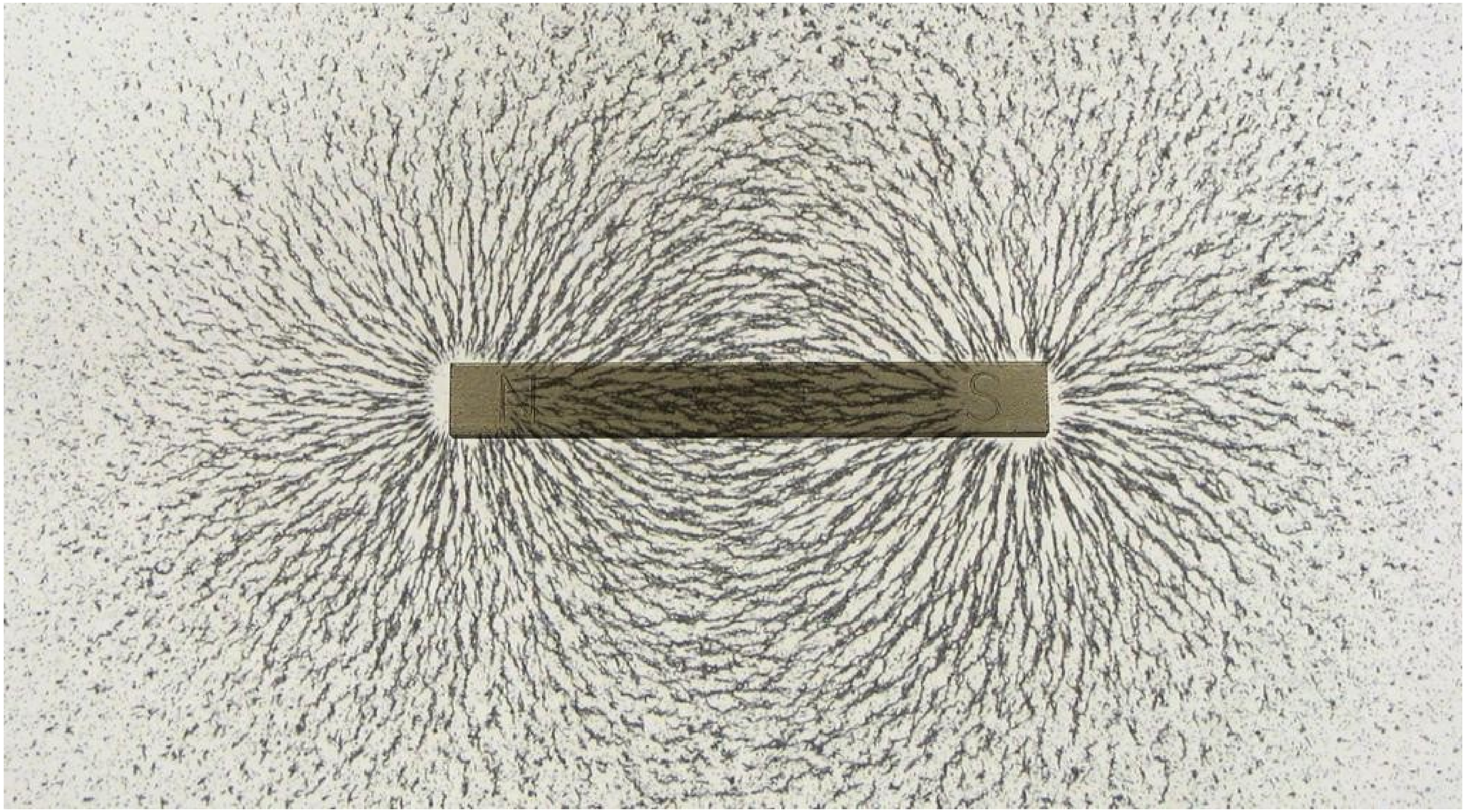
Physique - Électromagnétisme
Chapitre 4 – Magnétostatique

