Дифференциальное исчисление на простейших примерах

Нурматов Умархон Акмалович, д.т.н, д.ф.-м.н.

2 декабря 2025 г.

Содержание

1 Производная

Исходное выражение имеет вид

$$\sin\left(15 \cdot x^5 + 3\right) + \left(\cos\left(10 \cdot x + 9\right)\right)^3 \tag{1}$$

Производную пока написал без пределов, но этот беспредел мы скоро устраним

$$\frac{d}{dx}\left(9\right) = 0 \tag{2}$$

Это несложное доказательство оставим любопытному читателю в качестве несложного упражнения

$$\frac{d}{dx}\left(x\right) = 1 \tag{3}$$

Производную пока написал без пределов, но этот беспредел мы скоро устраним

$$\frac{d}{dx}\left(10\right) = 0 \tag{4}$$

Я все делал по науке, и у меня не получилось... Ну да плевать

$$\frac{d}{dx}\left(10 \cdot x\right) = 0 \cdot x + 10 \cdot 1 \tag{5}$$

Формула красивая, но бесполезная

$$\frac{d}{dx}\left(\left(10 \cdot x + 9\right)\right) = 0 \cdot x + 10 \cdot 1 + 0 \tag{6}$$

И вот если мы берём симплициальную резольвенту у группы G, то у каждой симплициальной группы есть гомотопические группы

$$\frac{d}{dx}\left(\left(\cos\left(10 \cdot x + 9\right)\right)\right) = -1 \cdot \sin\left(10 \cdot x + 9\right) \cdot \left(0 \cdot x + 10 \cdot 1 + 0\right) \tag{7}$$

Производную пока написал без пределов, но этот беспредел мы скоро устраним

$$\frac{d}{dx}\left(\left(\cos\left(10 \cdot x + 9\right)\right)^3\right) = 3 \cdot \left(\cos\left(10 \cdot x + 9\right)\right)^{(3-1)} \cdot -1 \cdot \sin\left(10 \cdot x + 9\right) \cdot \left(0 \cdot x + 10 \cdot 1 + 0\right) \tag{8}$$

Это несложное доказательство оставим любопытному читателю в качестве несложного упражнения

$$\frac{d}{dx}(3) = 0 \tag{9}$$

Формула красивая, но бесполезная

$$\frac{d}{dx}(x) = 1 \tag{10}$$

Это несложное доказательство оставим любопытному читателю в качестве несложного упражнения

$$\frac{d}{dx}\left(x^5\right) = 5 \cdot x^{(5-1)} \cdot 1 \tag{11}$$

Формула красивая, но бесполезная

$$\frac{d}{dx}(15) = 0 \tag{12}$$

Я все делал по науке, и у меня не получилось... Ну да плевать

$$\frac{d}{dx}\left(15 \cdot x^5\right) = 0 \cdot x^5 + 15 \cdot 5 \cdot x^{(5-1)} \cdot 1 \tag{13}$$

Очевидно, что

$$\frac{d}{dx}\left(\left(15 \cdot x^5 + 3\right)\right) = 0 \cdot x^5 + 15 \cdot 5 \cdot x^{(5-1)} \cdot 1 + 0 \tag{14}$$

Производную пока написал без пределов, но этот беспредел мы скоро устраним

$$\frac{d}{dx}\left(\sin\left(15 \cdot x^5 + 3\right)\right) = \cos\left(15 \cdot x^5 + 3\right) \cdot \left(0 \cdot x^5 + 15 \cdot 5 \cdot x^{(5-1)} \cdot 1 + 0\right) \tag{15}$$

И вот если мы берём симплициальную резольвенту у группы G, то у каждой симплициальной группы есть гомотопические группы

