

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
ПО КУРСУ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»,
СПЕЦИАЛЬНОСТЬ «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»,
1 КУРС, 2 СЕМЕСТР 2005-2006 УЧЕБНОГО ГОДА

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ. Методы вычисления неопределенных интегралов (интегрирование с помощью подстановки, интегрирование по частям). Интегрирование рациональных функций (правильная дробь, простые дроби, теорема о разложении на простые дроби (б/д), интегрирование простых дробей). Рациональная функция двух переменных, методы вычисления интегралов

$$\int R(\cos x, \sin x) dx, \quad \int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) dx.$$

ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ. Разбиение отрезка. Интегральная сумма, сходимость интегральной суммы при $|\lambda| \rightarrow 0$. Определенный интеграл, интегрируемая функция. Ограниченность интегрируемой функции. Верхняя и нижняя суммы Дарбу. Неравенство $S_*(\lambda) \leq S(\lambda, \xi) \leq S^*(\lambda)$. Свойства сумм Дарбу. Критерий интегрируемости функции. Колебание ограниченной функции. Переформулировка критерия интегрируемости. Теорема Кантора. Достаточные условия интегрируемости функции (непрерывная, монотонная, с разрывом на конце промежутка). Свойства интегрируемых функций (интегрируемость функции $|f|$, вынесение постоянного множителя из-под знака интеграла, интеграл суммы и разности, интегрируемость произведения функций, интегрируемость на части промежутка, обратное утверждение, интегрируемость функции с конечным числом разрывов).

Определение интеграла при $a = b$ и $a > b$. Неравенства для определенных интегралов. Теорема о среднем для непрерывной функции. Обобщенная теорема о среднем.

Определенный интеграл как функция верхнего предела. Теорема о дифференцируемости по верхнему пределу. Следствие о существовании первообразной. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменных и интегрирование по частям в случае определенных интегралов. Вычисление $\int_0^\pi \sin^n x dx$. Формула Валлиса. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме, остаточный член в форме Лагранжа.

Геометрические приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции, площадь, заключенная между двумя линиями. Площадь криволинейного сектора. Длина дуги кривой (определение непрерывной кривой, спрямляемая кривая, оценка $|\sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{a^2 + c^2}| \leq |b - c|$, теорема о вычислении длины дуги, частные случаи). Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения.

ТЕОРИЯ РЯДОВ. Основные определения. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши сходимости ряда.

Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости. Признак сравнения, признак сравнения в предельной форме. Признак д'Аламбера, предельная форма. Признак Коши, предельная форма. Интегральный признак.

Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Лейбница, Дирихле и Абеля.

Бесконечные произведения. Необходимое условие сходимости. Критерий сходимости в терминах логарифмов. Критерий сходимости бесконечного произведения в предположении $a_n \geq 1$.

НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ. Определение в случае полуоси. Элементарные свойства (линейность, связь с пределом первообразной, интегрирование по частям, критерий Коши). Интегралы от неотрицательных функций. Критерий сходимости. Признак сравнения. Следствие. Абсолютная и условная сходимость.

Анализ интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$. Признаки Дирихле и Абеля.

Несобственные интегралы от неограниченных функций, случай нескольких особенностей. Интеграл от неограниченной функции по неограниченному промежутку.

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ. Пространство \mathbb{R}^m . Норма и метрика в \mathbb{R}^m . Сходимость последовательности. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши в случае пространства \mathbb{R}^m . Шар в пространстве \mathbb{R}^m . Открытые множества. Открытость шара в пространстве \mathbb{R}^m . Кривая в пространстве, связанное множество, область.

Предельная точка множества, изолированная точка множества. Замкнутое множество. Компактное множество в \mathbb{R}^m . Критерий компактности в \mathbb{R}^m .

Функция, предел функции в точке. Двойной предел, повторные пределы. Окрестность точки. Непрерывность функции в точке. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на компактном множестве (теоремы Вейерштрасса).

Частные производные. Полное приращение функции. Дифференцируемость в точке. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференцируемость сложной функции. Дифференциал функции в точке. Правила дифференцирования.

Неявные функции. Кривая на плоскости, задаваемая неявным уравнением. Теорема о неявной функции (б/д).

Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных производных (б/д). Второй дифференциал, дифференциалы произвольного порядка. Формула Тейлора для функций нескольких переменных с остаточным членом в форме Лагранжа (б/д).

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Экстремум функции нескольких переменных (локальный минимум, строгий локальный минимум). Необходимое условие экстремума. Достаточное условие (б/д). Замкнутая область. Алгоритм нахождения наибольшего значения непрерывной функции в замкнутой области.