

## Chapitre 2

# T.P. 2 : Modélisation, simulation et commande numérique d'un axe de positionnement feedback

### Sommaire

---

<b>2.1 Préparation du TP (à préparer avant la séance) . . . . .</b>	<b>11</b>
2.1.1 Description du dispositif expérimental . . . . .	11
2.1.2 Modélisation dynamique de la partie opérative . . . . .	11
2.1.3 Asservissement analogique de position . . . . .	15
2.1.4 Asservissements numériques de position . . . . .	15
<b>2.2 Simulations et contrôles numériques de la maquette (à faire pendant la séance) . . . . .</b>	<b>15</b>
2.2.1 Simulations numériques . . . . .	15
<b>2.3 Identification expérimentale de la partie opérative . . . . .</b>	<b>16</b>
2.3.1 Asservissement de position par PID . . . . .	16
2.3.2 Limites des PID et amélioration de la commande . . . . .	17

---

Le but de ce T.P. est de modéliser, simuler et réaliser la commande numérique d'un axe de positionnement feedback représentant une grue à portique (utilisée dans les ports) ou un pont roulant (utilisé dans les usines). Ce T.P. portera sur l'étude du moteur et de toute la chaîne de transmission mécanique afin de pouvoir modéliser le comportement dynamique complet de la maquette de T.P. Dans un premier temps, une étude théorique du système sera réalisée puis celle-ci sera complétée par une modélisation numérique sous *Matlab Simulink*. Dans un second temps, des mesures seront réalisées sur le banc expérimental afin d'en extraire les paramètres du modèle. Enfin, une mise en œuvre expérimentale de différentes commandes numériques sera réalisée et les résultats expérimentaux seront comparés aux résultats théoriques.

## Partie A

### 2.1 Préparation du TP (à préparer avant la séance)

#### 2.1.1 Description du dispositif expérimental

La maquette de T.P. (cf. FIG 2.1) est constituée d'un ordinateur PC équipé du logiciel *Matlab* (toolbox Simulink, Real Time Workshop et Real Time Windows Target) ainsi que des pilotes du constructeur *feedback* pour la carte PCI entrées/sortie *Advantech*. Un boîtier *feedback* contient des interfaces et l'électronique de puissance permettant de piloter la partie opérative (gestion des capteurs et amplification de puissance).

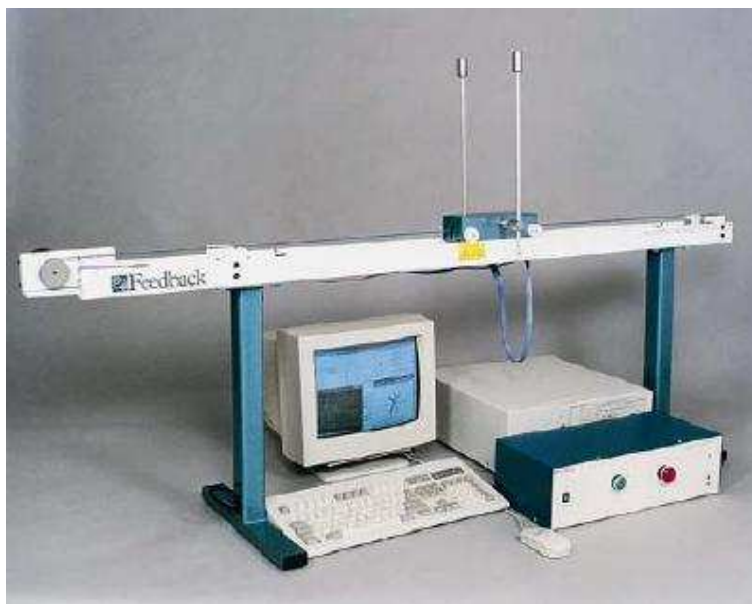


FIGURE 2.1 – Photographie de la maquette de TP.

La partie opérative est constituée des éléments suivants :

- un moteur à courant continu de marque *Crouzet 82850002* ;
- un système de transmission et de conversion du mouvement de type pignon/courroie crantée entraînant un chariot en translation ;
- un codeur incrémental sur le moteur et un autre sur le balancier de la grue ;
- différents capteurs tout ou rien (fins de course) ;
- un balancier avec des masses réglables permettant de simuler les cables d'une grue à portique (inutilisé dans ce TP).

