

Analyse spatiale

Localisation et interactions spatiales

Juste Raimbault^{1,2,3,4,*}

* `juste.raimbault@ign.fr`

¹LASTIG, Univ Gustave Eiffel, IGN-ENSG

²CASA, UCL

³UPS CNRS 3611 ISC-PIF

⁴UMR CNRS 8504 Géographie-cités

ING3 - Filière Data Science - UE2 Analyse de données

11/12/2023

- 1 Processus de points spatiaux
- Modèles de localisation
- Modèles d'interaction spatiale
 - Introduction
 - Modèles basiques
 - Modèles contraints
 - Maximisation de l'entropie
 - Modèles alternatifs

Processus de Poisson en 1d

Processus aléatoire de distribution de points, tel que le nombre de points dans un intervalle est distribué par:

$$N((a, b]) \sim \text{Poisson}(\beta(b - a))$$

et le processus est indépendant dans des intervalles disjoints

Loi de probabilité Poisson(μ):

$$\mathbb{P}(N = k) = e^{-\mu} \frac{\mu^k}{k!}$$

Processus de poisson spatiaux

Processus de points dans le plan tel que pour tout fermé borné B de mesure $\lambda(B)$:

- ❶ $N(B) \sim \text{Poisson}(\beta\lambda(B))$
- ❷ indépendant sur des régions disjointes

Propriété : Conditionnellement au nombre de points, sur un intervalle fini W , le processus suit une loi binomiale pour $B \subset W$:

$$\mathbb{P}(N(B) = k | N(W) = n) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

i.e. les points sont indépendants et distribués uniformément

Processus de Poisson inhomogène

→ l'intensité est une fonction de B : $\beta(B)$

→ densité de points variable dans l'espace

Propriétés des processus de Poisson

- Superposition des processus homogènes d'intensité β_1, β_2 est toujours un Poisson d'intensité $\beta_1 + \beta_2$
- Processus marqués (label ou stock aléatoire), utilisé pour filtrer ou faire des clusters (processus de Matern)
- Différentes méthodes d'estimation de la densité
- ... (applications en statistiques avancées)

1 Processus de points spatiaux

2 Modèles de localisation

3 Modèles d'interaction spatiale

- Introduction
- Modèles basiques
- Modèles contraints
- Maximisation de l'entropie
- Modèles alternatifs

- modèles simplifiés en économie urbaine pour la localisation des entreprises, ménages
- relative flexibilité analytique : extensions utilisées toujours dans des modèles en économie contemporaine
- Exemples : modèle d'Hoteling, de Salop, d'Alonso

Consommateurs distribués uniformément, localisation de deux points de vente A, B aux coordonnées a, b sur un segment de longueur l , prix de vente p_A, p_B , coût de transport c .

→ point d'indifférence donné par $p_A + cx = p_B + cy$ (x, y portion du segment dans l'aire d'influence, avec $a + x + y + b = l$)

→ expression de (x, y) , puis des profits $\pi_A = p_A(a + x)$ et $\pi_B = p_B(b + y)$

→ maximisation des profits par chaque vendeur donne une expression fermée pour les localisations et les prix

n points de vente localisés à equidistance autour d'un cercle de longueur N , consommateurs uniformes, coût de transport c , prix de revient r

→ prix d'équilibre \bar{p} ? point d'indifférence donne le profit qui est maximisé

→ symétrie : prix identiques $\implies \bar{p} = r + \frac{cL}{n}$

Application et extension : prix des carburants en fonction de la densité de population [Bergeaud and Raimbault, 2020]

Von Thünen (1842): rente foncière et localisation des activités agricoles

Avec R rente foncière, r rendement agricole, p prix du marché, c coût de production, T coût de transport, d distance au marché

$$R = r \cdot (p - c) - r \cdot T \cdot d$$

→ localisation des différentes activités agricoles dans des intervalles de rayon, en fonction de leur rendement et coûts de transport et production

