Avril 2019

CSI3/GR3

Devoir Surveillé
Analyse des Signaux et des Images

Exercice 1

$x(t)$ a un spectre considéré comme négligeable (mais donc non nul) en dehors de l'intervalle [50 - 210 Hz].

→ Pour échantillonner $x(t)$ il faut donc

→ Mettre en place un filtre anti-repliement qui sera ici un filtre Passe-Bas de fréquence de coupure 210 Hz

2pts

→ On pourra alors échantillonner en respectant le théorème de Shannon avec une fréquence d'échantillonnage $Fe \geq 2 \times 210$

$$\boxed{Fe \geq 420 \text{ Hz}}$$

2pts

→ Pour Quantifier, on veut ici une erreur maximale de quantification de 0,05 Volt

On sait aussi que la dynamique en amplitude est de 6 Volts (de -2 Volts à +4 Volts)

avec la méthode de la troncature
on a donc un pas de quantification
q = erreur max = 0,05

2pts

on $q = \frac{\text{Dynamique}}{2^n} = \frac{6}{2^n}$

donc $\frac{6}{2^n} = 0{,}05 \Rightarrow 2^n = \frac{6}{0{,}05}$

$2^n = 120$
$n = 7$ bits

il faut donc 7 bits
pour coder en binaire

avec la $\boxed{\text{méthode de l'arrondi}}$
on a un pas de quantification
erreur max $= \frac{q}{2} \Rightarrow q = 2 \times$ erreur max
$q = 0{,}1$

2pts

on $q = \frac{6}{2^n} \Rightarrow 2^n = \frac{6}{0{,}1} = 60$

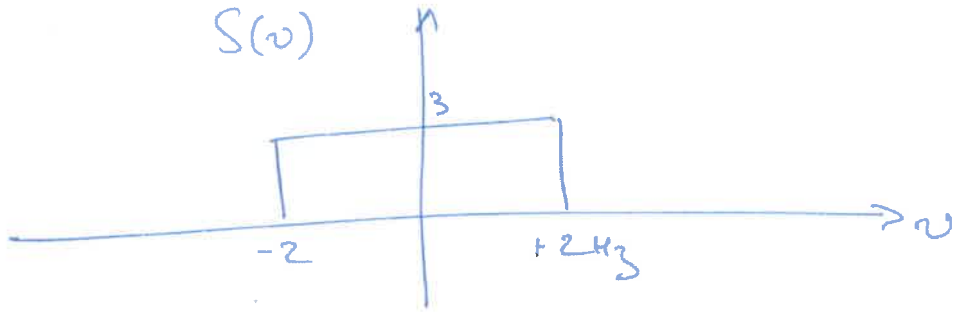
$\boxed{n = 6 \text{ bits}}$

il faut donc 6 bits

1pts

On va choisir cette méthode car on demande de limiter le nombre de bits.

Exercice 2



1) $s(t) = TF^{-1}(S(\nu))$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\nu)\, e^{+2\pi j \nu t}\, d\nu$$

$$= \int_{-2}^{2} 3 \times e^{+2\pi j \nu t}\, d\nu$$

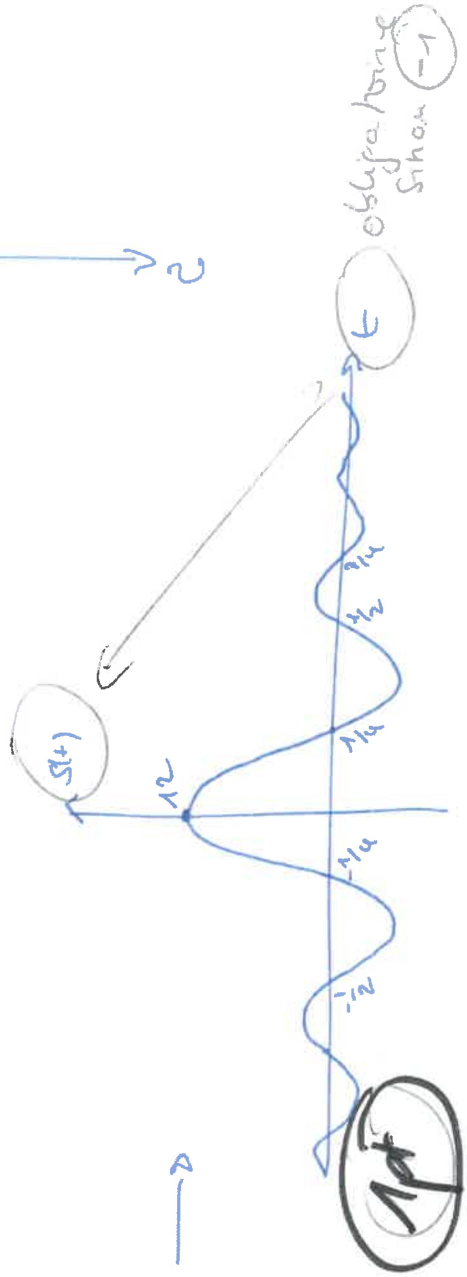
$$= \frac{3}{2\pi j t}\left[e^{2\pi j \nu t}\right]_{-2}^{+2}$$

$$= 3\, \frac{e^{4\pi j t} - e^{-4\pi j t}}{2\pi j t}$$

$$= 3\, \frac{\sin(4\pi t)}{\pi t}$$

$$= 3\times 4\ \mathrm{sinc}(4\pi t) = 12\ \mathrm{sinc}(4\pi t)$$

2 pts



1 pt

2) Grâce au théorème de Parseval on peut calculer l'énergie temporellement ou fréquentiellement

