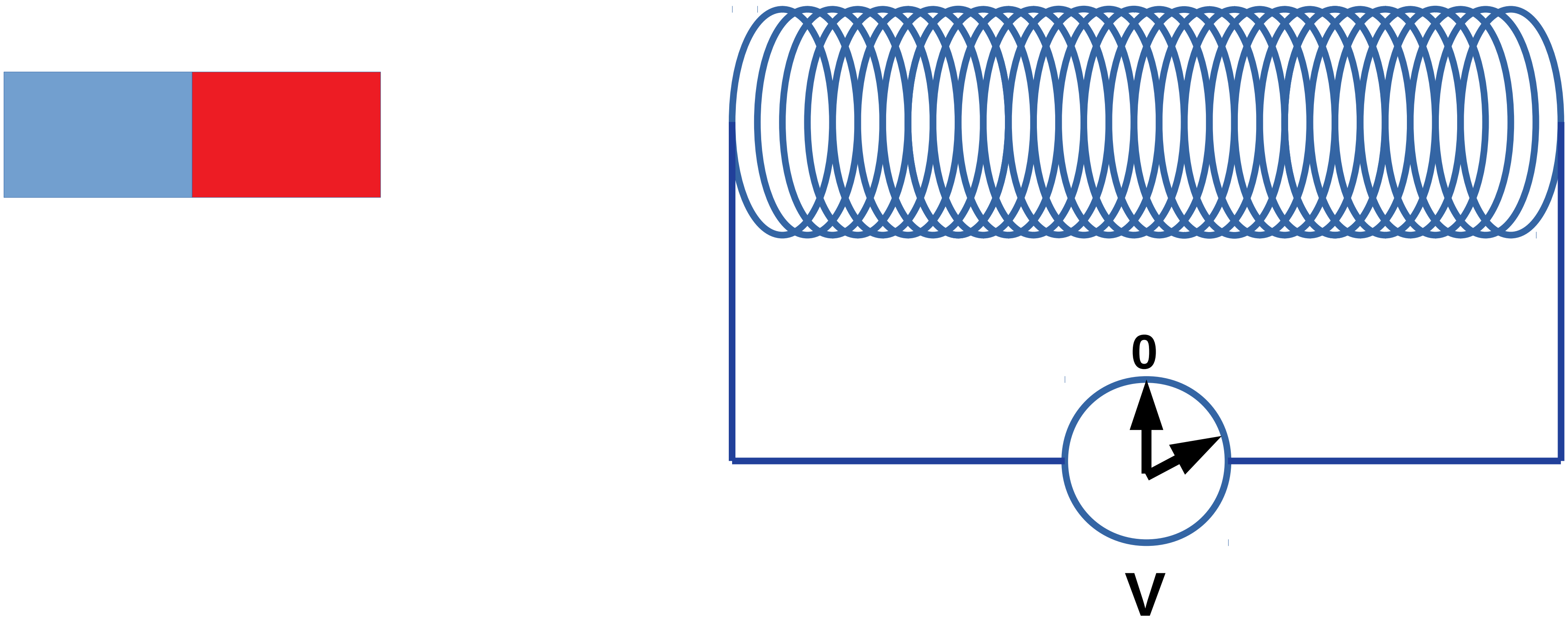
Physique - Électromagnétisme
Chapitre 5 – Induction électromagnétique

SOMMAIRE

Induction électromagnétique :

Phénomène qui conduit à l'apparition d'une force électromotrice (f.e.m.) dans un conducteur.



Si le conducteur est fermé => apparition d'un courant induit

3 types d'inductions :

– Cas de Lorentz : conducteur en mouvement dans un champ magnétique constant

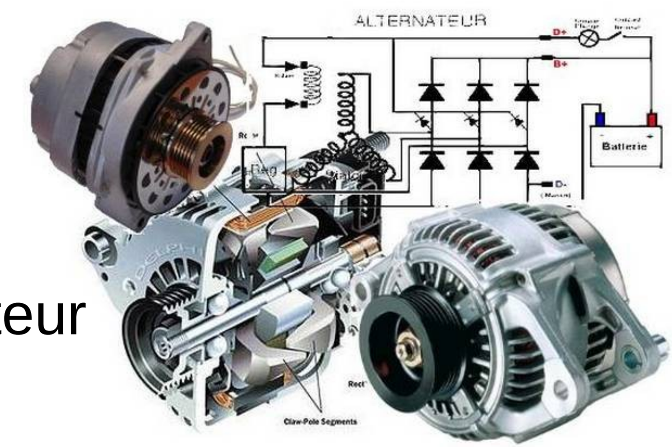
– Cas de Neumann : conducteur fixe dans un champ magnétique variable.