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}\left(\sin\left(15 \cdot x^5 + 3\right) + (\cos(10 \cdot x + 9))^3\right) = {} & \cos\left(15 \cdot x^5 + 3\right) \cdot \left(0 \cdot x^5 + 15 \cdot 5 \cdot x^{(5-1)} \cdot 1 + 0\right) \\ & + 3 \cdot (\cos(10 \cdot x + 9))^{(3-1)} \\ & \cdot -1 \cdot \sin(10 \cdot x + 9) \cdot (0 \cdot x + 10 \cdot 1 + 0) \end{aligned} \tag{16}$$

Итого, взяв производную от исходного выражения, получим

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}\left(\sin\left(15 \cdot x^5 + 3\right) + (\cos(10 \cdot x + 9))^3\right) = {} & \cos\left(15 \cdot x^5 + 3\right) \cdot 15 \cdot 5 \cdot x^4 \\ & + 3 \cdot (\cos(10 \cdot x + 9))^2 \cdot -1 \cdot \sin(10 \cdot x + 9) \cdot 10 \end{aligned} \tag{17}$$

2 Разложение в ряд Тейлора

Разложим данную функцию в ряд Тейлора до $o((x-x_0)^4)$ в точке $x_0 = 0$

$$\begin{aligned} -0.615262 + \frac{-10.2637}{1} \cdot (x-0)^1 + \frac{134.066}{2} \cdot (x-0)^2 \\ + \frac{6764.63}{6} \cdot (x-0)^3 + \frac{-65991.6}{24} \cdot (x-0)^4 + o((x-0)^4) \end{aligned} \tag{18}$$

3 График в окрестности x_0

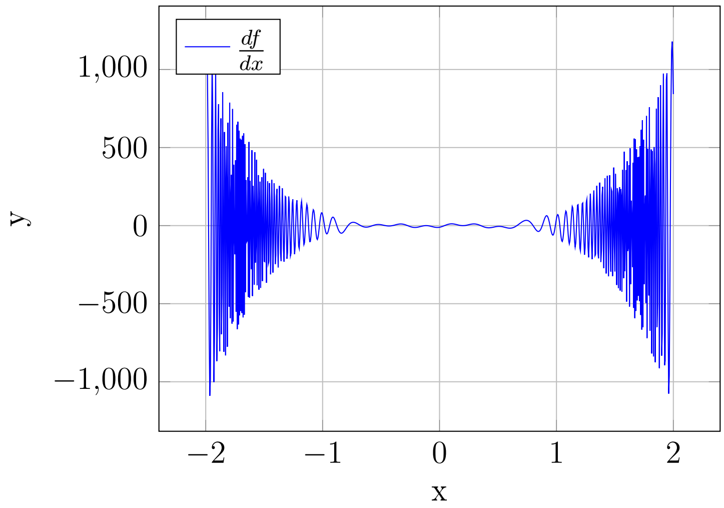

Рис. 1: График производной

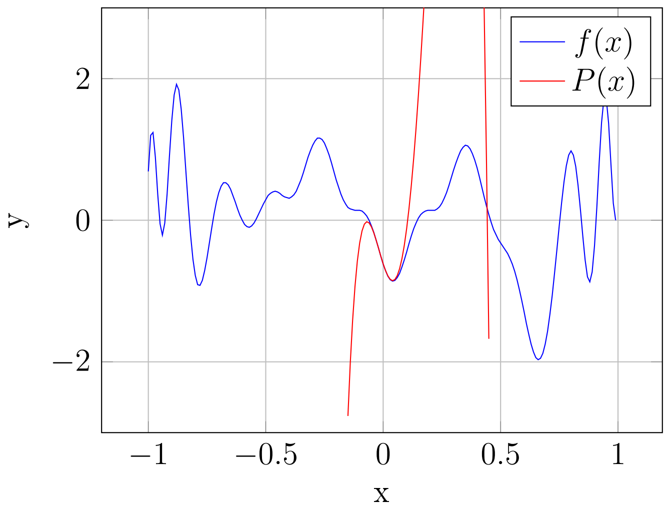

Рис. 2: Сравнительный график функции и многочлена Тейлора