

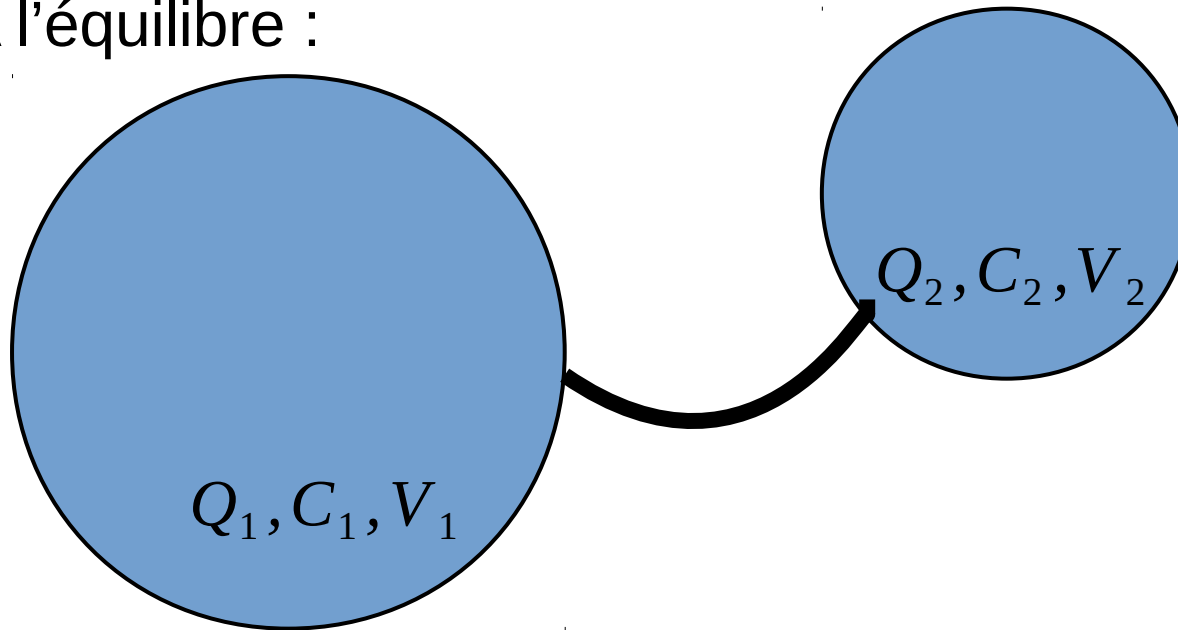
Physique - Électromagnétisme

Chapitre 3 – Electrocinétique

- I – Le courant électrique
- II – La loi d'Ohm

On reprend l'exemple des deux sphères conductrices chargées

A l'équilibre :



$$Q_1 = C_1 \cdot V_1$$

$$Q_2 = C_2 \cdot V_2$$

$$V_2 > V_1$$

On rompt l'équilibre : on les relie par un fil métallique

$$\Delta Q_1 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (V_1 - V_2)$$

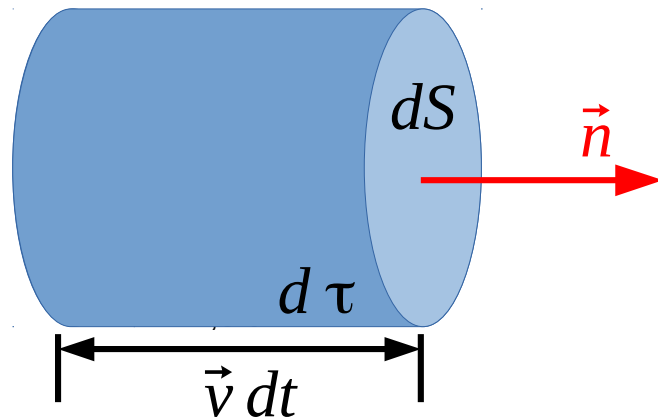
$$\Delta Q_2 = -\Delta Q_1$$

=> déplacement de charges

Il y a passage d'un courant électrique à travers le fil

Considérons des charges de vitesse \vec{v} traversant une surface dS

Pendant le temps dt :



