

02 불 대수

□ 카르노 맵을 이용한 간소화

- **카르노 맵**(Karnaugh map)은 1953년 모리스 카르노(Maurice Karnaugh)가 체계적으로 논리식을 간소화하기 위해 소개
- 카르노 맵은 논리식에서 사용될 **최소항을 각 칸에 넣어 표로 만들어 놓은 것이다.**

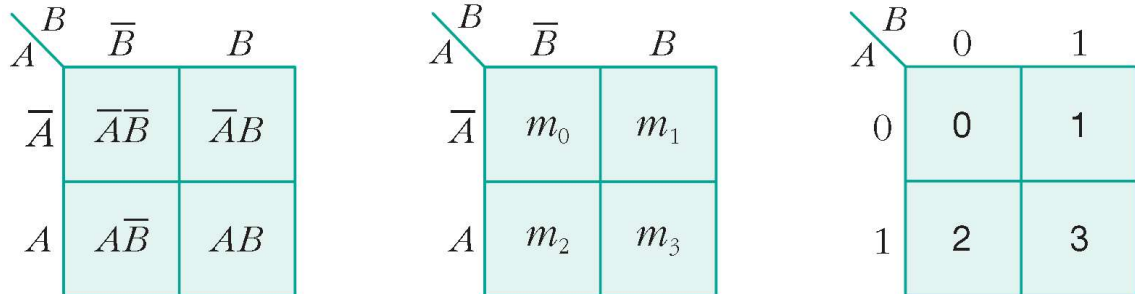


그림 3-21 2변수 카르노 맵 표현 방법

02 불 대수

❖ 카르노 맵에서 묶는 규칙

- ① 이웃하는 최소항끼리 묶을 수 있다. (해당 조건에 F=1인 경우들 끼리)
- ② 최소항은 1, 2, 4, 8, 16개 단위로 묶을 수 있다.
- ③ 반드시 직사각형이나 정사각형으로 묶어야 하며, 대각선으로는 묶을 수 없다.
- ④ **최대한 크게 묶는다.**
- 0과 1의 경우를 모두 포함하는 경우, 입력항이 빠진 형태로 간소화 됨
- ⑤ 중복해서 묶는 것이 더 간소하다면 중복하여 묶는다.
- ⑥ 무관항은 간소화될 수 있으면 묶어 주고, 그렇지 않으면 묶지 않는다.

**A=0, B=0,1 일 때
F=1이므로 A'로
묶을 수 있음
(B는 상관이 없게 됨)**

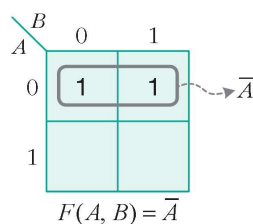


그림 3-22 $F = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B$ 의 카르노 맵

불 대수의 법칙으로 풀면

$$\begin{aligned} F &= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B \\ &= \bar{A}(\bar{B} + B) = \bar{A} \cdot 1 = \bar{A} \end{aligned}$$

A=0이므로 \bar{A} , B=0 and 1이므로 B를 제거한다.
즉, 한 변수에서 서로 다른 값이 묶여지면 제거한다.

02 불 대수

❖ 3변수 카르노 맵 표현 방법

A \ BC	00	01	11	10
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

그림 3-23 3변수 카르노 맵 표현 방법

AB \ C	0	1
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$
00	0	1
01	2	3
11	6	7
10	4	5

행과 열을 바꾸어도 상관없다.
설계자가 선호하는 방법을 선택하면 된다.

