

V204

Wärmeleitung von Metallen

Umut Aydinli
umutaydinli27@gmail.com

Muhammed-Sinan Demir
sinan.demir@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.11.2021

Abgabe: 17.12.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Vorbereitungsaufgaben	4
4 Versuchsaufbau und Versuchdurchführung	6
5 Auswertung	8
6 Diskussion	16
7 Anhang	17
Literatur	17

1 Zielsetzung

In dem Versuch V204 geht es darum, die Wärmeleitfähigkeit von Aluminium, Messing und Edelstahl zu bestimmen.

2 Theorie

Ein Temperaturungleich eines Körpers welcher nicht im Temperaturgleichgewicht ist, kann über drei verschiedene Wärmetransportwege stattfinden. Diese sind Konvektion, Wärmestrahlung und Wärmeleitung. Die Wärmeleitung ist der Wärmetransport, auf welchen man sich in diesem Versuch konzentriert. Dieser Wärmetransport erfolgt über Phononen und frei bewegliche Elektronen, dies bezieht sich speziell auf Festkörper. Es wird ein Stab betrachtet, mit der Länge L , der Querschnittsfläche A , der Materialdichte ρ und einer spezifischen Wärme c . Wenn dieser Stab an einem Ende erhitzt wird, oder wärmer ist als der Rest, so fließt eine Wärmemenge

$$dQ = -\kappa \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x} dt \quad (1)$$

in einer bestimmten Zeit dt durch die Querschnittsfläche A . Das Minus in der Formel (1) steht für die Konvektion, also dem Wärmestrom in die kältere Richtung und das κ für die materialabhängige Wärmeleitfähigkeit des Körpers. Die Wärmestromdichte j_w wird berechnet durch die Formel

$$j_w = -\kappa \cdot \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (2)$$

Durch die Kontinuitätsgleichung kann man die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho \cdot c} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3)$$

aufstellen, welche die Temperaturverteilung in seiner räumlichen und zeitlichen Entwicklung beschreibt. Die Temperaturleitfähigkeit wird durch die Größe $\frac{\kappa}{\rho \cdot c} = \sigma_T$ beschrieben und gibt an wie schnell der Temperaturunterschied ausgeglichen wird. Entscheidend für die Lösung der Wärmeleitungsgleichung sind die Stabgeometrie und die Anfangsbedingungen.

Wenn ein langer Stab abwechselnd erwärmt und abgekühlt wird mit einer Periode T , wird aufgrund der periodischen Temperaturwechsel eine zeitliche sowie räumliche Temperaturwelle

$$T(x, t) = T_{\max} \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} \cdot x} \cdot \cos \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} \cdot x \right) \quad (4)$$

erzeugt und weitergegeben.

Die Temperaturwelle bewegt sich mit der Phasengeschwindigkeit

$$\nu = \frac{\omega}{\kappa} = \omega / \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} = \sqrt{\frac{2\kappa \cdot \omega}{\rho \cdot c}}. \quad (5)$$

Das Amplitudenverhältnis A_{nah} und A_{fern} an den zwei Messstellen x_{nah} und x_{fern} der Welle liefert die Dämpfung der Welle. Wenn angenommen wird, dass $\omega = 2\pi / T^*$ und $\phi = 2\pi \Delta t / T^*$ mit der Phase ϕ und der Periodendauer T^* , folgt die Wärmeleitfähigkeit als

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2\Delta t (A_{\text{nah}} / A_{\text{left}})}. \quad (6)$$

Der Abstand der beiden Messstellen ist gegeben durch Δx und die Phasendifferenz der Temperaturwelle zwischen den beiden Messstellen als Δt .

3 Vorbereitungsaufgaben

Die Vorbereitungsaufgabe für diesen Versuch besteht aus der Recherche von Stoffeigenschaften der drei Metalle und Wasser, die in diesem Versuch benötigt werden. Die drei Metalle sind Edelstahl (V2A), Aluminium und Messing. Die Stoffeigenschaften, welche recherchiert werden sollen, sind Dichte ρ , spezifische Wärme c und Wärmeleitfähigkeit κ .