– la réunion des deux...

Inducteurs : Les champs responsables du phénomène ainsi que les dispositifs qui en sont la source.

Induits : La f.e.m., les courants éventuels et les systèmes dans lesquels ils apparaissent.

Production d'électricité

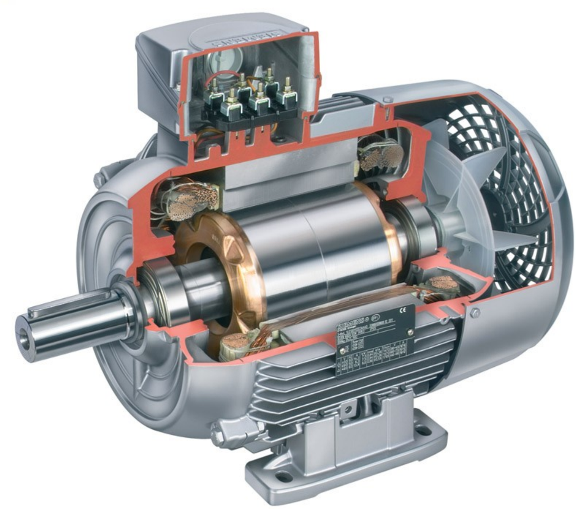


Alternateur

230V → 24V

Transformateur

Génération de mouvement

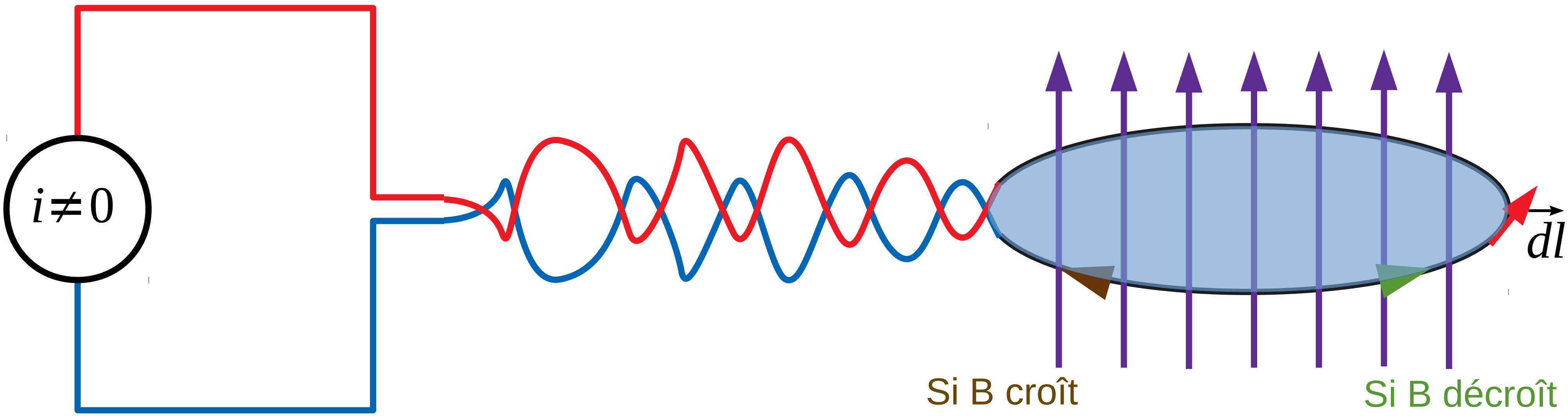


Moteur électrique

