

# **스트리밍 알고리즘(Streaming Algorithms): Data without a disk**

---

빅데이터분석  
컴퓨터AI공학부  
천세진

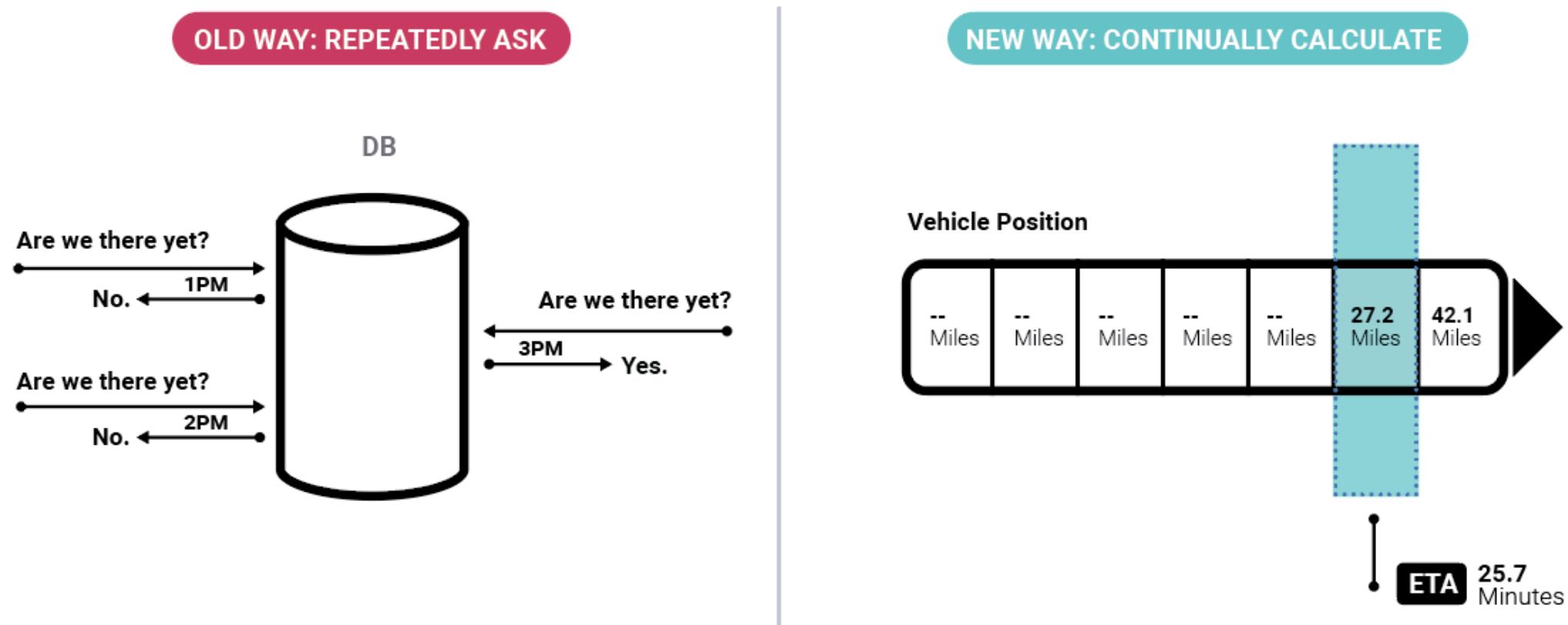
# 강의목표

---

- 우리는 언제 데이터 집합이 언제 종료될지 모른다
  - 저장할 수가 없다
  - 반복적으로 접근하는 것은 비실용적이다
  - 데이터는 빠르게 시스템에 도착한다
  - 데이터베이스에 추가하는 것이 올바르지 않을 수도 있다
- 데이터가 디스크 저장에 적합하지 않으면,
- 일반화(Generalize)나 요약(Summarize)하는 것은 어떠한가?

# 배치와 스트림 처리와의 차이

## ETA: BATCH VS. STREAM PROCESSING



<https://www.confluent.io/blog/every-company-is-becoming-software/>

# 강의목표

---

- 우리는 언제 데이터 집합이 언제 종료될지 모른다
  - 저장할 수가 없다
  - 반복적으로 접근하는 것은 비실용적이다
  - 데이터는 빠르게 시스템에 도착한다
  - 데이터베이스에 추가하는 것이 올바르지 않을 수도 있다
- 데이터가 디스크 저장에 적합하지 않으면,
- 일반화(Generalize)나 요약(Summarize)하는 것은 어떠한가?