Tabelle 1

	$\rho / \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$c / \frac{\text{J}}{(\text{kg} \cdot \text{K})}$	$\kappa / \frac{\text{W}}{(\text{m} \cdot \text{K})}$
Wasser [2]	1000	4187	0,6
Edelstahl [5][7]	8000	477	15
Aluminium [5][4][1]	2700	888	237
Messing [5][4][3]	8400	377	120

4 Versuchsaufbau und Versuchdurchführung

Für den ganzen Versuch werden folgende Materialien benötigt:
ein Labornetzgerät, zwei Kabel, zwei Isolatoren, ein Usb-Stick, ein „Temperatur Array“, eine Stoppuhr, ein Datenlogger und eine Platte.

Auf der Platte, gezeigt in Abbildung 2, sind vier Stäbe (Messing(schmal), Messing(breit), Aluminium, Edelstahl(V2A)), welche jeweils zwei Thermoelemente haben. In der Mitte dieser vier Stäben ist ein Peltierelement. Oben links befindet sich der Anschluss für das „Temperatur Array“. Oben rechts befinden sich die Anschlüsse für das Labornetzgerät und ein Schalter, der auf „heatöder „cool“gestellt werden kann.

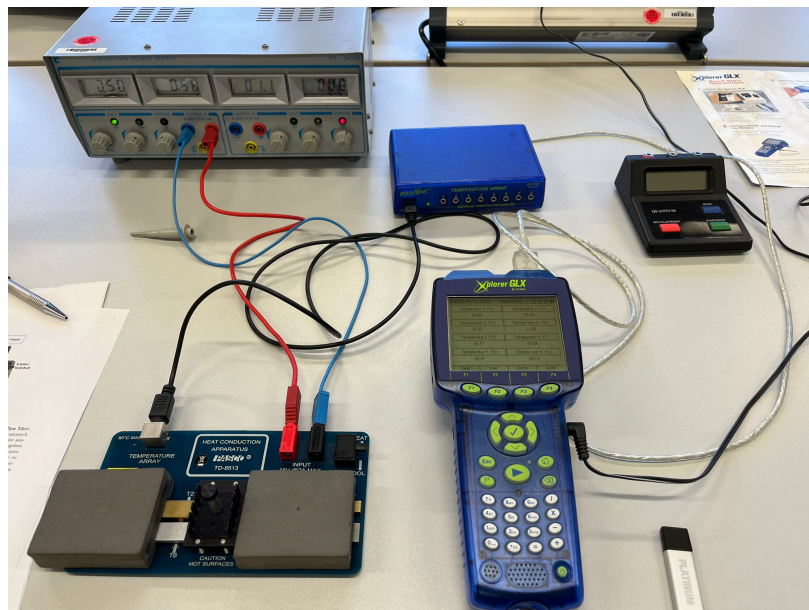


Abbildung 1: Die Abbildung der ganzen Versuchsmaterialien aufgebaut.

