AP3 - 2019/2020
Mathématiques
Professeur : Lahcen KADDOURI
DS du 25 février 2020
Durée : 2h00

Calculatrice non programmable : autorisée **Nombre de pages : 4**

<u>Exercice 1 :</u> (3 points)

Soit le signal définie par une fonction f **paire** définie par :

$$f(t) = \begin{cases} t-1 & \text{si } t \in [0,1] \\ 2-t & \text{si } t \in [1,2] \\ 0 & \text{si t} > 2 \end{cases}$$

1. Tracer dans un repère orthogonal la courbe représentative de la fonction $f(t)$.
2. Montrer que la fonction $f(t)$ est de classe $\mathcal{C}^1$ par morceaux sur $\mathbb{R}$ et que son intégrale est absolument convergente.
3. Calculer la transformée de Fourier de la fonction f.

<u>Exercice 2 :</u> (3 points)

Soient f et g deux fonctions définies par :

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [0,1] \\ -1 & \text{si } t \in [1,2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad g(t) = \begin{cases} t & \text{si } t \in [0,1] \\ 2-t & \text{si } t \in [1,2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Tracer dans un repère orthogonal les courbes représentatives des fonctions $f(t)$ et $g(t)$.
2. Calculer la transformée de Laplace de la fonction $f(t)$ (*indication : exprimer f en fonction de la fonction de Heaviside $\mathcal{U}$*).
3. Calculer la transformée de Laplace de la fonction $g(t)$ **soit directement soit** en remarquant que la fonction g est la primitive de f qui s'annule en 0 (une seule méthode suffit).

<u>Exercice 3 :</u> (4 points)

Résoudre sur $[0, +\infty[$, à l'aide de la transformation de Laplace l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = e^{-2t}\mathcal{U}(t) \\ y(0) = 1, \; y'(0) = 0 \end{cases}$$

Exercice 4 : (4 points)

Résoudre sur $[0, +\infty[$, à l'aide de la transformation de Laplace le système différentiel suivant :

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = -2x(t) + y(t) \\ x(0) = 8,\ y(0) = 3 \end{cases}$$