

V401

Das Michelson-Interferometer

Umut Aydinli
umut.aydinli@tu-dortmund.de

Muhammed-Sinan Demir
sinan.demir@tu-dortmund.de

Durchführung: 17.05.2022

Abgabe: 24.05.2022

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Das Michelson-Interferometer	4
3 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung	7
3.1 Bestimmung der Wellenlänge	7
3.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft	8
4 Auswertung	8
5 Diskussion	9
6 Anhang	11
Literatur	12

1 Zielsetzung

In dem Versuch V401 geht es um die Bestimmung der Wellenlänge eines Lasers mit einem Michelson-Interferometer, sowie der Bestimmung des Brechungsindex von Luft.

2 Theorie

Licht ist eine elektromagnetische Welle, dessen Ausbreitung durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben werden kann. Die elektrische Feldstärke einer ebenen Welle lässt sich dabei durch

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta) \quad (1)$$

angeben. k steht dabei für die Wellenzahl, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, mit λ für die Wellenlänge, ω für die Kreisfrequenz und δ für einen beliebigen Phasenwinkel. Für solche Lichtwellen gilt dabei das Prinzip der linearen Superposition, welche besagt, dass an einem Ort P beim Eintreffen zweier Lichtwellen eine Überlagerung stattfindet. Dadurch ist die Lichtintensität I einfacher zu beobachten als die Feldstärke, und

$$I = \text{const } |\vec{E}|^2, \quad (2)$$

folgt sich für die Addition zweier Wellen

$$I_{\text{ges}} = 2 \text{const } \vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)). \quad (3)$$

Die Gleichung besteht aus, den Einzelintensitäten, $2 \text{const } \vec{E}_0^2$, sowie dem sogenannten Interferenzterm, dem Cosinusteil, und ist abhängig durch die Phasenlage $(\delta_2 - \delta_1)$. Die Gesamtintensität kann dabei um $\pm 2 \text{const } \vec{E}_0^2$ von dem Mittelwert $2 \text{const } \vec{E}_0^2$ abweichen. Der Interferenzterm verschwindet, wenn $(\delta_2 - \delta_1)$ ein ungerades Vielfaches von π ist.

Bei Überlagerung des Lichtes von zwei verschiedenen Lichtquellen wird keine Interferenz beobachtet, da beim zurückkehren angeregter Atome in den Grundzustand Energie in Form von elektromagnetischen Wellen abgegeben wird. Diese besitzen eine endliche Länge, welche wiederum über die Zeit statisch verteilt werden. Das führt dazu, dass wenn über einen genügend großen Zeitraum gemittelt wird der Interferenzterm verschwindet, genannt inkohärentes Licht. Kohärentes Licht, ist Licht, welches feste Werte für k , ω und δ in der Gleichung (1) annimmt für alle emittierten Wellen. Ein Beispiel für Kohärentes Licht wäre ein Laser. Jedoch kann Interferenz auch mit einer gewöhnlichen Lichtquelle unter geeigneten Bedingungen beobachtet werden. Dabei muss das Licht der Lichtquelle in zwei Strahler zerteilt werden, durch einen Strahlenteiler oder eine Doppelblende, wie in Abbildung 1. Beide laufen einen unterschiedlich langen Weg und werden wieder im Punkt P zusammengeführt.

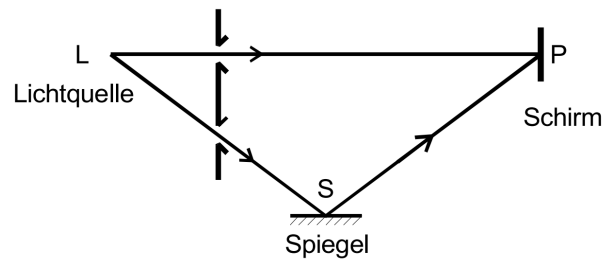


Abbildung 1: Prinzipielle Versuchsanordnung zur Erzeugung von Interferenzerscheinungen unter Verwendung einer konventionellen Lichtquelle. [1]

Die durch den verschiedenen Weg auftretende Phasenverschiebung sorgt wie zuvor für die Interferenz. Es kann jedoch auch dazu kommen, dass keine Interferenz beobachtet werden kann, aufgrund der Kohärenzlänge l . Da der Emissionsakt des Lichtes eine endliche Zeit besitzt, kann diese auch nur eine endliche Länge besitzen. Interferenz tritt dabei dann nicht mehr auf, wenn der Wegunterschied der beiden Lichtstrahlen größer ist als die Länge der Lichtzüge, da die Lichtstrahlen zu einem verschiedenen Zeitpunkt am Ort P ankommen. Bestimmt kann die Kohärenzlänge l durch die Maximale Anzahl an beobachtbaren Interferenzmaxima N im Punkt P multipliziert mit der Wellenlänge λ

$$l = N \cdot \lambda . \quad (4)$$

2.1 Das Michelson-Interferometer

Bei dem Michelson-Interferometer wird ein Lichtstrahl, durch das in der Mitte befindende semipermeable Material, geteilt. In der Abbildung 2 ist der Aufbau dieser Apparatur veranschaulicht.