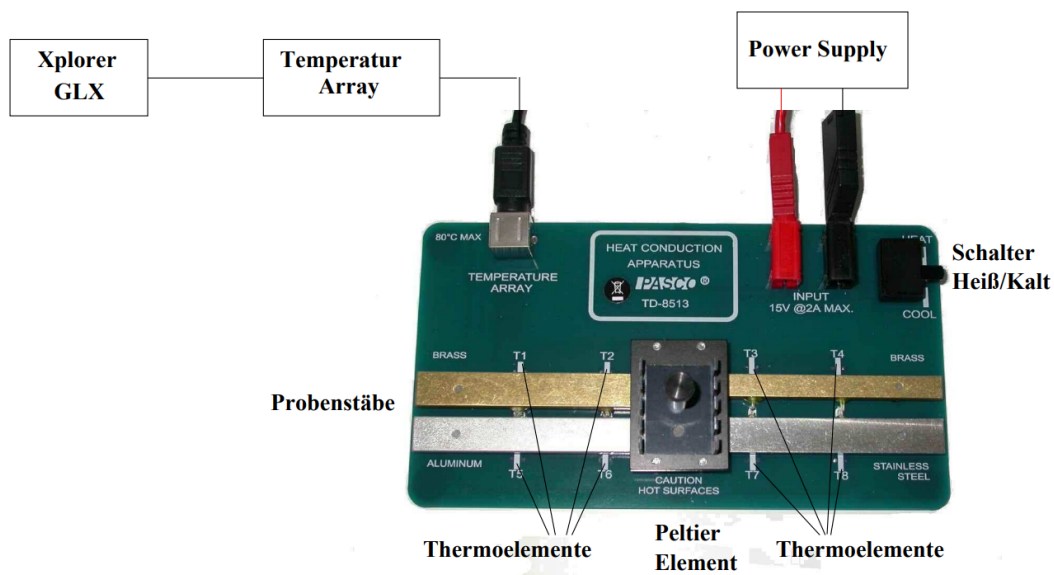


Abbildung 2: Eine Abbildung der Platte die in dem Versuch verwendet wird. [6, S. 3]

Der Aufbau sieht wie folgt aus:

Das eine Kabelende wird an das Labornetzgerät und das andere an die Platte angeschlossen. Das Temperature Array wird mit der Platte verbunden und das „Temperatur Array“ mit dem Datenlogger. Der Schalter ist bei jedem Versuchsbeginn immer auf „Kalt/Cool“ zu stellen. Der Aufbau ist ebenfalls in Abbildung 1 gezeigt.

Für den ersten Arbeitsauftrag soll der zeitliche Verlauf der Temperaturänderung für alle vier Stäbe untersucht werden.

Dafür wird der Versuchsaufbau, wie in Abbildung 1 gezeigt, verwendet. Zunächst wird der Datenlogger eingestellt auf die Abtastrate, in welchen Zeitabständen die Werte ermittelt werden $x = 5$ s, und alle auf ihm zuvor gespeicherten Werte gelöscht. Danach wird die jeweilige Spannung an dem Labornetzgerät eingestellt, die auch benutzt werden soll. Wichtig hierbei zu beachten ist, dass die Stäbe beim Start der Messung mit dem Isolator bedeckt werden. Die Messung wird solange durchgeführt, bis das Thermoelement $T7$ ungefähr eine Temperatur von 45°C erreicht. Danach wird der Schalter wieder auf „Kalt/Cool“ gestellt.

Als nächstes werden mit dem selben Versuchsaufbau die Stäbe in einem Zeitintervall von jeweils 40 s erhitzt und abgekühlt. Beim Erhitzen, wenn der Schalter auf „Heiß/Heat“ steht, wird der Isolator auf die Stäbe platziert und beim Abkühlen, wenn der Schalter auf „Kalt/Cool“ abgenommen. Die Messung wird für 10 Perioden wiederholt. Eine Periode besteht aus 80 s, 40 s erhitzen und 40 s abkühlen.

Als letztes wird der vorherige Versuch wiederholt, jedoch mit einer anderen Periode und einer anderen Messzeit. Es wird solange gemessen bis eines der Thermoelemente eine Temperatur von 80°C anzeigt. Die dabei vergehenden Perioden werden festgehalten. Eine Periode besteht nun aus 200 s, also 100 s erhitzen und 100 s abkühlen.

5 Auswertung

Statische Methode

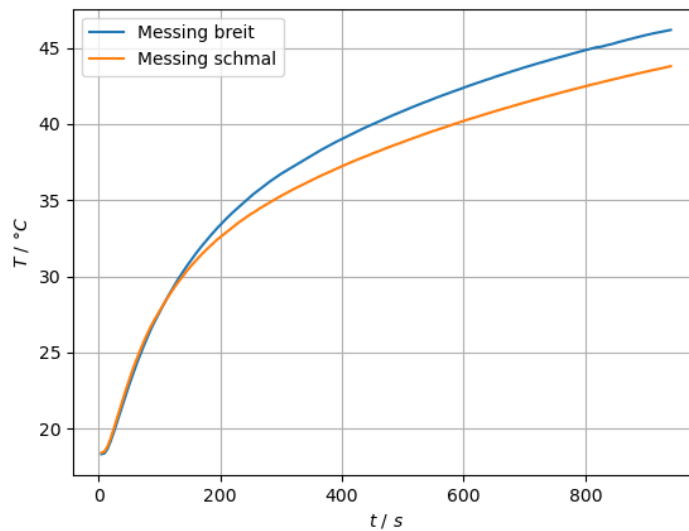


Abbildung 3: Die Abbildung der zeitlichen Temperaturverläufe, mit der statischen Methode, von dem breiten Messingstab (T_1) und dem schmalen Messingstab (T_4).

