

Навчальна дисципліна: **Дискретна математика**

Лектор:

професор Кучук Георгій Анатолійович

E-mail: kuchuk56@ukr.net

1 семестр навчання на бакалавраті

Наприкінці семестру - іспит

Тема 3. Елементи комбінаторного аналізу

Лекція 3.1. Основні комбінаторні структури

Практичне заняття

Рекомендована література

1. Конспект лекцій.URL:

<https://drive.google.com/drive/folders/12QYRD4L8kQr0q48DJVN386FrISDuyPwQ?usp=sharing>

2. Балоба С.І. Дискретна математика. Навчальний посібник. – Ужгород: ПП «АУТДОР-. ШАРК», 2021. – 124 с.

<https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/3415/1/%D0%BD%D0%B0%D0%B2%D1%87%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE-%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%B9%20%D0%BF%D0%BE%D1%81%D1%96%D0%B1%D0%BD%D0%B8%D0%BA.pdf>

3. Новотарський М. А. Дискретна математика: навч. посіб. для студ. спеціальності 123 «Комп'ютерна інженерія». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 278 с.

<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/37806>

Завдання 1

1.1. Нехай задані 2 множини: $A = \{i \mid i=1..10\}$, $B = \{j \mid j=20, 29\}$.
Скільки способами можна вибрати з цих множин просте число?

1.2. Нехай задані 2 множини: $A = \{i \mid i=1..20\}$, $B = \{j \mid j=10, 29\}$.
Скільки способами можна вибрати з цих множин просте число?

1.3. Є 3 типи тканини для пошиття чотирьох фасонів костюмів.
Скільки можливо різних варіантів костюмів?

Завдання 1 (розв'язання)

1.1. Нехай задані 2 множини: $A = \{i \mid i=1..10\}$, $B = \{j \mid j=20, 29\}$.

Скільки способами можна вибрати з цих множин просте число?

Рішення. Так як $A \cap B = \emptyset$, то у цих множинах не міститься однакових простих чисел. Множина A містить 4 простих числа (2, 3, 5, 7), множина B – 2 (23, 29), тому вибір простого числа може бути здійснений $4 + 2 = 6$ способами.

1.2. Нехай задані 2 множини: $A = \{i \mid i=1..20\}$, $B = \{j \mid j=10, 29\}$.

Скільки способами можна вибрати з цих множин просте число?

Рішення. $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$; $B = \{11, 13, 17, 19, 23, 29\}$. Оскільки $A \cap B \neq \emptyset$, а перетин множин містить 4 простих числа (11, 13, 17, 19), правило суми застосувати не можна, а число способів дорівнює $8 + 6 - 4 = 10$.

1.3. Є 3 типи тканини для пошиття чотирьох фасонів костюмів.

Скільки можливо різних варіантів костюмів?

Рішення. Оскільки аналізовані вибори (тип тканини, фасон костюма) незалежні, число варіантів дорівнює $3 \cdot 4 = 12$.

Завдання для самостійного розв'язання

- 1.1. У вазі лежать чотири яблука та три груші. Скількома способами можна обрати один фрукт?
- 1.2. Скількома способами можна вибрати голосну та приголосну літери зі слова "приклад"?
- 1.3. Скільки чисел від 0 до 99 не містять у своєму записі цифру 5?
- 1.4. Скількома способами із 28 кісток доміно можна обрати дві кістки так, що їх можна було прикласти одну до одної (тобто щоб деяка кількість очок була на обох кістках).

Завдання 2

Нехай $X = \{a, b\}$. Скільки є різних варіантів розміщення елементів цієї множини по чотирьох чарунках $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$?

Завдання 2 (розв'язання)

Нехай $X = \{a, b\}$. Скільки є різних варіантів розміщення елементів цієї множини по чотирьох чарунках $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$?

Рішення. 1) порядок суттєвий;
2) можливі повторення.

Висновок: розміщення з повтореннями, кількість варіантів $\tilde{A}_n^r = n^r$,

З умови $n = 2$, $r = 4$, тому кількість розміщень з двох елементів по чотирьох чарунках з повторенням дорівнює $2^4 = 16$, а множина комбінаторних об'єктів є такою:

$\{(a, a, a, a); (a, a, a, b); (a, a, b, a); (a, a, b, b); (a, b, a, a); (a, b, a, b);$
 $(a, b, b, a); (a, b, b, b); (b, a, a, a); (b, a, a, b); (b, a, b, a);$
 $(b, a, b, b); (b, b, a, a); (b, b, a, b); (b, b, b, a); (b, b, b, b)\}.$

Завдання для самостійного розв'язання

- 2.1. Вдovж дороги розташовані 6 світлофорів, кожен з яких має 3 стани: "червоний", "жовтий", "зелений". Скільки може бути різних ситуацій на дорозі, що спричинені станами цих світлофорів?
- 2.2. Скільки існує чотиризначних пін-кодів ?
- 2.3. Згідно з державним стандартом, автомобільний номерний знак регіона доповнюється до коду регіону 4 цифрами і 2 буквами. При цьому букви вибираються з набору А, В, Е, К, М, Н, О, Р, С, Т, У, Х (використовуються тільки ті букви кирилиця, написання якої співпадає з латинськими буквами). Скільки різних номерних знаків можна скласти для регіону ?
- 2.4. Скільки існує у восьмеричній системі числення чисел, у яких кількість цифр не перевершує число 5?