SOMMAIRE

Aimant permanent + limaille de fer

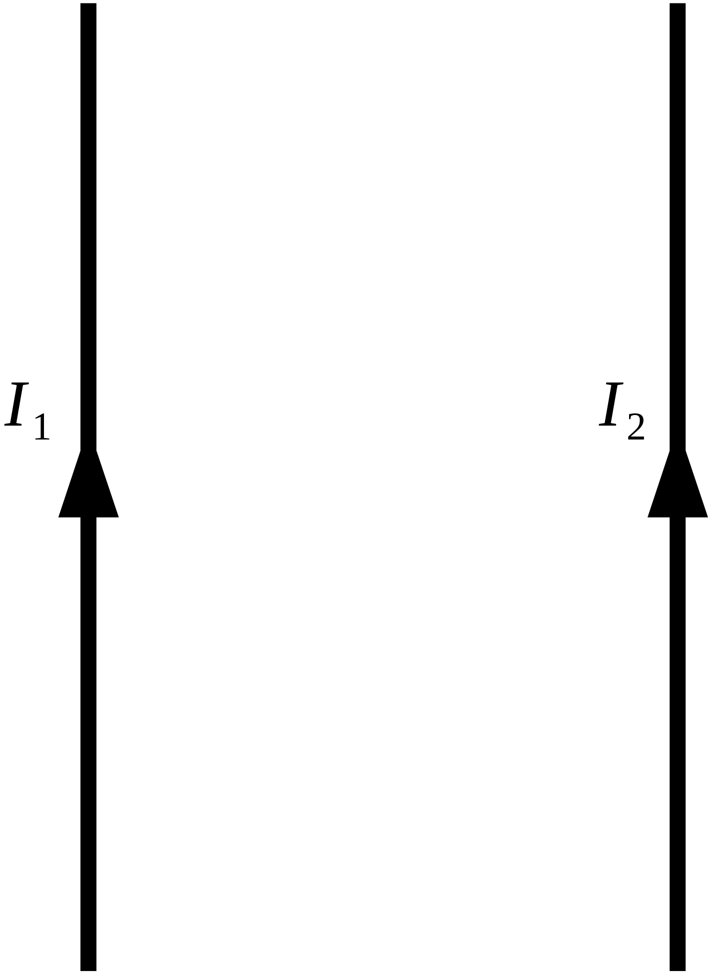


Déplacement de matière => existence d'une force mécanique

Pas de charges macroscopiques => ce n'est pas le champ électrique

I – Mise en évidence du champ magnétique – 1. Expérience 2

Deux fils électriques parcourus par des courants I_1 et I_2 :



La force dépend de l'intensité et de l'orientation des courants électriques

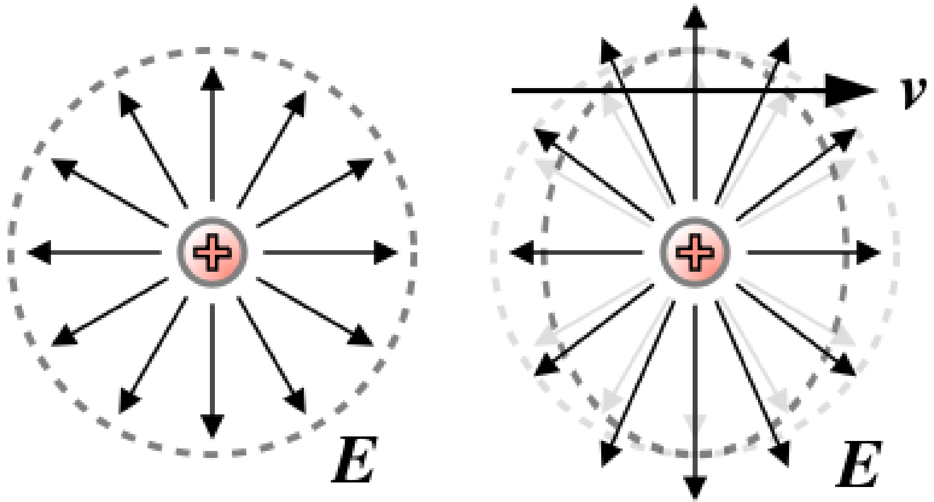
$$\overrightarrow{F_{1/2}} = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a}\vec{u}_r$$

=> Existence d'un champ caractérisant l'influence d'un courant électrique sur son environnement

=> champ magnétique $\vec{B}$

Albert Einstein (1905) :

Transformation d'un champ électrique
d'un premier référentiel à un second en mouvement relatif.



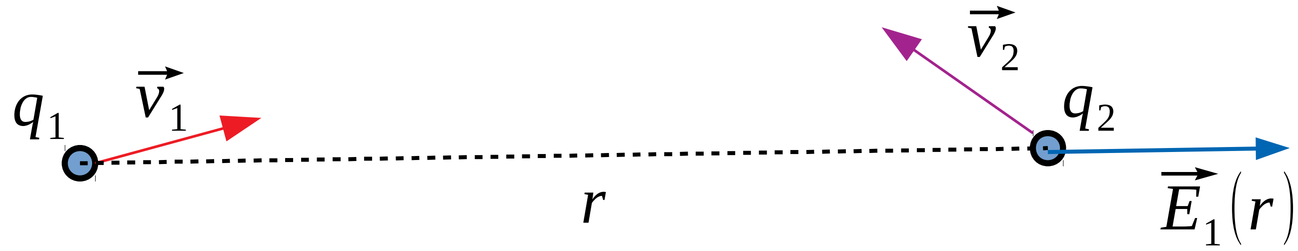
Charge électrique en mouvement => $\vec{E}$ n'est plus perçu comme sphérique

=> Création d'un champ agissant uniquement sur les charges qui se déplacent

C'est le champ magnétique **Unité : le Tesla (T)**

I – Mise en évidence du champ magnétique – 3. La force de Laplace

Charges q_1 et q_2 en mouvement :