Die Graphen, sowohl T_1 und T_4 , steigen exponentiell. Ab einer Zeit von ungefähr 125 s trennen sich die Graphen, dabei steigt der breite Messingstab (T_1) stärker an als der schmale Messingstab (T_4), doch die Verlaufskurven ähneln sich.

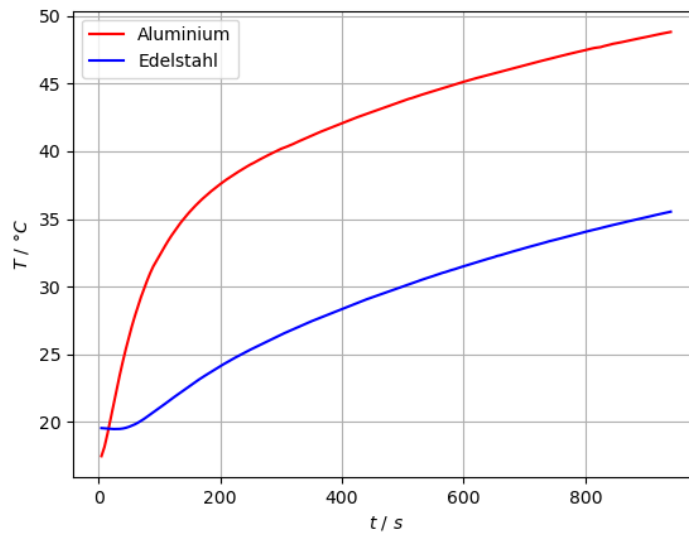


Abbildung 4: Die Abbildung der zeitlichen Temperaturverläufe, mit der statischen Methode, von dem Aluminiumstab (T_5) und dem Edelstahlstab (T_8).

Die Verläufe der Graphen verhalten sich in Abbildung 4 unterschiedlich, wobei die Temperatur des Aluminiumstabes (T_5) exponentiell ansteigt und nach längerer Zeit abflacht. Der Edelstahlstab (T_8) ist am Anfang abgeflacht und nimmt dann nach zunehmender Zeit wieder zu. Die Temperatur des Edelstahlstabes ist deutlich niedriger als die des Aluminiumstabes.

Die Temperaturen, die nach 700 s gemessen werden:

$$\begin{aligned}
 T_1 &= 317,15 \text{ K} = 44^\circ\text{C} \\
 T_4 &= 314,65 \text{ K} = 41,50^\circ\text{C} \\
 T_5 &= 319,53 \text{ K} = 46,38^\circ\text{C} \\
 T_8 &= 306,65 \text{ K} = 33,50^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

Wie zu erkennen, hat das Thermoelement T_5 (Aluminiumstab) nach 700 s die höchste Temperatur erreicht. Daraus folgt, dass der Aluminiumstab die beste Wärmeleitung besitzt.

Um den Wärmestrom zu bestimmen, werden jeweils die Temperaturen der Differenz $T_2 - T_1$ und $T_7 - T_8$ zu fünf verschiedenen Zeiten bestimmt. Der Abstand der

Thermo-Elemente beträgt $\Delta x_{\text{Edelstahl, Messing}} = (0,035 \pm 0,000) \text{ m}$. Die jeweiligen Werte von κ werden aus den Vorbereitungsaufgaben entnommen und die Fläche A aus dem Versuchsblatt [6]. Der Wärmestrom lässt sich durch die Formel 1 berechnen.

