

Листок 3: Нахождение языка конечного автомата

Задача: описать язык заданного конечного автомата регулярным выражением.

Способ 1.

(Объект реального мира $\xrightarrow{0}$)

конечный автомат $\xrightarrow{1}$

граф переходов конечного автомата $\xrightarrow{2}$

ПЛ-грамматика $\xrightarrow{3}$

система линейных уравнений $\xrightarrow{4}$

решение системы.

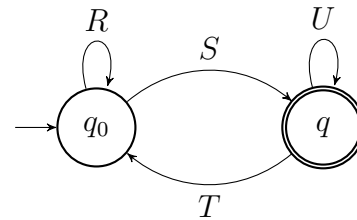
Способ 2. Исключение состояний. Метод исключения состояний подразумевает последовательное удаление вершин графа переходов автомата, которое протоколируется с помощью записи на оставшихся дугах регулярных выражений. Можно считать, что в изначальном графе на дугах простейшие регулярные выражения — однобуквенные или пустые множества (если соответствующая дуга отсутствует), или сумма однобуквенных (если имеются параллельные дуги).

Процедура исключения состояния s : для каждых двух (необязательно различных, но несовпадающих с s) состояний p и q , таких что существует фрагмент графа переходов автомата $p \xrightarrow{R_1} s \xrightarrow{R_2} q$, где R_1, R_2 — некоторые регулярные выражения (метки дуг переходов), прибавить к метке дуги $p \xrightarrow{R_3} q$ выражение $R_1 R^* R_2$, где R это метка петли на вершине s (если петля на s и/или дуга $p \rightarrow q$ отсутствовали в исходном графе, то можно считать, что их метки равны \emptyset) — таким образом получена дуга с меткой: $p \xrightarrow{R_3 + R_1 R^* R_2} q$. Удалить все просмотренные

дуги $p \rightarrow s$ и $s \rightarrow q$, инцидентные вершине s . После этого s стала изолированной или (неориентированно) висячей и её можно удалить (с входящими или выходящими из неё дугами, если таковые имеются).

Алгоритм нахождения языка автомата методом исключения состояний.

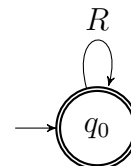
1. Для каждого финального состояния $q \in F$, отличного от начального q_0 , применять процедуру исключения состояний до тех пор, пока не останутся две вершины: q_0 и q . В результате получится подобный автомат:



Допускаемый им язык описывается так:

$$(R + SU^*T)^*SU^*.$$

2. Если начальное состояние q_0 является финальным ($q_0 \in F$), применять процедуру исключения состояний, пока не останется единственная вершина q_0 . В результате получится подобный автомат:



Допускаемый им язык описывается так:

$$R^*.$$

3. Язык исходного автомата определяется как сумма всех регулярных выражений, полученных на шагах (1)–(2).

Решите поставленную задачу каждым из двух способов для конечного автомата:

- (1) моделирующего лампочку;
- (2) моделирующего лампочку, которая сгорает на третьем включении, считая финальными состояния, когда лампочка выключена, но ещё не сгорела;

(3)

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_2	q_0
$\boxed{q_2}$	q_2	q_1

(4)

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_2
q_1	q_0	q_2
$\boxed{q_2}$	q_1	q_0

(5)

	0	1
$\rightarrow \boxed{p}$	s	p
q	p	s
r	r	q
s	q	r