이웃하는 항이 **한 비트 차이** 나도록
00, 01, 11, 10, ... 순으로 적어야 함
그래서, 번호 순서가 0, 1, 3, 2, ... 됨

02 불 대수

(b) 3변수 최소항

A	B	C	최소항	기호
0	0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_0
0	0	1	$\bar{A}\bar{B}C$	m_1
0	1	0	$\bar{A}B\bar{C}$	m_2
0	1	1	$\bar{A}BC$	m_3
1	0	0	$AB\bar{C}$	m_4
1	0	1	$AB\bar{C}$	m_5
1	1	0	ABC	m_6
1	1	1	ABC	m_7

❖ 간소화 예1

A \ BC	00	01	11	10
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
0	1	1		
1			1	1

$F = \bar{A}\bar{B} + AB$

그림 3-24 $F(A, B, C) = \sum m(0, 1, 6, 7)$ 의 카르노 맵

요구사항: 입력 변수가 3개(A,B,C)이고,
원하는 출력(F)이 0,1,6,7번째만 1로
되도록 함

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + ABC + AB\bar{C} \\ = \bar{A}\bar{B} + AB$$

❖ 간소화 예2

A \ BC	00	01	11	10
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
0	1			1
1				

(a) $F = \bar{A}\bar{C}$

그림 3-25 3변수 카르노 맵에서 양쪽 끝 묶음

A \ BC	00	01	11	10
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
0	→			←
1	→			←

(b) 양쪽 끝 연결

02 불 대수

❖ 간소화 예3

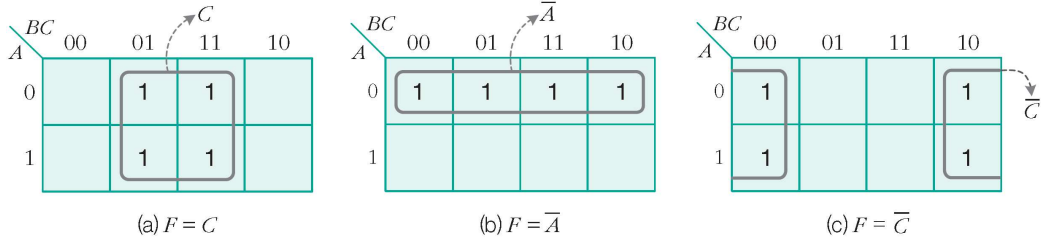
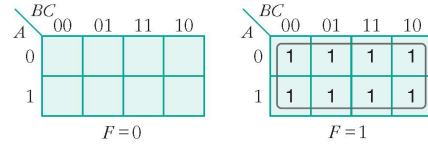