Chauffage

Plaque à induction

Circuit fermé dans un champ d'induction magnétique

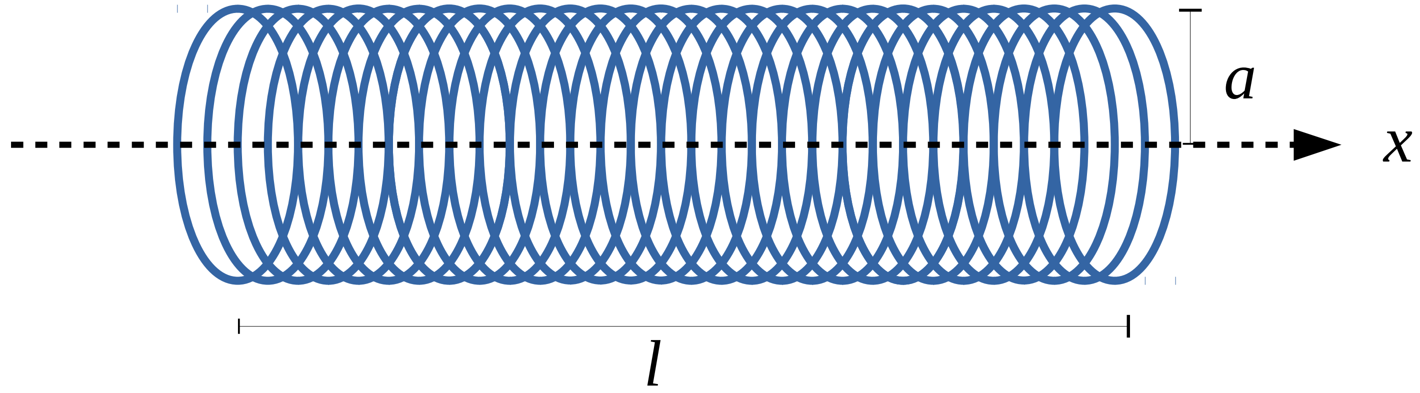


$$\boxed{e = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

Loi de Faraday

Loi de Lentz : la f.e.m. e s'oppose toujours à la cause $\frac{d\Phi_B}{dt}$

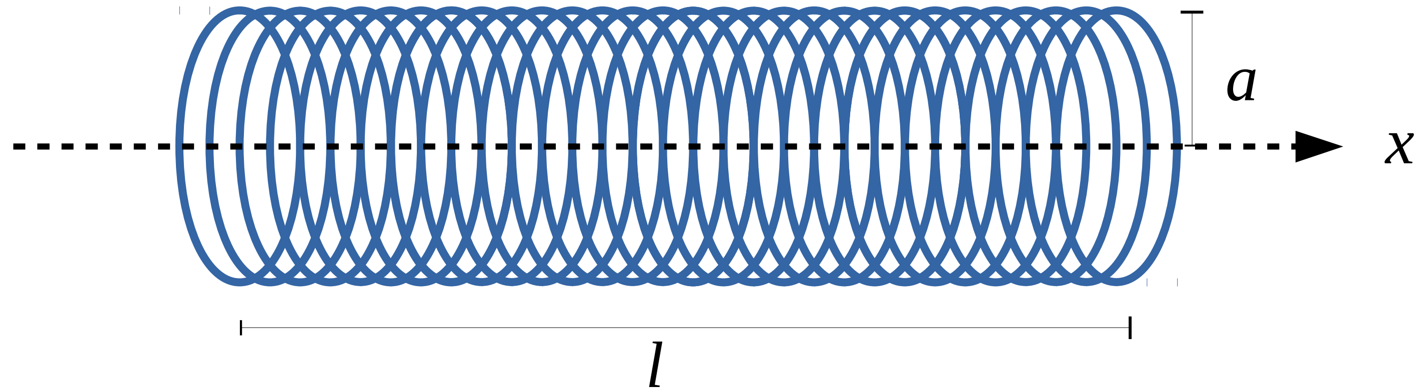
Considérons un solénoïde « infini » (a<<l)
de résistance électrique R



