NOIP2017 Simultation
Day1 Solution

Sunshine_cfbsl

2017 年 9 月 16 日

a

(***a.cpp/c/pas***)

第一题是题意杀（滑稽）

为了最好地接近NOIP难度，而又不能够太容易，于是出题人就把一道本来十分简单的题目decorate了一下。

相信大家都拿了一百分。

算法一

题面中的一套表演就对应了一个字符串，一个动作就对应了一个字符。

于是题目的意思就是—— 巘虢薇会选任意个字符串，你可以从他的字符串中选出任意个字符，然后排列成一个字符串。求你一定可以选出的字典序最小的字符串。

扫一遍就可以了。

$O(n \times |S|)$，期望得分100pts。

b

(*b.cpp/c/pas*)

为了更好地接近NOIP难度，而又不能够太容易，于是出题人就把一道非线型基的题目说成是线型基，用来混淆视听（滑稽）。

算法一

我们可以简单地把矩阵A求出来。

然后预处理矩阵A的异或前缀和$sum_{x,y} = \bigoplus_{i=1}^{x} \bigoplus_{j=1}^{y} A_{x,y}$。

接下来我们枚举左上角(x_0, y_0)和右下角(x_1, y_1)，用$sum_{x_1,y_1}\ xor\ sum_{x_0-1,y_1}\ xor\ sum_{x_1,y_0-1}\ xor\ sum_{x_0-1,y_0-1}$ 更新答案即可。

$O(n^2m^2)$，期望得分40pts。

算法二

类似最大子矩阵和的做法，把A求出来以后，枚举上边界l和下边界r，记$a_i = \bigoplus_{j=l}^{r} A_{j,i}$， $b_i = \bigoplus_{j=1}^{i} a_j$。

设dp_i表示上边界为l，下边界为r，右边界为i的最大子矩阵异或和。

类似的做法，可知： $dp_i = max_{j=0}^{i-1} b_i\ xor\ b_j$。

然后用一个Trie优化枚举就可以了。

$O(n^3 + n^2m)$，期望得分60pts。

算法三

根据异或的性质，可以发现如果矩阵的两个长宽均为偶数，异或和是0；如果一个为偶数一个为奇数，那么得到的是数列 $\{u_i\}$或$\{v_i\}$的子段和（且长度为偶数）；如果两个均为偶数，那么得到的是数列$\{u_i\}$和$\{v_i\}$ 的子段和的异或值（长度均为奇数）。

于是乎算法就出来了，计算$\{u_i\}$和$\{v_i\}$的长度为偶数的子段和，更新答案。然后把$\{u_i\}$的长度为奇数的子段和放入Trie中，再对 $\{v_i\}$的长度为奇数的子段和在Trie中查询，更新答案。

$O(nm)$，期望得分100pts。

c

($c.cpp/c/pas$)

为了更好地接近NOIP难度，而又不能够太容易，于是出题人就把一道搏弈题的数据范围开小，用来混淆视听以及避免数据结构（滑稽）。

算法一

骗分，输出'T'。

$O(1)$，期望得分10pts。

算法二

骗分，输出'Q'。

$O(1)$，期望得分40pts。

算法三

对抗搜索。

期望得分$30 \sim 50pts$。

算法四

注意到反转一个区间，就是交换该区间内的顺序对和逆序对。

并且由于$\frac{(4x+2)\times(4x+1)}{2} = 8x^2+6x+1$，$\frac{(4x+3)\times(4x+2)}{2} = 8x^2+10x+3$。可以发现顺序对和逆序对和为奇数，那么每一次就必定改变了整个序列的顺序对奇偶性。

并且发现最后的顺序对必定为0。

于是就可以通过顺序对的奇偶性来判断了。

期望得分100pts。