

Программа государственного экзамена на степень "Бакалавр математики" по направлению подготовки "Прикладная математика и информатика 2006/2007 учебный год

1. Дискретная математика

1. Булева алгебра высказываний. Двойственность в алгебре высказываний. Принцип двойственности и закон двойственности. Нормальные формы алгебры высказываний. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма.
2. Основные задачи теории релейно-контактных схем: задача синтеза, задача анализа и задача упрощения. Машина голосования. Одноразрядный и многоразрядный двоичный сумматор.
3. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Отношения эквивалентности. Классы эквивалентности и их свойства. Фактор-множество.
4. Машина Тьюринга - описание и примеры. Композиция машин. Объединение машин, разветвление машин и итерация машин.
5. Общее определение орграфа. Теорема о правильной реализации графа в трехмерном пространстве. Мосты и точки сочленения. Теорема о мостах.

Литература

1. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения. М.: Вузовская книга. 1998. 280 с.
2. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. М.: Изд-во МАИ. 1992. 264 с.
3. Уилсон Р. Введение в теорию графов. М.: Мир, 1977.
4. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука. 1979.

2. Дифференциальные уравнения

1. Уравнения в дифференциалах. Уравнения в полных дифференциалах (теорема существования и единственности решения задачи Коши). Признаки уравнения в полных дифференциалах (необходимое и достаточные условия). Интегрирующий множитель. Примеры.
2. Линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами. Случай простых корней. Вещественные решения уравнений с вещественными коэффициентами. Примеры: $\ddot{x} - a^2x = 0$, $\ddot{x} + a^2x = 0$, $\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega^2x = 0$.

3. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай, когда правая часть — квазимногочлен. Теорема о виде частного решения. Метод комплексных амплитуд.
4. Нормальные линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Свойства решений однородной системы. Фундаментальная система решений. Теорема об общем решении. Критерий фундаментальности системы решений. Формула Лиувилля.
5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Глобальная теорема существования и единственности для линейной системы дифференциальных уравнений.

Литература

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1984.
2. Есипов А.А., Сазонов Л.И., Юдович В.И. Практикум по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Вузовская книга, 2001.
3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1983.
4. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970.
5. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1959.

3. Уравнения математической физики

1. Основные уравнения математической физики: уравнение теплопроводности, уравнения Лапласа и Пуассона, волновое уравнение. Постановка краевых задач.
2. Принцип максимума для одномерного уравнения теплопроводности. Вспомогательные утверждения. Доказательство слабого принципа максимума.
3. Решение однородного уравнения теплопроводности на прямой. Формула Пуассона. Обоснование формулы Пуассона.
4. Первая и вторая формулы Грина для оператора Лапласа. Свойства собственных значений и собственных функций оператора Лапласа (для ограниченных областей).
5. Общая схема метода Фурье для ограниченных областей. Однородное и неоднородное уравнение теплопроводности. Ядра Пуассона и функции Грина.
6. Задача Неймана для уравнения Пуассона. Условие разрешимости. Решение задачи методом Фурье. Обобщенная функция Грина.
7. Принцип максимума для гармонических функций. Вспомогательные утверждения. Доказательство слабого принципа максимума.
8. Теорема о среднем для гармонических функций и ее следствия.

Литература

1. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977.

3. Юдович В.И. Лекции об уравнениях математической физики. Часть 1, 2. Ростов-на-Дону: Экспертное бюро, 1999.

4. Численные методы

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка его остаточного члена.
2. Интерполяционные квадратурные формулы, оценка их погрешности (на примерах формул прямоугольников, трапеций или Симпсона).
3. Точные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (по выбору: метод Гаусса и его модификации, метод вращений, метод ортогонализации).
4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (по выбору: метод Зейделя, метод простой итерации, метод спуска).
5. Решение частичной проблемы собственных значений.
6. Решение систем нелинейных уравнений (метод Ньютона или метод простой итерации), достаточные условия сходимости.
7. Методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (по выбору: методы Рунге-Кутты или конечно-разностные).
8. Решение краевой задачи для линейного уравнения второго порядка (по выбору: метод пристрелки, метод прогонки).
9. Основные понятия теории разностных схем. Связь между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью.
10. Вариационные методы решений задач математической физики (по выбору: метод Ритца или Галеркина, их вариационно-разностные варианты).

Литература

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 1987.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1975.
3. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977.
4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1966.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.

5. Теория вероятностей и математическая статистика

1. Понятие вероятностного пространства $\langle \Omega, A, P \rangle$. Множество элементарных исходов, алгебра событий, вероятностная функция. Пример — классическое определение вероятности.
2. Повторные независимые испытания, формула Бернулли, теорема Муавра-Лапласа.
3. Случайная величина. Типы случайных величин. Функция распределения случайной

величины и ее свойства.

4. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия. Их свойства. Примеры.
5. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли, Хинчина, Чебышева.
6. Центральная предельная теорема. Теорема Леви. Понятие о теореме Ляпунова.
7. Точечные оценки числовых характеристик случайных величин. Требования к оценкам. Методы получения оценок.
8. Задачи, решаемые корреляционным анализом. Коэффициент линейной корреляции и его точечная оценка. Функция регрессии. Линейная регрессия.

