

Линеаризация ratio метрик

Интро

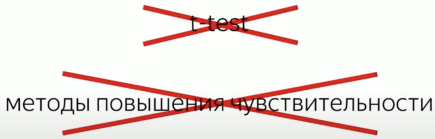
Мы можем считать что-то для каждого отдельного пользователя, например LTV, тогда наша метрика **поюзерная**.

Мы можем считать сумму каких-то значений для всех пользователей и делить на сумму других значений тоже по всем пользователям. Например, долю всех поисковых запросов, завершенных хотя бы одним активным действием. Такую метрику будем называть **Ratio**.

Прикольно! Но есть подвох?

Ага!

Для ratio метрик



методы повышения чувствительности

Теперь в числителе (да и в знаменателе) наблюдения у нас зависимы, так как могут содержать несколько значений для одного и того же пользователя. Это больше не позволит использовать родной t-test, да и с методами повышения чувствительности есть *проблемки**.

**не то чтобы, нам сейчас актуально, но для истории зафиксируем: обычно такие методы (вычитание предсказания, curred) используют информацию о пользователе, а в таких метриках у нас может быть несколько значений для пользователя. Можем ошибиться как в самих значениях, так и в их количестве (например, пытаюсь предсказать, сколько сессий будет и какой длительности), а что с ними делать дальше – совсем не ясно.*

Грустно... Но ведь умные ребята за нас уже решили эти проблемки, да?

Да! Вот вам целых три метода

- **Bootstrap**, но слишком медленный для нас
- **Delta method**, но не выдает поюзерную метрику (нельзя применить методы повышения чувствительности)
- "Наивное" поюзерное среднее и дальше брать среднее средних, но это вообще сюр, не всегда даже сонаправленность с реальной метрикой сохраняет (из **неуважения** даже жирным выделять не будем)

Много но ★

а мы просто готовили тебя к десерту, на сладкое у нас **Линеаризация**. Это такое преобразование, которое сделает из ratio метрики поюзерную, да еще и сохранит сонаправленность и значимость (стат. значимую разницу в ней будем видеть в тех же случаях, что и у оригинальной ratio)

«Уровни» метрик

1. Поюзерные метрики

$$OEC_A = \text{avg}_{u \in A} X(u)$$

2. Ratio метрики:

$$OEC_A = \frac{\sum_{u \in A} X(u)}{\sum_{u \in A} Y(u)}$$

Мы нашли такое преобразование $F(x, y)$, что

$$\frac{\sum_{u \in A} X(u)}{\sum_{u \in A} Y(u)} \approx \text{avg}_{u \in A} F(X(u), Y(u))$$

Ratio метрика \rightarrow поюзерная метрика

Вот вам еще картинка, чтобы повисить сахар в крови:

Сравнение подходов

	Easy to compute	Correct pvalue	Make user-level metric	Directionality
Bootstrap test	✗	✓	✗	✓
Delta method	✓	✓	✗	✓
User average	✓	✗	✓	✗
Linearization method	✓	✓	✓	✓

Пристегнитесь, будут формулы

Линеаризация

Пусть есть ratio метрика:

$$\mathcal{R}(U) = \frac{\sum_{u \in U} X(u)}{\sum_{u \in U} Y(u)}$$

Рассмотрим следующее выражение

$$L_{X,Y,\alpha}(u) = X(u) - \alpha Y(u) \quad \forall u \in U$$

Теоремы: направленность

$$\mathcal{R}(U) = \frac{\sum_{u \in U} X(u)}{\sum_{u \in U} Y(u)} \quad \mathcal{L}(U) = \text{avg}_{u \in U} X(u) - \alpha \cdot \text{avg}_{u \in U} Y(u)$$

Пусть A, B – контроль и эксперимент соответственно. Обозначим

$$Y_A = \text{avg}_{U_A} Y, \quad \mathcal{R}_A = \mathcal{R}(U_A)$$

Теорема 1: Пусть Y_A, Y_B положительны. Тогда, для любого

$$\alpha \in [\min(\mathcal{R}_A, \mathcal{R}_B), \max(\mathcal{R}_A, \mathcal{R}_B)]$$

выполнено $\text{sgn}\Delta(\mathcal{R}) = \text{sgn}\Delta(\mathcal{L})$

Да тут все на слайде классно расписано.