Modification de la force de Lorentz :

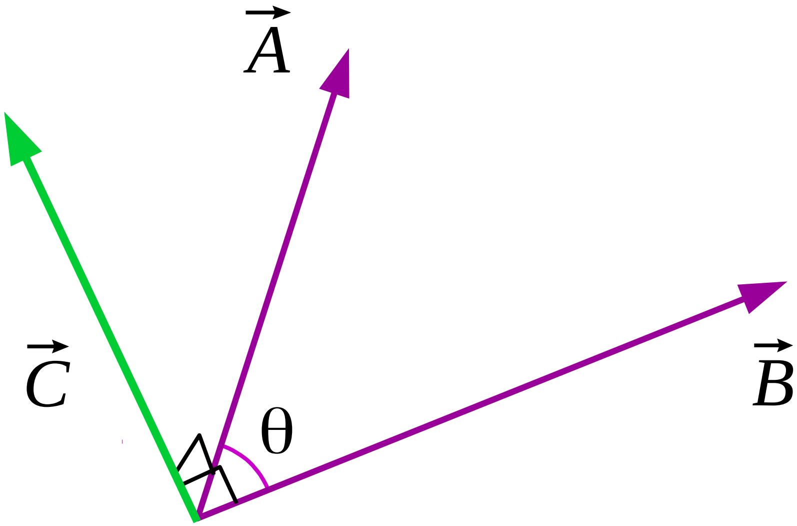
$$\vec{F}_{1/2} = \underbrace{q_2 \vec{E}_1(r)}_{\text{Force électrique}} + \underbrace{\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{v}_2}{c} \wedge \left(\frac{\vec{v}_1}{c} \wedge \frac{\vec{r}}{r} \right)}_{\text{Force magnétique}}$$

$$\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$$

$$\vec{E}_1(r) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \qquad \Rightarrow \vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} q_1 \vec{v}_1 \wedge \frac{\vec{r}}{r^3}$$

Champ magnétique créé par la charge q_1 en mouvement

Force de Laplace : $\boxed{\vec{F}_m = q_2 \vec{v}_2 \wedge \vec{B}_1}$



Définition : $\vec{A}\wedge\vec{B}=\vec{C}$

3 renseignements pour $\vec{C}$

– son module : $|\vec{C}|=|\vec{A}\wedge\vec{B}|=|\vec{A}|\cdot|\vec{B}|\cdot\sin\theta$

– sa direction : $\vec{C}\perp(\vec{A},\vec{B})$

– son sens : trièdre direct

Propriétés :

– non commutatif $\vec{A}\wedge\vec{B}=-\vec{B}\wedge\vec{A}$

– Maximum pour $\vec{A}\perp\vec{B}$

– $\vec{A}\|\vec{B}\Rightarrow\vec{A}\wedge\vec{B}=0$

Expression :

$$\vec{A}\wedge\vec{B}=(y_A\cdot z_B-y_B\cdot z_A)\vec{u}_x+(z_A\cdot x_B-z_B\cdot x_A)\vec{u}_y+(x_A\cdot y_B-x_B\cdot y_A)\vec{u}_z$$

Question 1

Deux charges électriques identiques se déplacent à la même vitesse suivant des droites parallèles.
Quel est l'effet de la force magnétique sur leur déplacement ?

A. aucun effet

B. les trajectoires se courbent en restant parallèles

C. les trajectoires tendent à s'éloigner

D. les trajectoires tendent à se rapprocher

Question 2

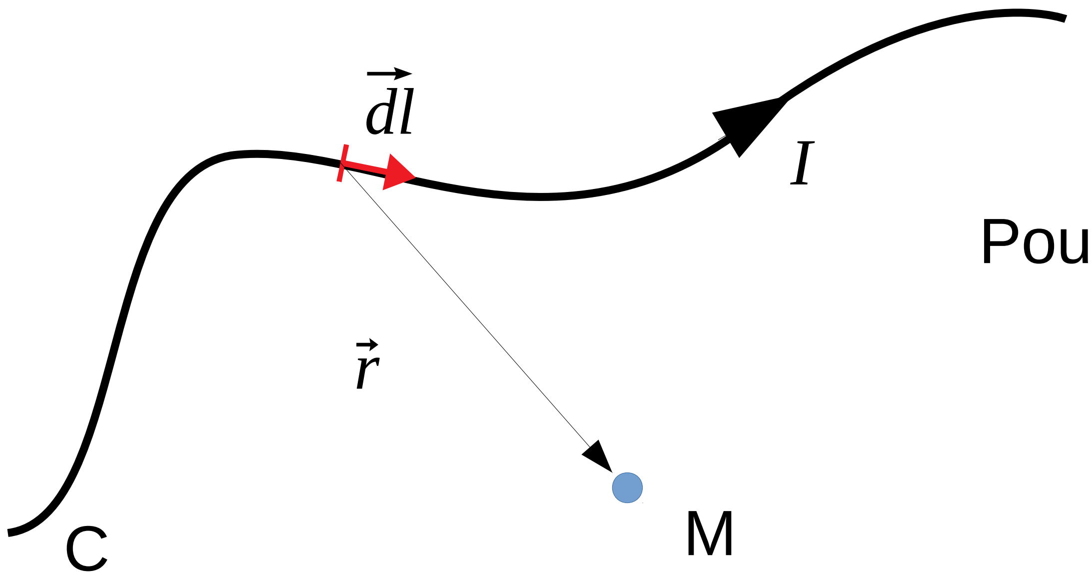
On considére deux charges électriques en interaction et en mouvement.
Comment se comparent les forces d'interaction entre ces charges ?