→ cercles concentriques: ville, maraichage, forêt, céréales, élevage

Modèle monocentrique d'Alonso

Alonso (1964): théorie de l'équilibre pour la relocalisation des ménages, des entreprises et de l'agriculture

→ reformulation/extension de Von Thünen, avec loyers, coûts de transport des ménages, localisation des ménages et des emplois, type et intensité d'usage du sol

→ équilibre économique et spatial

→ extensions analytiques ou quantitatives appliquées dans la recherche récente en économie urbaine

- 1 Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- 3 Modèles d'interaction spatiale
 - Introduction
 - Modèles basiques
 - Modèles contraints
 - Maximisation de l'entropie
 - Modèles alternatifs

- 1 Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- 3 Modèles d'interaction spatiale
 - Introduction
 - Modèles basiques
 - Modèles contraints
 - Maximisation de l'entropie
 - Modèles alternatifs

→ **The First Law of geography** (Tobler, 1970) :

“Everything is related to everything else, but near things are more related than distant things”

→ Usage du terme “interaction” implicite avant 1950

→ E. Ullman 1954: *“Geography as spatial interaction”*

→ Concept agrégé, collectif (analyse des échanges entre villes et régions)

→ Formalisation multi-niveaux en cours (approches systèmes complexes)

- ❶ Les interactions concernent tous les domaines de la géographie: Biens et personnes (transport, déplacements); Personnes (migrations); Information, capitaux: géographie économique, géographie culturelle)
- ❷ Les conditions de l'interaction selon Ullman (1954): complémentarité; absence de substituabilité, transférabilité (mobilité, coût de transport)

Echanges entre les lieux

- échanges entre personnes, entreprises, groupes sociaux, déplacements localisés; l'interaction est l'action réciproque résultant des échanges entre acteurs localisés
- échanges entre unités spatiales représentés par des flux; l'interaction spatiale est l'action réciproque entre des objets géographiques
- du niveau micro (entre éléments, acteurs) au niveau macro entre lieux par agrégation

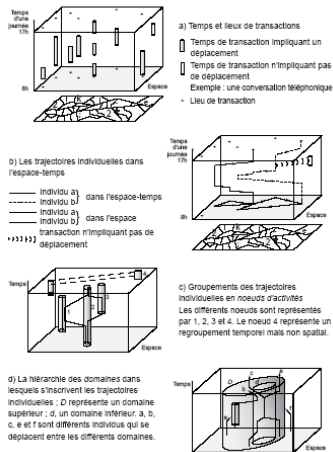
Mobilité : pratique des déplacements par les personnes

- Portée croissante des déplacements en relation avec la vitesse et le coût
- Rythmes : ordinaires et occasionnelles
- Espaces de vie, espace-temps, réseaux de lieux

De la mobilité aux flux

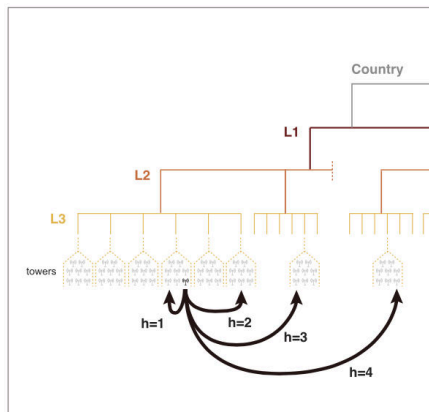
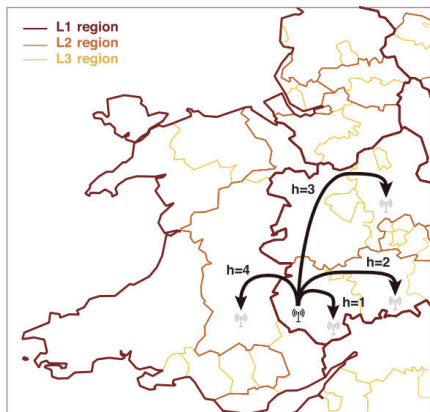
- Flux et découpage territorial
- Tableaux d'échanges
- Mesures de la mobilité