Ces différents éléments sont représentés sur les schémas de la FIG. 2.2.

#### 2.1.2 Modélisation dynamique de la partie opérative

Le schéma structurel de la partie opérative est représenté sur la FIG. 2.3. Le premier élément de la partie opérative est un convertisseur numérique/analogique (CNA ou DAC) dont l'entrée est un signal discret  $u_k$  provenant de la partie commande et la sortie un signal

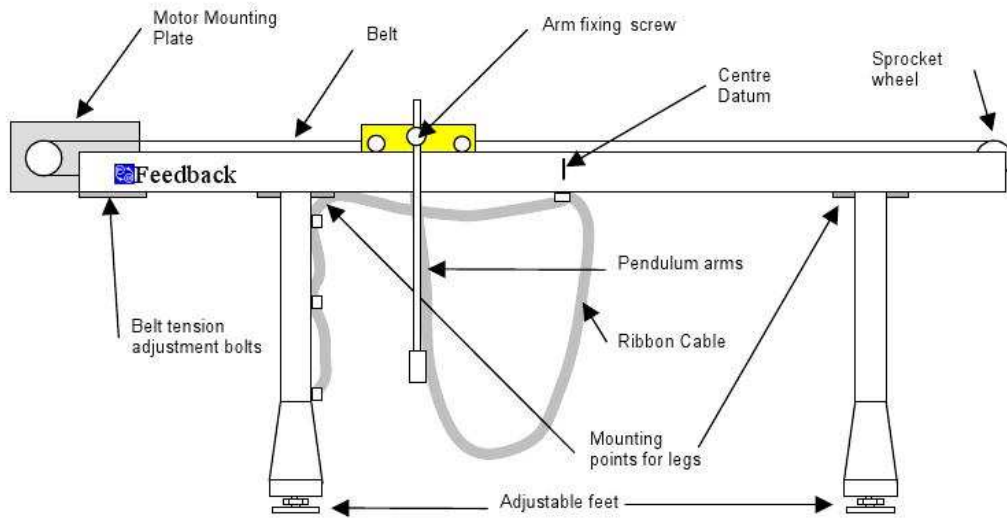
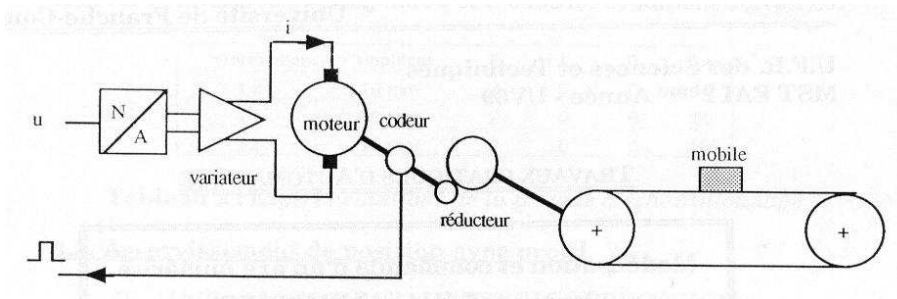
FIGURE 2.2 – Description de la maquette *feedback*.

FIGURE 2.3 – Schéma structurel de la partie opérative.

analogique de commande  $u(t)$ . Ce signal pilote un variateur de vitesse (un amplificateur de puissance) qui applique une tension d'alimentation variable  $u_m(t)$  à un moteur à courant continu. La position de l'axe du moteur est mesurée au moyen d'un codeur incrémental qui renvoie une information numérique de position à la carte de commande. L'arbre moteur entraîne un système poulie/courroie crantée qui transforme le mouvement de rotation en un mouvement de translation. Cette courroie entraîne le chariot mobile. Pour modéliser le système complet, en plus du moteur à courant continu, il est nécessaire d'inclure le variateur (l'amplificateur de puissance) ainsi que le système de transmission du mouvement du système de positionnement.

### Modélisation du moteur

Un moteur électrique à courant continu est un système de conversion d'énergie électromécanique qui peut être modélisé par le schéma-bloc de la FIG. 2.4.

