

機械学習ド

統計検定のための数学

～数について～

\mathbb{N} 自然数 : $1, 2, 3, \dots$

\mathbb{Z} 整数 : $0, \pm 1, \pm 2, \dots$

\mathbb{Q} 有理数 : $\frac{a}{b}$ (a, b は整数, 但し $b \neq 0$)

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ 無理数 : $\sqrt{2}$ (2乗したら2になる数), π (円周率, $3.141592 \dots$), \dots
のように 分数で表せない数

\mathbb{R} 実数 : 有理数と無理数を合わせた数

$\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ 虚数 : i (2乗したら-1になる数) と実数をかけた数 ($5\underline{i}$, $\frac{2}{3}\underline{i}$, $-\sqrt{3}\underline{i}$)

\mathbb{C} 複素数 : 実数と虚数をも合わせた数 ($3+5i$, $6+2i$, \dots)

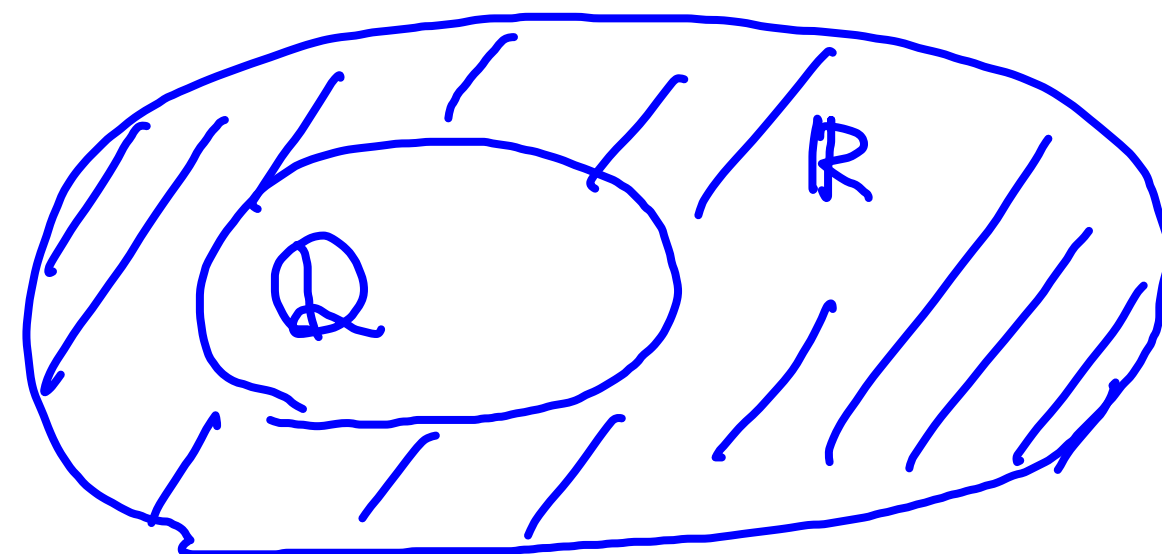
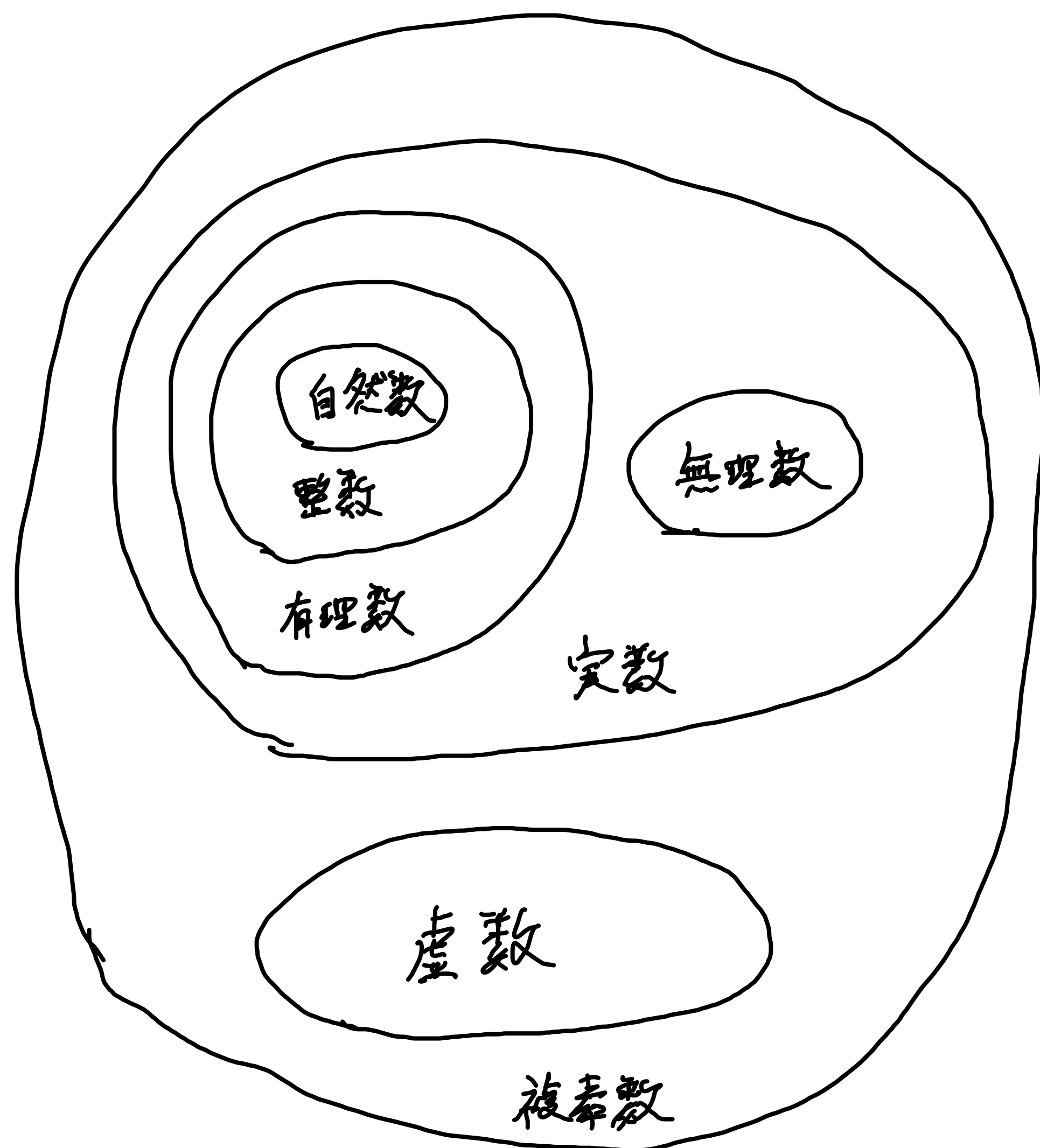