Figure 1.2. Déplacements individuels dans l'espace-temps



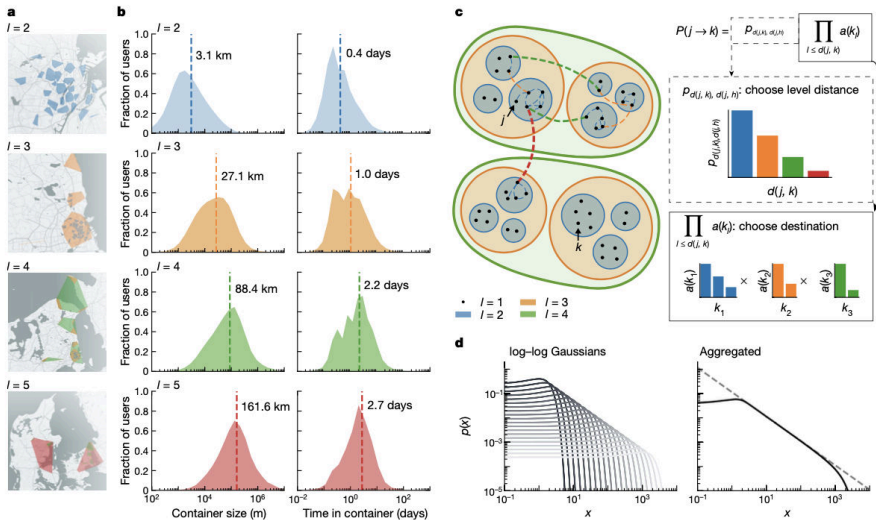
La “Time Geography”
introduite par T.
Hägerstrand (1970)
[Pumain and Saint-Julien, 2010]

Espaces de mobilité en pratique



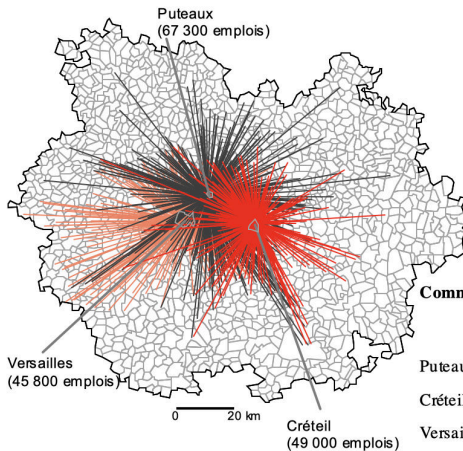
[Grauwin et al., 2017]

Echelles de mobilité en pratique



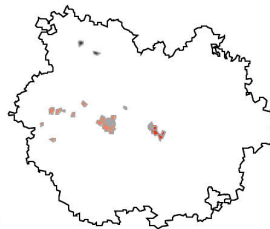
[Alessandretti et al., 2020]

Polarisation brute



© UMR Géographie-cités

Polarisation relative



Communes envoyant au noyau :

+ de 10 actifs + de 10% des actifs
(polarisation brute)(polarisation relative)

Puteaux

Créteil

Versailles



Aspects historiques du modèle gravitaire

The laws of migration (Ravenstein, 1885 et 1889)

→ recensements 1871/1881

- courtes distances
- lieux d'absorption (villes commerciales/industrielles) vs lieux de dispersion (zones rurales)
- flux et contre-flux d'importance presque égale
- propagation de proche en proche de la migration

Origine du modèle gravitaire :

- G.K. Zipf *The P1P2/D Hypothesis: On the Intercity Movement of Persons*, American Sociological Review, II (December 1946), 677-686.
- J.Q. Stewart (astronome, Princeton) 1947: *The "gravitation" of the geographical drawing power of a college*



Exemples de contextes d'application

- Transports : flux de mobilité
- Démographie : migration
- Economie : commerce international
- Marketing : aires de chalandise
- Réseaux inter-urbains
- ...