Les grandeurs  $U_m(s)$ ,  $I(s)$ ,  $E(s)$ ,  $\Omega_m(s)$ ,  $C_m(s)$  et  $C_c(s)$  sont respectivement les trans-

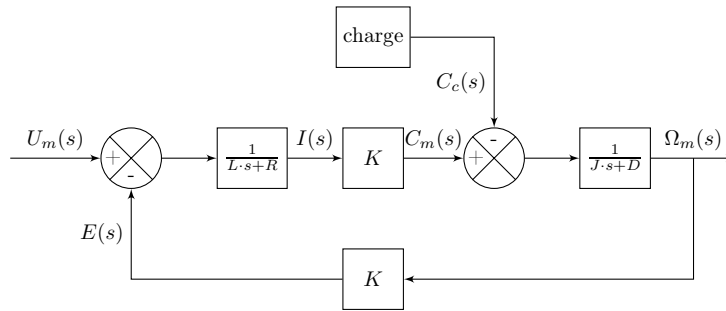


FIGURE 2.4 – Schéma-bloc d'un moteur à courant continu.

formées de Laplace de la tension d'alimentation du moteur  $u_m(t)$ , de son courant  $i(t)$ , de sa fem induite  $e(t)$ , de sa vitesse de rotation  $\omega_m(t)$ , de son couple moteur  $c_m(t)$  et enfin du couple résistant appliqué par la charge  $c_c(t)$ . Les paramètres du moteur sont fournis par le constructeur et sont reportés dans le tableau de la FIG. 2.5. Pour le moteur seul (sans système de transmission), nous avons  $J = J_m$  et  $D = D_m$ .

Limites de Fonctionnement	$u_{max}$ 24 V	$i_{max}$ 9,6 A	$\omega_{max}$ 4050 tr/min
Caractéristiques électriques	$K$ $52 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m/A}$	$R$ 2,5 $\Omega$	$L$ 2,5 mH
Caractéristiques mécaniques	$J_m$ $14 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$D_m$ $1,07 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m/rad} \cdot \text{s}^{-1}$	

FIGURE 2.5 – Données constructeur du moteur Crouzet.

**Question 2.1** *Estimez les dynamiques mises en jeu dans ce moteur (constantes de temps) et choisissez une période d'échantillonnage  $h$  permettant de simuler numériquement son fonctionnement.*

### Modélisation du variateur

Le variateur sera modélisé dans un premier temps comme un gain pur de valeur  $K_{ap}$ . Cette modélisation pourra être complétée par la suite si ce modèle n'est pas suffisant.

### Modélisation de la transmission mécanique

La transmission mécanique de cette maquette est un système de transformation du mouvement rotation/translation à l'aide d'un pignon et d'une courroie crantée. Celui-ci permet d'adapter la vitesse de la charge  $v_c(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} V_c(s)$  à la vitesse du moteur  $\omega_m(t)$  par le choix d'un rapport de transmission  $T$  qui dépend des dimensions des engrenages et des roues dentées :

$$T = \frac{v_c(t)}{\omega_m(t)} \Rightarrow v_c(t) = T \cdot \omega_m(t) \quad (2.1)$$

**Question 2.2** *En fonction du diamètre  $d$  de la roue dentée du système de transmission et du nombre de dents quelle possède, exprimez  $T$  en m/rad et de l'inertie du pignon  $J_p$  en*

considérant la masse volumique de l'aluminium égale à  $2700 \text{ kg/m}^3$ . En salle de TP, relevez les mesures nécessaires pour estimer la valeur de  $T$  puis comparez la valeur de  $T$  avec celle utilisée par le pilote feedback de la carte PCI ( $1 \text{ tour} \rightarrow 0,156 \text{ m}$ ) et l'inertie  $J_p$  à celle du moteur. Que pouvez vous en conclure ?

Ce système de transmission du mouvement n'étant pas parfait, on considérera qu'il a un rendement  $\eta = 0,8$ . Ainsi, seule une partie de la puissance fournie par le moteur  $p_m(t) = \omega_m(t) \cdot c_c(t)$  peut être transmise à la charge  $p_c(t) = v_c(t) \cdot f_c(t)$ , de sorte que le couple de charge appliqué sur le moteur  $c_c(t)$  dépend de la force appliquée sur la charge  $f_c(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F_c(s)$  via la relation :

$$p_c(t) = \eta \cdot p_m(t) \Rightarrow c_c(t) = \frac{T}{\eta} \cdot f_c(t) \quad (2.2)$$

