

Sir Francis Galtons Ochsenmarkt-Problem

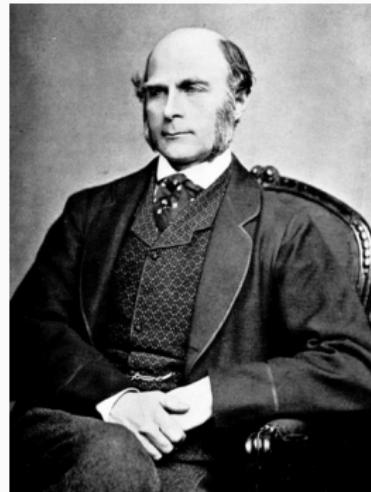
Ein historisches Beispiel kollektiver Weisheit

WDDA FS 2026

2026-02-13

Einführung

- Sir Francis Galton (1822-1911) war ein englischer viktorianischer Universalgelehrter und Statistiker
- Bekannt für seine Arbeit in Statistik, Psychologie und Anthropologie
- Pionier der Korrelations- und Regressionsanalyse
- Ebenfalls bekannt für die Einführung des Begriffs "Eugenik" (Rassenhygiene)



Das Ochsenmarkt-Problem



Galtons Beobachtung: Auf einem Jahrmarkt in Plymouth im Jahr 1906 beobachtete Galton einen Wettbewerb, bei dem Teilnehmer das Gewicht eines Ochsen schätzen sollten.

Das überraschende Ergebnis

- Keine einzelne Person erriet das exakte Gewicht des Ochsen
- Der Median ("the middle-most estimate") aller Schätzungen war jedoch bemerkenswert nahe am tatsächlichen Gewicht
- Ergebnisse 1907 in *Nature* veröffentlicht: "Vox Populi" (Die Stimme des Volkes)

Distribution of the estimates of the dressed weight of a particular living ox, made by 787 different persons.

Degrees of the length of Array $\delta = 100$	Estimates in lbs.	* Centiles			Excess of Observed over Normal
		Observed deviates from 1207 lbs.	Normal p.e. = 37		
5	1074	-133	-90	+43	
10	1109	-98	-70	+28	
15	1126	-81	-57	+24	
20	1148	-59	-40	+19	
q_1 25	1162	-45	-37	+8	
30	1174	-33	-29	+4	
35	1181	-26	-21	+5	
40	1188	-19	-14	+5	
45	1197	-10	-7	+3	
m 50	1207	0	0	0	
55	1214	+7	+7	0	
60	1219	+12	+14	-2	
65	1225	+18	+21	-3	
70	1230	+23	+29	-6	
q_3 75	1236	+29	+37	-8	
80	1243	+36	+46	-10	
85	1254	+47	+57	-10	
90	1267	+52	+70	-18	
95	1293	+86	+90	-4	

Quelle: Galton, F. (1907). Vox Populi. *Nature*, 75, 450-451.

Mathematische Darstellung

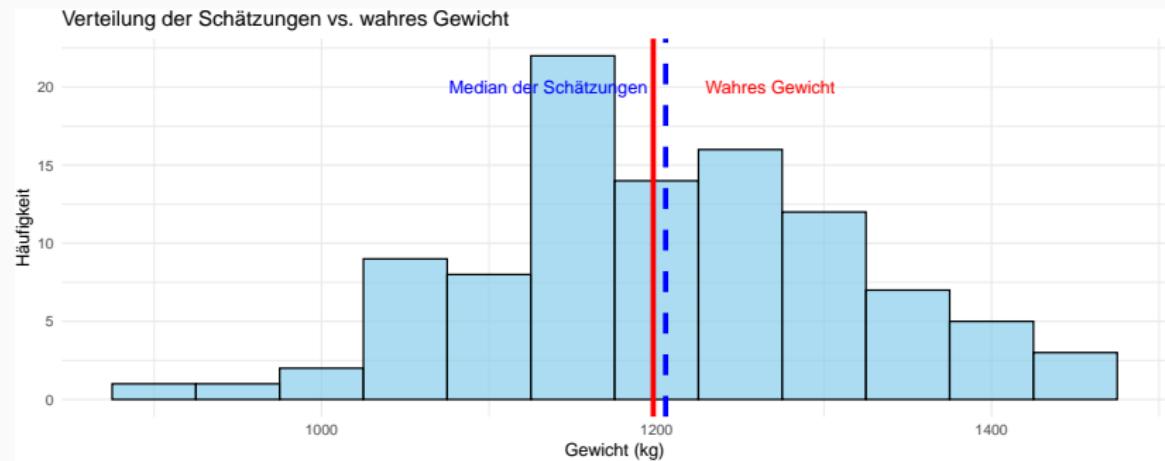
Wenn wir n individuelle Schätzungen x_1, x_2, \dots, x_n haben, dann ist der Median der mittlere Wert in der sortierten Reihe:

$$\text{Median} = \begin{cases} x_{(n+1)/2}, & \text{wenn } n \text{ ungerade} \\ \frac{x_{n/2} + x_{(n/2)+1}}{2}, & \text{wenn } n \text{ gerade} \end{cases}$$

Galton beobachtete, dass der Median \approx wahres Gewicht

In seiner tatsächlichen Studie fand Galton heraus, dass der Median von 787 Schätzungen 1'207 Pfund betrug, während das tatsächliche Gewicht 1'198 Pfund war - ein Fehler von weniger als 1%.

Visualisierung des Phänomens



Moderne Anwendungen: “The Wisdom of Crowds”

- Schlüsselbedingungen für kollektive Weisheit:
 - Meinungsvielfalt
 - Unabhängigkeit der Urteile
 - Dezentralisierung
 - Aggregationsmechanismus

Statistische Erklärung

- Individuelle Fehler neigen dazu, sich gegenseitig aufzuheben
- Einige Menschen überschätzen, andere unterschätzen
- Der Durchschnitt konvergiert zum wahren Wert
- Dies steht im Zusammenhang mit dem Gesetz der grossen Zahlen

Anwendungen in der modernen Statistik

- Ensemble-Methoden im maschinellen Lernen
- Umfrage- und Meinungsforschungsaggregation
- Prognosemärkte
- Restaurantbewertungen (unter gewissen Annahmen)
- Delphi-Methode für Expertenkonsens

Einschränkungen und Überlegungen

- Die Gruppe muss über das Thema informiert sein
- Unabhängigkeit ist entscheidend (Vermeidung von Gruppendenken)
- Ausreisser können kleine Stichproben erheblich beeinflussen

Link zur Übung aus Aufgabenserie 3

Betrachten Sie unseren Datensatz aus WDDA_03.xlsx:

- Die Variable jar enthält Schätzungen über die Anzahl der M&Ms in einem Glas
- Die tatsächliche Anzahl betrug 405 M&Ms
- Wie nahe kommt der Median aller Schätzungen an den wahren Wert heran?
- Unterstützt dies Galtons Beobachtung?

Referenzen

- Galton, F. (1907). Vox Populi. *Nature*, 75, 450-451.