- 1 Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- 3 Modèles d'interaction spatiale
 - Introduction
 - **Modèles basiques**
 - Modèles contraints
 - Maximisation de l'entropie
 - Modèles alternatifs

- Zones d'émission/attraction en interaction : Iris, communes, régions, pays, zones ad-hoc
- Caractéristiques X_{ik} des zones, comme population (origine) et emploi (destination)
- Flux observés entre zones T_{ij}^{obs}

Avec coût généralisé c_{ij} , friction de la distance β , activités à l'origine O_i et à destination D_j , K constante, les flux sont donnés par

$$T_{ij} = K \cdot O_i \cdot D_j \cdot c_{ij}^{-\beta}$$

Estimation : pour le paramètre β , régression linéaire de $\log(T_{ij}^{obs}/(O_i D_j))$ en fonction du coût c_{ij}

Application : potentiel d'accessibilité (voir séance Réseaux Spatiaux)

En pratique, de multiples facteurs peuvent être pris en compte :

$$\log T_{ij}^{obs} \sim \beta_0 + \sum_k \beta_k \log X_{ik} + \sum_l \beta_l \log X_{jl} + \beta \log f(c_{ij}) + \varepsilon$$

Distribution de ε ?

→ modèle linéaire classique

→ modèle de Poisson: $\log T_{ij}^{obs} \sim \text{Poisson}(\lambda_{ij})$ avec

$$\log \lambda_{ij} = \beta_0 + \sum_k \beta_k \log X_{ik} + \sum_l \beta_l \log X_{jl} + \beta \log f(c_{ij})$$

(estimation avec moindres carrés itérativement re-pondérés, par `glm` dans R)

- 1 Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- 3 Modèles d'interaction spatiale
 - Introduction
 - Modèles basiques
 - **Modèles contraints**
 - Maximisation de l'entropie
 - Modèles alternatifs

Contrainte à l'origine ou à la destination : *les flux émis ou reçus doivent être égaux aux flux réels*

Nouvelle formulation :

$$T_{ij} = A_i O_i D_j c_{ij}^{-\beta}$$

tel que $\sum_j T_{ij} = T_i = \sum_j T_{ij}^{obs} = O_i$, ce qui donne

$$T_{ij} = O_i \frac{D_j c_{ij}^{-\beta}}{\sum_k D_k c_{ik}^{-\beta}}$$

Modèle similaire pour la contrainte à la destination

Contrainte double

Contrainte à l'origine $\sum_j T_{ij} = O_i$ et à la destination $\sum_i T_{ij} = D_j$ simultanément

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j c_{ij}^{-\beta}$$

avec

$$A_i = 1 / \sum_j B_j D_j c_{ij}^{-\beta}$$

$$B_j = 1 / \sum_i A_i O_i c_{ij}^{-\beta}$$

Estimation : algorithme itératif pour A_i, B_j , ou équivalent à des effets fixes par origine et destination dans les modèles statistiques

- 1 Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- 3 Modèles d'interaction spatiale
 - Introduction
 - Modèles basiques
 - Modèles contraints
 - Maximisation de l'entropie
 - Modèles alternatifs

Dérivation théorique du modèle à double contrainte

[Wilson, 1971] : *lien avec la maximisation de l'entropie*

Pour maximiser la probabilité d'observer la matrice T_{ij} , maximiser l'entropie

$$W = \frac{\prod_{ij} T_{ij}!}{T!}$$

sous contraintes $\sum_j T_{ij} = O_i$, $\sum_i T_{ij} = D_j$ et $\sum T_{ij} c_{ij} = C$ donne

