^\dagger$$

Teorie di gauge non abeliane

Azione di pura gauge in Minkowski

$$S_M = -\frac{1}{2g^2} \int \mathrm{d}^D x_M \, \mathrm{Tr}\left[F^M_{\mu\nu} F^{\mu\nu}_M \right]$$

- x_M coordinate in spazio di Minkowski:

$$ds^2_M = \left(dx^0_M \right)^2 - \sum_{i=1}^{D} \left(dx^i_M \right)^2$$

- Trasformazione di gauge: $G(x) = e^{i\Lambda_a(x) T^a}, \quad \Lambda_a(x) \in \mathbb{R}$
- Campo vettoriale reale

$$A^M_\mu(x) \to G(x) A^M_\mu(x) G^\dagger(x) + i G(x) \partial_\mu G^\dagger(x)$$

- $F^M_{\mu\nu} = \partial_\mu A^M_\nu - \partial_\nu A^M_\mu + i \left[A^M_\mu, A^M_\nu \right]$ tale che

$$F^M_{\mu\nu} \to G(x) F^M_{\mu\nu} G(x)^\dagger$$

Rotazione di Wick $\rightarrow$ coordinata temporale complessa:

$$x^0 = ix_M^0, \quad x_i = x_M^i$$

Siamo ora nello spazio Euclideo:

$$ds^2 = -(dx_0)^2 - \sum_{i=1}^{D} (dx_i)^2$$

L'azione diventa

$$S_E = -iS_M = \frac{1}{2g^2} \int \mathrm{d}^D x \, \mathrm{Tr}[F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}]$$

con

$$\partial_0 = -i\partial_0^M, \quad \partial_i = \partial_i^M, \quad A_0 = -iA_M^0, \quad A_i = -A_M^i$$

Definiamo il path integral della teoria:

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}A_M \, e^{iS_M[A_M]} \xrightarrow{\text{rotazione di Wick}} \mathcal{Z} = \int \mathcal{D}A \, e^{-S_E[A]}$$

con

$$\mathcal{D}A = \prod_{x,\mu} \delta A_\mu(x)$$

$\mathcal{Z}$ si interpreta come la funzione di partizione di un sistema statistico con fattore di Boltzmann $e^{-S_E[A]}$.
Data un'osservabile $\mathcal{O}$:

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int \mathcal{D}A \, e^{-S_E[A]} \mathcal{O}$$

Lattice gauge theory

Lattice gauge theory (LGT): discretizziamo lo spaziotempo Euclideo con passo reticolare a. In questo modo, il momento p riceve naturalmente un cutoff:

$$p \in \left(-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}\right)$$

Primo tentativo di discretizzazione dell'azione S_E: sostituiamo le derivate con la versione discretizzata su reticolo. Si ottiene:

$$\widetilde{S} = \frac{1}{2g^2} a^4 \sum_x \sum_{\mu,\nu} \left(\mathrm{Tr}\left[F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}\right] + O(a) \right)$$

$\widetilde{S} \to S_E$ nel limite al continuo $a \to 0$, ma se $a \neq 0$, $\widetilde{S}$ non è gauge invariante.

Cambiamo errori di discretizzazione in modo che l'azione rimanga gauge invariante anche se $a \neq 0 \longrightarrow$ azione di Wilson.

- Definiamo i link:

$$U_\mu(x) = e^{-iaA_\mu(x)}$$

Sono elementi del gruppo di gauge SU(N) e collegano due siti del reticolo adiacenti. Trasformazione di gauge è

$$U_\mu(x) \to G(x)U_\mu(x)G^\dagger(x+\hat{\mu})$$

- Definiamo la placchetta:

$$U_{\mu\nu}(x) = U_\mu(x)U_\nu(x+\hat{\mu})U_\mu^\dagger(x+\hat{\nu})U_\nu^\dagger(x)$$

È il prodotto ordinato di link attorno al più piccolo cammino possibile.

Dato che $U_\mu(x) \to G(x) U_\mu(x) G^\dagger(x+\hat{\mu})$, la traccia di prodotti ordinati di link su cammini chiusi è gauge invariante.