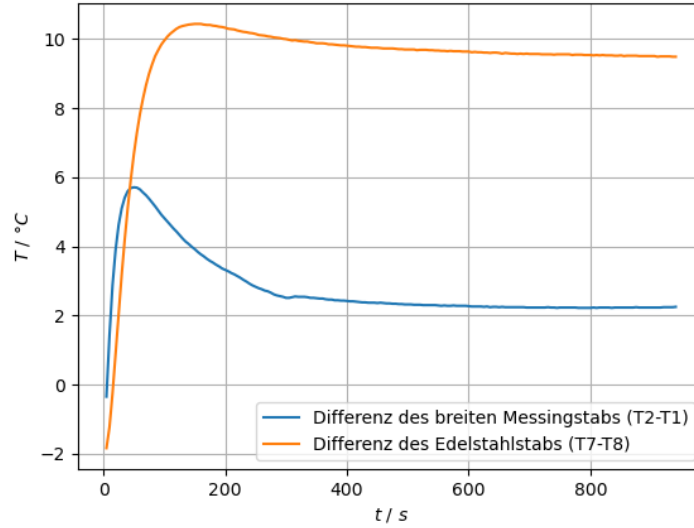


Abbildung 5: Die Differenz der beiden Thermoelementen von dem breiten Messingstab und dem Edelstahlstab.

$$\kappa_{\text{Aluminium}} = 237 \frac{\text{W}}{(\text{m K})}$$

$$\kappa_{\text{Edelstahl}} = 15 \frac{\text{W}}{(\text{m K})}$$

$$\kappa_{\text{Messing}} = 120 \frac{\text{W}}{(\text{m K})}$$

$$A_{\text{Messing(breit), Edelstahl(breit), Aluminium}} = 4,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Messing(schmal)}} = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$\Delta x_{\text{Alle Stäbe}} = (0,035 \pm 0,000) \text{ m}$$

Tabelle 2: Der Wärmestrom pro Zeit der jeweiligen Temperaturdifferenz.

Messzeit t / s	$T_2 - T_1$ / K	$\frac{\Delta Q_{\text{Messing(breit)}}}{\Delta t}$ / W	$T_7 - T_8$ / K	$\frac{\Delta Q_{\text{Edelstahl}}}{\Delta t}$ / W
100	4,7	-0,7734	10,0	-0,2057
200	3,3	-0,5430	10,4	-0,2139
400	2,4	-0,3949	9,7	-0,1968
600	2,3	-0,3785	9,55	-0,1964
800	2,2	-0,3620	9,53	-0,1960

Tabelle 3: Der Wärmestrom pro Zeit der jeweiligen Temperaturdifferenz.

Messzeit t / s	$T_6 - T_5$ / K	$\frac{\Delta Q_{\text{Aluminium}}}{\Delta t}$ / W	$T_3 - T_4$ / K	$\frac{\Delta Q_{\text{Messing(schmal)}}}{\Delta t}$ / W
100	3	-0,9750	5,54	-0,5318
200	1,90	-0,6175	4,63	-0,4444
400	1,54	-0,5005	3,54	-0,3398
600	1,50	-0,4875	3,50	-0,3360
800	1,48	-0,4810	3,45	-0,3312

Beide Graphen verhalten sich am Anfang ähnlich, sie nehmen beide stark zu. Doch der Messingstab besitzt ungefähr bei 5 °C einen Hochpunkt. Die Temperatur sinkt ab dem Punkt und bildet eine Asymptote bei ungefähr 2 °C. Verglichen mit dem Edelstahlstab, nimmt der exponentiell zu um ungefähr 11 °C und bildet einen kleinen Hochpunkt. Wie beim Messingstab, verhält sich der Edelstahlstab asymptotisch bei ungefähr 9,5 °C mit ausnehmender Zeit.

Dynamische Methode

In diesem Teil werden die Temperaturverläufe periodisch dargestellt und daraus die Wärmeleitfähigkeit κ bestimmt. Dazu werden die Elemente, Messing und Aluminium, bei einer Periode von jeweils 80 s erhitzt und gekühlt. Die Amplituden, A_{Nah} und A_{Fern} , sowie die Phasendifferenz Δt , werden abgelesen, gemittelt und die dazugehörige Abweichung bestimmt. Die Wärmeleitfähigkeit wird mit der Formel 6 bestimmt. Die Materialkonstanten werden entnommen aus, dem Arbeitsblatt [6].