구글 검색 쿼리

위성 이미지 데이터

텍스트 메세지

클릭 스트림

140Hz 빈도의 데이터 수집

# 강의목표

- $O(N)$ 으로 데이터를 처리하고 싶다
  - 데이터 한번만 패싱(single pass)하면서 보는 수준

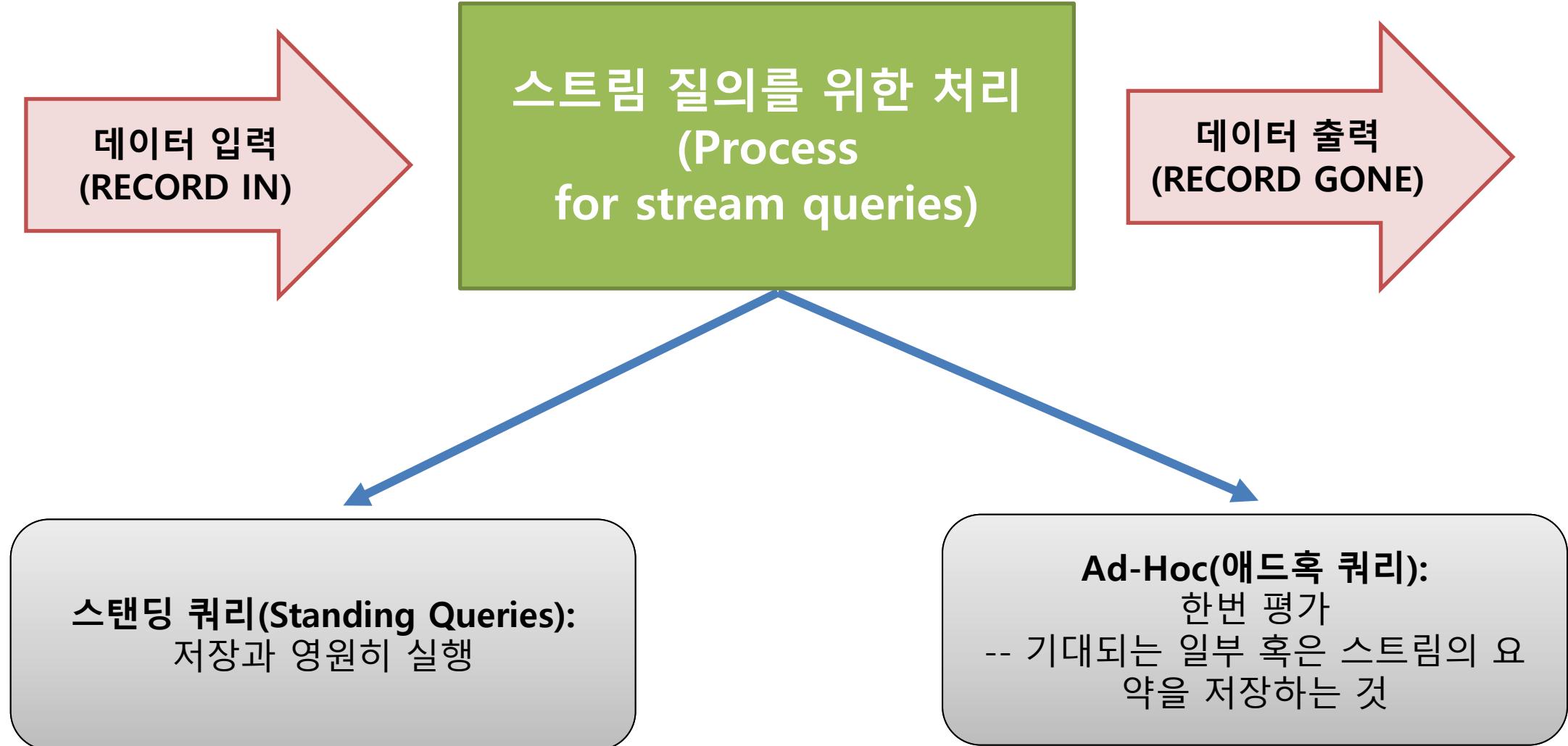


# Streaming Topics

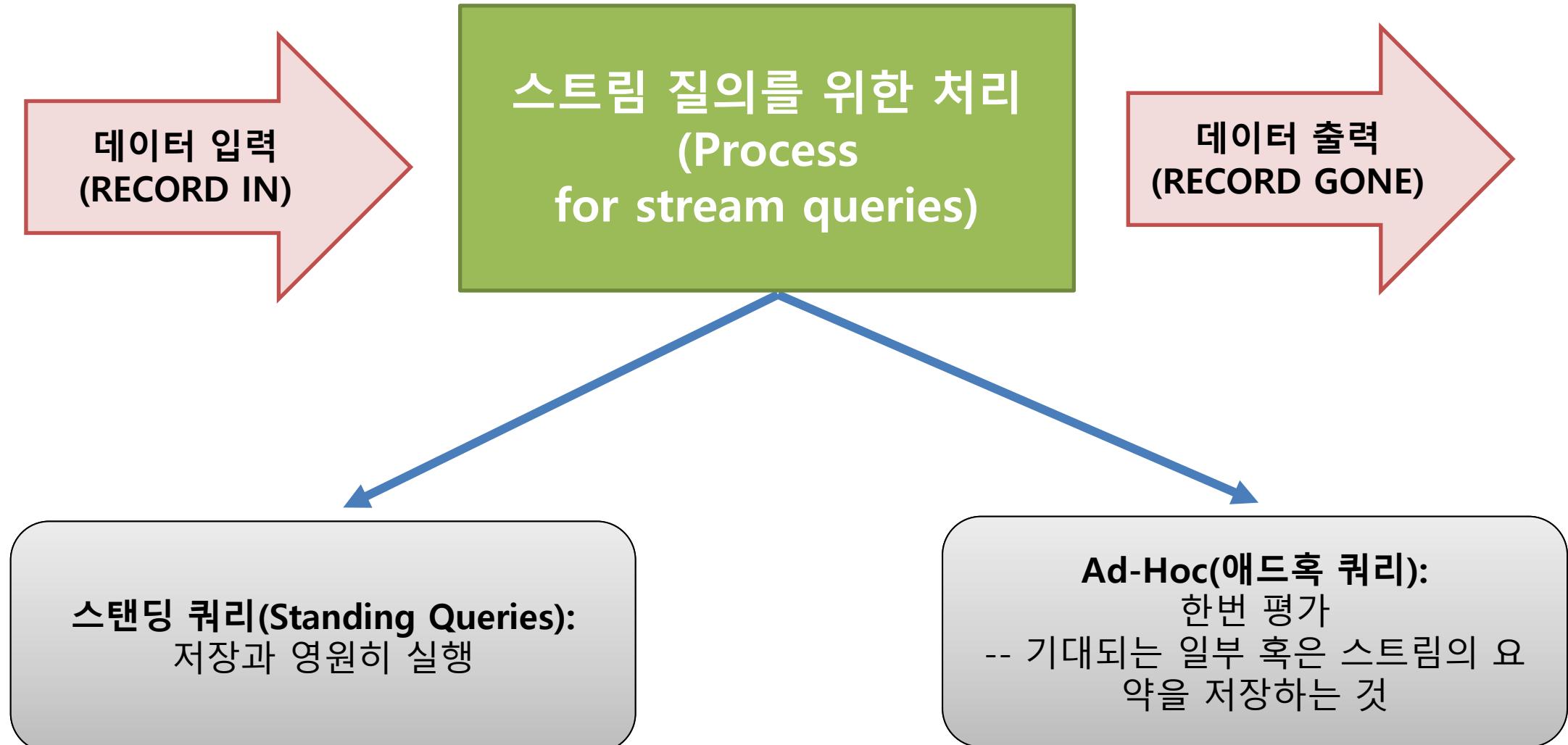
---

