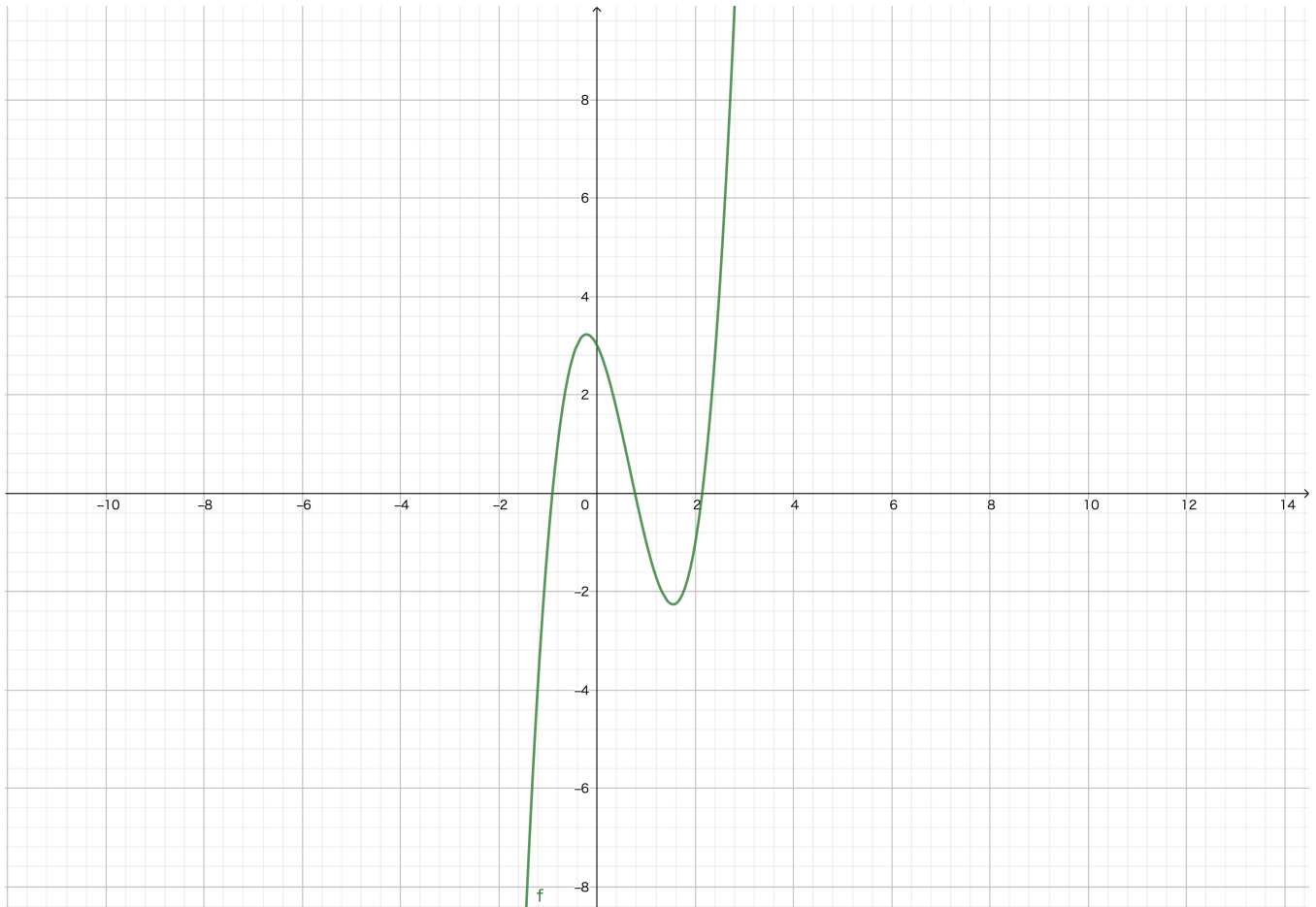


# 20210531 練習問題解答

次の図の平均変化率を考えましょう



上のグラフは  $y = f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 2x + 3$  のグラフです.

1.  $x = -1$  と  $x = 3$  のときの  $f(x)$  の  $y$  座標を求めてください.

$x = -1$  と  $x = 3$  のときの  $f(x)$  の  $y$  座標は,  $x$  に代入することで求めることができます.