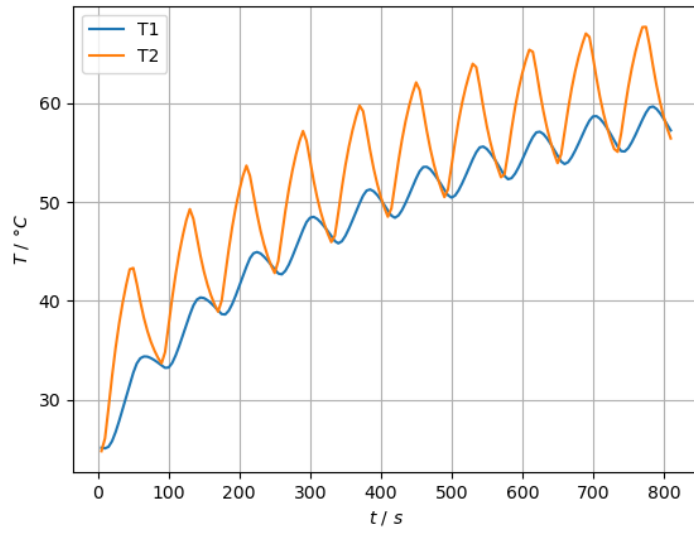


Abbildung 6: Die Abbildung der zeitlichen Temperaturverläufe, mit der dynamischen Methode, der beiden Thermoelementen von dem breiten Messingstab.

$$\rho_{\text{breiter Messing}} = 8520 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$c_{\text{breiter Messing}} = 385 \frac{\text{J}}{(\text{kg K})}$$

$$\Delta x = (0,035 \pm 0,000) \text{ m}$$

Tabelle 4: Der Temperaturverlauf eines Messingstabes bei einer Periodendauer von 80 s.

$A_{\text{Nah}} / \text{K}$	$A_{\text{Fern}} / \text{K}$	$\ln\left(\frac{A_{\text{Nah}}}{A_{\text{Fern}}}\right)$	Phasendifferenz $\Delta t / \text{s}$
7,69	3,84	0,69	12,20
8,07	3,07	0,96	16,65
7,30	3,03	0,87	12,20
6,90	2,96	0,84	12,20
6,88	2,46	1,02	11,65
10,0	3,17	1,14	27,75
6,92	2,69	0,94	16,70
6,73	2,30	1,07	12,21
7,30	2,34	1,13	10,99
7,50	2,26	1,19	8,88

$$\begin{aligned}
A_{\text{Nah}} &= (7,529 \pm 1,055) \text{ K} \\
A_{\text{Fern}} &= (2,812 \pm 0,499) \text{ K} \\
\Delta t &= (14,143 \pm 1,053) \text{ s} \\
\ln\left(\frac{A_{\text{Nah}}}{A_{\text{Fern}}}\right) &= (0,985 \pm 0,156)
\end{aligned}$$

Daraus folgt für κ aus der Formel (6)