A. la force électrique est beaucoup plus grande que la force magnétique

B. la force magnétique est beaucoup plus grande que la force électrique

C. les forces électrique et magnétique sont du même ordre de grandeur

Champ magnétique créé en M par un courant I le long d'un circuit C



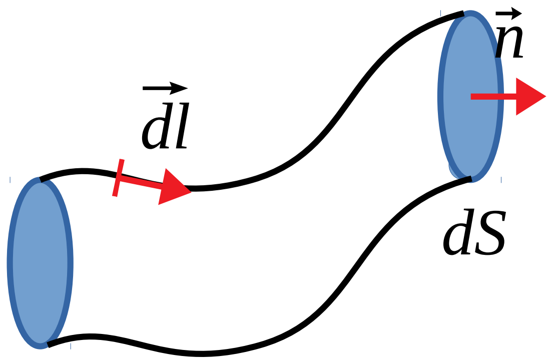
Pour la portion élémentaire dl :

$$\boxed{\vec{dB}(M)=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\vec{dl}\wedge\frac{\vec{r}}{r^3}}$$

Pour le circuit complet (principe de superposition) :

$$\boxed{\vec{B}(M)=\int_C \vec{dB}}$$

Pour un tube de courant :



$$\overrightarrow{dB}(M)=\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\vec{j}\cdot\vec{n}\,dS\right)\vec{dl}\wedge\frac{\vec{r}}{r^3}$$

$\vec{j}$ et $\vec{dl}$ sont colinéaires :

$$\left(\vec{j}\cdot\vec{n}\,dS\right)\vec{dl}=\left(\vec{dl}\cdot\vec{n}\,dS\right)\vec{j}=\vec{j}\,dV$$

$$\boxed{\overrightarrow{dB}(M)=\frac{\mu_0}{4\pi}\vec{j}\wedge\frac{\vec{r}}{r^3}dV}$$

Pour tout le volume :

$$\boxed{\vec{B}(M)=\iiint_V\frac{\mu_0}{4\pi}\vec{j}\wedge\frac{\vec{r}}{r^3}dV}$$

On appelle flux du champ magnétique à travers la surface fermée S :

$$\boxed{\Phi_B = \oiint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS}$$

Stockes : $$\Phi_B = \oiint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS = \iiint_V \mathrm{div} \, \vec{B} \, dV$$

Considérons le champ magnétique élémentaire créé par une densité de courant :

$$\overrightarrow{dB}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{j} \wedge \frac{\vec{r}}{r^3} dV$$

$$\frac{\vec{r}}{r^3} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}_M \left(\frac{1}{r} \right)$$

$$\mathrm{div}(\vec{a} \wedge \vec{b}) = \vec{b} \, \overrightarrow{\mathrm{rot}} \, \vec{a} - \vec{a} \, \overrightarrow{\mathrm{rot}} \, \vec{b}$$

$$\mathrm{div}_M\left(\overrightarrow{dB}\right)=-\frac{\mu_0}{4\pi}\left[\underbrace{\overrightarrow{\mathrm{grad}}_M\left(\frac{1}{r}\right)\overrightarrow{\mathrm{rot}}_M\,\vec{j}}_{\overrightarrow{\mathrm{rot}}_M\,\vec{j}=0}-\underbrace{\vec{j}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}}_M\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}_M\left(\frac{1}{r}\right)\right)}_{\overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(f)\right)=0\quad\forall f}\right]$$