Champ magnétique uniforme et variable dans le temps :

$$\vec{B}_0(t) = B_{0,m} \cos \omega t \, \vec{u}_x$$

II – Exemple d'application – 1. Approche simple



Pour une spire, le flux $\phi_B(t)$ de $\vec{B}_0(t)$:

$$\phi_B(t) = B_0 \pi a^2$$

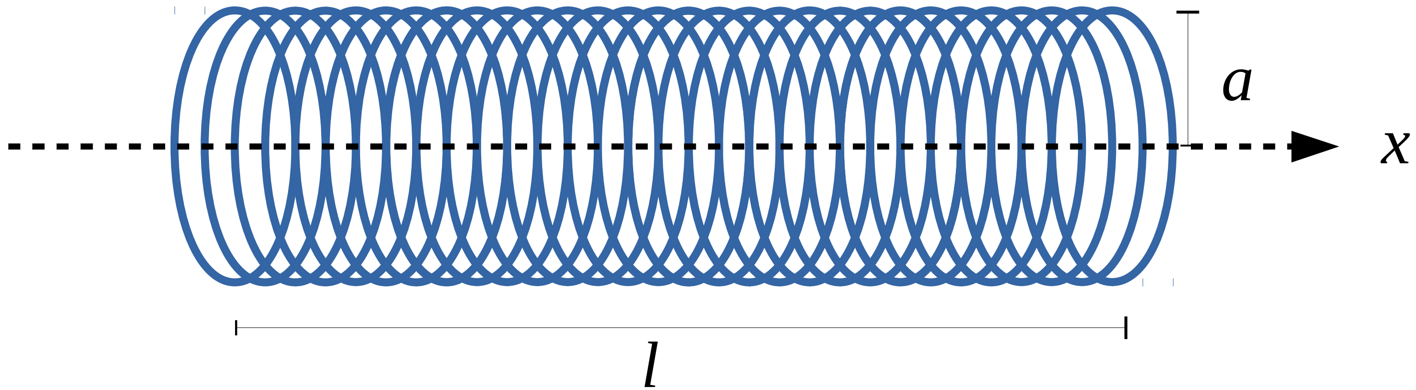
Pour le solénoïde complet :

$$\Phi_B(t) = N \phi_B = N B_0 \pi a^2$$

On en déduit la f.e.m. :

$$e = \frac{-d\Phi_B}{dt} = N \pi a^2 B_{0,m} \omega \sin \omega t$$

II – Exemple d'application – 1. Approche simple



En appliquant la loi d'Ohm :

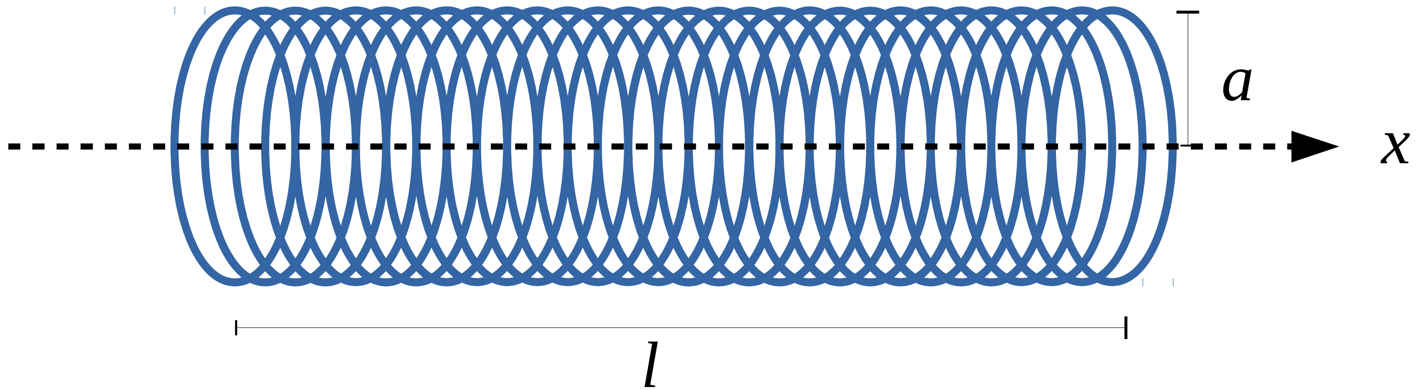
$$i(t) = \frac{N \pi a^2 B_{0,m} \omega}{R} \sin \omega t$$