En plus des effets précédents, un calcul des énergies cinétiques et des énergies de dissipation permet de montrer que le système de transmission du mouvement modifie les inerties et les coefficients de frottement rapportés sur le moteur. Ainsi, si  $J_p$ ,  $M_c$  et  $D_c$  sont respectivement l'inertie du pignon, la masse et le coefficient de frottement visqueux de la charge entraînée, nous avons :

$$\begin{aligned} J &= J_m + J_p + M_c \cdot T^2 \\ D &= D_m + D_c \cdot T^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

### Modélisation du système complet

Pour positionner le chariot, ce n'est pas sa vitesse  $v_c(t)$  qui doit être contrôlée mais sa position, c'est-à-dire  $x_c(t) = \int_{-\infty}^t v_c(\tau) d\tau \xrightarrow{\mathcal{L}} X_c(s) = \frac{V_c(s)}{s}$ .

**Question 2.3** Montrez que le schéma-bloc du système complet de positionnement peut être représenté par celui de la FIG. 2.6 et expliquez la provenance de chacun des éléments de ce schéma.

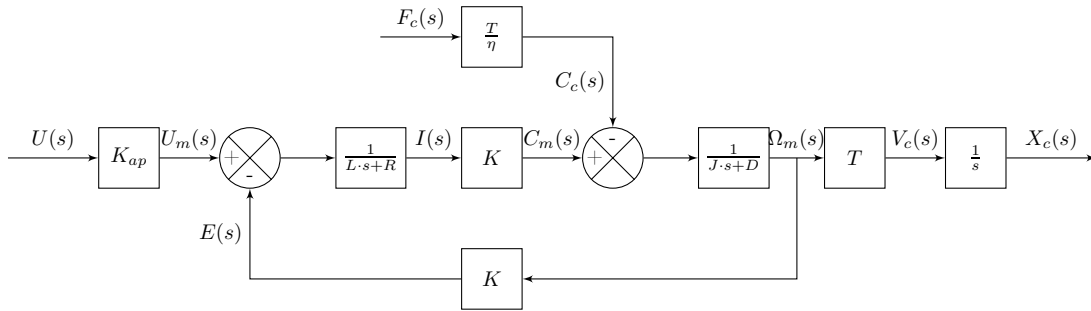


FIGURE 2.6 – Schéma-bloc complet du système de positionnement.

**Question 2.4** Dans le cas où l'influence de l'effort de charge et la dynamique électrique peuvent être négligées ( $f_c(t) \approx 0$  et  $L \approx 0$ ), calculez la fonction de transfert en position du système complet de positionnement :

$$G_x(s) = \frac{X_c(s)}{U(s)} \quad (2.4)$$

### 2.1.3 Asservissement analogique de position

Les correcteurs utilisés par la maquette de T.P. sont des correcteurs numériques, cependant si la période d'échantillonnage  $h$  est suffisamment petite, ces correcteurs se comportent *sensiblement* comme des correcteurs analogiques. Ils sont alors qualifiés de correcteur *pseudo-continu*. La réalisation numérique des correcteurs permet de développer des correcteurs plus complexes que de simples PID, cependant, les PID numériques sont tout de même très utilisés car ils sont robustes et assez faciles à régler.

**Question 2.5** *Rappelez la fonction de transfert d'un correcteur analogique PID et expliquez à quoi servent les différents éléments le composant. Proposez une méthode permettant de régler un système de commande en boucle fermée utilisant un PID.*

### 2.1.4 Asservissements numériques de position

**Question 2.6** *Montrez que la formule de récurrence suivante entre la commande discrète  $u_k$  et l'erreur de position discrète  $\varepsilon_k$  pour  $k \in \mathbb{N}$  correspond à la numérisation d'un correcteur PID et indiquez l'approximation conduisant à cette numérisation :*

$$\begin{cases} u_k = K_p \cdot \varepsilon_k + K_d \cdot (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}) + I_k \\ I_k = I_{k-1} + K_i \cdot \varepsilon_k \end{cases} \quad (2.5)$$

**Question 2.7** *Trouvez la fonction de transfert discrète du correcteur PID numérique correspondant à cette équation de récurrence.*