그림 3-26 4개 항을 묶은 예



02 불 대수

❖ 4변수 카르노 맵 표현 방법

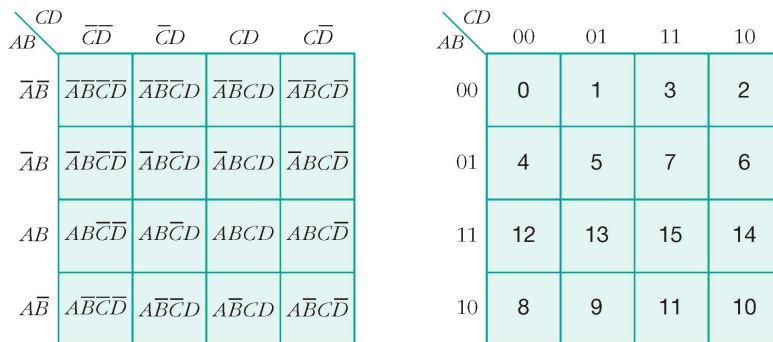
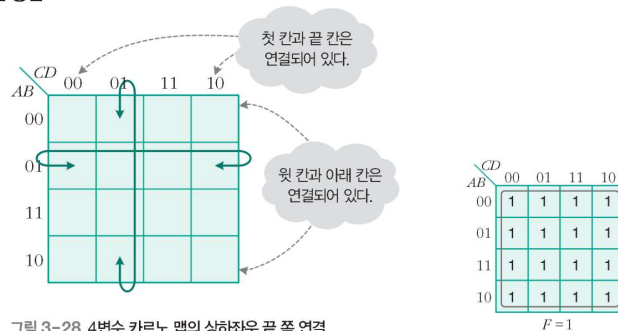
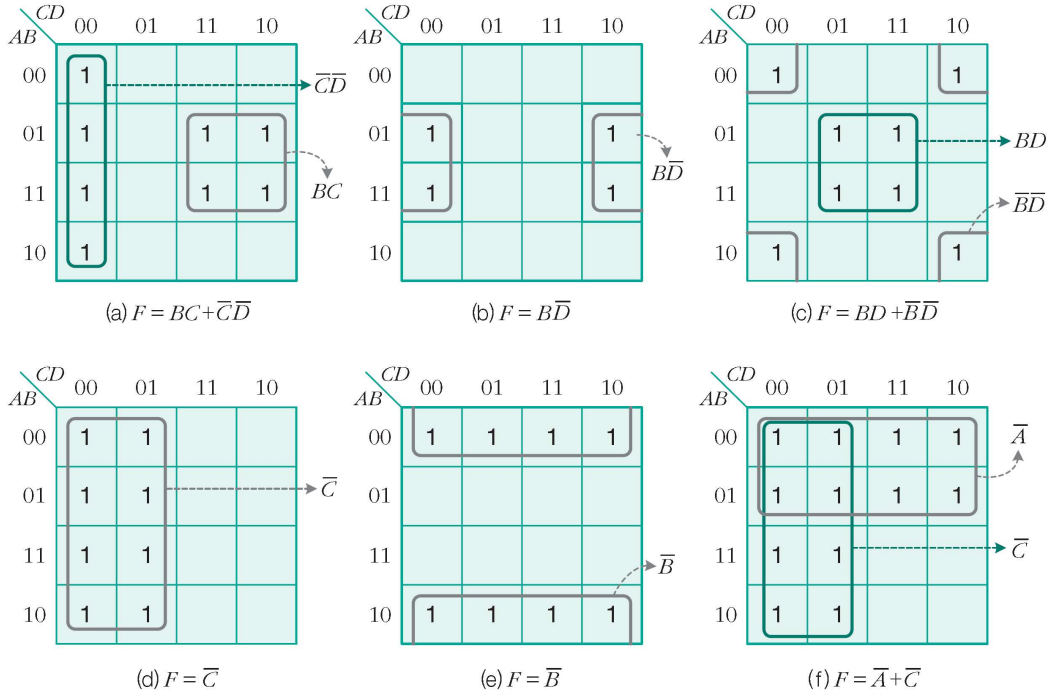


그림 3-27 4변수 카르노 맵의 표현 방법



❖ 4변수 카르노 맵 간소화 예



❖ 4변수 카르노 맵 간소화 예(계속)

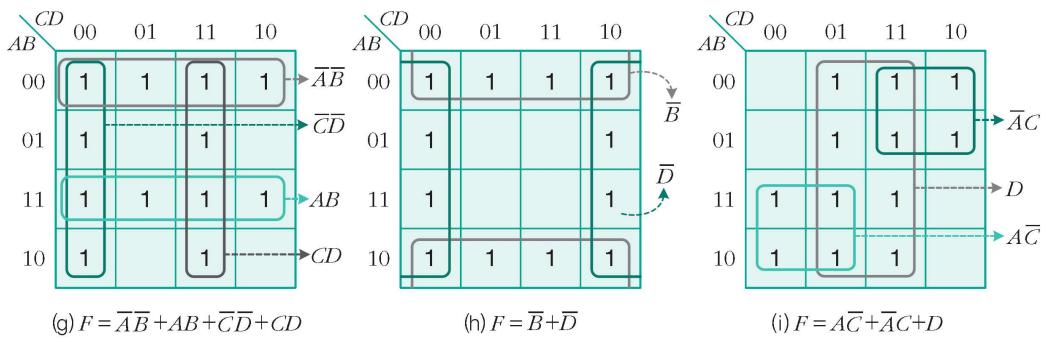


그림 3-29 4변수 카르노 맵의 다양한 예

02 불 대수

❖ 무관항이 있는 경우

- 무관항(don't care)은 입력 값이 0이든 1이든 상관없는, 즉, 입력이 결과에 영향을 미치지 않는 최소항으로 x나 d로 표시한다.
- 무관항이 있는 경우에는 같이 묶어 간소하게 되면 같이 묶는다.
- 무관항끼리만 묶을 필요는 없고 무관항을 포함해도 간소화되지 않는다면 묶을 필요가 없다.
- 무관항을 잘 이용하면 회로를 간단하게 나타낼 수 있다.