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j \exp(-\beta c_{ij})$$

→ le modèle doublement contraint est le plus probable avec les flux observés

→ dérivation d'un modèle à partir de l'entropie dans des cas plus généraux : multi-modes, multiples profils socio-économiques, ... : généralisation par la théorie

- 1 Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- 3 Modèles d'interaction spatiale
 - Introduction
 - Modèles basiques
 - Modèles contraints
 - Maximisation de l'entropie
 - Modèles alternatifs

[Stouffer, 1940] théorie sociologique basée sur les opportunités dans le voisinage

→ flux entre deux lieux proportionnel aux opportunités à destination mais inversement proportionnel aux opportunités intermédiaires qui captent les individus

→ le rôle de la distance est une conséquence de la distribution des activités

[Simini et al., 2012] modèle sans paramètres dérivé d'un processus de radiation/absorption des navetteurs

$$T_{ij} = T_i \cdot \frac{P_i P_j}{(P_i + s_{ij})(P_i + P_j + s_{ij})}$$

→ meilleure performance que le modèle gravitaire uniquement à certaines échelles et dans certains cas [Masucci et al., 2013]

[Dennett and Wilson, 2013]: migration inter-régionales en Europe

→ contraintes au niveau des pays et des régions

→ utilisation des données de migration interne pour distribuer les flux entrants et sortants dans le pays

Certains jeux de données exhibent un nombre non-négligeable de lien absents

→ modèles avec une composante spécifique pour l'absence de lien


- *Zero-inflated Poisson model* : superposition d'une composante conditionnant le compte de Poisson
- *Hurdle model* : modèle de seuil


Dernière séance d'ouverture : modèle d'interactions spatiales comme brique de modèles de simulation plus conséquents


- Modèle de transport à quatre étapes
- Modèles Land-use Transport Interaction
- Modèles de dynamiques urbaines sur le temps long
- Modèles de croissance de réseaux
- ...

TP interaction spatiales : estimer des modèles d'interaction spatiale (simple, contraint, Poisson)

Données : réseau Européen de filiales de firmes ; flux domicile-travail en Ile-de-France par modes de transport (EGT 2010)

 Alessandretti, L., Aslak, U., and Lehmann, S. (2020).
The scales of human mobility.
Nature, 587(7834):402–407.

 Bergeaud, A. and Raimbault, J. (2020).
An empirical analysis of the spatial variability of fuel prices in the
united states.
Transportation Research Part A: Policy and Practice, 132:131–143.

 Dennett, A. and Wilson, A. (2013).
A multilevel spatial interaction modelling framework for estimating
interregional migration in europe.
Environment and Planning A, 45(6):1491–1507.



Grauwin, S., Szell, M., Sobolevsky, S., Hövel, P., Simini, F., Vanhoof, M., Smoreda, Z., Barabási, A.-L., and Ratti, C. (2017).

Identifying and modeling the structural discontinuities of human interactions.

Scientific reports, 7(1):1–11.



Masucci, A. P., Serras, J., Johansson, A., and Batty, M. (2013).

Gravity versus radiation models: On the importance of scale and heterogeneity in commuting flows.





Physical Review E, 88(2):022812.



Mathian, H., Berroir, S., Sanders, L., and Saint-Julien, T. (2004).

Mobilités et polarisations: vers des métropoles polycentriques. Le cas des métropoles francilienne et méditerranéenne.

PhD thesis, MELT; Plan Urbanisme Construction Architecture.

-  Pumain, D. and Saint-Julien, T. (2010).
Analyse spatiale: les localisations.
Armand Colin.
-  Simini, F., González, M. C., Maritan, A., and Barabási, A.-L. (2012).
A universal model for mobility and migration patterns.
Nature, 484(7392):96–100.
-  Stouffer, S. A. (1940).
Intervening opportunities: a theory relating mobility and distance.
American sociological review, 5(6):845–867.
-  Wilson, A. G. (1971).
A family of spatial interaction models, and associated developments.
Environment and Planning A, 3(1):1–32.