図 : $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$



難しいこと

集合論(大学)

・ $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$: 無限に存在する

無限にも程度がある

→ 無限の量 濃度.

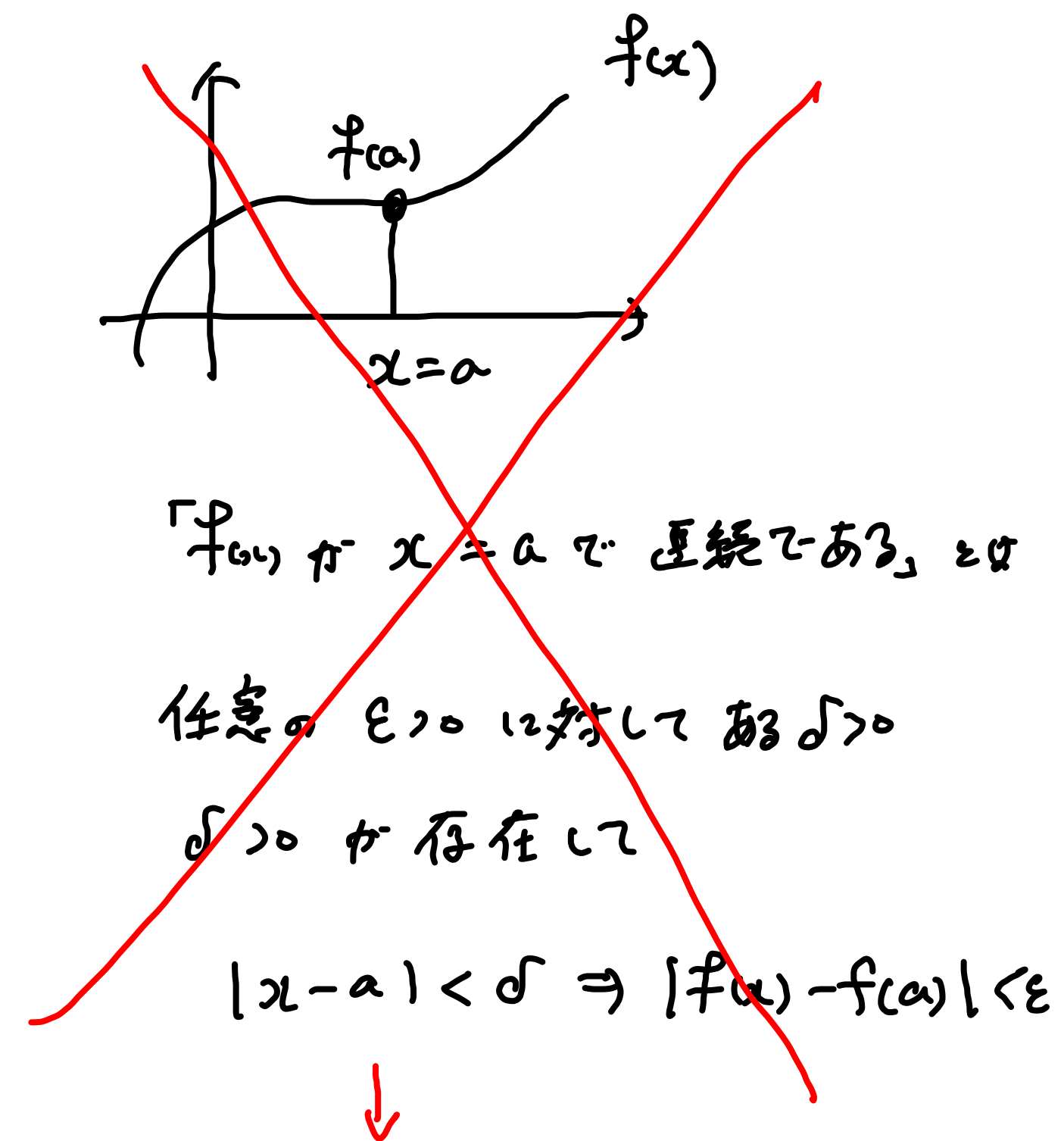
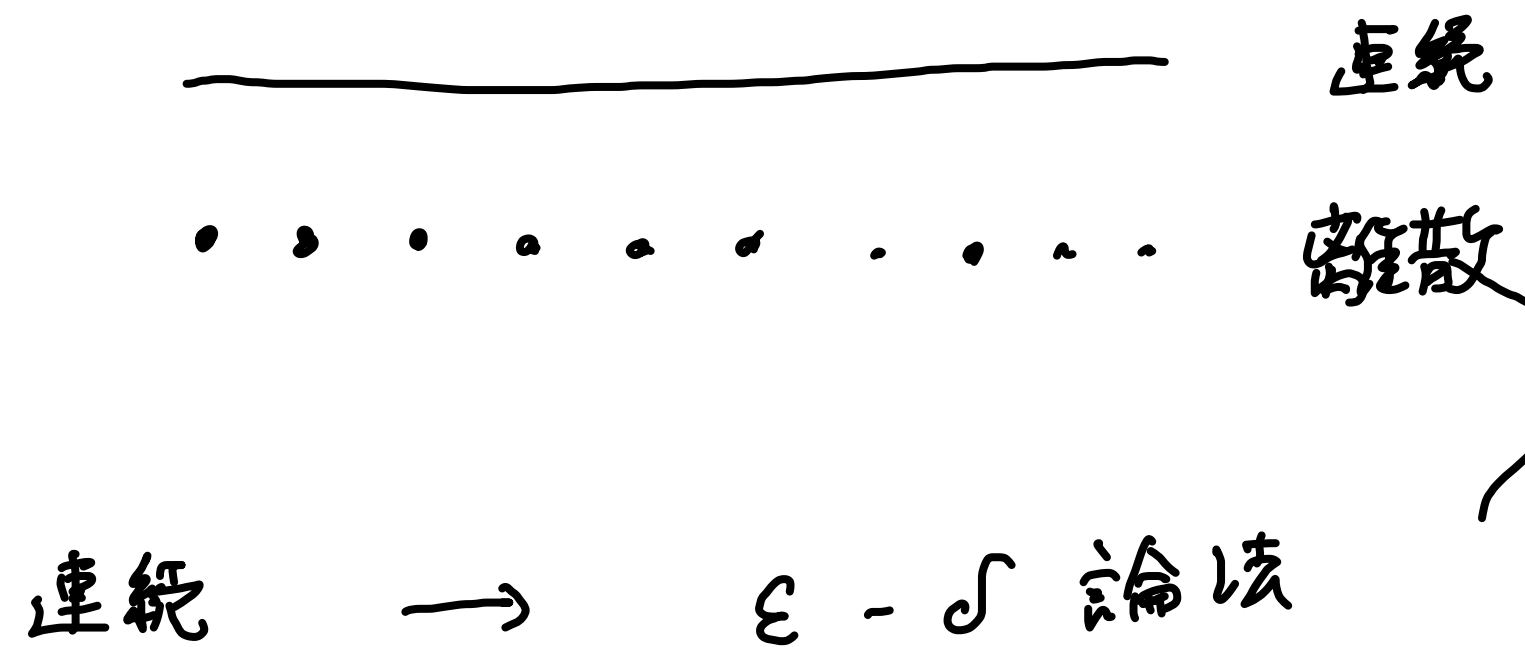
- ・ 自然数
- ・ 整数
 - ・ 偶数 (2 で割りきれぬ整数)
 - ・ 奇数 (2 で割りきれぬ整数)
- ・ 有理数

