Экзаменационное задание

по курсу «Дополнительные главы алгебры»

1. Найти индекс группы $(\mathbb{Z}_{40}, +)$ по её подгруппе, порождённой элементами 12 и 20.
2. Доказать, что аддитивная группа $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$ является циклической.
3. Пусть G — конечная абелева p-группа. Доказать, что $pG \neq G$.
4. Доказать, что множество всех многочленов с чётными свободными членами является идеалом в кольце $\mathbb{Z}[x]$.
5. Пусть F — поле, а $f \in F[x]$. Доказать, что если $c \in F$ и $f(x+c)$ неприводим в $F[x]$, то $f(x)$ также неприводим в $F[x]$.
6. Пусть F — поле с единицей 1, $c \in F$ и K — расширение F. Доказать, что если элемент $u \in K$ — алгебраический над F, то $u+1$ и cu также алгебраические над F.
7. Построить поле разложения многочлена $x^3 + x + 1$ над полем $\mathbb{Z}_2$.

Экзаменационное задание

по курсу «Дополнительные главы алгебры»

1. Найти индекс группы $(\mathbb{Z}_{40}, +)$ по её подгруппе, порождённой элементами 12 и 20.
2. Доказать, что аддитивная группа $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$ является циклической.
3. Пусть G — конечная абелева p-группа. Доказать, что $pG \neq G$.
4. Доказать, что множество всех многочленов с чётными свободными членами является идеалом в кольце $\mathbb{Z}[x]$.
5. Пусть F — поле, а $f \in F[x]$. Доказать, что если $c \in F$ и $f(x+c)$ неприводим в $F[x]$, то $f(x)$ также неприводим в $F[x]$.
6. Пусть F — поле с единицей 1, $c \in F$ и K — расширение F. Доказать, что если элемент $u \in K$ — алгебраический над F, то $u+1$ и cu также алгебраические над F.
7. Построить поле разложения многочлена $x^3 + x + 1$ над полем $\mathbb{Z}_2$.