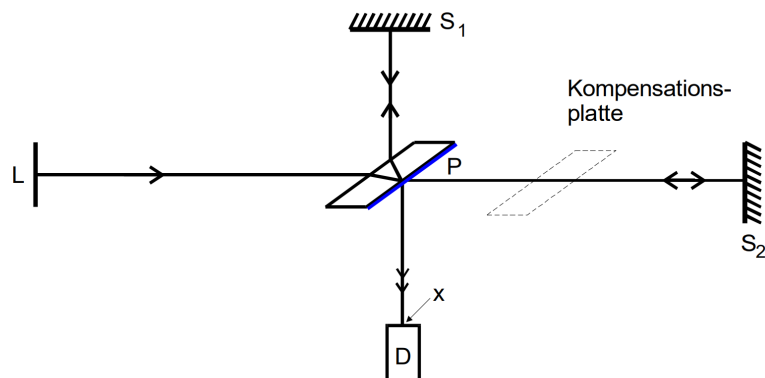


Abbildung 2: Prinzipieller Aufbau eines Michelson-Interferometers (L = Lichtquelle, S1 und S2 Spiegel, P = semipermeabler Spiegel, D = Lichtdetektor) [1].

Einer der beiden geteilten Strahlen geht dabei durch das semipermeable Material und trifft auf den Spiegel S_2 und der andere wird an der Platte P zum Spiegel S_1 reflektiert. An beiden Spiegeln werden die Lichtstrahlen wieder zur Platte P reflektiert, wo die Lichtstrahlen sich wieder teilen. Betrachtet werden von den Lichtstrahlen nur die, die parallel zum Detektor laufen. Da die Kohärenz der beiden Strahlen wichtig für die Interferenz ist, müssen beide Strahlen kohärent sein. Daher sind die Wege $\overline{S_1 P}$ und $\overline{S_2 P}$ nahezu identisch, jedoch liegt auf dem Weg von P zu S_2 eine Kompensationsplatte. Diese ist für den Ausgleich der optischen Weglänge des Strahles zuständig, da der Lichtstrahl von S_1 zum Punkt P dreimal so oft durchläuft, wie S_2 zum Punkt P. Bei genau gleichen Längen von den Spiegeln zu dem Punkt P wird ein Gangunterschied D von $\frac{\lambda}{2}$ vorhanden, wobei sich die Lichtstrahlen dort auslöschen. Verändern kann man die Intensität des Interferenzmusters am Ort D durch das Verschieben um Δd eines Spiegels

$$\Delta d = z \cdot \frac{\lambda}{2}. \quad (5)$$

Durch diesen Zusammenhang kann die Wellenlänge der verwendeten Lichtquelle bestimmt werden, dabei ist z die Anzahl der beobachteten Interferenzmaxima. Eine weiterer Weg um den optischen Wegunterschied zu erzeugen ist, wenn beide Lichtstrahlen durch ein Medium der Länge b mit einem anderen Brechungsindex laufen. Zusehen ist dies in Abbildung 3 mit dem Brechungsindex $n + \Delta n$.

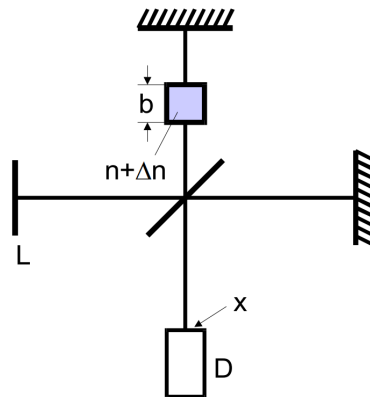


Abbildung 3: Prinzipielle Versuchsanordnung zur Messung kleiner Brechungsindexunterschiede mit dem Michelson-Interferometer [1].

Der Wegunterschied der beiden Lichtstrahlen beträgt $\Delta n b$. Bei Evakuierung von der Messzelle vergrößert sich der Wegunterschied, sind z Interferenzen am Ort D beobachtbar. Über die Formel

$$b \cdot \Delta n = \frac{z \lambda}{2}. \quad (6)$$

Es lässt sich zeigen dass die Formel

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda) N},$$

gilt. N steht dabei für die Anzahl von Molekülen die zu Schwingung, durch Lichtwellen, angeregt werden. Näherungsweise kann die Formel für Licht im sichtbaren Bereich zu

$$n = 1 + \frac{f}{2} N,$$

umgeformt werden.