同じ濃度

- ・ 無理数
- ・ 実数
- ・ 虚数
- ・ 複素数

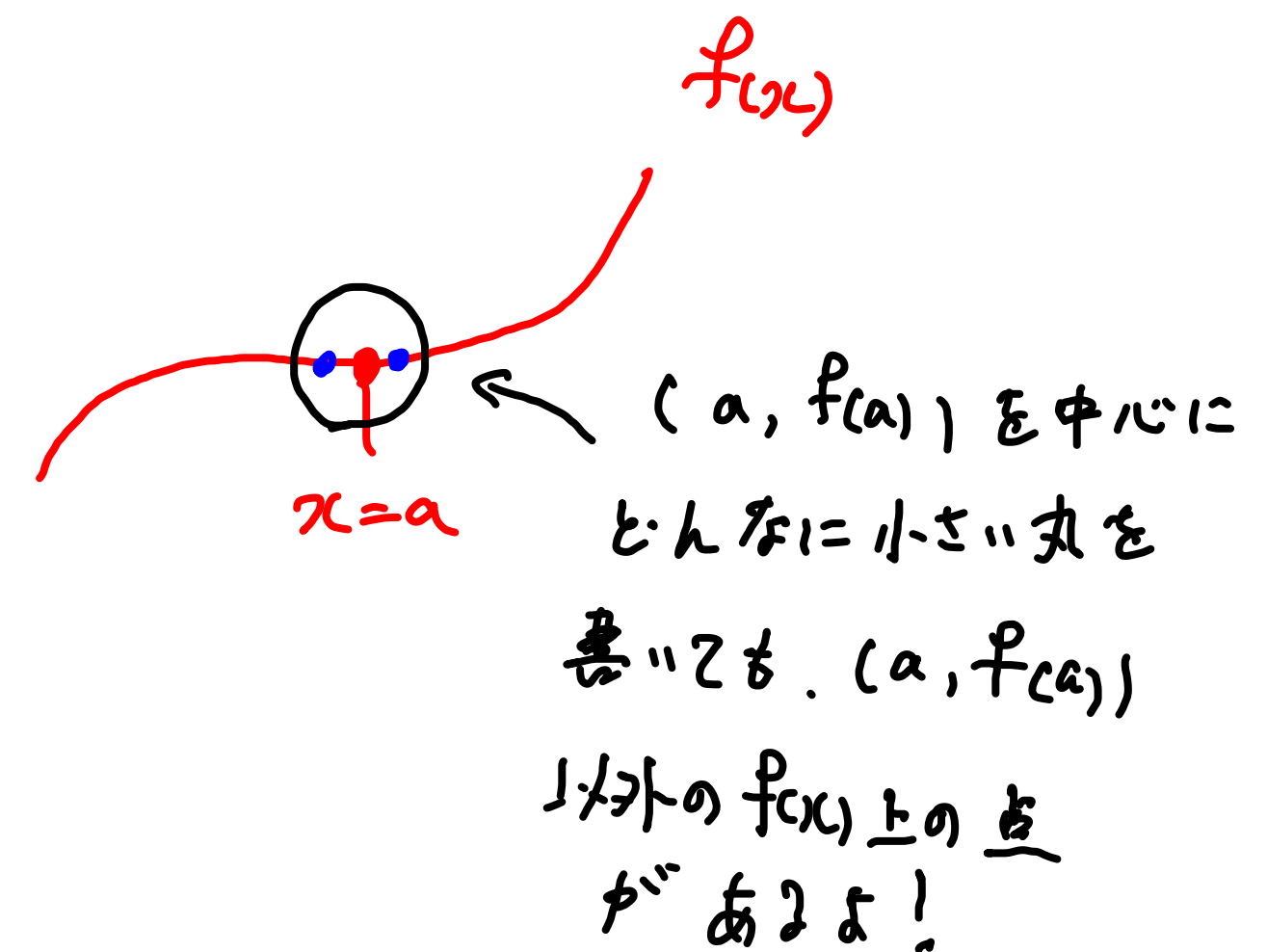
同じ濃度.

