

20210601分解答

積の積分の計算方法です。

1. $f(x) = x^2 + 2x + 1$ を x に関して微分してください。

これは通常の微分です。

$$\begin{aligned}\frac{df(x)}{dx} &= 2 \times x^{(2-1)} + 1 \times 2x^{(1-1)} \\ &= 2x + 2\end{aligned}$$

2. $g(x) = x^3 + y + 1$ を x に関して微分してください。(ヒント: x に関して微分するときは x 以外の変数は定数と見なします.)

これも通常の微分ですが、 y が $y = h(x)$ といったような形ではない場合は、は単なる定数としてみなします。

$$\begin{aligned}\frac{dg(x)}{dx} &= 3 \times x^{(3-1)} \\ &= 3x^2\end{aligned}$$

3. $(x^2 + 2x + 1)(x^3 + y + 1)$ を x に関して微分してください。

$(x^2 + 2x + 1) = f(x), (x^3 + y + 1) = g(x)$ と見なすと

$$(x^2 + 2x + 1)(x^3 + y + 1) = f(x)g(x)$$

です。積の微分法の公式を使うことができます。

また、1., 2. を用いると簡単に計算できます。

$$\begin{aligned}\{(x^2 + 2x + 1)(x^3 + y + 1)\}' &= \{f(x)g(x)\}' \\ &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ &= (2x + 2)(x^3 + y + 1) + (x^2 + 2x + 1)(3x^2) \\ &= (2x^4 + 2xy + 2x + 2x^3 + 2y + 2) + (3x^4 + 6x^3 + 3x^2) \\ &= 5x^4 + 8x^3 + 3x^2 + 2(y + 1)x + 2(y + 1)\end{aligned}$$

4. $(x - 3)(x + 5)$ を x に関して微分してください。

この程度の計算であれば展開してから計算してもそれほど時間がかかりませんが、展開するときにミスが起こることがあるため、積の微分法の方が良いでしょう。

$$\begin{aligned}\{(x-3)(x-5)\}' &= (x-3)'(x-5) + (x-3)(x-5)' \\ &= (x-5) + (x-3) \\ &= 2x-8\end{aligned}$$

5. $(x-4)(x+4)$ を x に関して微分してください。

この問題も同様ですが、展開が $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ と見慣れたもののため、展開したほうが楽かもしれません。

$$\begin{aligned}\{(x-4)(x+4)\}' &= (x-4)'(x+4) + (x-4)(x+4)' \\ &= (x+4) + (x-4) \\ &= 2x\end{aligned}$$

6. $(x-3)(x+5)(x-4)(x+4)$ を x に関して微分してください。

$f(x) = (x-3)(x+5)$, $g(x) = (x-4)(x+4)$ とすると、上の式は次のようになります。

$$(x-3)(x+5)(x-4)(x+4) = f(x)g(x)$$

こうすると積の微分法が使えますね。4., 5. を使うと $f'(x) = 2x-8$, $g'(x) = 2x$ より

$$\begin{aligned}\{(x-3)(x-5)(x-4)(x+4)\}' &= \{f(x)g(x)\}' \\ &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ &= (2x-8)(x-4)(x+4) + (x-3)(x-5)(2x) \\ &= (2x-8)(x^2-16) + 2x(x^2-8x+15) \\ &= (2x^3-8x^2-32x+128) + (2x^3-16x^2+30x) \\ &= 4x^3-8x^2-2x+128\end{aligned}$$