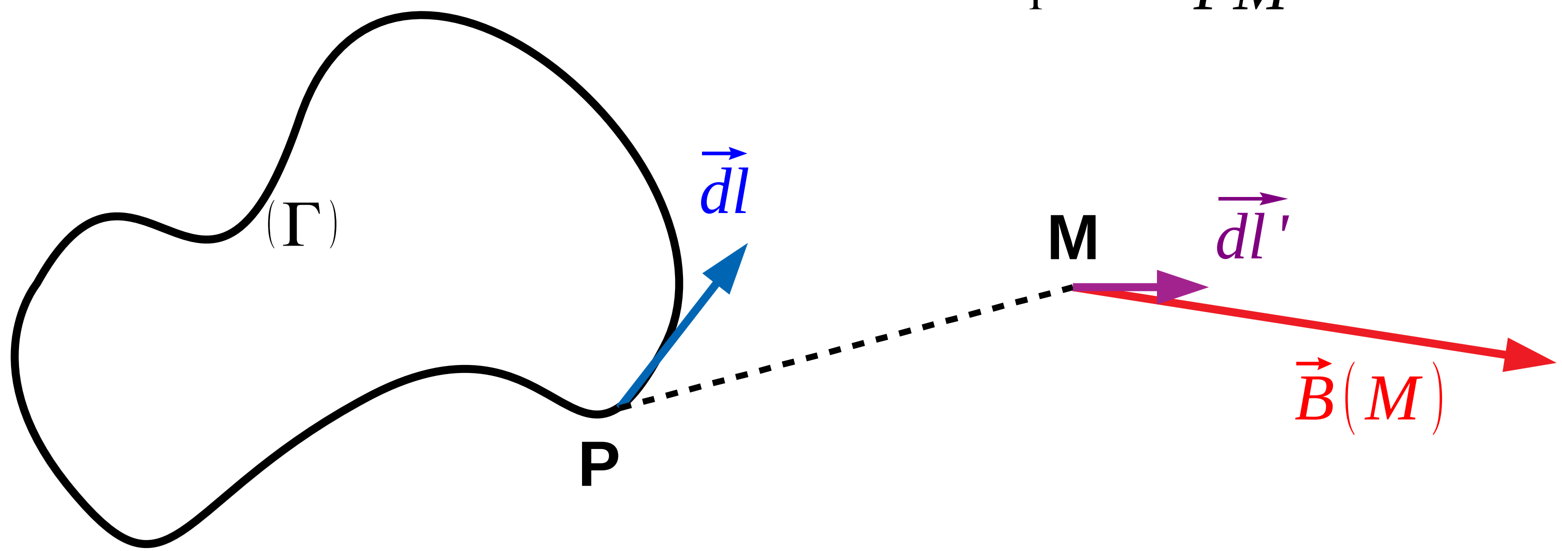
$$\Rightarrow \mathrm{div}_M\left(\overrightarrow{dB}\right)=0$$

Pour un conducteur entier : $\boxed{\mathrm{div}\left(\vec{B}\right)=0}$

Le champ magnétique est à flux conservatif $\boxed{\Phi_B=0}$

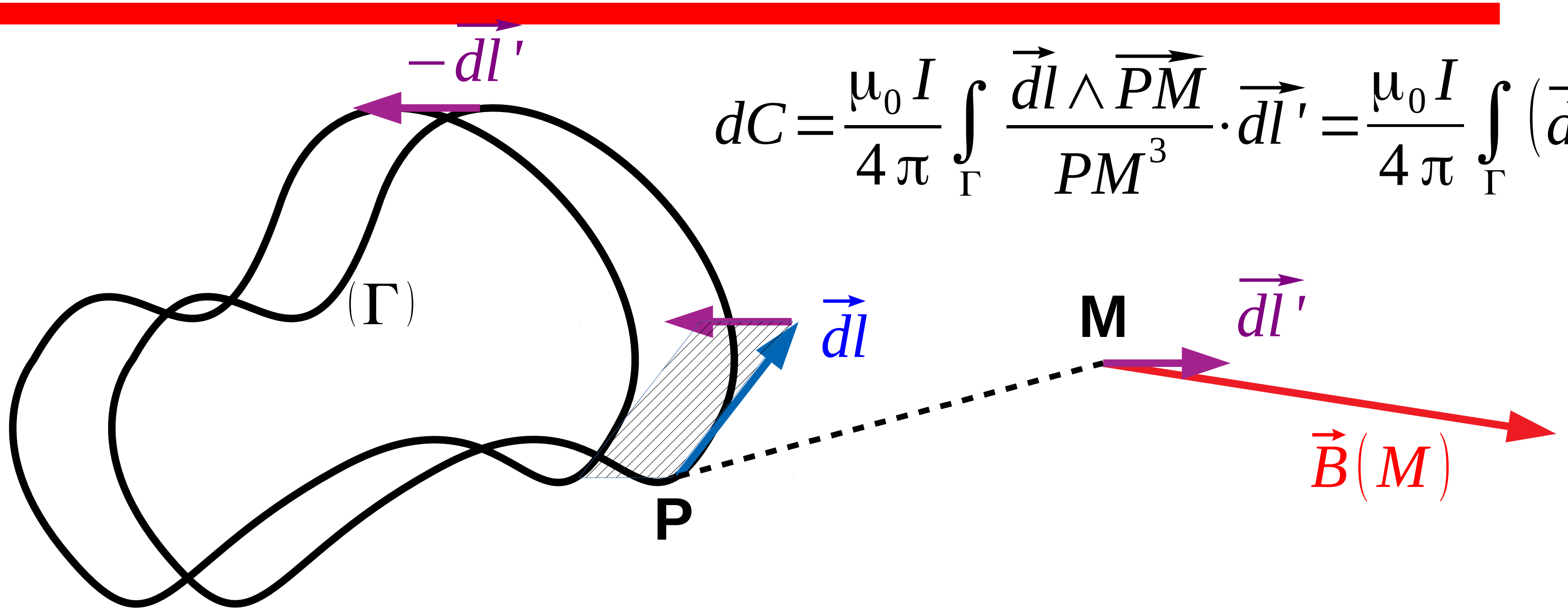
Soit le champ $\vec{B}(M)$ en un point M créé par un circuit filiforme parcouru par un courant d'intensité I :

$$\vec{B}(M)=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\Gamma}\vec{dl}\wedge\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$