- 일반화된 스트림 처리 모델(General Stream Processing Model)
- 샘플링(Sampling)
- 조건에 따른 필터링(Filtering data according to a criteria)
- 구분 요소를 카운팅(Counting Distinct Elements)

# 스트림 처리 구조

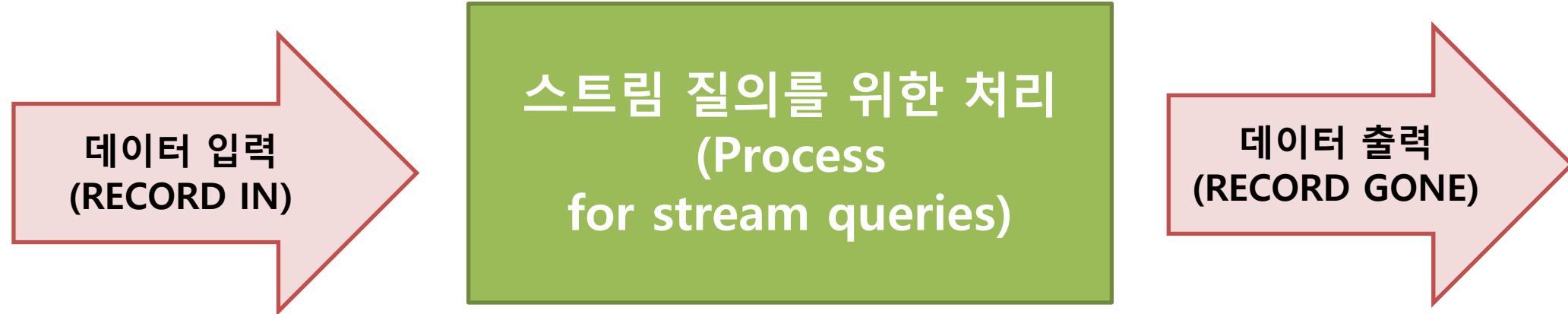


# 스트림 처리 구조



어떻게 우리는 이것을 다룰 수 있을까?  
예로, 지금까지 본 값들의 평균은 무엇인가?