Le courant ainsi induit va à son tour créer le champ $\vec{B}_1(t)$

$$\vec{B}_1(t) = \mu_0 \frac{N}{l} i(t) \vec{u}_x$$

$$\boxed{\vec{B}_1(t) = \frac{\mu_0 N^2 \pi a^2 \omega}{l R} B_{0,m} \sin \omega t \, \vec{u}_x}$$

II – Exemple d'application – 2. Traitement rigoureux



Le champ total est la somme des champs :

$$\vec{B}_{tot}(t) = \vec{B}_0(t) + \vec{B}_2(t)$$

Où : $\vec{B}_2(t)$ est la contribution apportée par l'ensemble des phénomènes d'induction (induction « simple » + auto-induction)

$$\vec{B}_2(t) = \mu_0 \frac{N}{l} i(t) \vec{u}_x$$

La loi de Faraday nous donne :

$$e(t) = -N\pi a^2\left(-B_{0,m}\,\omega\sin\omega t + \frac{dB_2}{dt}\right)$$

A partir de la loi d'Ohm :

$$e(t) = \frac{l\,R}{\mu_0 N} B_2(t)$$

On obtient l'équation différentielle suivante :

$$\boxed{\frac{dB_2}{dt} + \frac{1}{\tau} B_2 = \omega B_{0,m} \sin\omega t}$$

Avec :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{l\,R}{\mu_0 N^2 \pi a^2}$$

Solution de la forme :

$$B_2(t) = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$$

La résolution de l'équation différentielle donne :

$$\begin{cases} -\omega \alpha + \dfrac{\beta}{\tau} = \omega B0, m \\ \dfrac{\alpha}{\tau} + \omega \beta = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \qquad \alpha = \frac{-\tau \omega}{\tau \omega + \dfrac{1}{\tau \omega}} B_{0,m} \qquad \beta = \frac{1}{\tau \omega + \dfrac{1}{\tau \omega}} B_{0,m}$$

Soit :

$$\boxed{B_2(t) = \frac{B_{0,m}}{\tau \omega + \dfrac{1}{\tau \omega}} (-\tau \omega \cos \omega t + \sin \omega t)}$$

* Cas où $\tau\omega \gg 1$ (très hautes fréquences ou très petites résistances)

$$\tau\omega + \frac{1}{\tau\omega} \sim \tau\omega \qquad \Rightarrow \tau\omega|\cos\omega t| \gg |\sin\omega t|$$

$$\boxed{\vec{B}_2(t) = -\vec{B}_0(t)}$$

Phénomène d'induction et d'auto-induction très fort allant jusqu'à l'annulation du champ magnétique total dans le solénoïde.

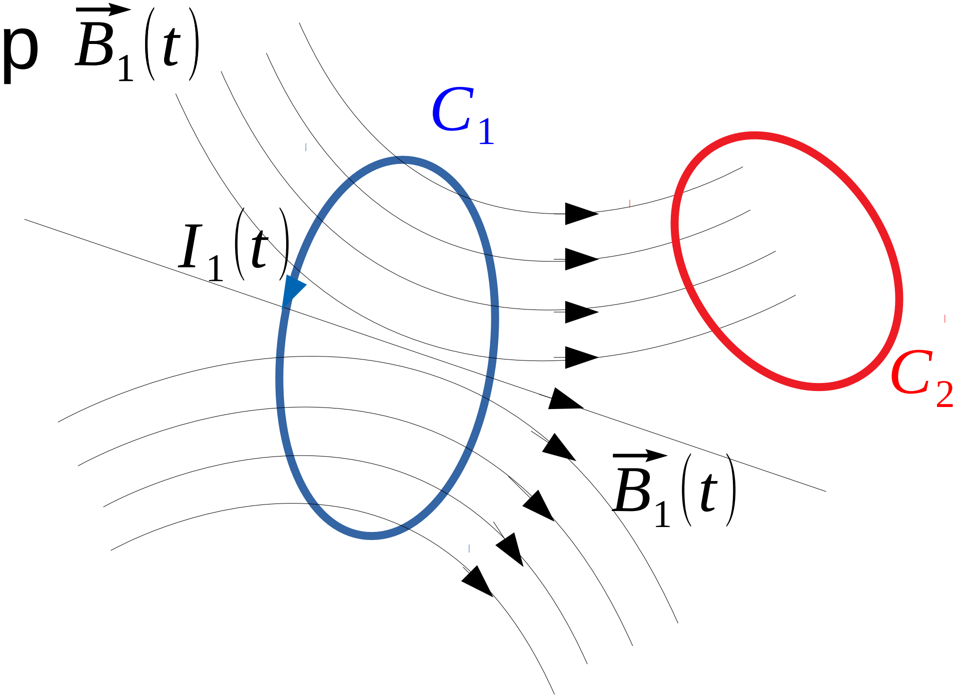
* Cas où $\tau\omega \ll 1$ (basses fréquences ou grandes résistances)

