

AP3 - 2019/2020
Mathématiques
Professeur : Lahcen KADDOURI
Mardi 26 novembre 2019
Durée : 2h00

Calculatrice non programmable : autorisée

Nombre de pages : 2

Exercice 1: (4 points)

Soit (E) le système linéaire suivant :

$$(E) \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 30 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 27 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 35 \end{cases}$$

1. Montrer que le système (E) est un système de Cramer.
2. le résoudre en utilisant obligatoirement la méthode de Cramer.

Exercice 2: (3 points)

Soit A la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Calculer le déterminant de A en utilisant obligatoirement la méthode de Gauss.
En déduire que A est inversible.
2. Calculer l'inverse de A en utilisant obligatoirement la méthode des cofacteurs
(calculer la comatrice de A).

Exercice 3: (3 points)

Résoudre l'équation différentielle linéaire d'ordre un suivante :

$$y'(x) - y(x) = (x + 1)e^x \text{ avec } y(0) = 1.$$

Exercice 4: (4 points)

Résoudre l'équation différentielle linéaire d'ordre deux suivante :

$$y''(x) - 2y'(x) + y(x) = (x - 1)e^x + e^{3x}.$$

Exercice 5: (3 points)

Déterminer le développement limité à l'ordre 4, au voisinage de 0 de la fonction définie par

$$f(x) = \frac{1 + \arctan(x)}{\cos(x)}.$$

(indication : faire une division suivant les puissances croissantes)

Exercice 6: (3 points)

Calculer l'intégrale double suivante :

$$I = \iint_D \frac{xy}{x^2 + y^2} dx dy$$

où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \geq 0, y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

(indication : passer par les coordonnées polaires)