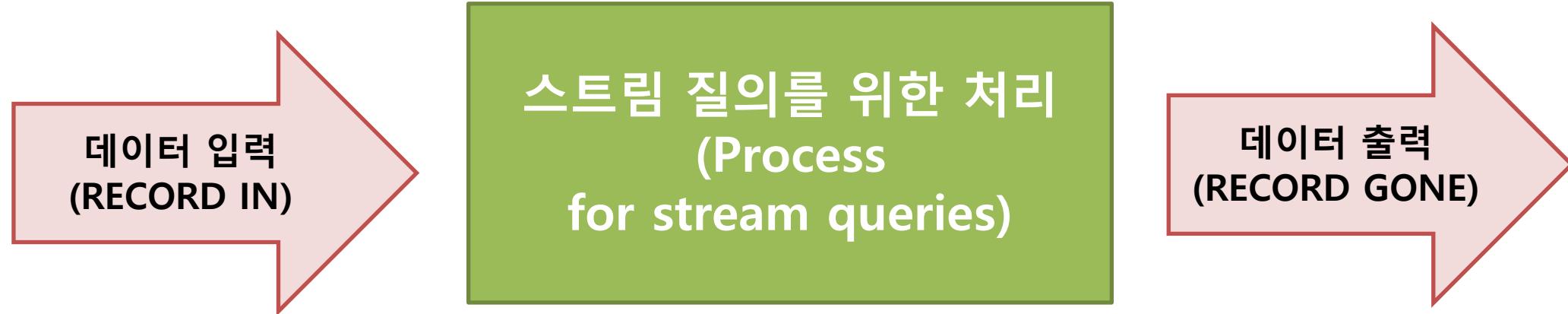
# 스트림 처리 구조



## 전형적인 데이터베이스 관리와 중요한 차이

- 입력은 시스템 스태프(staff)에 의해 제어되지 않습니다.
- 입력의 타이밍/비율은 대부분 알 수 없습니다

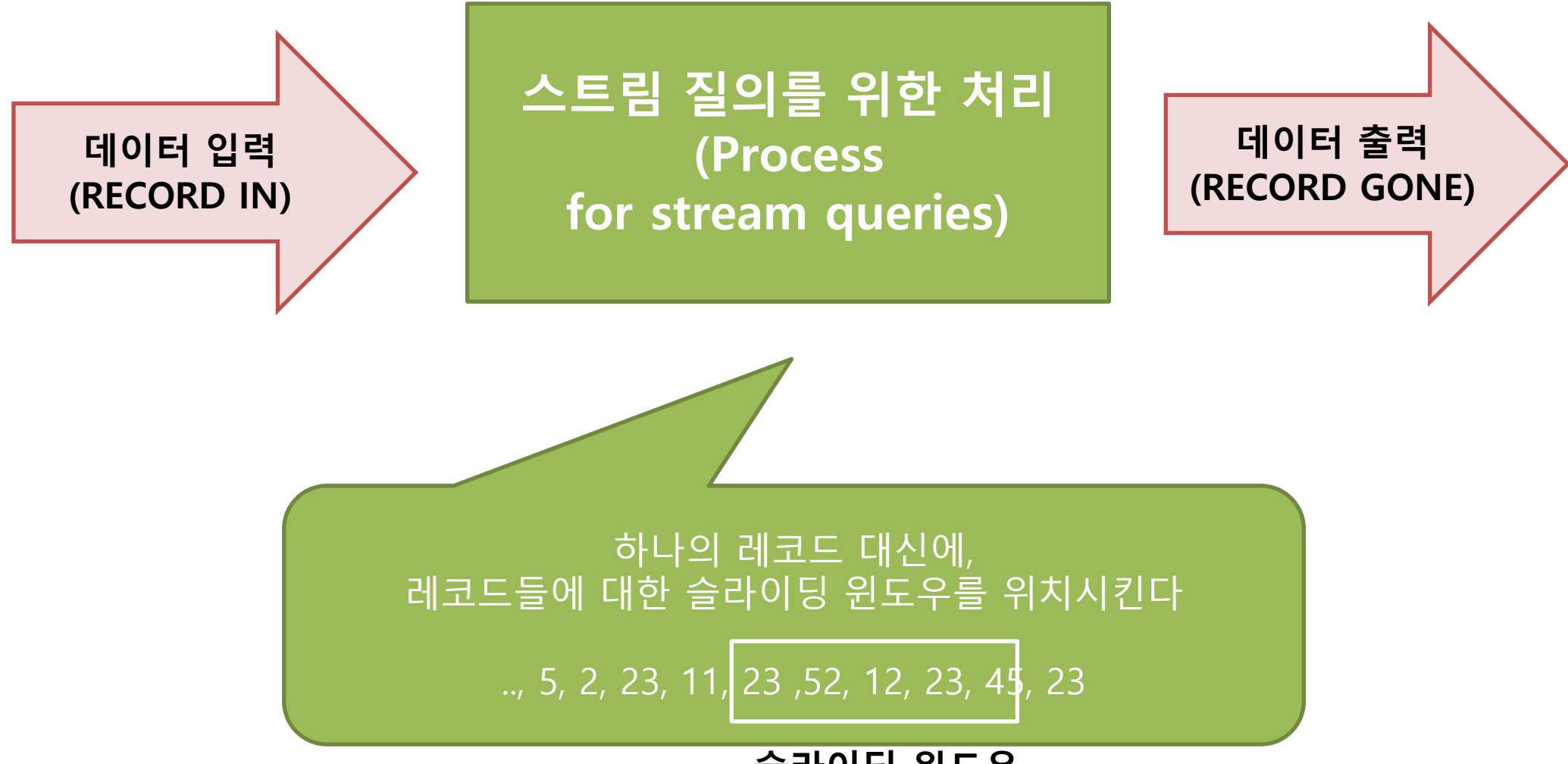
# 스트림 처리 구조



## 전형적인 데이터베이스 관리와 중요한 차이

- 입력은 시스템 스태프(staff)에 의해 제어되지 않습니다.
- 입력의 타이밍/비율은 대부분 알 수 없습니다

# 스트림 처리 구조



# General Stream Processing Model



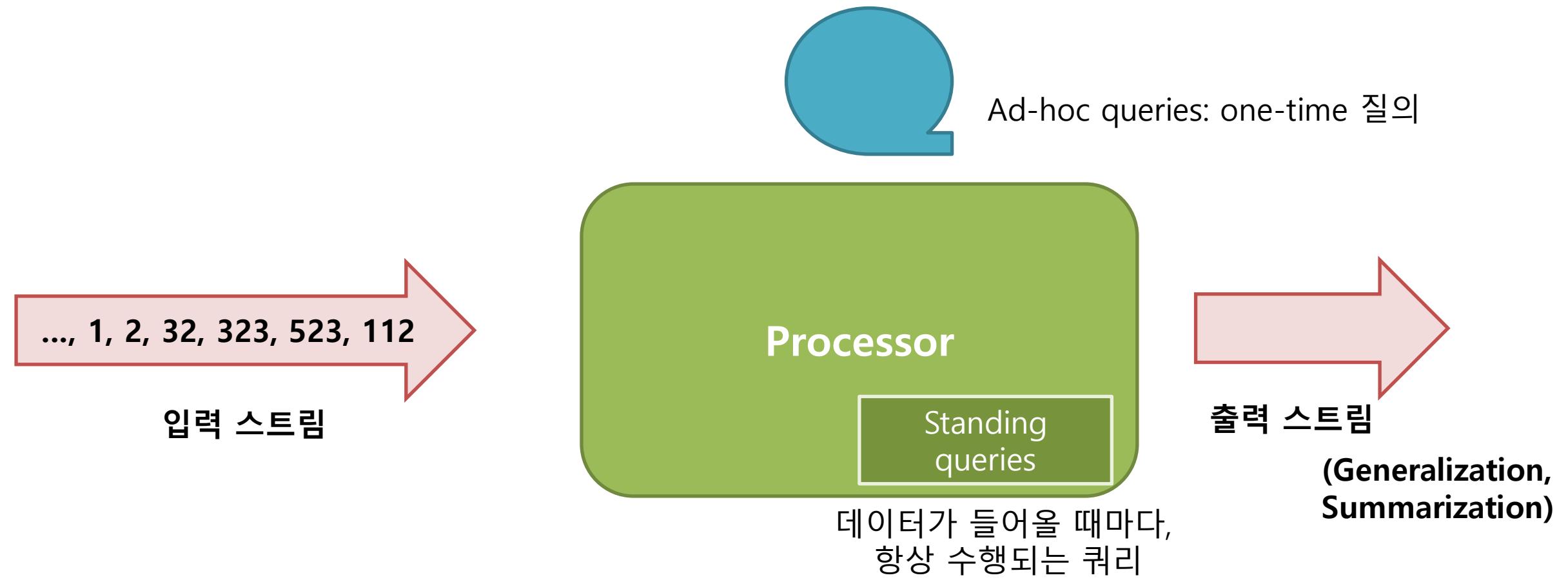
레코드의 스트림(a stream of records)