La circulation élémentaire de $\vec{B}(M)$ pour un déplacement $\overrightarrow{dl'}$ est définie par :

$$\boxed{dC=\vec{B}\cdot\overrightarrow{dl'}}$$



$$dC = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_\Gamma \frac{\vec{dl}\wedge\vec{PM}}{PM^3}\cdot\vec{dl}\,' = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_\Gamma \left(\vec{dl}\,'\wedge\vec{dl}\right)\frac{\vec{PM}}{PM^3}$$

$\left(\vec{dl}\,'\wedge\vec{dl}\right)$ représente la surface balayée par $\vec{dl}$ lors du déplacement $\vec{dl}\,'$

$\left(\vec{dl}\,'\wedge\vec{dl}\right)\dfrac{\vec{MP}}{MP^3}$ représente l'angle solide sous lequel est vu cette surface depuis M

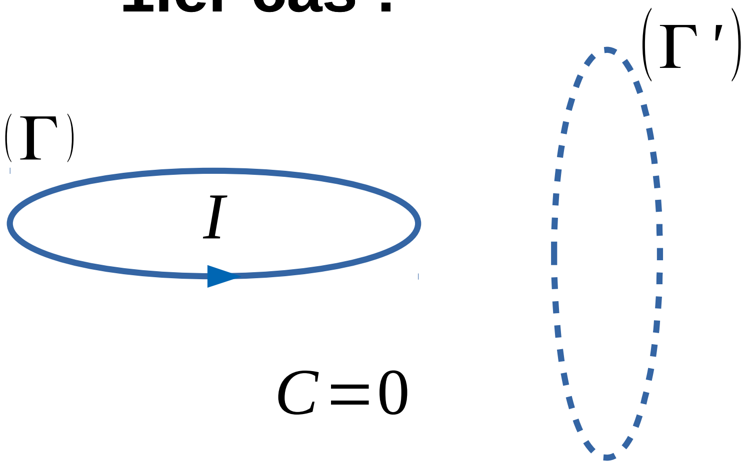
$$dC = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_\Gamma d^2\Omega = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\, d\Omega$$

L’utilisation du résultat pour calculer la circulation de $\vec{B}(M)$ le long d’un contour fermé Γ' précédent permet d’énoncer le théorème d’Ampère

$$C=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_{\Gamma'} d\Omega$$

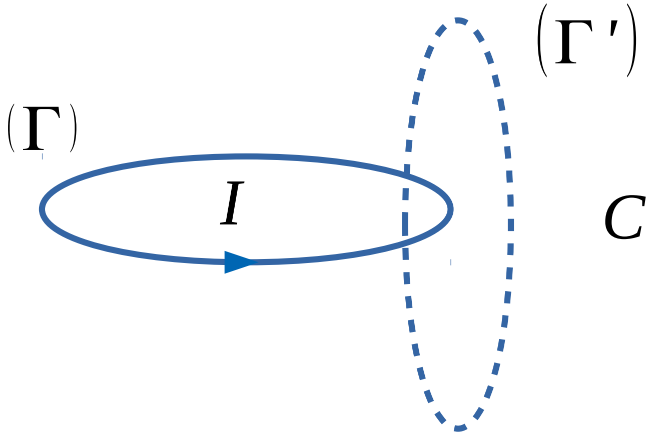
$$C=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\Omega_{final}-\Omega_{initial}\right)$$

1ier cas :

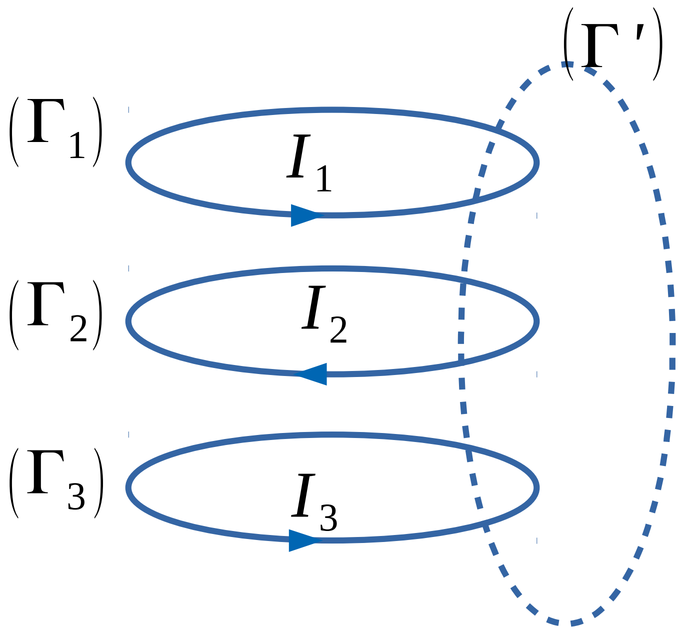


$C=0$

2e cas :