Als Voraussetzung wird angenommen, dass die benutzten Gase Ideale Gase sind. Deswegen werden die Anzahl der Moleküle bei Druck p mit Temperatur T gegeben durch

$$N(p, T) = \frac{p}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L. \quad (7)$$

N_L steht dabei für die Loschmidtsche Zahl, p_0 der Normaldruck und T_0 die Normaltemperatur. Für den Brechungsindex ergibt sich dadurch

$$\Delta n(p, p') = \frac{f}{2} N_L \frac{T_0}{p_0} \frac{1}{T} (p - p'). \quad (8)$$

Für den Brechungsindex mit den Normalbedingungen gilt

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'}. \quad (9)$$

Durch einsetzen der Gleichung (4) für Δn folgt die endgültige Gleichung

$$n(p_0, T_0) = 1 + \frac{z\lambda}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'}. \quad (10)$$

3 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Der Versuch wird wie in Abbildung 4 zu sehen aufgebaut.

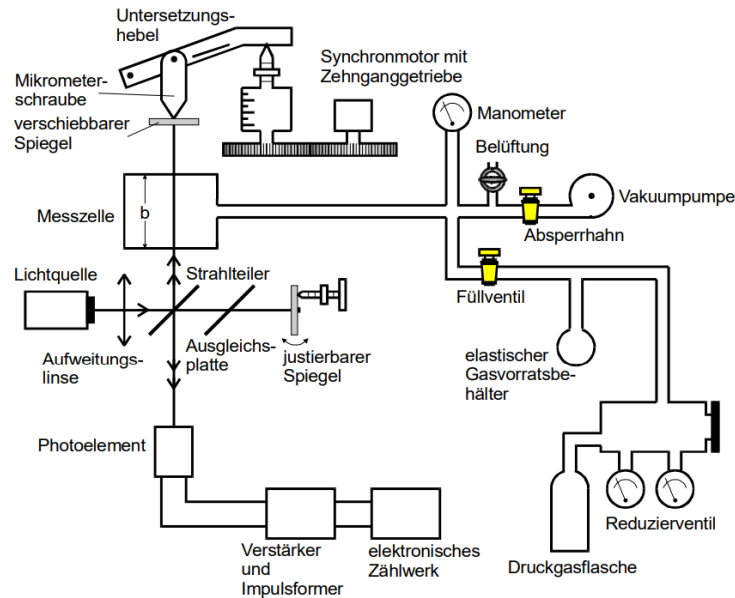


Abbildung 4: Schematische Darstellung der kompletten Messapparatur [1].

Nach dem Aufbau der Versuchs muss das Michelson-Interferometer justiert werden. Dafür wird die Lichtquelle, welche hierbei ein Laser ist, angestellt und an dem Regler des justierbaren Spiegels so eingestellt, dass beide Strahlen übereinander liegen. Dabei muss darauf geachtet werden, dass diese überliegenden Strahlen auf das Loch des Photoelements trifft, damit die Messwerte richtig aufgenommen werden können.

3.1 Bestimmung der Wellenlänge

Um die Wellenlänge des Lasers zu bestimmen wird der verschiebbare Spiegel mit einer Mikrometerschraube, welche sich durch ein Synchronmotor verstellen lässt, verschoben. Der Motor wird so eingestellt, dass der Spiegel durch die Mikrometerschraube nicht zu schnell verstellt wird, da das Photoelement sonst nicht alle Impulse ausreichend erkennen kann. Es wird bei einer beliebigen Verschiebung angefangen, bevorzugt 5 mm aufwärts. Danach wird der Impulszähler zurückgesetzt und der Motor so eingestellt, dass sich die Verschiebung verkleinert. Der Motor wird gestoppt wenn der Impulszähler 2000 Impulse gemessen hat und die Verschiebung wird erneut aufgenommen. Dies wird acht mal wiederholt für die selbe Startverschiebung.

3.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft

Um den Brechungsindex von Luft zu bestimmen wird der verschiebbare Spiegel einmal fest eingestellt und die Messzelle evakuiert. Evakuiert wird die Messzelle mit einer Vakuumpumpe. Dabei wird der Druck, der in der evakuierten Messzelle herrscht, aufgenommen, der Impulszähler zurückgesetzt und langsam durch das Ventil an der Vakuumpumpe Luft in die evakuierte Messzelle eingelassen. Wenn in der Messzelle wieder Normaldruck herrscht wird die Zählrate notiert. Dies wird fünf mal wiederholt.

