Probabilités et variables aléatoires

Proba. et Stat. - Cours

I Vocabulaire et notations

I. 1 Univers et évènement

Définition :
On appelle univers l'ensemble des issues possibles d'une expérience aléatoire. On le note souvent Ω.
On appelle évènement un sous-ensemble de l'univers Ω, c'est à dire un ensemble d'issues.

I. 2 Inclusion

Définition :
Pour deux ensembles A et B, on dit que A est inclus dans B (ou que A est un sous-ensemble de B) lorsque tous les éléments appartenant à A appartiennent aussi à B. On le note $A \subset B$.

Exemple :

- $\{3; 9\} \subset \{3; 6; 9\}$
- $\{1\} \subset \{0; 1; 1; 2; 3; 5\}$

I. 3 Intersection et réunion

Définition :
Soit Ω un ensemble et A, B deux sous-ensembles de Ω.

- On appelle l'intersection de A et B l'ensemble des éléments de Ω qui appartiennent à la fois à A et à B. On la note $A \cup B$.
- On appelle la réunion (ou l'union) de A et B l'ensemble des éléments de Ω qui appartiennent à au moins l'un des deux ensembles A et B. On la note $A \cap B$.

Exemple :

- $]-\infty; 3] \cap]2; +\infty[=]2; 3]$
- $[1; 3] \cup]2; +\infty[= [1; +\infty[$

I. 4 Complémentaire

Définition :
Soit Ω un ensemble et A un sous-ensemble de Ω. On appelle complémentaire de A dans Ω l'ensemble des éléments de Ω qui n'appartiennent pas à A. On le note $\bar{A}$.

Exemple :

Soit $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ et $A = \{1; 3; 5; 6\}$. On a alors $\bar{A} = \{2; 4\}$

I. 5 Notations générales

Notation	Vocabulaire ensembliste	Vocabulaire probabiliste
Ω	ensemble plein	évènement certain
$\emptyset$	ensemble vide	évènement impossible
ω	élément de Ω	évènement élémentaire
A	sous-ensemble de Ω	évènement
$\omega \in A$	ω appartient à A	ω réalise A
$A \subset B$	A inclus dans B	A implique B
$A \cup B$	réunion de A et B	A ou B
$A \cap B$	intersection de A et B	A et B
$\bar{A}$	complémentaire de A	évènement contraire de A
$A \cap B = \emptyset$	A et B disjoints	A et B incompatibles

I. 6 Modes de générations des ensembles

Définition :
Lorsqu'on définit un ensemble en extension, on écrit la liste complête de ses éléments entre deux accolades. L'ordre et les répétitions ne sont pas pris en compte.

Exemple :

La notation $\{1; 2; 3\}$ désigne le même ensemble que la notation $\{1; 3; 2\}$ ou encore de la notation $\{1; 2; 2; 3\}$.

Définition :
Soit E un ensemble. Lorsqu'on définit un sous-ensemble F de E en compréhension, on donne une proposition $P(x)$ qui caractérise les éléments de F.L'ensemble des éléments de E qui vérifient $P(x)$ est noté $\{x \in E/P(x)\}$.

Exemple :

— Soit $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. La notation $\{x \in E/x$ est impair$\}$ désigne l'ensemble $\{1; 3; 5\}$.
— On définit en compréhension l'intervalle $[2, 5]$ par $\{x \in \mathbb{R}/2 \leq x \leq 5\}$.
— En compréhension, l'ensemble des multiples de 3 se note $\{n \in \mathbb{Z}/ilexisteunentierk$ tel que $n = 3k\}$