数の連続性と離散性



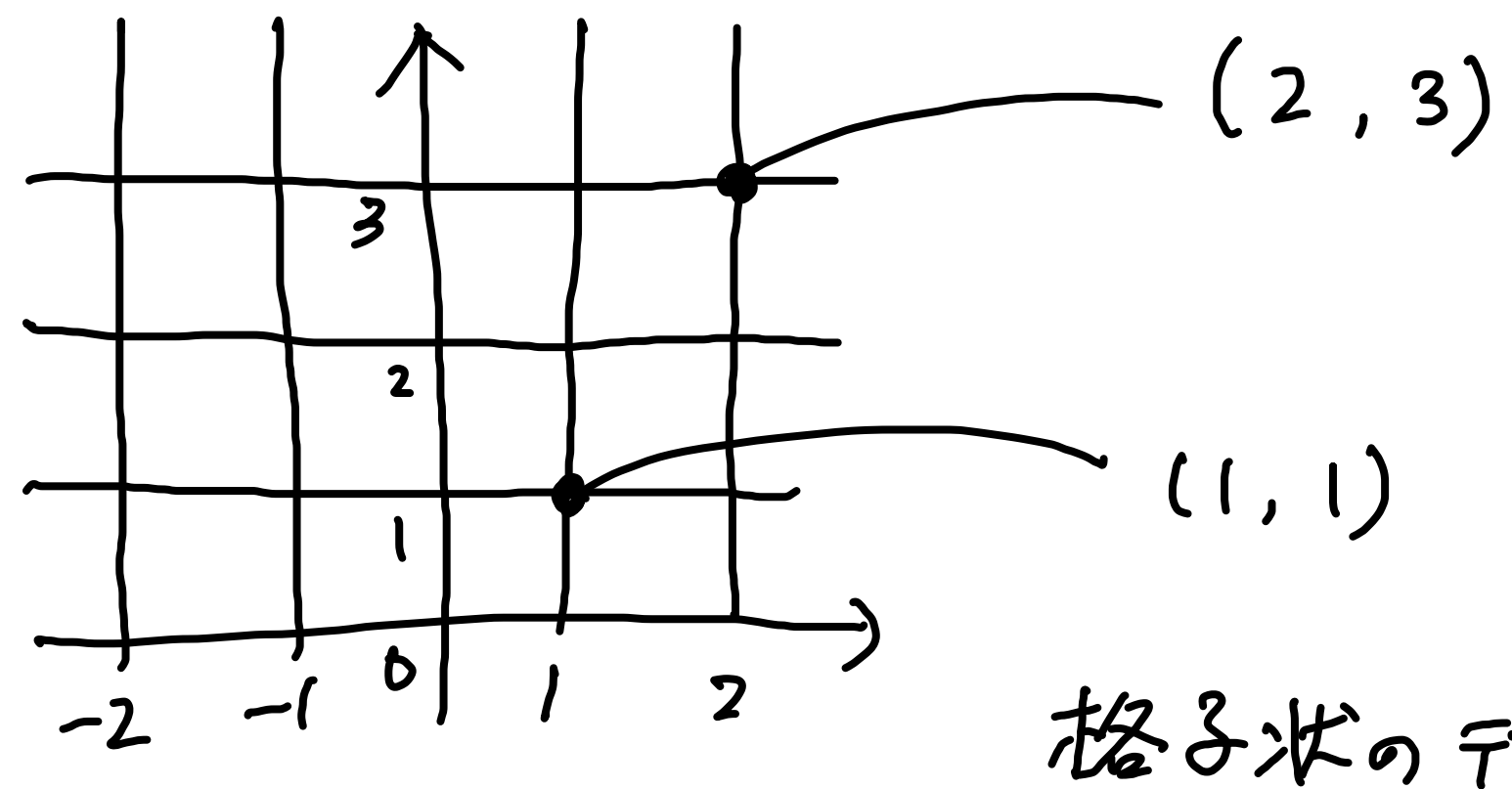
機械学習のデータでも

連続データと離散データが
あり、連続か離散かで
(基本的な方針は同じではあるが)
扱い方が異なる。



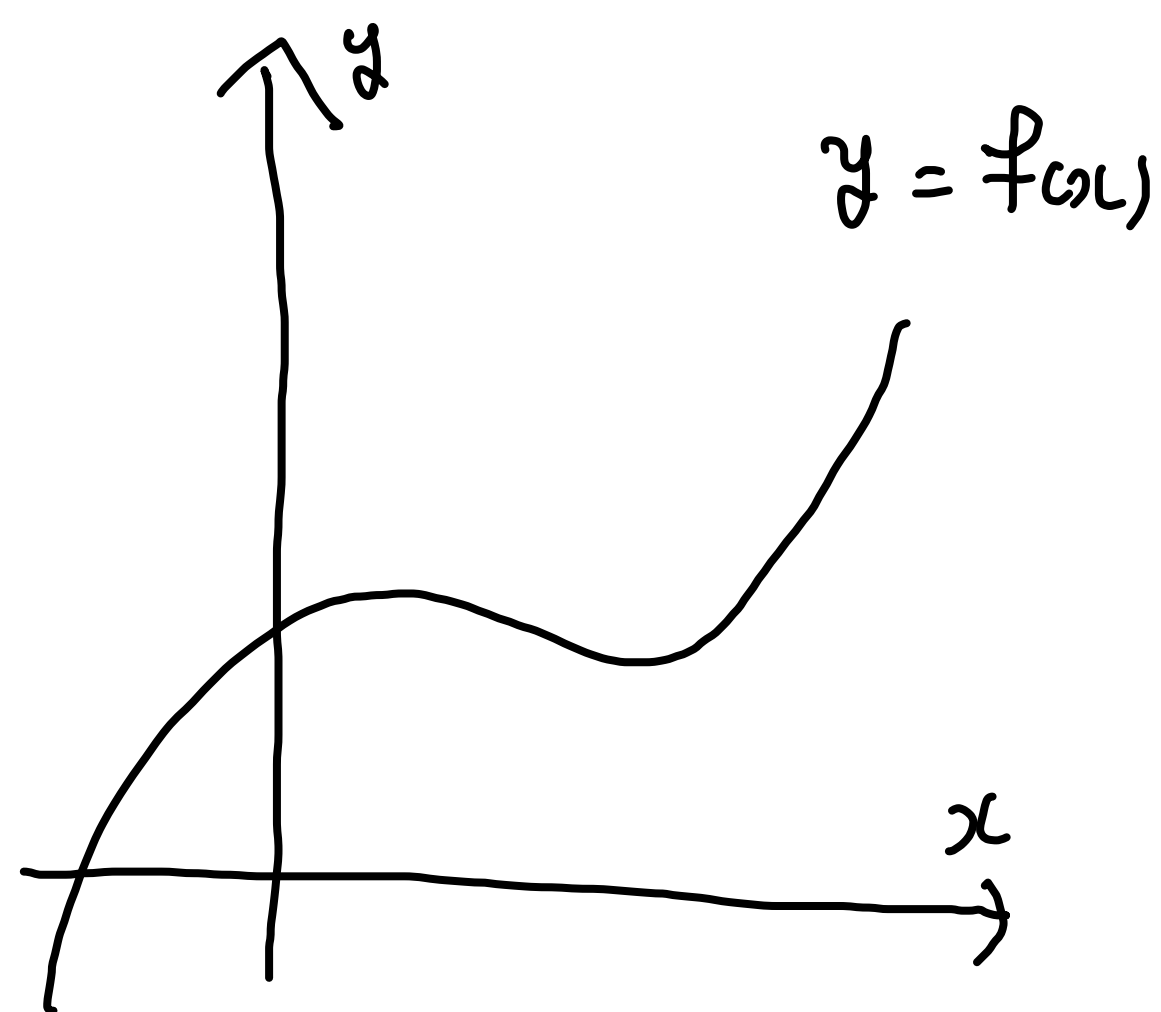
離散な数

自然数
整数
有理数

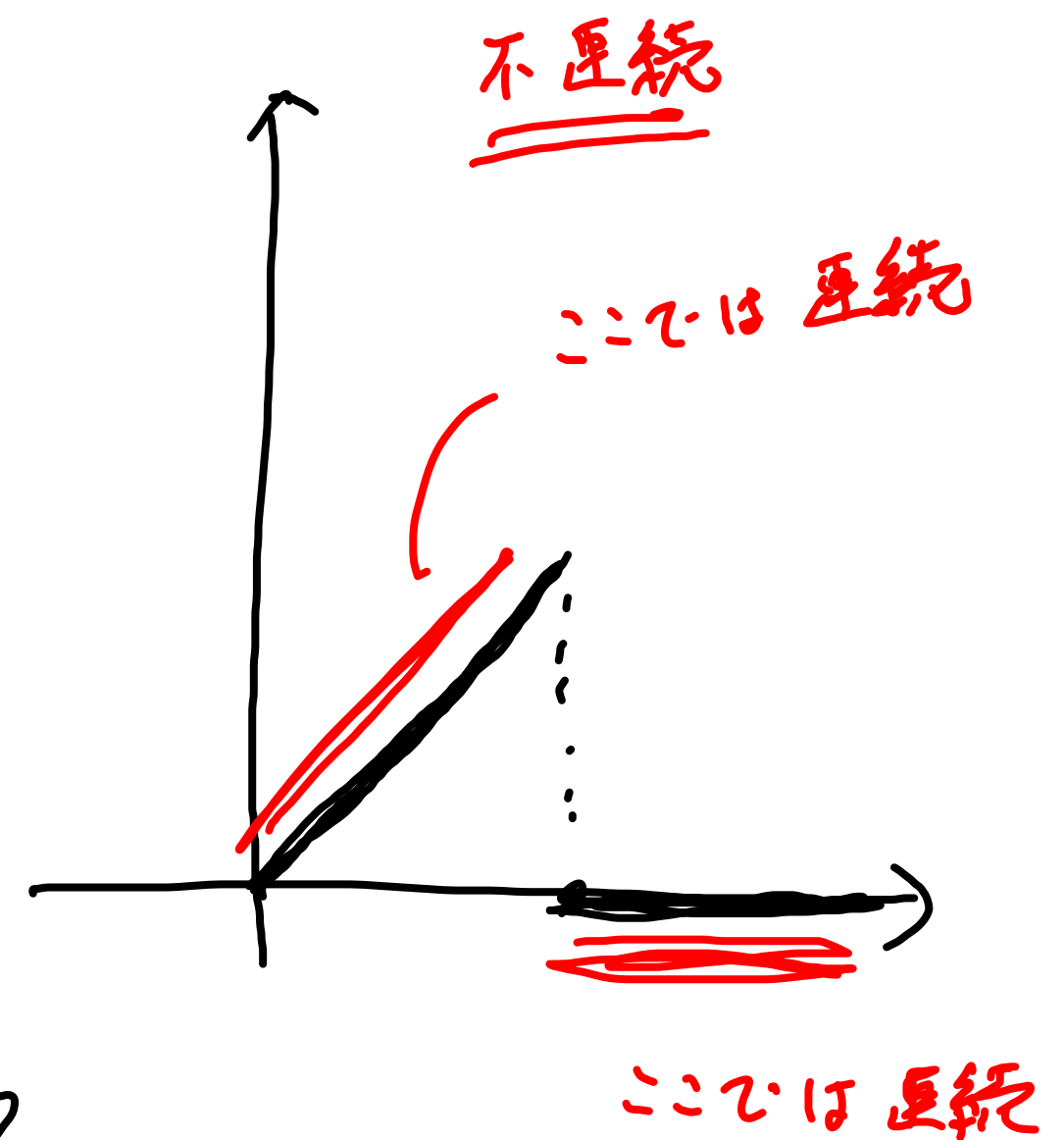


連続な数

無理数
実数
虚数
複素数



線くっついてるデータ



対数 (高校)

$$\log (2^3)$$

$$\underline{8} = 2 \times 2 \times 2 = \textcircled{2}^{\textcircled{3}}$$

底

$$\overset{3}{\curvearrowright} = \log_{\textcircled{2}} \underline{8}$$

8は2の3乗

数学, 物理: e (ネイピア数)

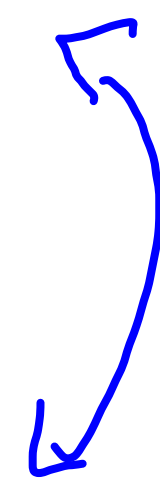
→ 自然対数

$$\log_e a, \underline{\log a}, \ln a$$

それ以外の分野: 10

→ 常用対数

$$\log_{10} a, \log a.$$



分野1=5,7

どちらを採用していいか