**Question 2.8** *Calculez la fonction de transfert discrète exacte  $H(z)$  de la partie opérative modélisée par la fonction de transfert  $G_x(s)$  lorsque celle-ci est précédée d'un bloqueur d'ordre 0. Calculez la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement de position incluant cette fonction de transfert  $H(z)$  et le correcteur numérique PID précédent.*

## 2.2 Simulations et contrôles numériques de la maquette (à faire pendant la séance)

### 2.2.1 Simulations numériques

Les simulations seront réalisées à l'aide de Matlab/Simulink qui permet de décrire graphiquement par schéma-blocs des systèmes dynamiques et de simuler leurs évolutions temporelles à l'aide d'algorithmes de différences finies. Pour ce système, vous choisirez un schéma numérique d'Euler (explicite/avant) à pas constant. Les paramètres de simulation de Simulink peuvent être choisis en cliquant sur les menus **Simulation**  $\Rightarrow$  **Configuration Parameters**. La période d'échantillonnage  $h$  correspond au paramètre de réglage **step size** ou **sample time**.

**Question 2.9** *Simulez le schéma-bloc de la Fig. 2.4 lorsqu'il est soumis à un échelon de tension  $u_m(t)$  de 24 V appliqué à  $t = 0$  seconde ainsi qu'à un échelon de couple de charge  $c_c(t)$  de  $5 \cdot 10^{-3}$  N.m appliqué à  $t = 0,05$  seconde pour un pas d'échantillonnage  $h$  convenablement choisi. Effectuez ensuite cette simulation pour un pas  $h$  trop grand. Comparez les deux résultats obtenus.*

**Question 2.10** *Que pouvez vous dire de la réponse indicielle du moteur par rapport à la réponse indicielle d'un système du premier et du second ordre ? Comparez les réponses obtenues à celles que vous avez en négligeant la dynamique électrique devant la dynamique mécanique,*

*c'est-à-dire en négligeant l'inductance ( $L = 0$ ). Est ce que l'approximation retenue est correcte ? Pourquoi ? Quand est-ce qu'elle ne l'est pas ?*

**Question 2.11** *Refaites les simulations du comportement dynamique mais pour le système complet (ampli, moteur, transmission et charge : schéma-bloc de la Fig. 2.6) en utilisant les paramètres suivants :  $K_{ap} = 10$ ,  $D_c = 0$ ,  $M_c = 1$  kg,  $f_c = 1$  N et  $u(t)$  correspondant à un échelon de 2 V. Vérifiez qu'en présence d'une transmission de coefficient  $T$  faible, l'influence de l'effort  $f_c(t)$  est négligeable. Que constatez vous sur la dynamique de la réponse en vitesse par rapport à celle du moteur seul sans la transmission mécanique ? Expliquez pourquoi.*

## Partie B

### 2.3 Identification expérimentale de la partie opérative

Dans la pratique, certains paramètres du modèle précédent ne sont pas toujours disponibles. Dans ce cas, il est possible d'avoir recours à une identification expérimentale pour obtenir les fonctions de transfert du système. Dans cette maquette, nous ne connaissons ni le gain de l'amplificateur de puissance ni les valeurs de certains paramètres mécaniques tels que les coefficients de frottements visqueux ou certaines inerties. Lorsque le chariot est placé sur ces roues, l'effort  $f_c(t)$ , qui correspond sensiblement aux frottements secs, peut être négligé. En relevant la position du chariot en fonction de la consigne appliquée en entrée de l'amplificateur de puissance, il est alors possible de déterminer les fonctions de transfert en position et en vitesse de la partie opérative.

La maquette de T.P. est équipée d'un codeur incrémental. Ce dernier est *un capteur de position numérique relatif*. C'est-à-dire qu'il fournit une information numérique (un nombre) en fonction du déplacement angulaire réalisé. Dans la maquette *feedback*, il s'agit d'un codeur 2048 impulsions par tour de moteur. L'information étant relative, il est nécessaire de réaliser une prise d'origine. Pour cette maquette, l'origine est prise à la position initiale du chariot à la mise en route du programme de contrôle en temps réel. L'information de vitesse sera reconstruite/estimée par dérivation numérique et filtrage de l'information de position mesurée par ce codeur incrémental.