Definiamo quindi l'azione di Wilson:

$$S_W = \frac{\beta}{N} \sum_x \sum_{\mu<\nu} \mathrm{Re}\,\mathrm{Tr}(\mathbb{1} - U_{\mu\nu}(x)), \quad \beta = \frac{2N}{g^2}$$

- nel limite al continuo $a \to 0$, abbiamo che $S_W \to S_E$
- è gauge invariante anche se $a > 0$

Nel limite al continuo, le osservabili misurate devono riprodurre le osservabili fisiche $\implies$ dipendenza delle quantità "bare" dell'azione dal passo reticolare a (regolatore della teoria):

$$\lim_{a \to 0} \mathcal{O}(g(a), a) = \mathcal{O}_{\text{phys}}$$

In Yang-Mills, l'equazione del gruppo di rinormalizzazione ha β-function negativa ed è risolvibile:

$$a \to 0 \implies g(a) \to 0 \implies \text{libertà asintotica}$$

Potenziale d'interazione

Wilson loop

Consideriamo due cariche di colore statiche in rappresentazione fondamentale:

- create istantaneamente a distanza R
- evolvono per un tempo τ
- vengono annichilate

Su reticolo formano un rettangolo $\tau \times R$ di link, detto Wilson loop.

$$W(\mathcal{C}) = \mathrm{Tr}\left[\prod_{(\mu,x)\in\mathcal{C}} U_\mu(x)\right]$$

$$\langle W(\mathcal{C})\rangle \sim e^{-\tau V(R)} \sim e^{-\sigma_0 \tau R}$$

σ_0 è detta tensione di stringa a temperatura zero

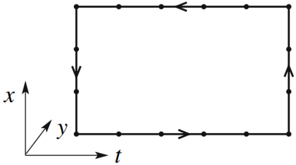


Figura: Gattringer, Christof, Lang, *Quantum chromodynamics on the lattice*

Transizione di deconfinamento dipende dalla temperatura. Data una LGT su reticolo con N_t lunghezza temporale, si impongono condizioni periodiche sul tempo per i campi bosonici; la temperatura T del sistema allora è $T = 1/(aN_t)$.

Cariche statiche a $T > 0$ ora descritte dal loop di Polyakov:

$$\phi(\vec{\mathbf{x}}) = \mathrm{Tr}\left[\prod_{j=0}^{N_t-1} U_0(j, \vec{\mathbf{x}})\right]$$

$$\left\langle \phi(\vec{\mathbf{x}})\phi(\vec{\mathbf{y}})^\dagger \right\rangle \sim e^{-\frac{1}{T}V(R,T)}$$

$$\sim e^{-\frac{1}{T}\sigma(T)R}$$

$\sigma(T)$ è detta tensione di stringa a temperatura finita

$F_q \rightarrow$ free energy di una singola carica: $\langle\phi\rangle \sim e^{-F_q/T}$

- $\langle\phi\rangle = 0 \implies F_q \rightarrow \infty \rightarrow$ fase confinata $(T < T_c)$
- $\langle\phi\rangle \neq 0 \implies F_q$ finita $\rightarrow$ fase deconfinata $(T > T_c)$

Simmetria di centro

Centro del gruppo di gauge $Z(G)$: sottogruppo di G che commuta col resto del gruppo.

Trasformazione di centro: moltiplichiamo per $z \in Z(G)$ tutti i link su uno stesso time-slice a $t = t_0$ fissato $\rightarrow$ cammini chiusi su reticolo sono invarianti $\rightarrow$ azione di Wilson e Wilson loop sono invarianti $\rightarrow$ simmetria di centro.

I Polyakov loop sono cammini chiusi solo grazie alle condizioni periodiche del tempo $\rightarrow$ non sono invarianti sotto trasformazione di centro.

- Se $\langle \phi \rangle = 0$, la simmetria di centro è mantenuta
- Se $\langle \phi \rangle \neq 0$, la simmetria di centro è rotta spontaneamente

Il Polyakov loop è quindi il parametro d'ordine della transizione di deconfinamento, la quale è associata alla rottura spontanea di simmetria del centro del gruppo di gauge.