.

Завдання 3

На зборах присутні 25 студентів. Скількома способами можна обрати голову зборів, його заступника і секретаря?

.

Завдання 3 (розв'язання)

На зборах присутні 25 студентів. Скількома способами можна обрати голову зборів, його заступника і секретаря?

Рішення. 1) порядок суттєвий;
2) повторення не припускаються.

Висновок: розміщення без повторень,
кількість варіантів:

$$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}.$$

Кількість способів обрання дорівнює числу розміщень без повторень з 25 по 3. Отже, кількість способів така:

$$A_{25}^3 = \frac{25!}{(25-3)!} = \frac{25!}{22!} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22!}{22!} = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800 \text{ (способів).}$$

Завдання для самостійного розв'язання

- 3.1. В спортивному турнірі із шахів приймають участь десять учасників. Скількома способами можна розподілити призові місця (I, II, III) в змаганнях?
- 3.2. Який відсоток серед семизначних телефонних номерів складають ті номери, у яких немає однакових цифр?
- 3.3. Для передавання сигналів вивішують один під другим три кольорових полотнища. Скільки різних сигналів можна передавати при наявності білого, жовтого, червоного, зеленого, синього та чорного полотнищ ?
- 3.4. Скільки двоцифрових чисел можна утворити з таких трьох цифр: 7, 9, 8 ?
- 3.5. Скільки двоцифрових чисел можна утворити з таких трьох цифр: 7, 9, 0 ?

Завдання 4

На полиці розміщено 5 книжок (різних). Скільки існує варіантів їх розташування?

.

Завдання 4 (розв'язання)

На полиці розміщено 5 книжок (різних). Скільки існує варіантів їх розташування?

Рішення. 1) порядок суттєвий;
2) повторення не припускаються;
3) змінюється лише порядок розміщення елементів.

Висновок: перестановки без повторень,
кількість варіантів: $P_n = n!$.

Кількість варіантів дорівнює кількості перестановок з 5 елементів:

$$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \text{ (варіантів).}$$

Завдання для самостійного розв'язання

- 4.1. Скільки слів (які не обов'язково мають сенс) можна отримати з букв слова «апельсин»?
- 4.2. Скільки різних п'ятизначних чисел можна записати за допомогою цифр 0, 1, 2, 3, 4, якщо жодна цифра в запису числа не повторюється?
- 4.3. Скільки різних п'ятизначних чисел можна записати за допомогою цифр 0, 1, 2, 3, 4, якщо жодна цифра в запису числа не повторюється та число повинне бути не меншим ніж 30000?

Завдання 5

Скількома способами можна вибрати 2 деталі з ящика, в якому є 8 різних деталей?

.

Завдання 5 (розв'язання)

Скількома способами можна вибрати 2 деталі з ящика, в якому є 8 різних деталей?

Рішення. 1) порядок несуттєвий;
2) повторення не припускаються

Висновок: комбінації без повторень,
кількість варіантів:

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{P_n} = \frac{m!}{(m-n)!n!}$$

Кількість варіантів дорівнює кількості комбінацій з 8 елементів по 2:

$$C_8^2 = \frac{8!}{6!2!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28 \text{ (способів).}$$

Завдання для самостійного розв'язання

- 5.1. Під час передачі двійкових даних 8-розрядний код може мати зміни у деяких розрядах (або помилки) внаслідок дії перешкод. Якщо помилки відбулися у трьох розрядах, то це трикратна помилка. Скільки існує варіантів трикратної помилки?
- 5.2. На колі розташовано 9 точок. Скільки різних трикутників з вершинами у цих точках можна побудувати ?
- 5.3. Скільки прямих можна побудувати через 10 різних точок, будь-які три з них не лежать на одній прямій?
5. 4. Знайти кількість діагоналей опуклого дванадцятикутника.
- 5.5. На потоці другого курсу вчиться 3 дівчини та 49 юнаків. Для стажування за кордоном запрошують групу з 2 дівчин та 2 юнаків. Скількома способами можна сформувати таку групу?