

20210530解答

初歩の微分は次のように計算できます.

$$\frac{d(x^a)}{dx} = \textcircled{1} \times x^{\textcircled{a} \textcircled{-1}}$$
$$= ax^{a-1}$$

但し定数(x がかかっていない数)は必ず0

ただし,この方法でできないものもありますが,統計検定2級であればこの計算でできるものしか出ないでしょう.

次の関数を x に関して微分しましょう.

1. $f(x) = 2x + 3$

$$\begin{aligned}\frac{d(2x + 3)}{dx} &= 1 \times 2x^{(1-1)} + 0 \\ &= 2\end{aligned}$$

$$2. f(x) = 4$$

$$\frac{d(4)}{dx} = 0$$

$$3. f(x) = 4x^2 + 10$$

$$\begin{aligned}\frac{d(4x^2 + 10)}{dx} &= 2 \times 4x^{(2-1)} \\ &= 8x\end{aligned}$$

$$4. f(x) = x^2 + 3x + 4$$

$$\begin{aligned}\frac{d(x^2 + 3x + 4)}{dx} &= 2 \times x^{(2-1)} + 1 \times 3x^{(1-1)} \\ &= 2x + 3\end{aligned}$$

$$5. g(x) = (x + 3)(x + 4)$$

$$\begin{aligned}\frac{d((x + 3)(x + 4))}{dx} &= \frac{d(x^2 + 7x + 12)}{dx} \\ &= 2 \times x^{(2-1)} + 1 \times 7x^{(1-1)} \\ &= 2x + 7\end{aligned}$$

次の関数のある点の接線の傾きを求めましょう。

$$1. f(x) = 2x + 3 \text{ の } x = 3 \text{ における接線の傾き}$$

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{d(2x + 3)}{dx} = 1 \times 2x^{(1-1)} \\ &= 2\end{aligned}$$

で,

$$f'(3) = 2$$

であるから, $x = 3$ における傾きは 3.

注意 $f(x) = ax + b$ のように直線の場合, どの x の点に関しても接線の傾きは $f(x)$ の傾きで

ある a です.理由を考えてみてください.(ヒント:微分は平均変化率を1点に近づけたものです.)

2. $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ の $x = 1$ における接線の傾き

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{d(3x^2 + 2x + 1)}{dx} = 2 \times 3x^{(2-1)} + 1 \times 2x^{(1-1)} \\&= 6x + 2\end{aligned}$$

で,

$$f'(1) = 8$$

であるから, $x = 1$ における傾きは 8.

3. $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 4$ の $x = 0$ における接線の傾き

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{d(x^3 + 2x^2 + x + 4)}{dx} = 3 \times x^{(3-1)} + 2 \times 2x^{(2-1)} + 1 \times x^{(1-1)} \\&= 3x^2 + 4x + 1\end{aligned}$$

で,

$$f'(0) = 1$$

であるから, $x = 0$ における傾きは 1.

次の問題を解きましょう (やや応用)

$f(x) = x^2 + 2x + 1$ の $x = 2$ における接線の関数を式で表してください.

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{d(x^2 + 2x + 1)}{dx} = 2 \times x^{(2-1)} + 1 \times 2x^{(1-1)} \\&= 2x + 2\end{aligned}$$

で

$$f'(2) = 6$$

であるから, $x = 2$ における接線の傾きは 6.ここで, $f(x)$ と接線が接触する点を (a, b) とすると,その接線は

$$y - b = f'(a)(x - a)$$

の形をしている.ここで, $f(x)$ の $x = 2$ における y 座標は,

$$f(2) = 2^2 + 2 \times 2 + 1 = 9$$

であるから, $f(x)$ と接線が接触する点の座標は $(2, 9)$.これを接線の式に代入すると,

$$y - 9 = 6(x - 2)$$

$$y = 6x - 3$$

である.

次の問題を解きましょう（文章題）

ある商品を定価で売ると原価の 25%の利益が出ます.セールで定価の 10%引きで売ったため、利益は 125 円でした.この商品の原価を答えてください.

最終的に求めたいものを x として, x を使って現在わかるものを式で表していくのがコツです.

x を原価とする.まだ定価と利益は不明であるが,利益の計算は

利益 = 定価 - 原価 で計算できる.つまり,**定価 = 利益 + 原価** である.ここで,「定価で売ると原価の 25%の利益」であるから,利益は $0.25x$ (原価の25%=0.25) .よって定価は,

$$\begin{aligned}\text{定価} &= 0.25x + x \\ &= 1.25x\end{aligned}$$

である.

セールで定価の10%引きで販売したから,実売価格は

$$\begin{aligned}\text{実売価格} &= \text{定価} * (1 - 0.1) \\ &= 1.25x * 0.9 \\ &= 1.125x\end{aligned}$$

である.実利益は 125円 であるが,一方で実利益の計算は

$$\begin{aligned}\text{実利益} &= \text{実売価格} - \text{原価} \\ &= 1.125x - x \\ &= 0.125x\end{aligned}$$

である.以上より,

$$\begin{aligned}125 &= 0.125x \\ x &= 1000\end{aligned}$$

であるから,原価は 1000円 である.