$$\tau\omega + \frac{1}{\tau\omega} \sim \frac{1}{\tau\omega} \qquad \Rightarrow \tau\omega|\cos\omega t| \ll |\sin\omega t|$$

$$\boxed{\vec{B}_2(t) = \frac{\mu_0 N^2 \pi a^2}{l R} \omega \vec{B}_0(t)}$$

On retrouve le cas de la méthode simple

Soit un circuit C_1 parcouru par un courant $I_1(t)$ produisant un champ $\vec{B}_1(t)$



On peut définir les flux :

$$\Phi_{11} = \oint_{C_1} \vec{B}_1 \cdot \vec{n}_1 \, dS_1$$

$$\Phi_{12} = \oint_{C_2} \vec{B}_1 \cdot \vec{n}_2 \, dS_2$$

La proportionnalité du champ B_1 et donc des flux magnétiques avec le courant I_1 (loi de Biot et Savart) conduit à définir deux coefficients qui ne dépendent que de la géométrie des circuits

On appelle coefficient de self-inductance L d’un circuit le rapport :

$$\boxed{L_1 = \frac{\Phi_{11}}{I_1}}$$

Unité : le Henry

$$1\,\mathrm{H} = 1\,\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}\cdot\mathrm{A}^{-1}$$

Parfois appelé l’inductance propre, l’auto-inductance ou le coefficient d’auto-induction

On appelle coefficient de mutuelle inductance M entre deux circuits le rapport :

$$\boxed{M = \frac{\Phi_{12}}{I_1}}$$

Unité : le Henry

$$1\,\mathrm{H} = 1\,\mathrm{V} \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{A}^{-1}$$

Ce coefficient caractérise le couplage magnétique entre les deux circuits

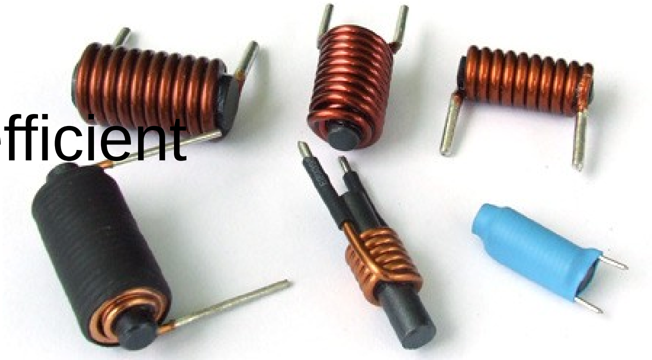
Si le circuit C_2 et à son tour parcouru par un courant I_2, on peut aussi définir :

$$\boxed{L_1 = \frac{\Phi_{22}}{I_2}} \qquad \boxed{M = \frac{\Phi_{21}}{I_2}}$$

L'égalité suivante peut être démontrée :

$$\boxed{\frac{\Phi_{12}}{I_1} = \frac{\Phi_{21}}{I_2}}$$

L'inductance est un composant possédant un coefficient de self-induction L.
Il est très utilisé en électronique et en électricité