Congettura di Svetisky e Yaffe: una teoria di gauge $(d+1)$ dimensionale che ha transizione di deconfinamento del secondo ordine è nella stessa classe di universalità del modello di spin d dimensionale:

- correlatore di Polyakov loop $\iff$ correlatore fra spin
- fase deconfinata, $T > T_c \iff$ fase ordinata, $T^{\text{spin}} < T_c^{\text{spin}}$

Stessa classe di universalità $\Longrightarrow$ stessi esponenti critici nell'intorno del punto critico:

$$\langle\phi\rangle \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{\beta}, \quad \chi \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\gamma}, \quad \xi \sim \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-\nu}$$

Nelle vicinanze del punto critico, i dettagli fini delle interazioni possono essere ignorati ($\xi \to \infty$) $\to$ sistemi molto diversi fra loro sono descritti dagli stessi esponenti critici. Devono però avere la stessa simmetria e dimensionalità.

Problema: fuori dal limite termodinamico (volume finito), $\langle\phi\rangle = 0$ sempre $\to$ useremo $\langle|\phi|\rangle$ come parametro d'ordine.

Effective string theory

Tubo di flusso fra cariche di colore interagenti $\rightarrow$ stringa vibrante $\rightarrow$ EST, modello effettivo a basse temperature e lunghe distanze. EST più semplice: azione di Nambu-Goto

$$S_{\mathsf{NG}} = \sigma_0 \int_{\Sigma} \mathrm{d}^2\xi \sqrt{g}$$

Primo termine dell'espansione a lunghe distanze è

$$S_{\mathsf{G}}[X] = \frac{\sigma_0}{2} \int \mathrm{d}^2\xi \, \partial_a X^\mu \partial^a X_\mu$$

Prevede correzione al potenziale $\rightarrow$ termine di Lüscher

$$V(R) \sim \sigma_0 R - \frac{\pi(D-2)}{24R}$$

Ha moltissimo riscontro in simulazioni $\rightarrow$ EST è molto predittiva.

Effective string theory

Nel regime a basse energie, il modello EST di Nambu-Goto permette di calcolare esattamente la funzione a due punti del loop di Polyakov. In 3D:

$$\langle \phi(0)\phi(R) \rangle \sim K_0(E_0 R) \rightarrow$$

$\rightarrow$ stesso andamento a lunghe distanze del correlatore fra spin

C'è discrepanza fra EST e congettura nelle vicinanze del punto critico:

- EST prevede $\nu = 1/2$
- la congettura prevede $\nu = 1$ (esponente del modello di Ising 2D)

EST non è più predittiva quando il sistema approccia la transizione di fase $\rightarrow$ stringa dissolta da fluttuazioni e potenziale schermato.

Gruppo Sp(2)

Useremo Sp(2) come gruppo di gauge: $U \in \mathrm{Sp}(2) \subset \mathrm{SU}(4)$ tali che

$$U^* = JUJ^\dagger, \quad J \equiv i\sigma_2 \otimes \mathbb{1}_{4\times4}$$

Perché usare Sp(2)? $\mathrm{Sp}(2) \subset \mathrm{SU}(4)$, ma ha $\mathbb{Z}_2$ come centro del gruppo $\implies$ classe di universalità del modello di Ising 2D $\rightarrow$ esponenti critici ben conosciuti.
Per Sp(2), abbiamo che $\beta = 8/g^2$.

Studio della congettura è indipendente dalla dimensionalità del gruppo di gauge. Obiettivi:

- simulare la teoria con gruppo di gauge Sp(2) su reticolo $(2+1)$ dimensionale
- misurare il correlatore di Polyakov loop a T appena inferiore a T_c (fase confinata)
- verificare che sia ben descritto dal correlatore fra spin a corte e lunghe distanze del modello di Ising 2D $\implies$ la congettura è valida

Path integral $\mathcal{Z}$ interpretato come funzione di partizione $\rightarrow$ usiamo importance sampling per calcolare le osservabili. Data osservabile $\mathcal{O}$, consideriamo i link U come variabili casuali distribuite come

$$\mathrm{d}P(U) = \frac{1}{\mathcal{Z}} e^{-S_W[U]}\, \mathcal{D}U$$

e calcoliamo $\langle \mathcal{O} \rangle$ come

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \mathcal{O}_n(U)$$

L'incertezza di $\langle \mathcal{O} \rangle$ ha andamento $O\left(1 \big/ \sqrt{N}\right)$.
Non possiamo estrarre direttamente configurazioni di link distribuite come $\mathrm{d}P(U)$ $\rightarrow$ usiamo algoritmi basati su catene di Markov