**Question 2.12** *Réalisez un essai de réponse indicielle en appliquant un échelon de tension en entrée de l'amplificateur de puissance  $u(t) = U_0 \cdot \mathcal{U}(t)$  avec  $U_0 = 0, 1$  et relevez la réponse en position du moteur. Attention, le système de commande en position en boucle ouverte est un système instable et une entrée en échelon conduit à une réponse divergente qui peut endommager la maquette de TP (arrivée violente en butée). Réalisez cet essai avec précaution. Estimez la vitesse correspondante du chariot par un traitement numérique de l'information de position.*

**Question 2.13** *À l'aide de cet essai, identifiez la fonction de transfert en vitesse  $G_v(s) = \frac{V_c(s)}{U(s)}$  et en position  $G_x(s) = \frac{X_c(s)}{U(s)}$  de la partie opérative et déterminez les paramètres manquant dans la modélisation de la partie opérative.*

#### 2.3.1 Asservissement de position par PID

**Question 2.14** *En utilisant les fonctions de transfert identifiées expérimentalement, proposez un schéma-bloc pour réaliser une simulation de l'asservissement de position de la maquette en utilisant un correcteur PID analogique (pseudo-continu) et numérique. À l'aide de la méthode de votre choix (Ziegler-Nichols, essai-erreur, marge de gain et/ou de phase,...) et de*

*simulations sous Simulink, cherchez des valeurs du correcteur PID permettant d'obtenir une réponse correcte.*

**Question 2.15** *Une fois ces réglages trouvés en simulation, testez les sur la maquette et relevez les performances de l'asservissement ainsi obtenu (stabilité, temps de réponse à 5%, premier dépassement, ...). Comparez avec les prévisions théoriques obtenues en simulation. Obtenez vous des résultats similaires ? Pourquoi ? Que constatez vous sur la consigne théorique du variateur et comparez avec les limites pratiques de la maquette ? Que pouvez vous en conclure ?*

### 2.3.2 Limites des PID et amélioration de la commande

**Question 2.16** *Testez un correcteur PID utilisant un terme  $D$  uniquement sur la sortie du processus (structure classique des systèmes de régulation). À quoi sert cette modification de structure ?*

**Question 2.17** *Expliquez l'utilité du terme  $I$  dans un correcteur PID ?*

Lorsque le système entre en saturation, c'est à dire quand il est au maximum de ses possibilités et qu'il ne peut fournir plus d'action même en augmentant la commande<sup>1</sup>, l'intégrateur présente le défaut de continuer à intégrer l'erreur donc d'augmenter la commande demandée alors que l'action réalisée est déjà à son maximum. Ainsi, la valeur de l'intégrateur augmente jusqu'à une valeur importante qu'il faudra faire décroître par la suite lorsque l'erreur sera redevenue négative. Ce fonctionnement conduit à un fonctionnement oscillant et à un ralentissement général du système et de ses performances. Afin d'éviter ce défaut, il faut être capable de bloquer ou de limiter l'intégrateur lorsque le système entre en saturation. Un tel dispositif est très souvent présent sur les systèmes de régulation industrielle et s'appelle un *dispositif d'antisaturation du I* ou en anglais un *antireset windup*.

**Question 2.18** *Réalisez et testez un dispositif d'antisaturation du  $I$  sur la maquette. Comparez ces performances avec le système précédent notamment lors de changements brusques de consigne. Comparez également les résultats de simulation avec les mesures expérimentales.*

Le problème de la saturation des actionneurs peut être contourné en utilisant un générateur de profil ou pré-filtre de commande (filtre formeur). Ce dernier situé entre la consigne désirée et la consigne effectivement appliquée permet de faire en sorte que cette dernière soit compatible avec les capacités de l'actionneur, par exemple en limitant les accélérations à des valeurs réalisables par le moteur.

**Question 2.19** *À l'aide des essais en boucle ouverte (attentions aux chocs en butée !) ou de simulations utilisant les paramètres identifiés, trouvez l'accélération maximale du moteur et réglez en conséquence la génération de trajectoire de l'asservissement de position de la maquette. Développez et testez expérimentalement ce dispositif puis relevez les courbes obtenues expérimentalement. Comparez les performances obtenues par cette nouvelle commande en comparaison de la commande en position sans générateur de profil. Donnez vos conclusions sur l'utilité d'un tel dispositif.*

---

1. Le phénomène apparaît sur tous les systèmes réels puisque ceux-ci ne peuvent fournir qu'une énergie limitée donc l'action du système est forcément limitée.