레코드 대신 튜플(tuples) 혹은 요소(elements)라고도 함

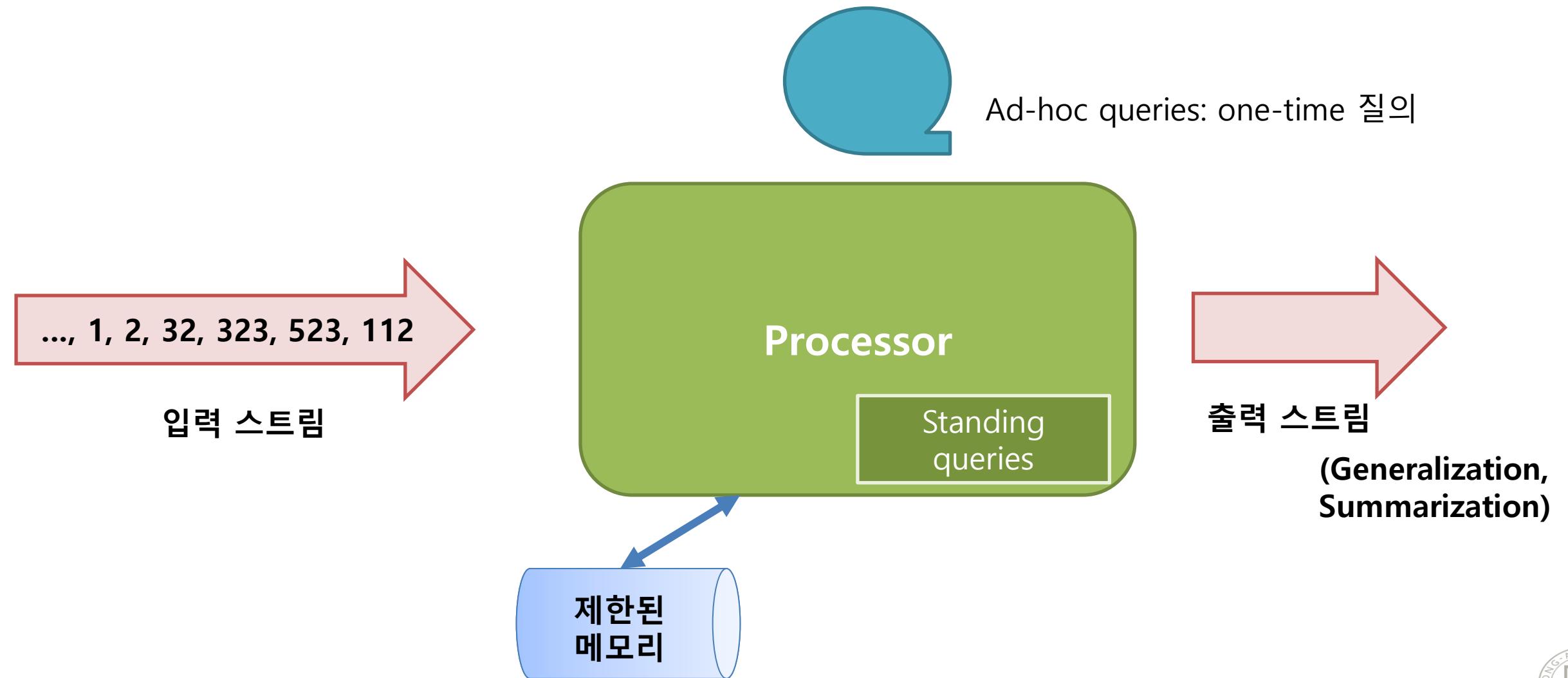
이론적으로, 어떠한 것도 될수 있음. 검색 질의, 숫자, 비트, 이미지 파일 등