Seconde loi de l'électrostatique n'est plus valable

$$\oint \vec{E}\cdot\vec{dl} = e \neq 0$$

Avec la loi de Faraday :

$$\oint \vec{E}\cdot\vec{dl} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B}\cdot\vec{n}\,dS$$

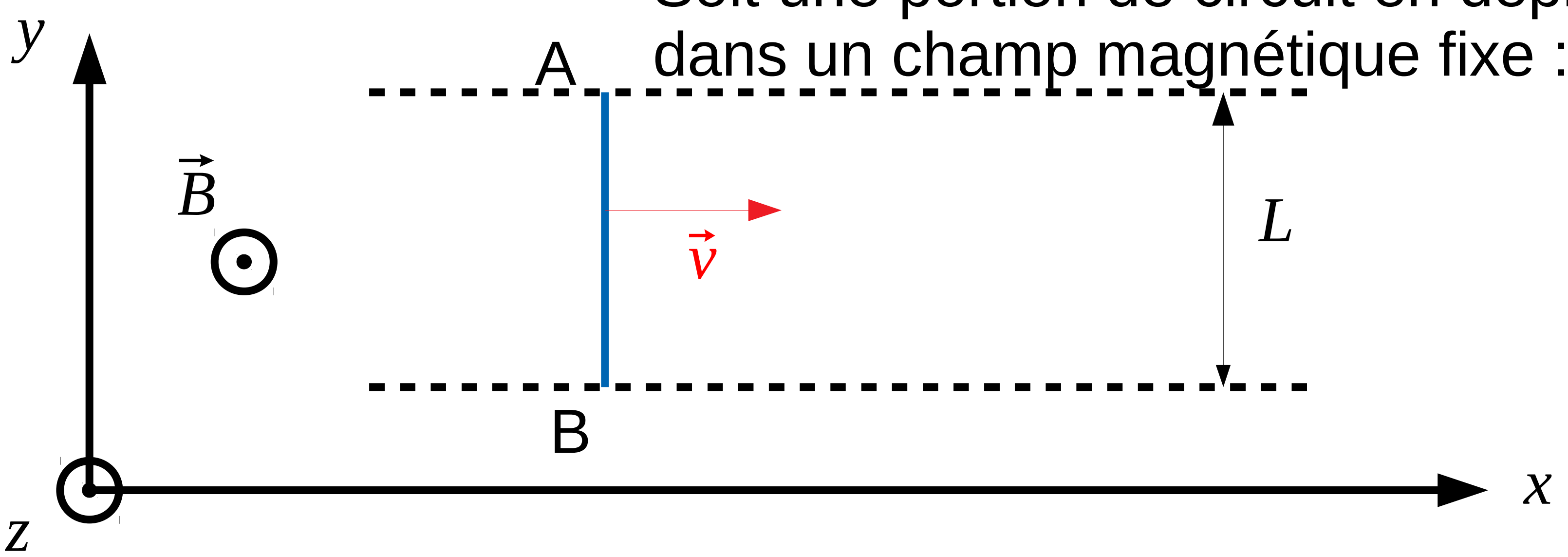
En utilisant le théorème de Stockes :

$$\iint \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E}\cdot\vec{n}\,dS = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B}\cdot\vec{n}\,dS$$

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

Équation de Maxwell-Faraday

IV – Les origines locales de la loi de Faraday



Soit une portion de circuit en déplacement dans un champ magnétique fixe :

Les charges vont subir la force de Lorentz : $\vec{F}=q\left(\vec{E}+\vec{v}\wedge\vec{B}\right)$ or $\vec{E}=0$

$\Rightarrow \vec{F}=q\,\vec{v}\wedge\vec{B}$

On peut définir un champ électrique équivalent : $\overrightarrow{E_{eq}}=\vec{v}\wedge\vec{B}$

Ce champ va créer une différence de potentiel : $e=\Delta V=\int_A^B \overrightarrow{E_{eq}}\cdot\vec{dl}$ $\qquad e=\Delta V=-B\,L\,v$