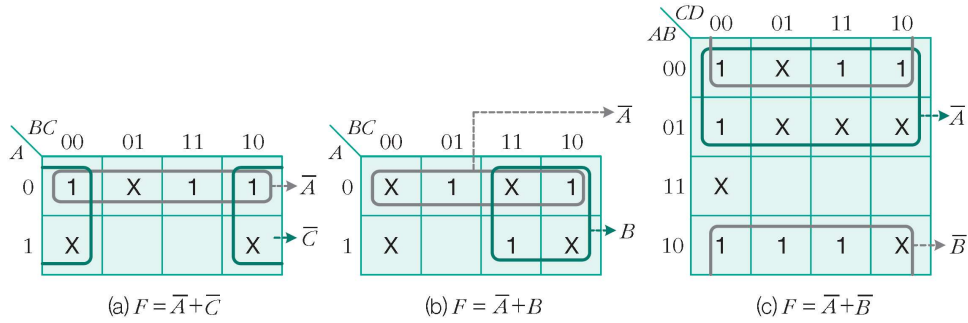


그림 3-30 무관항이 있는 카르노 맵의 간소화

02 불 대수

❖ XOR와 XNOR의 카르노 맵

- 입력 변수에 나타나는 1의 개수에 따라 XOR와 XNOR를 구분할 수 있다.
- 카르노 맵에서 그룹으로 묶은 후 제거되는 변수를 제외하고, minterm 1인 경우의 입력 변수들의 값에 1의 개수가 홀수이면 XOR, 짝수이면 XNOR이다.

ABC가 001, 010, 100, 111로 1이 홀수 개일때
만 minterm이 1임:
XOR

입력			출력
A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(b) 3입력인 경우: $F = A \oplus B \oplus C$

XOR

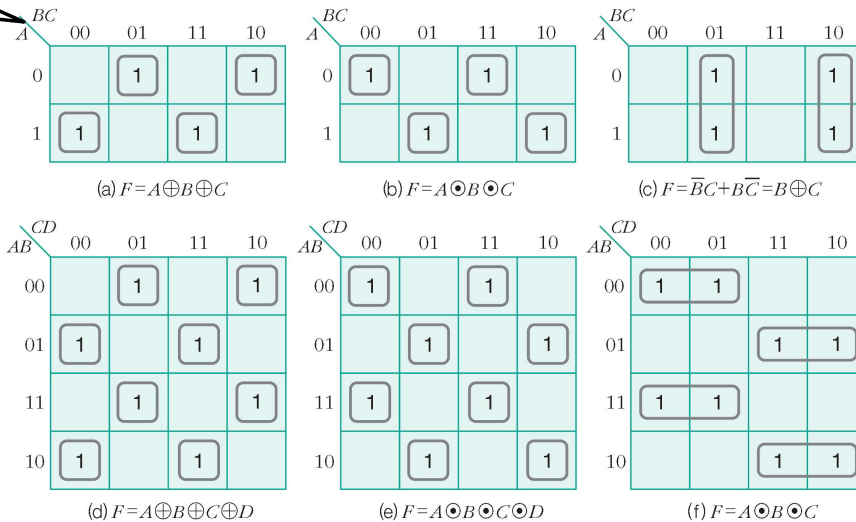


그림 3-31 XOR와 XNOR 카르노 맵 표현

입력			출력
A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

(b) 3입력인 경우: $F = A \oplus B \oplus C$

XNOR