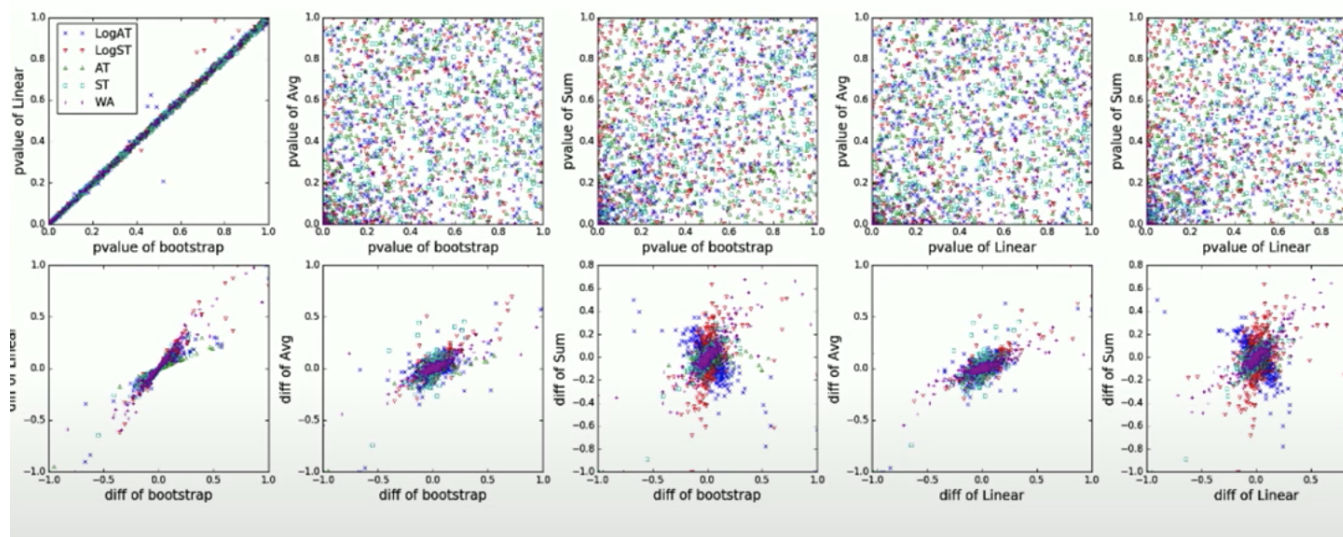
Только добавлю, что α – это такой коэффициент, который должен находится между минимальным и максимальным значением нашей ratio метрики. Обычно берут значение в контрольной группе

Сонаправленность доказывается лайтово:

За “мясом” вам сюда https://www.researchgate.net/publication/322969314_Consistent_Transformation_of_Ratio_Metrics_for_Efficient_Online_Controlled_Experiments

Целительные свойства линеаризации доказываются на практике:

Эксперименты



Как то читать: на первых 3 картинках по оси x отмечаются значения, полученные с помощью bootstrap, а по оси y - другим методом. В первой строке картинки с p-value, во второй – с разницей между группами. Самые “классные” графики тут – это первые картинки: p-value совпадает почти полностью, график разниц меньше всего похож на облаке. Я думаю, вы уже догадались, что это графики с линейризацией по вертикальной оси 😊

Убедили, ну сяду как-нибудь закодировать это...

покажем, как это просто, чтобы ты не откладывал в долгий ящик:

```
def linearization(control, experiment):
    numerator = 0
    denominator = 0
    for row in control:
        numerator += sum(row)
        denominator += len(row)

    control_mean = numerator / denominator
    new_control = [sum(row) - len(row) * control_mean for row in control]
    new_experiment = [sum(row) - len(row) * control_mean for row in experiment]
    return new_control, new_experiment
```

Так, а что дальше?

А дальше можешь спокойно использовать t-test поверх линейризованных метрик!