4 Auswertung

Zur Bestimmung der Wellenlänge des Lasers werden die Interferenzmaxima z , sowie die dazugehörige Verschiebung des Spiegels d benötigt. Aus der Verschiebung d und der Voreinstellung $d_v = 7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ resultiert die Differenz Δd der Verschiebung des Spiegels. Beachtet wird dabei die Hebelübersetzung von $\bar{U} = 5,017$. Die Verschiebung wird um den Faktor $\frac{1}{\bar{U}}$ erweitert. Durch das Umformen der Formel (5) nach λ wird aus den Werte paaren die Wellenlänge gewonnen. Die entsprechende Messwerte und Wellenlängen folgen in Tabelle 1. Die Wellenlängen werden gemittelt und die dazugehörige Abweichung wird bestimmt, nach

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (11)$$

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (12)$$

Tabelle 1: Die Messwerte und die Wellenlängen.

$d / 10^{-3} \text{ m}$	z	$\lambda / 10^{-9} \text{ m}$
3,65	2002	666,33
3,65	2000	667,00
3,65	2001	666,66
3,66	2001	664,66
3,70	2006	655,03
3,66	2004	663,67
3,53	2001	691,30
3,58	2001	681,34

Daraus folgt für die Wellenlänge

$$\lambda = (669,49 \pm 10,64) \cdot 10^{-9} \text{ m}. \quad (13)$$

Um den Brechungsindex von Luft zu bestimmen werden zunächst folgende Größen benötigt:

$$\begin{aligned}\text{Normaldruck } p_0 &= 1,0132 \text{ bar} \\ \text{Normaltemperatur } T_0 &= 273,15 \text{ K} \\ \text{Umgebungstemperatur } T &= 293,15 \text{ K} \\ \text{Größe der Messzelle } b &= 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}.\end{aligned}$$

Bei der Messung wird der Kammerdruck p und die Inferenzmaxima z beim Einlassen von Luft beachtet. Die Berechnung des Brechungsindex von Luft erfolgt nach der Formel (10). Die Messdaten und die dazugehörigen Brechungsindizes n befinden sich in Tabelle 2.

Tabelle 2: Die Messwerte zur Berechnung des Brechungsindex von Luft.

p / bar	z	n
0,6	15	1,00055
0,6	16	1,00058
0,6	16	1,00058
0,6	16	1,00058
0,6	16	1,00058

Nach Gleichung (11) und (12) folgt für den Brechungsindex von Luft

$$n = (1,000574 \pm 0,000014).$$

5 Diskussion

Das Justieren der Apparatur erfolgte problemlos. Dennoch sollte beachtet werden, dass das Interferenzmuster bzw. der Laser, die Sonde trifft, sonst werden keine Interferenzmuster gezählt. Die relative Abweichung berechnet sich über

$$\frac{x_{\text{exp}} - x_{\text{theo}}}{x_{\text{theo}}} \cdot 100 = \text{prozentuale Abweichung}. \quad (14)$$

Die Berechnung des Brechungsindex von Luft sorgte für folgende Abweichung:

$$\begin{aligned}n_{\text{exp}} &= (1,000574 \pm 0,000014) & n_{\text{theo}} &= 1,00027611 [2] \\ & & &\rightarrow 0,029\%\end{aligned}$$

Die Bestimmung der Wellenlänge führt zur folgender Abweichung

$$\lambda = (669,49 \pm 10,64) \cdot 10^{-9} \text{ m} \quad \lambda_{\text{Lit}} = 635 \text{ nm} \\ \rightarrow 5,43\%$$

Die Ungenauigkeit kann auf den berechneten Wert der Wellenlänge führen, wie z.B. die Ungenauigkeit beim Ablesen der Verschiebung des Spiegels. Beim Aufnehmen der Interferenzmaxima ging die Zählung trotz der 2000er Grenze weiter. Das führt dazu, dass eine gewisse Anzahl an Impulsen zur Abweichung führen könnten. Das Füllen der Kammer mit Luft könnte ebenso zur Abweichungen führen aber dennoch sind die Wertepaare in einem akzeptablen Bereich.

6 Anhang

V401		7,0	
T1	Voreinstellung	$d = 5,2 \cdot 10^{-3}$	$z = 927$
	<u>$d/10^{-3}$</u>	<u>z</u>	
1.	3,44 3,45	2002	
2.	3,65	2000	
3.	3,65	2001	
4.	3,66	2001	
5.	3,70	2006	
6.	3,66	2004	
7.	3,53	2001	
8.	3,58	2001	
9.			
10.			
<u>T2</u>		Luft	1 bar - 0,4
	bar	z	
	0,6	15	
	0,6	16	
	0,6	16	
	0,6	16	
	0,6	16	
	<u>0,6</u>		
	0,6		
	0,6		

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Das Michelson-Interferometer1*. 2022. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1930995/mod_resource/content/2/V401.pdf (besucht am 17.05.2022).
- [2] RefractiveIndex.INFO. 2022. URL: <https://refractiveindex.info/?shelf=other&book=air&page=Ciddor> (besucht am 17.05.2022).