$$\kappa = (144,221 \pm 2,962) \frac{\text{W}}{(\text{m K})}.$$

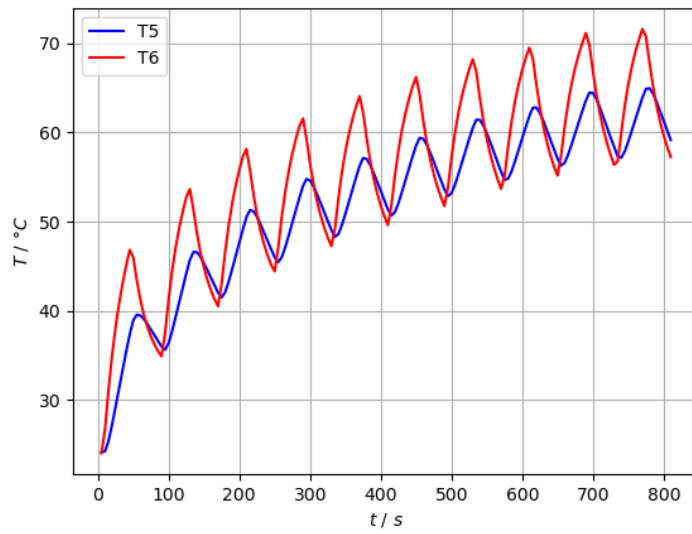


Abbildung 7: Die Abbildung der zeitlichen Temperaturverläufe, mit der dynamischen Methode, der beiden Thermoelementen von dem Aluminiumstab.

$$\rho_{\text{Aluminiumstab}} = 2800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$c_{\text{Aluminiumstab}} = 830 \frac{\text{J}}{(\text{kg K})}$$

$$\Delta x = (0,035 \pm 0,000) \text{ m}$$

Tabelle 5: Der Temperaturverlauf eines Aluminiumstabes bei einer Periodendauer von 80 s.

$A_{\text{Nah}} / \text{K}$	$A_{\text{Fern}} / \text{K}$	$\ln \left(\frac{A_{\text{Nah}}}{A_{\text{Fern}}} \right)$	Phasendifferenz $\Delta t / \text{s}$
10,00	5,41	0,61	10,54
9,16	4,16	0,78	7,70
8,75	4,12	0,75	11,10
8,41	4,08	0,72	9,43
8,30	4,00	0,72	9,80
10,41	6,60	0,45	11,10
8,20	4,17	0,67	10,54
8,70	4,12	0,74	9,43
8,31	4,20	0,68	10,87
7,49	4,15	0,59	11,65

$$A_{\text{Nah}} = (8,772 \pm 0,874) \text{ K}$$

$$A_{\text{Fern}} = (4,501 \pm 0,853) \text{ K}$$

$$\Delta t = (10,216 \pm 1,146) \text{ s}$$

$$\ln \left(\frac{A_{\text{Nah}}}{A_{\text{Fern}}} \right) = (0,671 \pm 0,098)$$

Daraus folgt für κ , mit der Formel (6)

$$\kappa = (207,653 \pm 2,517) \frac{\text{W}}{(\text{m K})}.$$

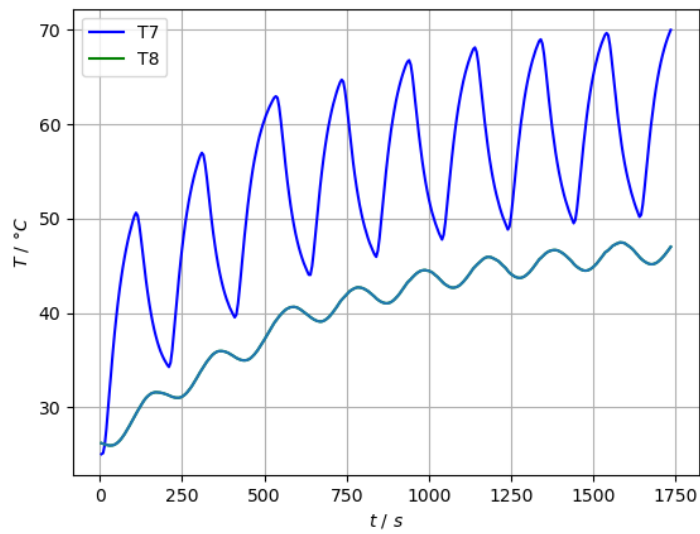


Abbildung 8: Die Abbildung der zeitlichen Temperaturverläufe, mit der dynamischen Methode, der beiden Thermoelementen von dem Edelstahlstab.

$$\rho_{\text{Edelstahlstab}} = 8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$c_{\text{Edelstahlstab}} = 385 \frac{\text{J}}{(\text{kg K})}$$

$$\Delta x = (0,035 \pm 0,000) \text{ m}$$

Tabelle 6: Der Temperaturverlauf eines Edelstahlstabes bei einer Periodendauer von 200 s.

