Программа по алгебре и геометрии 2-ой семестр 2005/2006 уч. год
специальность – ИТ.

1. Линейные пространства. Определение л.п. и примеры. Системы векторов в л.п. Линейная комбинация. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов и их св-ва. Полные системы векторов. Базис и размерность. Координаты вектора. Переход от базиса к базису. Матрица перехода. Свойства матриц перехода. Отыскание матрицы перехода. Линейные подпространства. Линейная оболочка как подпространство. Свойства линейных оболочек. Сумма и пересечение линейных подпространств. Теорема о размерностях. Прямая сумма и критерий прямизны.

2. Ранг матрицы. Определения ранга. Свойства рангов. Совпадение рангов. Приложение ранга к СЛУ и ОСЛУ. ФСР.

3. Линейные операторы в линейных пространствах. Определение и примеры лин. операторов. Ядро и образ, и их свойства. Матрица лин. оператора в конечномерных пространствах. Переход от базиса к базису. Размерность ядра и образа. Ранг оператора. Теорема о $\dim\ker A+\dim\operatorname{Im} A$. Пространство лин. операторов. Алгебра $L(X,X)$. Степени лин. оператора. Подалгебры алгебры $L(X,X)$. Обратимость в алгебре $L(X,X)$. Собственные векторы и собственные значения лин. оператора. Характеристический многочлен. Теорема о лин. независимости собственных векторов, отвечающих разным собственным значениям. Влияние на матрицу лин. оператора наличие в базисе его собственных векторов. Оператор с простым спектром.

4. Евклидовы пространства. Определение и примеры. Длина вектора. Угол между векторами. Нер-во К.-Б. Нер-во Минковского. Теорема Пифагора. Ортогональные системы и их св-ва. Ортонормированные системы. Преимущества ортогональных и ортонормированных систем. Равенство Парсеваля. Координаты вектора в ортонормированном базисе. Процесс ортогонализации. Ортогональная прямая сумма. Разложение в ортогональную прямую сумму. Проекция и ортогональная составляющая. Расстояние от вектора до подпространства. Ортогональное дополнение и его св-ва. Задача о проекции и ортогональной составляющей. Ортогональные матрицы и их свойства. Матрица и определитель Грамма и их свойства. Сопряженный оператор и его матрица. Самосопряженные операторы и их свойства. Инвариантные подпространства и инвариантность орт. дополнения к ним для с.с. оператора. Вещественность спектра с.с. оператора. Диагонализуемость матрицы с.с. оператора.

5. Билинейные и квадратичные формы. Определение б.л.ф. и матрица б.л.ф. Связь между матрицами б.л.ф. в разных базисах. Симметричные б.л.ф. Теорема о канонич. форме и канонич. базисе для симметричной б.л.ф. Квадратичные формы и их матрицы. Симметрическая запись кв.формы. Числовые характеристики кв. формы. Теоремы о приводимости к каноническому и нормальному виду. Индексы инерции квадратичной форма, закон инерции. Критерии положительной и отрицательной определенности. (Критерий Сильвестра без док-ва).

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА по алгебре и геометрии

1. Ильин В. А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: М.: Наука. 1984.295с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: М.:Наука.1988. 232с.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру :М.: Наука. 1977
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: М.: Наука. 1975.431с.
5. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: М.: Наука. 1987. 320с.
6. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии: М.: Наука
7. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии: М.: Наука. 1964. 336с.

8. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: М.: Наука. 1986. 223с.

9. Погорелое А.В. Дифференциальная геометрия: М: Наука. 1969. 176 с.

10. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: М.:Наука. 1984. 336 с.