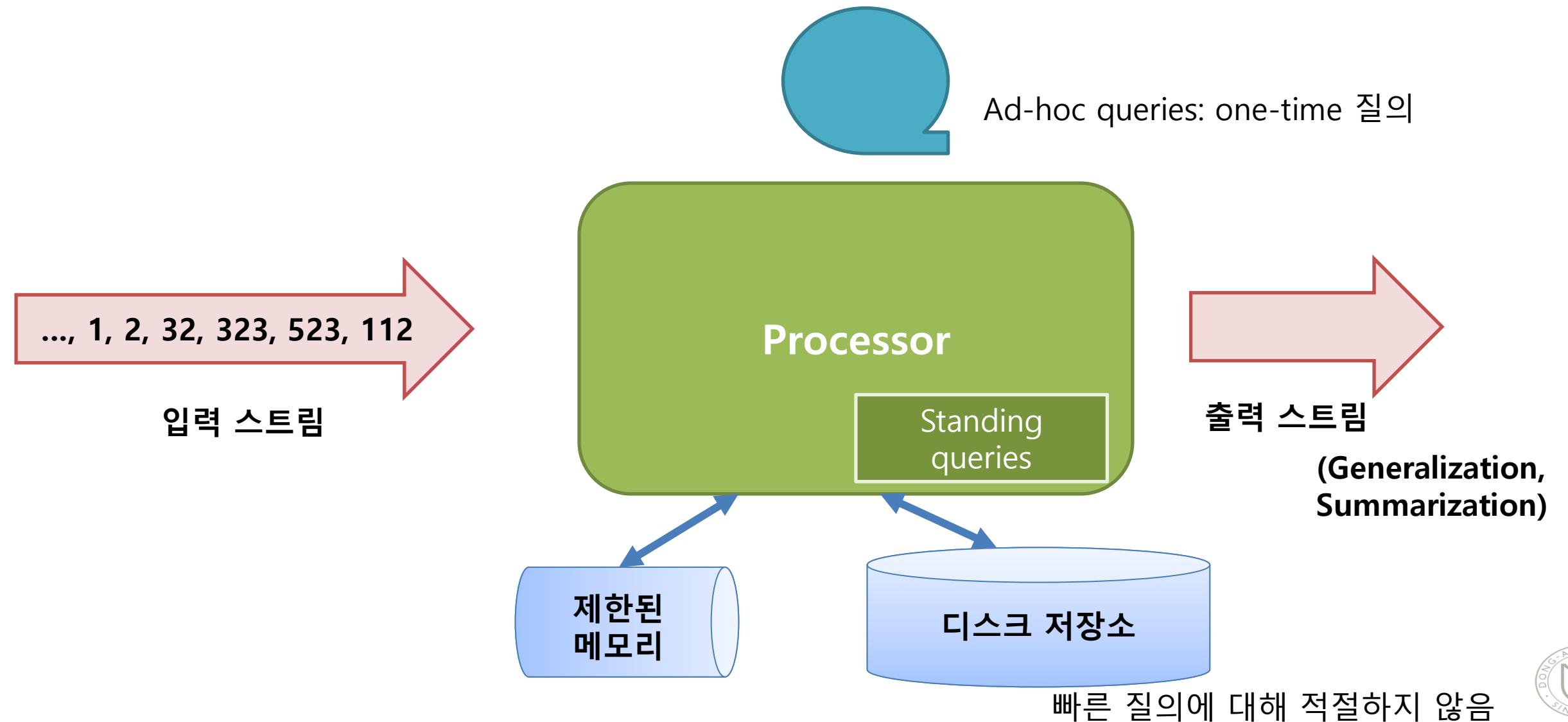
# General Stream Processing Model



# General Stream Processing Model



# General Stream Processing Model



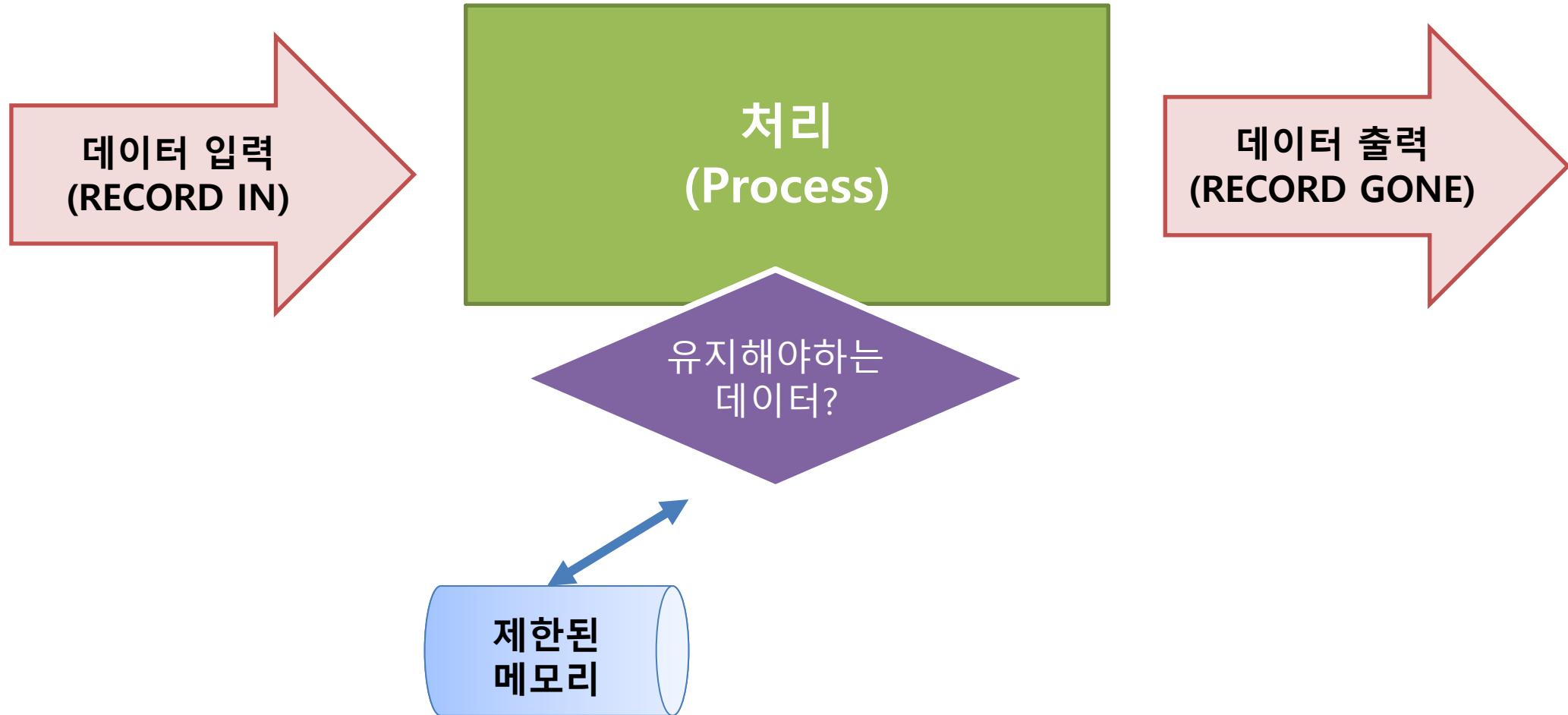
# 샘플링(Sampling)