$A_{\text{Nah}} / \text{K}$	$A_{\text{Fern}} / \text{K}$	$\ln \left(\frac{A_{\text{Nah}}}{A_{\text{Fern}}} \right)$	Phasendifferenz $\Delta t / \text{s}$
11,20	1,68	1,89	51,13
12,10	1,92	1,83	48,86
10,40	1,52	1,92	52,30
10,00	1,40	1,96	53,30
11,90	1,60	2,00	46,60
12,80	2,48	1,64	47,71
11,60	1,52	2,03	46,44
11,08	1,60	1,93	49,98

$$\begin{aligned}
A_{\text{Nah}} &= (11,385 \pm 1,06) \text{ K} \\
A_{\text{Fern}} &= (1,715 \pm 0,343) \text{ K} \\
\Delta t &= (49,54 \pm 1,79) \text{ s} \\
\ln\left(\frac{A_{\text{Nah}}}{A_{\text{Fern}}}\right) &= (1,9 \pm 0,122)
\end{aligned}$$

Daraus folgt nach der Formel (6)

$$\kappa = (20,19 \pm 0,748) \frac{\text{W}}{(\text{m K})}.$$

6 Diskussion

Bei der statischen Methode fällt auf, dass alle einen ähnlichen Verlauf darstellen z.B. die Graphen steigen exponentiell auf und flachen sich mit der Zeit ab. Bei der dynamischen Methode spiegelt sich der periodische Verlauf vom Erhitzen und Abkühlen wieder. Beim Erhitzen sind die Peaks der Amplituden deutlich stärker, beim Abkühlen schwächer, jedoch sieht die Art und Weise des Verlaufs ähnlich aus. Folgende Abweichung von den Literaturwerten [1] [2] [3] [4] [5] [7] liegen vor:

Tabelle 7

	<i>Abweichungen</i>
Messingstab	20,18 %
Aluminiumstab	12,38 %
Edelstahlstab	34,60 %

Zum einen lässt sich die Fehlerquelle auf das Ablesen hinweisen, da die Werte der Temperaturen sowie die Messung de Amplituden aus den Grafiken entnommen werden. Zum anderen stellt das Messgerät ebenso eine Fehlerquelle dar, da sie veraltet ist und dadurch die Messwerte abweichung können. Das Umschalten zur richtigen Zeit, sowie das Umlegen der Schalter, führt zur Zeitverlusten. Die Proben wurden ebenso nicht komplett von der Isolation ummantelt, was dazu führt, dass die Stäbe trotz Isolation Energie verlieren. Da es sich um ein nicht abgeschlossenes System handelt, nähert sich

die Temperatur der Raumtemperatur an. Eine weitere Möglichkeit wäre, dass das Messgerät nach einer Zeit selber Wärme abgibt, da es sich um ein recht altes Gerät handelt, wodurch dann Fehler bei der Messung entstehen können. Hierbei handelt es sich mehr um systematische Fehler, aber dennoch sind die Werte akzeptabel.

7 Anhang

Literatur

- [1] Chemie.de. *Aluminium*. 2021. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Aluminium.html> (besucht am 11.12.2021).
- [2] Chemie.de. *Eigenschaften des Wassers*. 2021. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Eigenschaften_des_Wassers.html (besucht am 10.12.2021).
- [3] Chemie.de. *Messing*. 2021. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Messing.html> (besucht am 11.12.2021).
- [4] Chemie.de. *Spezifische Wärmekapazität*. 2021. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Spezifische_W%C3%A4rmekapazit%C3%A4t.html (besucht am 10.12.2021).
- [5] Chemie.de. *Wärmeleitfähigkeit*. 2021. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/W%C3%A4rmeleitf%C3%A4higkeit.html> (besucht am 10.12.2021).
- [6] TU Dortmund. *Wärmeleitung von Metallen*. 2021. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1716953/mod_resource/content/1/V204.pdf (besucht am 10.12.2021).
- [7] Stahlhandel Gröditz GmbH. *1.4301 (X5CrNi18-10) Datenblatt*. 2021. URL: <https://www.stahlportal.com/lagervorrat/14301-x5crni18-10/> (besucht am 11.12.2021).