Charges dans le volume $d\tau$:

$$dq = \rho_m (\vec{v} dt \cdot \vec{n} dS)$$

$$\frac{dq}{dt} = \rho_m \vec{v} \cdot \vec{n} dS = \vec{j} \cdot \vec{n} dS$$

$\vec{j} = \rho_m \vec{v}$ est appelée la densité de courant

A travers une surface S :

$$\frac{dQ}{dt} = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{n} dS$$

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{n} dS$$

I est l'intensité du courant à travers la surface S

I s'exprime en Ampère (A)

=> j s'exprime donc en $A.m^{-2}$

Régime stationnaire == $\frac{d}{dt} = 0 \Rightarrow I = 0$

$$\oiint_S \vec{j} \cdot \vec{n} dS = 0$$

=> le courant traversant une surface fermée doit être nul

$$\iiint_V \operatorname{div} \vec{j} \cdot dV = 0$$

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{j} = 0}$$

Loi de conservation de la charge

=> l'intensité à travers une section d'un tube de courant est toujours la même

II – Loi d'Ohm – 1. Modèle simple de conductivité électrique

Modèle : - matériau conducteur
- champ électrique $\vec{E} = E_x \vec{u}_x$ (attention hors équilibre)

Hypothèse : - un seul type de charges q mobiles (électrons)
- densité volumique de charge n
- masse m de l'électron

Bilan des forces : - Force électrique : $\vec{F}_e = q \vec{E}$
- Force de frottement (interactions charges/réseau)

$$\vec{F}_f = -\frac{m \vec{v}}{\tau} \quad \text{Avec } \tau = \text{constante homogène à un temps}$$

PFD :

$$m \frac{d \vec{v}}{dt} = \vec{F}_e + \vec{F}_f$$
$$m \frac{d \vec{v}}{dt} = q \vec{E} + \frac{-m \vec{v}}{\tau}$$

En projetant suivant la direction
du champ électrique :

$$m \frac{d v_x}{dt} + \frac{m v_x}{\tau} = q E_x$$

EDL1

II – Loi d'Ohm – 2. Solution de l'équation différentielle

Solution de l'équation
$$v_x = \frac{q\tau}{m} E_x + A e^{-t/\tau}$$

Si τ très faible (à vérifier)
$$v_x = \frac{q\tau}{m} E_x \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \frac{q\tau}{m} \vec{E}$$

La densité de courant vaut donc :
$$\vec{j} = nq\vec{v} = \frac{nq^2\tau}{m} \vec{E} = \gamma \vec{E}$$

Où γ est la conductivité du matériau

$$\boxed{\vec{j} = \gamma \vec{E}} \quad \text{Loi d'Ohm}$$

Cas du cuivre :

$$\gamma = 5,8 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$n = 8,5 \cdot 10^{28} \text{e} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$$

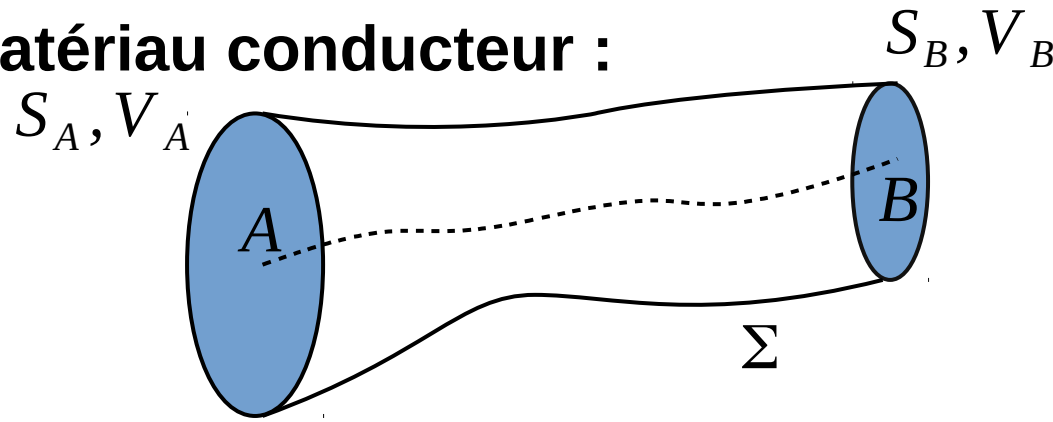
$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$$

$$\tau = \frac{m\gamma}{nq^2} = 2 \cdot 10^{-14} \text{s}$$

$$\vec{v} = \frac{q\tau}{m} \vec{E} = 3 \cdot 10^{-3} \vec{E}$$

II – Loi d'Ohm – 3. Résistance électrique

Soit un matériau conducteur :