check

常用対数 $\log_{10} x$

2^{1040} は何桁の数か? 但し $\log_{10} 2 = 0.3010$ である。

$\log_n x$ の性質

$$n^a = b$$

$$\textcircled{3} \quad a = \log_n b \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{1}$$

b は n の a 乗

← \log の一般の話。

$$n^{a_1} = b_1 \rightarrow a_1 = \log_n b_1$$

$$n^{a_2} = b_2 \rightarrow a_2 = \log_n b_2$$

$$n^{a_1} \times n^{a_2} = \underline{b_1 \times b_2}$$

$n^{(a_1+a_2)}$

代入

$$2^2 \times 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$$

4 × 8 = 32

→

$$x^{a_1} \times x^{a_2} = x^{(a_1+a_2)}$$

掛け算の累乗は足算になる。

→
 \log
に直す。

$$a_1 + a_2 = \log_n (b_1 \times b_2)$$

$$\underline{\log_n b_1 + \log_n b_2 = \log_n (b_1 \times b_2)}$$

\log 内の掛け算は
 \log 同士の足し算に、
 \log 同士の足し算は
 \log 内の掛け算に

$\log_n a$ の性質 2

← \log の一般の話

①

$$y = x^2$$

$$2 = \log_x y$$

②

$$y^2 = x^4$$

$$\underline{4} = \log_x y^2$$

③ $z = y$

$$2 = \log_x y$$

2倍

↓

$$\underline{4} = 2 \log_x y$$

同じ

④

$$\log_x y^2 = 2 \log_x y$$

一般に

$$\log_x y^k = k \log_x y$$

が成り立つ。

2つの性質は必須です。

よく覚えておいて下さい。

2^{1040} は何桁か?

但し. $\log_{10} 2 = 0.3010$ である。

常用対数は

「数値は何桁なのか」
を測るのに適している。

考え方

2^{1040} は何桁か? $\iff 2^{1040}$ は 10^n と同じ桁か?

$$\begin{array}{r} 1040 \\ \times 0.301 \\ \hline 1040 \\ 31200 \\ \hline 313,040 \end{array}$$