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2 \times (-1)^3 - 4 \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 3 \\ &= -1 \\ f(3) &= 2 \times 3^3 - 4 \times 3^2 - 2 \times 3 + 3 \\ &= 15 \end{aligned}$$

## 2. $(x_1, y_1)$ と $(x_2, y_2)$ のときの平均変化率は

$$\text{平均変化率} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

で求めることができます.

$x = -1$  と  $x = 3$  のときの  $f(x)$  の平均変化率を求めてください.

1.より  $f(x)$  は  $(-1, -1)$  と  $(3, 15)$  を通ることがわかります.

平均変化率の求め方より,

$$\frac{15 - (-1)}{3 - (-1)} = 4$$

3.  $x = 0$  と  $x = 3$  のときの  $f(x)$  の平均変化率を求めてください.

$$f(0) = 3$$

より,  $f(x)$  は  $(0, 3)$  を通ります.  $x = 3$  のときは  $y = 15$  であったため, 平均変化率は,

$$\frac{15 - 3}{3 - 0} = 4$$

ちなみに, 2. と 3. で平均変化率が一致したのはたまたまです.

4.  $x = -2$  と  $x = 2$  のときの  $f(x)$  の  $y$  座標を求めてください.

1.と同様に,  $f(x)$  に代入して求めましょう.

$$\begin{aligned} f(-2) &= 2 \times (-2)^3 - 4 \times (-2)^2 - 2 \times -2 + 3 \\ &= -25 \\ f(2) &= 2 \times (2)^3 - 4 \times (2)^2 - 2 \times 2 + 3 \\ &= -1 \end{aligned}$$

5.  $x = -2$  と  $x = 2$  のときの  $f(x)$  の平均変化率を求めてください.

4.より平均変化率は,

$$\frac{-1 - (-25)}{2 - (-2)} = 6$$

6.  $(a_1, b_1)$  と  $(a_2, b_2)$  を通るときの  $f(x)$  を通る直線は,

$$y - b_1 = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}(x - a_1)$$

もしくは

$$y - b_2 = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}(x - a_2)$$

で求めることができます. 平均変化率を  $\alpha$  とすると,

$$y - b_i = \alpha(x - a_i) \quad (i = 1, 2)$$

です.  $x = -2$  と  $x = 2$  のときの  $f(x)$  の座標を通る直線の関数の式を求めてください.

5. より  $f(x)$  の  $(-2, -25)$  と  $(2, -1)$  における平均変化率は, 6. より

$$\begin{aligned} y - (-1) &= 6(x - 2) \\ y &= 6x - 12 - 1y = 6x - 13 \end{aligned}$$

実際に直線の関数があるかは,  $x = -2$  もしくは  $x = 2$  を代入して  $y$  座標と一致しているかで確認することができます.

7.  $f(x)$  を微分すると, ある 1 点における接線の傾きを求めることができます.  $f(x)$  を微分して  $f'(x)$  ( $\frac{df(x)}{dx}$  のこと) を求めてください.

$f(x)$  を  $x$  に関して微分すると

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3 \times 2x^{(3-1)} + 2 \times -4x^{(2-1)} + 1 \times -2x^{(1-1)} \\ &= 6x^2 - 8x - 2 \end{aligned}$$

8.  $x = -2$  と  $x = 2$  における  $f(x)$  の接線の傾きを求めてください.

7. で求めた導関数に  $x = -2, x = 2$  をそれぞれ代入すると,

$$\begin{aligned}
 f'(-2) &= 6 \times (-2)^2 - 8 \times (-2) - 2 \\
 &= 38 \\
 f'(2) &= 6 \times 2^2 - 8 \times 2 - 2 \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

9.  $x = a$  における  $f(x)$  の接線の関数は、

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

で求めることができます。 $x = 2$  と  $x = -2$  の接線の関数を求めてください。

8. より  $x = -2$  と  $x = -2$  のときの  $f(x)$  の  $y$  座標はそれぞれ  $-25, -1$  である。また、  
 8. より  $x = -2$  と  $x = -2$  のときの  $f(x)$  の接線の傾きはそれぞれ  $38, 6$  である。  
 よって  $x = -2$  の場合は

$$\begin{aligned}
 y - (-25) &= 38(x - (-2)) \\
 y &= 38x + 72 - 25 \\
 y &= 38x + 47
 \end{aligned}$$

であり、 $x = 2$  の場合は、

$$\begin{aligned}
 y - (-1) &= 6(x - 2) \\
 y &= 6x - 12 - 1 \\
 y &= 6x - 13
 \end{aligned}$$