- 통계적인 분석을 위한 랜덤 샘플링을 생성



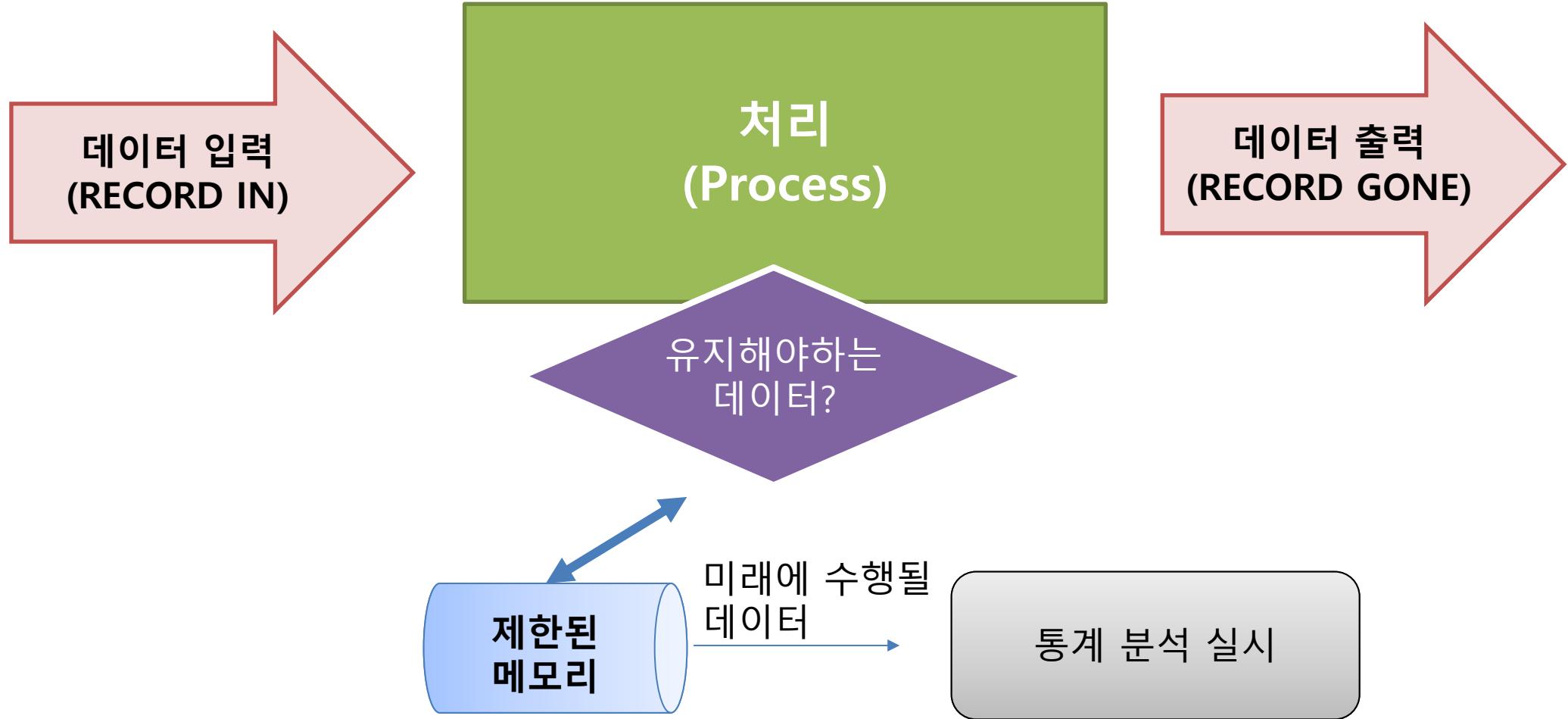
# 샘플링(Sampling)

- 통계적인 분석을 위한 랜덤 샘플링을 생성



# 샘플링(Sampling)

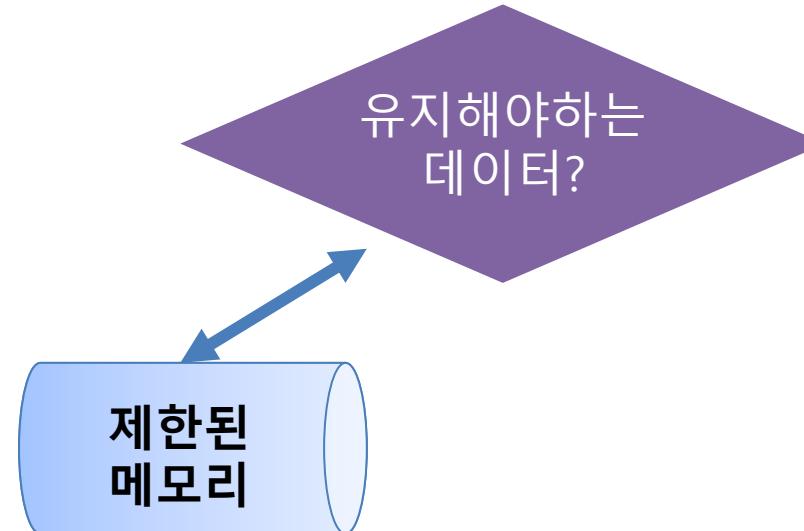
- 통계적인 분석을 위한 랜덤 샘플링을 생성



# 샘플링(Sampling)

- 통계적인 분석을 위한 랜덤 샘플링을 생성
- 간단한 해결책: 도착하는 레코드에 대해 랜덤 숫자를 생성

```
record = stream.next()  
if random() <= .05: # 5% 확률로 유지  
    memory.write(record)
```



# 샘플링(Sampling)

- 통계적인 분석을 위한 랜덤 샘플링을 생성
- 간단한 해결책: 도착하는 레코드에 대해 랜덤 숫자를 생성

```
record = stream.next()  
if random() <= .05: # 5% 확률로 유지  
    memory.write(record)
```