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(\nu)|^2\, d\nu = \int_{-2}^{+2} 9\, d\nu$$

$$= 9\,[2+2] = 36\ J$$

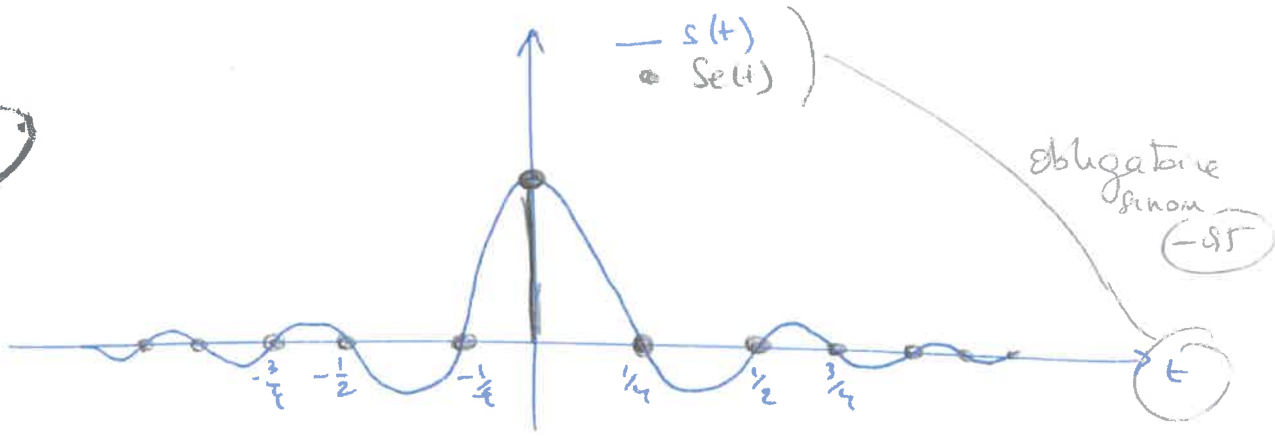
2 pts

3) a) $Fe = 4\ Hz \Rightarrow Te = \frac{1}{4}\ s$

1pt

pour obtenir $Se(t)$, on prélève donc un échantillon tous les $1/4$ s. sur $s(t)$.

1pt



1pt

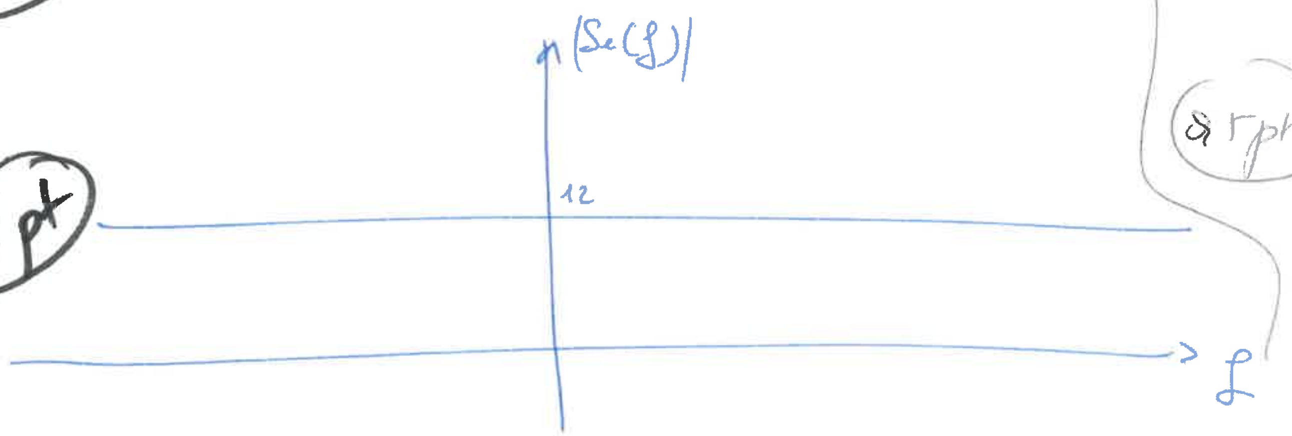
tous les échantillons $se(n)$ sont nuls sauf $se(0) = 12$.

b) $\Rightarrow se(t) = 12\ \delta(t)$ TF

1pt

$\Rightarrow Se(f) = 12$

1pt



c) l'échantillonnage choisi a comme conséquence que le signal échantillonné est identique à un dirac $\Rightarrow$ on a perdu le signal de départ et son information

2pt

$\Rightarrow$ Il y a donc eu un pb lors de l'échantillonage

$\Rightarrow$ En effet Shannon n'est pas respecté s(t) n'a pas de fréquence max

avec $Fe = 4\,Hz$ on a du recouvrement spectral

$\Rightarrow$ Nécessité d'utiliser un filtre anti-repliement avant d'échantillonner.

4)

$$s(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow y(t)$$

$$y(t) = s(t) * h(t)$$

$$Y(f) = S(f) \cdot H(f)$$

$$H(f) = TF(a \cdot \delta(t - t_0))$$

$$= a\, e^{-2\pi j f t_0}$$

2pts

$$Y(f) = S(f) \cdot a\, e^{-2\pi j f t_0}$$

$\cancel{|Y(f)| = |a \cdot S(f)|}$ $\Rightarrow$ ~~le module est pondéré d'un facteur a.~~

~~par contre la phase est cette fois modifiée~~

$$\cancel{\varphi_{Y(f)} = \varphi_{S(f)} - 2\pi j f t_0}$$