Heat-Bath è basato su idea di Creutz $\rightarrow$ algoritmo che genera nuove configurazioni per gruppo di gauge SU(2). Dato $u \in \mathrm{SU}(2)$, si basa sul fatto che per SU(2) vale la proprietà:

$$\sum_i \tilde{u}_i = c\,\bar{u}, \quad c = \det\left(u \sum_i \tilde{u}_i\right)^{1/2}, \quad \bar{u} \in \mathrm{SU}(2)$$

$\tilde{u}_i$ sono le *staple* attorno al link da aggiornare: in $(2+1)$ dimensioni $\implies i = 1, \dots, 4$.

$$\mathrm{d}P(u) \sim \exp\left[\frac{\beta}{4} \mathrm{Tr}\left(u \sum_i \tilde{u}_i\right)\right] \mathrm{d}u = \exp\left[\frac{\beta}{4} \mathrm{Tr}(c u \bar{u})\right] \mathrm{d}u \implies$$

$$\implies \mathrm{d}P(u\bar{u}^{-1}) \sim \exp\left[\frac{\beta}{4} c\, \mathrm{Tr}(u)\right] \mathrm{d}u$$

Con $u = \alpha_0 \mathbb{1} + \vec{\alpha} \cdot \vec{\sigma} \rightarrow$ basta generare quadrivettore α_μ.

Heat-Bath di Cabibbo e Marinari:

- considieriamo gruppo di gauge Sp(2) (vale per SU(N) in generale)
- consideriamo set F di sottogruppi $\mathrm{SU}(2)_k \subset \mathrm{Sp}(2)$
- dato il link da aggiornare $U \in \mathrm{Sp}(2)$, si estrae elemento $u_k \in \mathrm{SU}(2)_k$ da U
- si applica algoritmo di Creutz per u_k, ottenendo u'_k
- si moltiplica il link originale U per u'_k
- si ripete quanto fatto per ogni k

Nel nostro caso, $k = 1, \ldots, 4 \implies U' = u'_4 u'_3 u'_2 u'_1 U$. Si applica questo procedimento per ogni link U del reticolo.

F tale che algoritmo sia ergodico: nessun sottogruppo di Sp(2) dev'essere invariante sotto moltiplicazioni di elementi di $\mathrm{SU}(2)_k$.

Algoritmo

Overrelaxation

Vicino al punto critico, ξ diverge $\rightarrow$ aggiornamenti del reticolo dell'ordine del passo reticolare a sono piccoli rispetto a ξ $\rightarrow$ critical slowing down.

Soluzione: overrelaxation. Scegliamo un nuovo link U' "il più lontano possibile" da U, in modo che l'azione $S_W[U]$ rimanga invariata. Per gruppo di gauge SU(2):

$$u' = v u^{-1} v, \quad v = \det(R)^{1/2} R^{-1}, \quad R = \sum_{i=1}^{4} \tilde{u}_i \rightarrow \text{somma staple}$$

Come per Heat-Bath, l'idea è di estrarre gruppi $\mathrm{SU}(2)_k$ da Sp(2), applicare overrelaxation, e moltiplicare il link $U \in \mathrm{Sp}(2)$ originale.

Overrelaxation non è ergodico. Nel nostro caso, viene applicato tre volte prima di applicare Heat-Bath.

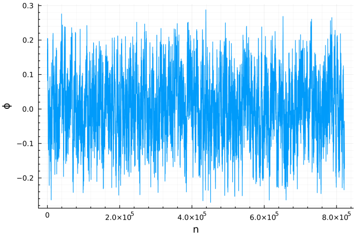
Dettagli implementazione:

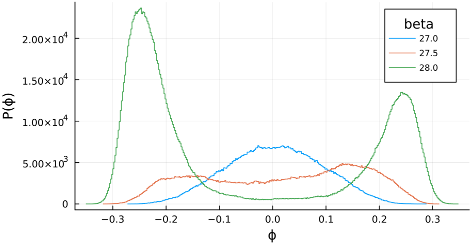
- reticolo 3D
- $N_s = 40, 60, 80, 100$: lunghezza dimensione spaziale
- $N_t = 5, 6, 7, 8$: lunghezza dimensione temporale
- reticolo con condizioni periodiche anche in direzioni spaziali
- $a = 1 \implies T = 1/N_t$
- link aggiornati in parallelo
  - divisione in siti pari e siti dispari
  - problema quando N_t è dispari
- configurazione iniziale: *hot start*
- numero iterazioni $\sim 10^6$
- termalizzazione raggiunta saltando le prime 200 iterazioni
- normalizzazione delle matrici ogni 100 iterazioni

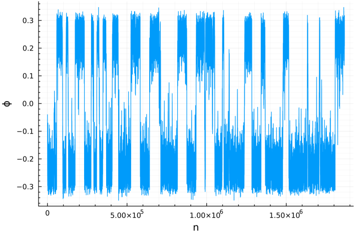
Risultati

Misura loop di Polyakov

Per ogni valore di N_s e N_t considerato, abbiamo misurato il valore del loop di Polyakov. Per esempio, con $N_t = 6$ e $N_s = 100$:







Comportamento tipico di transizione di fase di secondo ordine:

- fase confinata: $\langle|\phi|\rangle = 0$
- fase deconfinata: $\langle|\phi|\rangle \neq 0$ e eventi di tunneling

Risultati

Misura temperatura critica

$T = 1/N_t$ con N_t fissato $\rightarrow$ modifichiamo il valore di $\beta = 8/g^2$ per modificare la temperatura critica del sistema.

- cerchiamo $\beta_c(N_t)$ tale che il sistema sia nel punto critico
- invertiamo $\beta_c(N_t) \implies N_{t,c}(\beta)$
- temperatura critica è infine $T_c = 1/N_{t,c}(\beta)$

Suscettività: osservabile che misura la larghezza della distribuzione del loop di Polyakov:

$$\chi = \sum_{\vec{\mathbf{x}}} \left\langle \phi(\vec{\mathbf{0}})\phi(\vec{\mathbf{x}}) \right\rangle = N_s^2 \left\langle \phi^2 \right\rangle$$

χ è massima nel punto critico della transizione di deconfinamento $\rightarrow$ misuriamo χ per vari valori di β e fittiamo il picco per trovare β_c.

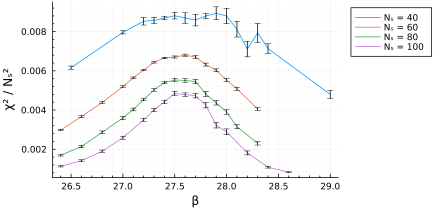


Figura: $N_t = 6$

Risultati

Fit suscettività

Picchi suscettività fittati con

$$\chi(\beta) \sim a + b\left(\beta^{(0)} - \beta\right)^2 + c\left(\beta^{(0)} - \beta\right)^3 + d\left(\beta^{(0)} - \beta\right)^4$$

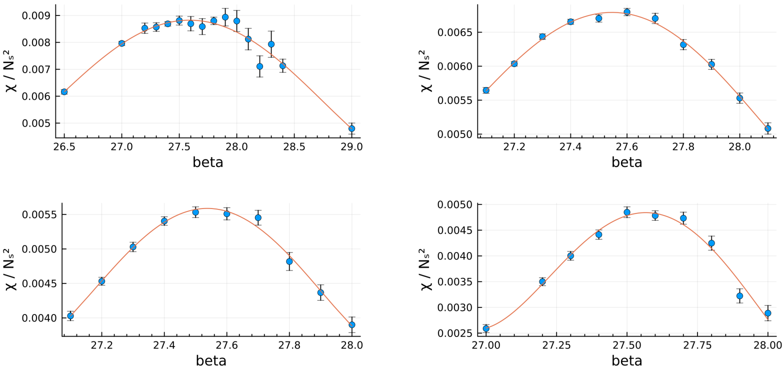


Figura: $N_t = 6$. Da sinistra a destra e dall'alto in basso: $N_s = 40, 60, 80, 100$.