$C=\mu_0 I$



$$\boxed{\oint_{\Gamma'} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \sum I}$$

Les courants doivent être comptés algébriquement (règle du tire-bouchon)

Si les courants sont répartis dans tous l'espace :

– on décompose en tubes de courant de section dS

$$\boxed{\oint_{\Gamma'} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \iint_S \mu_0\, \vec{j}\cdot\vec{n}\, dS}$$

$$\oint_{\Gamma'} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \iint_S \mu_0\,\vec{j}\cdot\vec{n}\,dS$$

D’après le théorème de Stockes :

$$\oint_{\Gamma'} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \iint_S \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}\cdot\vec{n}\,dS$$

$$\iint_S \left(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} - \mu_0\,\vec{j}\right)\cdot\vec{n}\,dS = 0$$

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\,\vec{j}}$$

Relation de Maxwell-Ampère

2 méthodes :

– Intégration de la loi de Biot et Savart

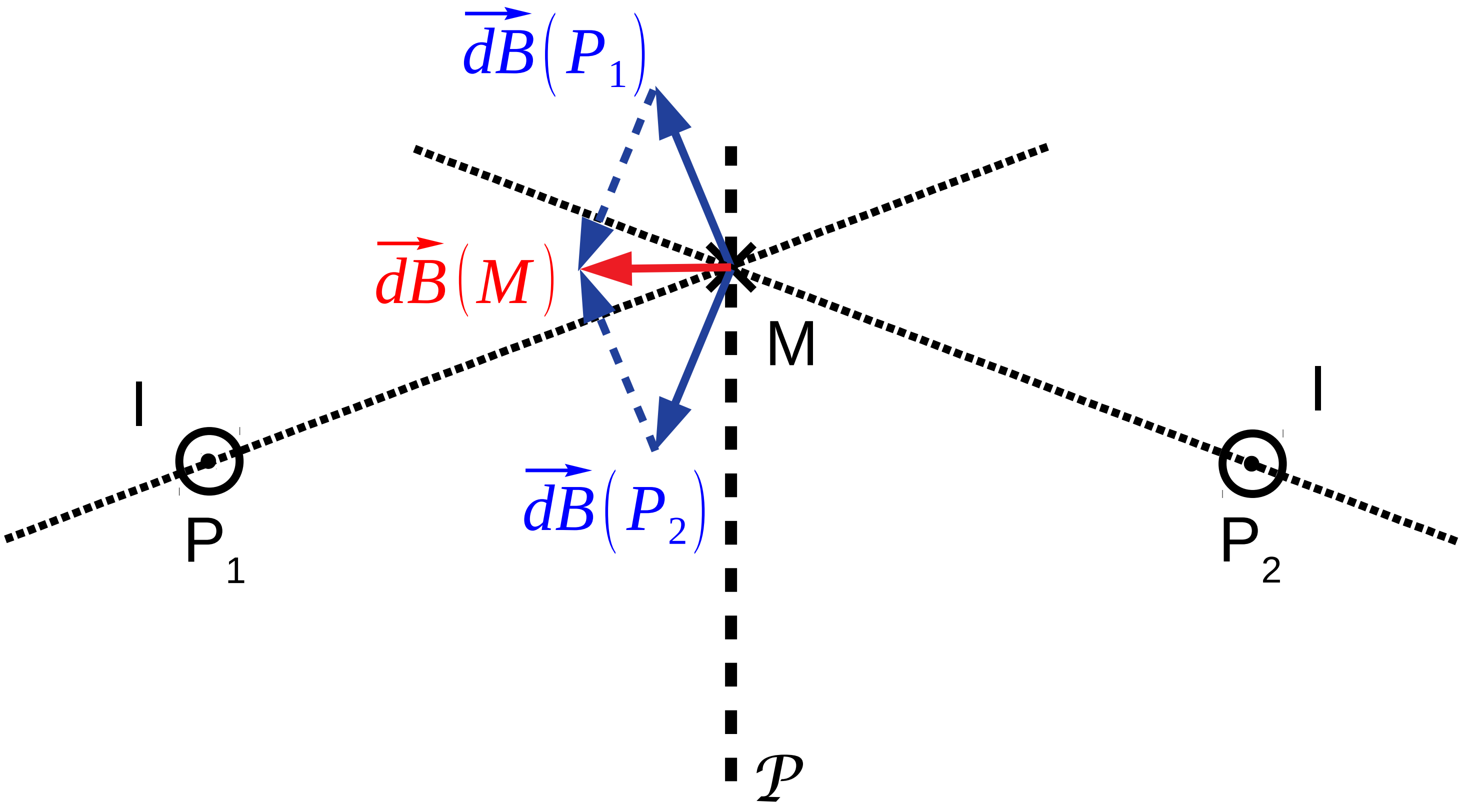
– Théorème d’Ampère. Nécessite un haut degré de symétrie