Все было так хорошо, пока не появился ~~Наваль~~Нерсес

В оригинальном докладе об этом не сказали, но после нашего радужного сведения ratio метрик к поюзерным мы столкнемся с проблемой (про эту проблему рассказывает Head of Advanced Analytics в Raiffaisen CIB – Нерсес Багиян, поэтому заголовок так и называется)

Что значит, когда мы берем среднее в нашей формуле для линейризованной метрики? Можем ли мы как-то это переписать? Можем!

$$L(u) = C(u) - K S(u)$$

Получим, новую, итоговую метрику:

$$L(u) = \frac{\sum_u L(u)}{|U|}$$

Теперь видите? Пользователь, который сделал тысячу кликов, и тот, который сделал всего один, будут учитываться в знаменател

Так, ну тут же тоже есть решение, да?

Обижаешь!

Перевзвешивание II

Вернемся к нашему CTR:

$$CTR = \frac{\sum_u C(u)}{\sum_u S(u)}$$

Однако теперь, будем учитывать активность каждого пользователя:

$$RCTR = \frac{\sum_u ? * \frac{C(u)}{S(u)}}{?} = \frac{\sum_u \sqrt{S(u)} * \frac{C(u)}{S(u)}}{\sqrt{S(u)}}$$

А теперь еще и линеаризуем:

$$LRCTR = \frac{\sum_u \sqrt{S(u)} * (C(u) - K S(u))}{\sqrt{S(u)}}$$

Снова слайд расскажет лучше меня, но вот вам пара обозначений.

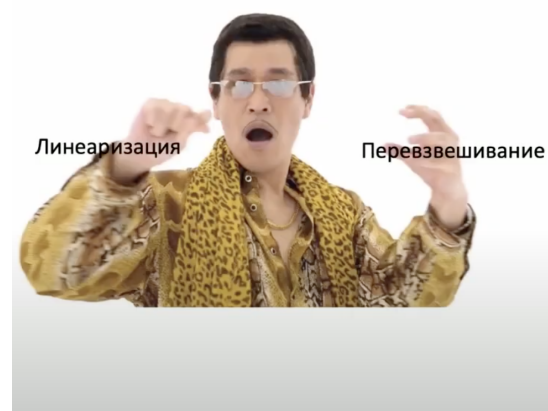
$C(u)$ – количество кликов, $S(u)$ – количество показов. А вместо K здесь используется обозначение K

Так, а откуда берется корень из количества показов? Почему именно он? Давай порассуждаем!

– Как учесть активность пользователя?

– Домножим его метрику на какой-нибудь коэффициент, а потом нормализуемся на этот коэффициент!

– Супер. А какой



он может быть? Единичка подойдет?

– Нет, бро, получим сумму CTR-ов

– Может, показы?

– Тогда получим обычной CTR.. Ты точно аналитик??

– А давай тогда что-то между? Что посоветуешь?

– Да корень обычно берут..

Бинго! Вот мы и разобрались, почему!

Вы же помните Руса альфу??

Напомним: α – это такой коэффициент, который должен находится между минимальным и максимальным значением нашей ratio метрики. Обычно берут значение в контрольной группе

А мы вот только что взяли и поменяли способ подсчета значений для каждой из групп! Как в таком случае считать α ?

У тебя есть два стула..

- Сначала перевзвесить, потом посчитать α
- Сначала посчитать α , потом перевзвесить
- Вспомнить, что ожидания укрепляют отношения и запустить скрипт на bootstrap

Если тебе кажется, что разницы не будет, то нет, она будет.
(не то чтобы я успела проверить, но Нерсес так сказал, Нерсесу доверяю)

Ответ: перевзвешиваем контрольную группу получаем α считаем и перевзвешиваем тестовую группу

Фух, дочитал, вроде даже разобрался

Молодец! Похвастайся в комментариях, что прочитал, и поблагодари автора (опционально)!

Я понял, но не понял

Понимаем тебя 😊 Вот тебе источники:

Основное видео от автора метода <https://www.youtube.com/watch?v=vIdwgJFz5Mk&feature=youtu.be&t=1129>

Все то же самое, но еще и про перевзвешивания <https://www.youtube.com/watch?v=Wxw1lseUXVU>

Если ты математик https://www.researchgate.net/publication/322969314_Consistent_Transformation_of_Ratio_Metrics_for_Efficient_Online_Controlled_Experiments