

$$\begin{array}{c}
x \xrightarrow{no} x \\
\\
\frac{e \xrightarrow{no} e'}{(\lambda x.e) \xrightarrow{no} (\lambda x.e')} \\
\\
\frac{e_1 \xrightarrow{bn} (\lambda x.e) \quad e[e_2/x] \xrightarrow{no} e'}{(e_1 \ e_2) \xrightarrow{no} e'} \\
\\
\frac{e_1 \xrightarrow{bn} e'_1 \not\equiv (\lambda x.e) \quad e'_1 \xrightarrow{no} e''_1 \quad e_2 \xrightarrow{no} e'_2}{(e_1 \ e_2) \xrightarrow{no} (e''_1 \ e'_2)}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
x \xrightarrow{bv} x \\
\\
(\lambda x.e) \xrightarrow{bv} (\lambda x.e) \\
\\
\frac{e_1 \xrightarrow{bv} (\lambda x.e) \quad e_2 \xrightarrow{bv} e'_2 \quad e[e'_2/x] \xrightarrow{bv} e'}{(e_1 \ e_2) \xrightarrow{bv} e'} \\
\\
\frac{e_1 \xrightarrow{bv} e'_1 \not\equiv (\lambda x.e) \quad e_2 \xrightarrow{bv} e'_2}{(e_1 \ e_2) \xrightarrow{bv} (e'_1 \ e'_2)}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
x \xrightarrow{bn} x \\
\\
(\lambda x.e) \xrightarrow{bn} (\lambda x.e) \\
\\
\frac{e_1 \xrightarrow{bn} (\lambda x.e) \quad e[e_2/x] \xrightarrow{bn} e'}{(e_1 \ e_2) \xrightarrow{bn} e'} \\
\\
\frac{e_1 \xrightarrow{bn} e'_1 \not\equiv \lambda x.e}{(e_1 \ e_2) \xrightarrow{bn} (e'_1 \ e_2)}
\end{array}$$