L'intensité I : $I = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{n} dS$

La circulation du champ électrique : $V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \frac{\vec{j}}{\gamma} \cdot d\vec{l}$

Par un raisonnement similaire à la capacité d'un matériau :
on considère deux courants I_1 et I_2 parcourant le conducteur

$$\begin{aligned} I_1 \propto I_2 &\Rightarrow \vec{j}_1 \propto \vec{j}_2 \Rightarrow (V_A - V_B)_1 \propto (V_A - V_B)_2 \\ &\Rightarrow I \propto (V_A - V_B) \end{aligned}$$

$$\boxed{V_A - V_B = R I}$$

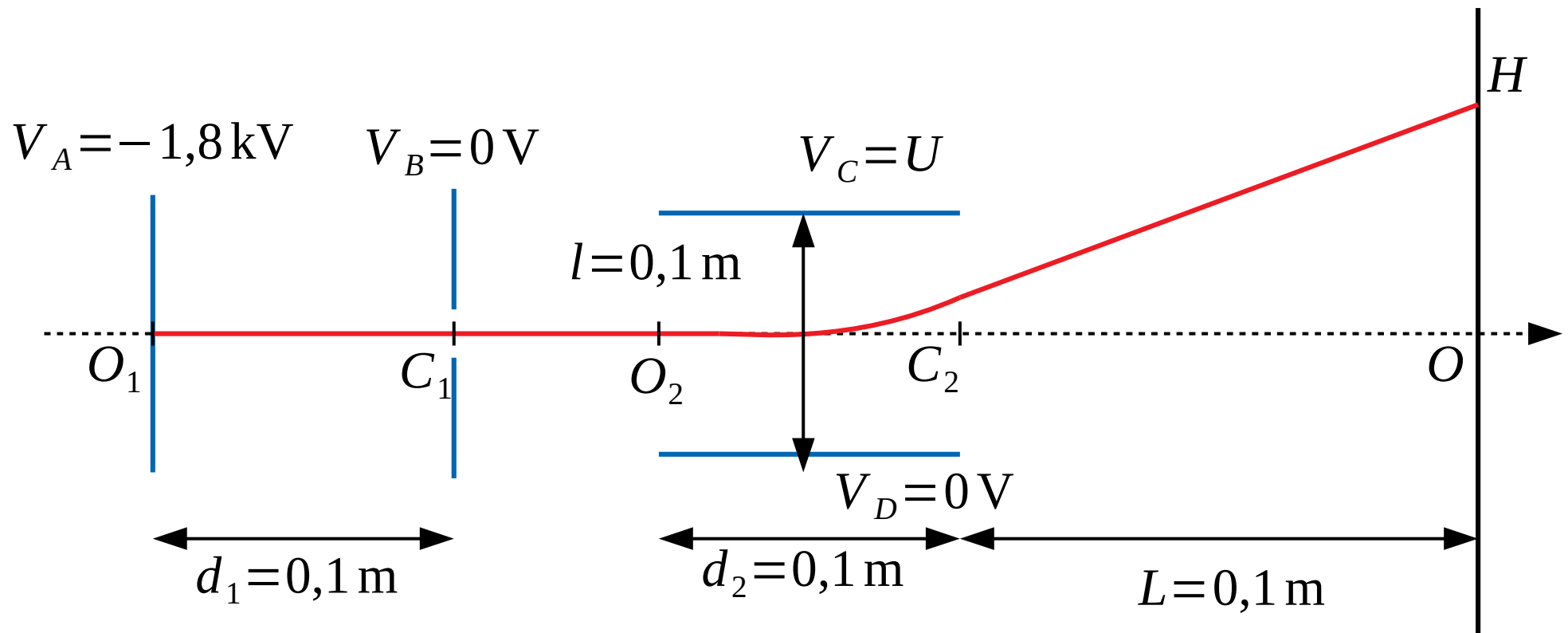
Où R est la résistance du conducteur (en Ohms)

II – Loi d'Ohm – 4. Exemple : calcul d'une résistance de section S

Fil conducteur de section S constante sur toute la longueur du matériau, de longueur L et de résistivité ρ



Annexe – Exemple de courants dans le vide : le tube cathodique



Forme locale théorème de Gauss :

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0 \quad \longrightarrow \text{Champ électrique uniforme}$$
$$E_x = \text{constante}$$