

## Листок 5

### 1. Построение недетерминированных автоматов

Построить автомат, распознающий

- (1) язык над  $\{0, 1\}$  из слов, заканчивающихся на 01;
- (2) язык, представляющий собой десятичную запись чисел, делящихся на 4;
- (3) язык над  $\{a, b\}$ , заданный регулярным выражением  $(ab + aba)^*$ ;
- (4) язык над  $\{0, 1, \dots, 9\}$  из слов, в которых последняя цифра встречается ещё где-то в них;
- (5) язык над  $\{0, 1, \dots, 9\}$  из слов, в которых последняя цифра больше нигде в них не встречается;
- (6) язык над  $\{0, 1\}$  из слов, в которых содержится два 0, разделённых символами, количество которых кратно 4 (ноль символов также считать кратным четырём).

### 2. Детерминизация конечных автоматов

**Теорема 1** (о детерминизации конечных автоматов, М.О. Рабин — Д. Скотт, 1959). Пусть задан недетерминированный конечный автомат (НКА)

$$\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0 \in Q, F \subset Q).$$

Определим по нему детерминированный конечный автомат (ДКА), используя «конструкцию подмножеств» (subset construction или powerset construction):

$$\hat{\mathcal{A}} = (\hat{Q} = 2^Q, \Sigma, \hat{\delta}, \{q_0\}, \hat{F}),$$

где:

$$\hat{F} = \{\Omega \in \hat{Q} \mid \Omega \cap F \neq \emptyset\};$$

$$\hat{\delta}(\Omega, a) = \bigcup_{q \in \Omega} \delta(q, a).$$

Тогда

$$L(\mathcal{A}) = L(\hat{\mathcal{A}}).$$

*Доказательство.* См. лекции или предложенную электронную литературу. ■

В конструкции подмножеств происходит экспоненциальный рост числа состояний автомата, который можно попытаться избежать, с помощью вычисления лишь достижимых состояний ДКА, используя

**«Ленивое вычисление» подмножеств:**

**База** Состояние  $\{q_0\}$  достижимо.

**Индукция** Если множество состояний  $S$  достижимо, тогда для каждого  $a \in \Sigma$  достижимо  $\hat{\delta}(S, a)$ .

Провести детерминизацию следующих НКА: **3. Темы, связанные с регулярными языками, не затронутые в курсе:**

(1) распознающего язык над  $\{0, 1\}$  из слов, заканчивающихся на 01;

(1)  $\varepsilon$ -НКА;

(2) распознающего язык, заданный регулярным выражением  $(ab + aba)^*$ ;

(2) построение конечных автоматов по регулярным выражениям (использует (1));

(3)

	0	1
$\rightarrow p$	$\{p, q\}$	$\{p\}$
$q$	$\{r\}$	$\{r\}$
$r$	$\{s\}$	$\emptyset$
$\boxed{s}$	$\{s\}$	$\{s\}$

(3) минимизация конечных автоматов;

(4)

	0	1
$\rightarrow p$	$\{q, s\}$	$\{q\}$
$\boxed{q}$	$\{r\}$	$\{q, r\}$
$r$	$\{s\}$	$\{p\}$
$\boxed{s}$	$\emptyset$	$\{p\}$

(4) алгоритмическая разрешимость и алгоритмическая сложность вопросов о формальных языках —

пустота, принадлежность,  
эквивалентность

— применительно к регулярным языкам.

(5)

	0	1
$\rightarrow p$	$\{p, q\}$	$\{p\}$
$q$	$\{r, s\}$	$\{t\}$
$r$	$\{p, r\}$	$\{t\}$
$\boxed{s}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\boxed{t}$	$\emptyset$	$\emptyset$