Valori critici di β trovati:

N_t	N_s	β_c	χ^2
5	40	23.312(14)	1.0933
	60	23.2748(52)	1.2741
	80	23.2886(64)	0.5137
	100	23.2817(46)	1.4615
6	40	27.589(30)	0.781
	60	27.547(10)	0.7684
	80	27.537(12)	0.559
	100	27.566(13)	1.6649

N_t	N_s	β_c	χ^2
7	40	32.103(31)	0.1255
	60	31.8149(92)	0.7616
	80	31.8190(97)	0.6526
	100	31.8299(99)	1.328
8	40	36.275(68)	0.7747
	60	36.103(22)	0.8324
	80	36.065(19)	1.3907
	100	36.065(14)	1.0921

Simulazioni a volume finito, ma transizioni di fase valgono nel limite termodinamico → dobbiamo tenere conto degli effetti di volume finito → finite size scaling analysis.

$$x = \frac{\beta}{\beta_c} - 1$$

$$y = xN_s^{1/\nu} \sim \left(\frac{N_s}{\xi}\right)^{1/\nu}$$

$$\langle|\phi|\rangle \sim N_s^{-\beta/\nu} F_1(xN_s^{1/\nu})$$

$$N_s^2 \left\langle\phi^2\right\rangle \sim N_s^{\gamma/\nu} F_2(xN_s^{1/\nu})$$

$$\nu = 1, \quad \gamma = \frac{7}{4}, \quad \beta = \frac{1}{8} \to \text{Ising 2D}$$

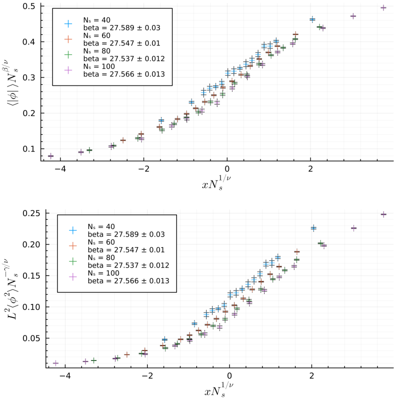
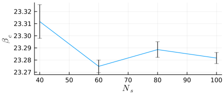


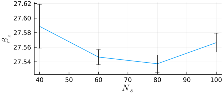
Figura: $N_t = 6$

Risultati

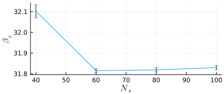
Finite size scaling



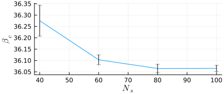
$N_t = 5$



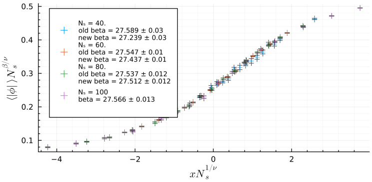
$N_t = 6$

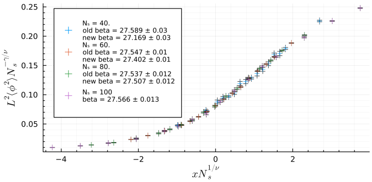


$N_t = 7$



$N_t = 8$





Per $N_s = 80, 100$, effetti dovuti al volume finito sono piccoli $\rightarrow$ usiamo i valori di β_c trovati a $N_s = 100$ come valori effettivi validi nel limite termodinamico.

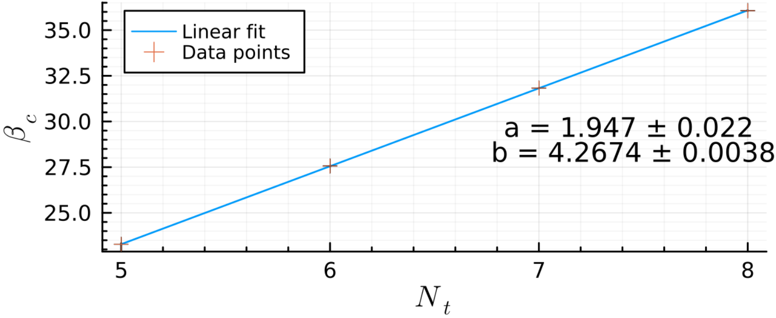
Risultati

β_c in funzione di N_t

Fissato $N_s = 100$, fittiamo β_c al variare di N_t usando una retta.