Литература

1. Боровков А.А. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1972.
2. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика. Изд-во МГУ, 1983.
3. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982.

6. Исследование операций

1. Теорема Карлина о связи оптимальности по Парето и свертки критериев.
2. Теорема Форда-Фаркенсона о величине максимального потока и минимальной пропускной способности разреза.
3. Метод ветвей и границ для решения задачи о коммивояжере.
4. Теорема о разрешимости матричных игр в смешанных стратегиях.
5. Уравнение Чепмена-Колмогорова для вероятностей состояния. Предельные вероятности.
6. Уравнения размножения и гибели. Формулы для предельных вероятностей.

Литература

1. Вагнер Г. Основы исследования операций. Т. 1–3. М.: Мир, 1973.
2. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Наука, 1972.
3. Горстко А.Б., Жак С.В. Исследование операций. Изд-во МГУ, 1980.
4. Давыдов Э.Г. Исследование операций. М.: Наука, 1990.

7. Методы оптимизаций

1. Симплекс-метод. Метод искусственного базиса для построения начальной симплекс-таблицы.
2. Первая и вторая теоремы двойственности.
3. Седловая точка функции Лагранжа и первая теорема Куна-Такера.

4. Методы минимизации унимодальных функций скалярного аргумента (метод дихотомии, метод чисел Фибоначчи, метод "Золотого сечения").
5. Теорема об одноэкстремальности.
6. Принципы динамического программирования и простейшие примеры.
7. Метод вариаций для задачи с закрепленными концами. Уравнение Эйлера.

Литература

1. Горстко А.Б., Домбровский Ю.А., Жак С.В. Методы оптимизации. Методические указания. М.: Изд-во МГУ, 1981.
2. Землянухина Л.Н. и др. Линейное программирование и смежные вопросы. Методические указания. Часть 1, 2.
3. Землянухина Л.Н. и др. Нелинейное программирование и смежные вопросы. Методические указания. Часть 1, 2.
4. Моисеев Н.Н., Иванюков Ю.П., Столярова Е.Н. Методы оптимизации. М.: Наука, 1978.
5. Сухарев В.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. М.: Наука, 1986.

8. ЭВМ и программирование

1. Понятие алгоритма, свойства алгоритмов, способы записи алгоритмов. Простые алгоритмы сортировки: обменом, выбором и включениями. Алгоритм быстрой сортировки. Реализация алгоритмов сортировки на одном из языков программирования.
2. Концепция типа данных в языке программирования. Роль типа данных в программировании. Простые (атомарные) и составные типы данных, их примеры (массивы, записи, файлы и т.д.). Ссылочный тип данных.
3. Модульное программирование: оформление подпрограмм в виде процедур и функций, локальные и глобальные переменные, обмен информацией между подпрограммой и вызывающей программой (параметры процедур и функций).
4. Динамические структуры данных: линейный односвязный и линейный двусвязный список. Кольцевой список, стек, очередь. Основные операции: включение элемента в список, поиск элемента по заданному признаку, исключение элемента из списка.
5. Рекурсивные алгоритмы и структуры данных. Прямая и косвенная рекурсия, примеры. Проблема окончания работы рекурсивного алгоритма. Древовидные структуры данных (основные понятия). Рекурсивный алгоритм обхода бинарного дерева.
6. Основные понятия объектно-ориентированного программирования: объект и метод; инкапсуляция и наследование; виртуальные методы и полиморфизм; конструкторы, динамические объекты и деструкторы.
7. Основные понятия баз данных. Индексы, внешние ссылки. Нормализация. Целостность, триггеры и хранимые процедуры. Язык SQL.
8. Понятие сетевого протокола. Эталонная модель 7-уровневой организации сетевых

протоколов OSI/ISO, ее сопоставление с уровневой организацией TCP/IP. Характеристика основных протоколов межсетевого, транспортного и прикладных уровней семейства протоколов TCP/IP.

9. Понятие всемирной информационной паутины WWW (Web). Понятие гипертекста. Понятие о теговой структуре языка html. Средства создания активных Web-страниц: CGI-скрипты, скрипты на мобильных языках (Java). Достоинства применения Web-технологий при создании информационных систем (ИС). Толстый и тонкий клиенты ИС, достоинства применения тонких клиентов.

Литература

1. Вирт Н. Алгоритмы+структуры данных=программы. М.: Мир, 1985.
2. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. М.: Мир, 1989.
3. Минакова Н.И., Невская Е.С., Чердынцева М.И., Чекулаева А.А.. Методы программирования. М.: Вузовская книга, 1999.
4. Невская Е.С., Чердынцева М.И., А.А.Чекулаева А.А. Искусство программирования. М.: Вузовская книга, 2001.
5. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы. Питер Принт, 2005.
6. Грабер М. SQL. Справочное руководство. М.: Лори, 2003.