$$2^{1040} = 10^n$$

↓ 両辺 \log をとる。

$$\log_{10} 2^{1040} = \log_{10} 10^n$$

$$1040 \log_{10} 2 = n \log_{10} 10$$

10は10の何乗?
→ 1乗

$$1040 \log_{10} 2 = n$$

0.3010

$$1040 \times 0.301 = n$$

$$\frac{100}{3 \text{ 桁}} = 10^{(2)}$$

$$\frac{10000}{5 \text{ 桁}} = 10^{(4)}$$

10^n のとき
その数は $n+1$ 桁

復習

$$\begin{aligned} n^a &= b \\ a &= \log_n b \end{aligned}$$

$$n = \underline{313.040}$$

つまり 2^{1040} は 314 桁

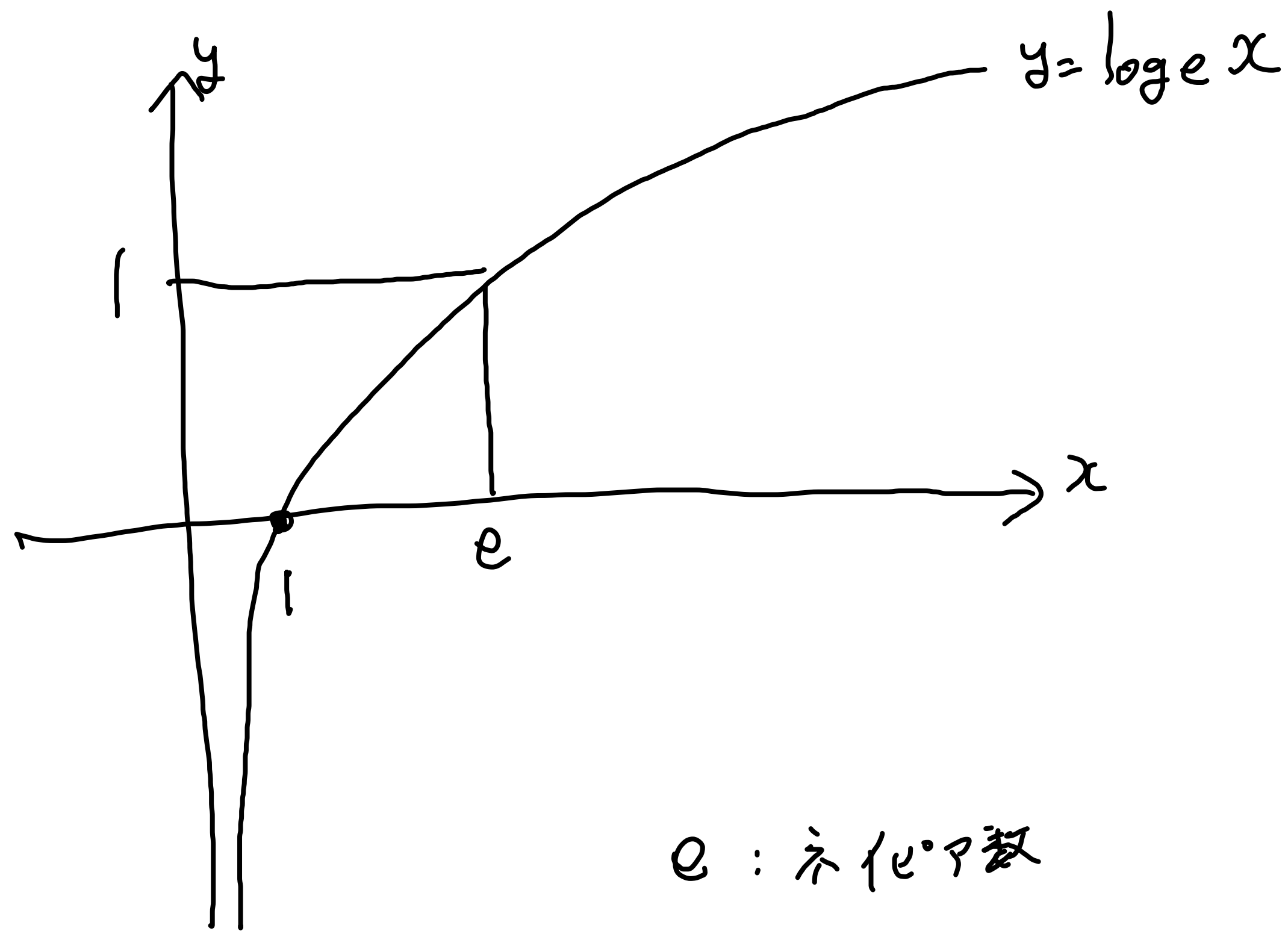
性質 2

$$\log_x y^k = k \log_x y$$

自然対数

$$\log_e x, \log x, \ln x \quad \text{同じ}$$

小生算は前に紹介したとおり.



e : ネイピア数
 $\approx 2.718 \dots$

$$\underline{0} = \log \underline{e} \underline{1}$$

1 は e の 0 乗

$$1 = \log e e$$

e は e の 1 乗

0 に近づくにつれて $-\infty$ に近づく.

$\rightarrow x$ の定義域は $(0, \infty)$
で $-$ では定義されていない.

∞ に近づくにつれて $+\infty$ に近づく.

まとめ.

- ・「数」と言っても様々な種類がある。

- ・連続・離散は重要

- ・対数も結構便うので重要

次回予告

平均変化率と微分



この講座の目的

- ・ 機械学習・統計検定

- ・ 即座に役立つことを目的としていない。

- ・ とにかく 1寸け焼き刃にならない こと

→ 時間はかかっても確実に。