$$\beta_c(N_t) \sim a + bN_t$$

$$\chi^2 = 2.5612$$



Correlatore del loop di Polyakov:

$$\langle \phi(0)\phi(R) \rangle = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int \mathcal{D}U\, e^{-S_W[U]} \frac{1}{2N_s^2} \sum_{\vec{\mathbf{x}},\vec{\mathbf{y}}} \phi(\vec{\mathbf{x}})\phi(\vec{\mathbf{y}}), \quad |\vec{\mathbf{x}} - \vec{\mathbf{y}}| = R$$

Se la congettura è vera, deve essere ben descritto a corte e lunghe distanze dal correlatore fra spin del modello di Ising 2D nell'intorno del punto critico:

- $R < \xi$

$$\langle \phi(0)\phi(R) \rangle = \frac{k_s}{R^{1/4}} \left[1 + \frac{R}{2\xi} \ln\left(\frac{e^{\gamma_e} R}{8\xi} \right) + \frac{R^2}{16\xi^2} + \frac{R^3}{32\xi^3} \ln\left(\frac{e^{\gamma_e} R}{8\xi} \right) + O\left(\frac{R^4}{\xi^4} \ln^2 \frac{R}{\xi} \right) \right]$$

- $R > \xi$

$$\langle \phi(0)\phi(R) \rangle = k_l \left(K_0\left(\frac{R}{\xi} \right) - K_0\left(\frac{N_s - R}{\xi} \right) \right),$$

Effetto specchio $\implies$ massimo valore di R è $N_s/2$.

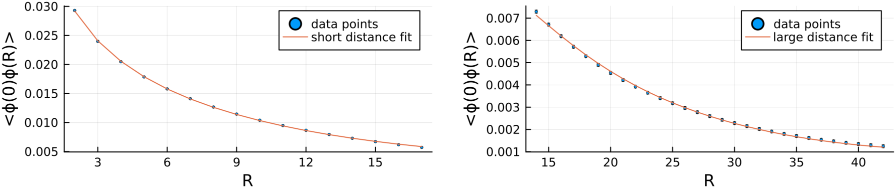
Valori di ξ fittati dal correlatore di loop di Polyakov:

N_t	N_s	T/T_c	R	ξ	χ^2
5	100	0.95	$(2,13)$ $(12,50)$	14.157(66) 14.26(58)	1.433 1.4986
6	100	0.95	$(2,17)$ $(14,42)$	17.42(11) 16.86(12)	0.8582 0.513
7	100	0.95	$(2,20)$ $(17,50)$	20.97(15) 20.66(17)	0.5012 0.4379
8	100	0.95	$(1,24)$ $(18,50)$	24.95(22) 24.26(28)	2.9113 0.4311

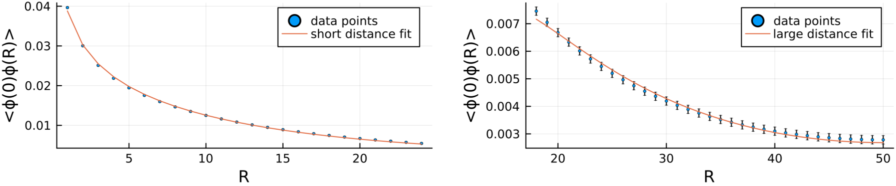
Misura complicata dalla scelta limita di valori di R se ξ è troppo grande o troppo piccolo.

Risultati

Lunghezza di correlazione



$N_t = 6$



$N_t = 8$

Riassumendo:

- teoria di Yang-Mills 3D con gruppo di gauge Sp(2) presenta una transizione di deconfinamento del secondo ordine (come aspettato)
- andamento di $\langle\phi(0)\phi(R)\rangle$ per $R > \xi$ previsto da EST
- congettura di Svetisky e Yaffe verificata vicino al punto critico ($0.95\,T_c$):
  - per $R > \xi$, in accordo con EST
  - per $R < \xi$, dove EST non è più valida

  $\rightarrow$ classe di universalità di modello di Ising 2D

Possibili ricerche future:

- sfruttare $\langle \phi(0)\phi(R) \rangle$ per
  - studiare $\sigma(T)$ e trovare correzioni al potenziale
  - studiare come si passa da descrizione EST a descrizione della congettura
- gruppi $\mathrm{Sp}(N)$ con $N > 2$ in 3D
  - vale sempre modello di Ising 2D, ma gruppo di gauge diverso

Grazie per l'attenzione!