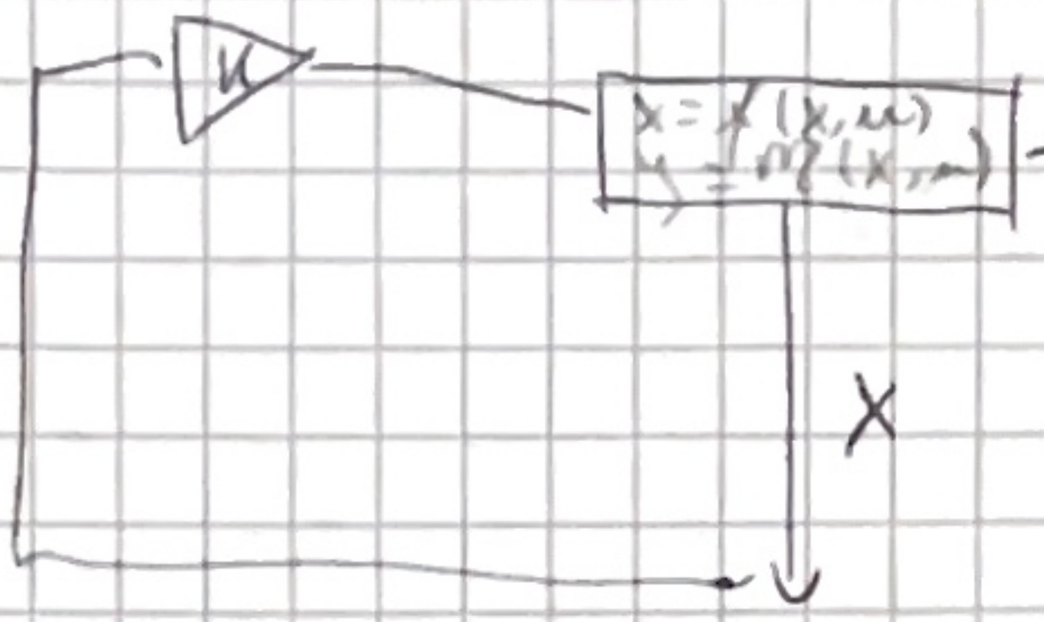
1 - 10 - 2025 | Vediamo ora Problemi di Controllo



Retroazione di Stato per stabilizzazione a ciclo chiuso del sistema, o assegnare gli autovalori.

Sistemi lineari: $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$ LTI

con legge di controllo retroazione $u(t) = Kx(t)$

$\rightarrow \dot{x}(t) = (A + BK)\, x(t)$ agendo su K (matrice) cosa posso fare? per influenzare $(A+BK)$, dipende dalle proprietà di A e B (proprietà strutturali)

Si usa controllabilità e Raggiungibilità.

Esiste l'approccio con Formula di Ackerman con approccio e + variabili

o Approccio alla Lyapunov: con una $V(x) = x^T P x$

$P > 0$ con $\dot{V}(x) = \underbrace{(A+BK)^T}_{A^T} P + P \underbrace{(A+BK)}_{A} < 0$

Il problema è che le variabili di ottimizzazione sono P e K (vengono moltiplicate) → non è lineare.

Poi vedremo la teoria degli osservatori.

Vedi Registrazione, Slide su Raggiungibilità

- Gramiano è una struttura di tipo integrale

$W_r(t_0, t_1)$ e $S_r(t_0, t_1) = \text{Range}(W_r(t_0,t_1))$

$\hookrightarrow$ in $x_0 = 0$

Esercizio: calcolo M_r

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C} & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad AB = \begin{pmatrix} \frac{1}{CL} \\ 0 \\ \frac{1}{LC} \end{pmatrix}$$

$$A^2B = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2}{CL^2} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad M_r = \begin{pmatrix} 0 & 1/CL & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & -\frac{2}{CL^2} \\ 0 & \frac{1}{CL} & 0 \end{pmatrix}$$

$\det = 0$ non è comp. Raggiungibile

Sistema è stabilizzabile se o è compl. Raggiungibile

o se la sotto parte non raggiungibile è asint. Stabile

Es: $M\ddot{s} = -B\dot{s} + u$ $\qquad x_1 = s \qquad x_2 = \dot{s}$

$$\dot{x}_1 = \frac{u}{B} - \frac{M}{B}\dot{x}_2 = + \frac{M}{B}\frac{B}{M}x_2 \qquad \dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{B}{M}x_2 + \frac{u}{M} \qquad \dot{x}_2 = -\frac{B}{M}x_2 + \frac{u}{M}$$

$y = x_2$

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B}{M} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \end{bmatrix} u \\ y = [0 \quad 1]\, x \end{cases}$$

$C = [0 \quad 1]$

$CA = [0 \quad -\frac{B}{M}]$

$$M_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -B/M \end{bmatrix}$$