Invariances :

Si la distribution des courants étudiée reste inchangée après une translation dans l’espace d’une variable, alors le champ magnétique est indépendant de la variable en question

Symétrie :

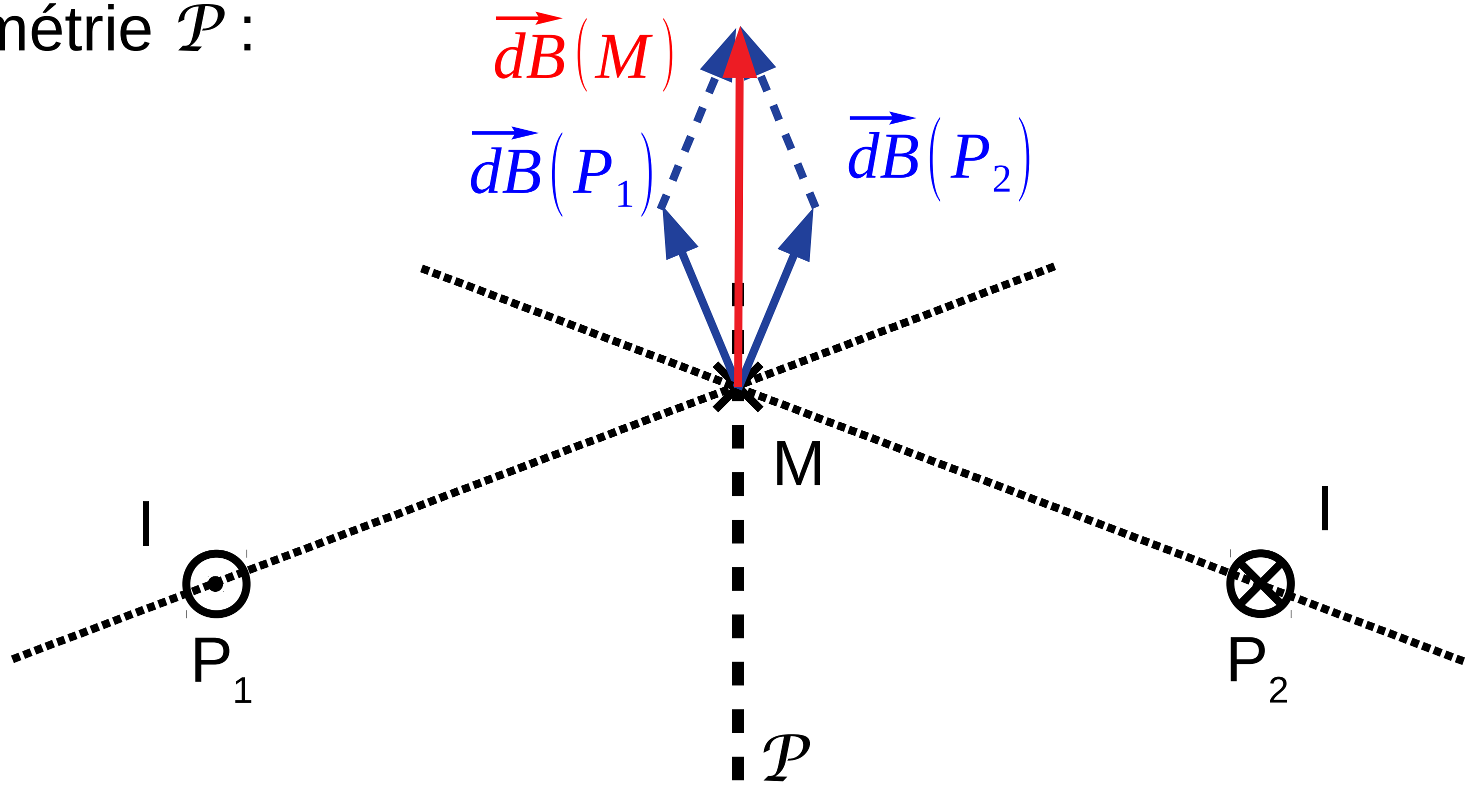
Pour une distribution des courants possédant un plan de symétrie $\mathcal{P}$



Le champ magnétique en un point de $\mathcal{P}$ est perpendiculaire à ce plan

Antisymétrie :

Pour une distribution des courants possédant un plan de d'antisymétrie $\mathcal{P}$:



Le champ magnétique en un point de $\mathcal{P}$ appartient à ce plan