- 문제점: 레코드/튜플은 통계적인 분석을 위한 분석 단위가 될 수 없음
  - users\_ids for searches, tweets; locations\_ids for satellite images



# 샘플링(Sampling)

- 통계적인 분석을 위한 랜덤 샘플링을 생성
- 간단한 해결책: 도착하는 레코드에 대해 랜덤 숫자를 생성

```
record = stream.next()  
if random() <= perc: # perc% 확률로 유지  
    memory.write(record)
```

- 문제점: 레코드/튜플은 통계적인 분석을 위한 분석 단위가 될 수 없음
  - users\_ids for searches, tweets; locations\_ids for satellite images
- 해결책: hash into N= 1/perc buckets; 1 버킷을 유지한다

```
If hash(record['user_id']) == 1: # 유지
```

# 샘플링(Sampling)

- 통계적인 분석을 위한 랜덤 샘플링을 생성
- 간단한 해결책: 도착하는 레코드에 대해 랜덤 숫자를 생성

```
record = stream.next()  
if random() <= perc: # perc% 확률로 유지  
    memory.write(record)
```

- 문제점: 레코드/튜플은 통계적인 분석을 위한 분석 단위가 될 수 없음
  - users\_ids for searches, tweets; locations\_ids for satellite images
- 해결책: hash into N= 1/perc buckets; 1 버킷을 유지한다

If hash(record['user\_id']) == 1: # 유지

- Hash 함수를 저장소만 필요하고; 이것은 standing query가 될 것임



# Sampling의 Generalization

---

- Tuples(K,V)
  - K는 key이고 V는 value
- Key에 중심을 두어 sample을 수행해야함.
  - (K,V)의 쌍으로 중심을 두면 안됨.

# Example: Salary Ranges

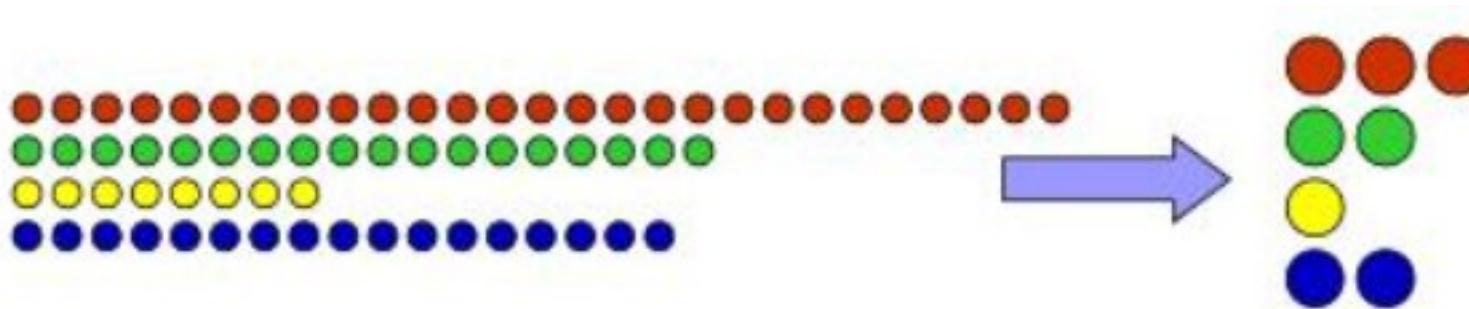
---

- Data = Tuples of the form (EmplD, Dept, Salary)
- Query: 부서 내 salary의 average range는 무엇인가?

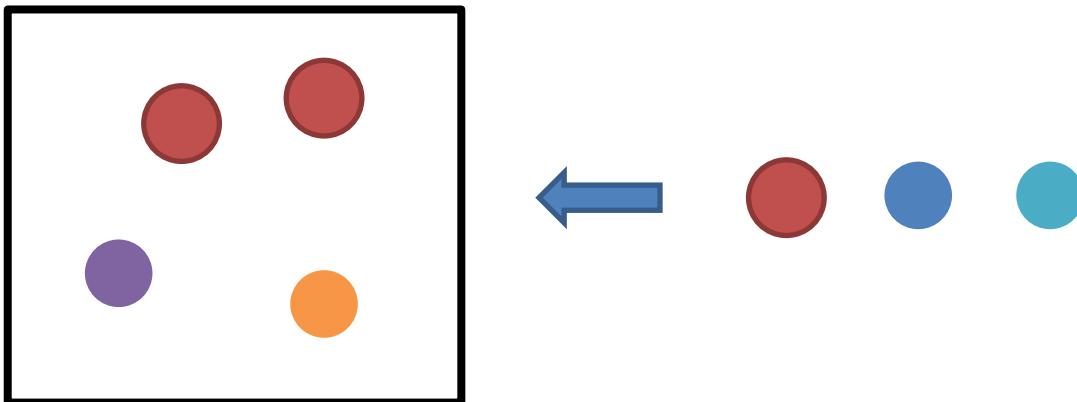
EmplD	Dept	Salary
111	AI	50000
222	CE	40000
442	CE	50000
333	AI	40000

# 샘플링(Sampling)

- Sample  $m$  items uniformly from stream
  - Approximate costly computation on small sample
- Challenge: don't know how long stream is
- Two solution
  - Reservoir sampling
  - Min-wise sampling



# Reservoir sampling



- Sample first  $m$  items
- N 번째 아이템을 확률  $m / n$  과 함께 Sample
- If sampled, 랜덤으로 이전의 sampled 아이템과 변경
- 스트림 길이가 k일 때의 확률:  $1/k$
- 단점: 병렬처리가 어려움

# Code: Reservoir\_sampling

- [https://github.com/vikotse/Reservoir-Sampling/blob/master/reservoir\\_sampling\\_py36.py](https://github.com/vikotse/Reservoir-Sampling/blob/master/reservoir_sampling_py36.py)

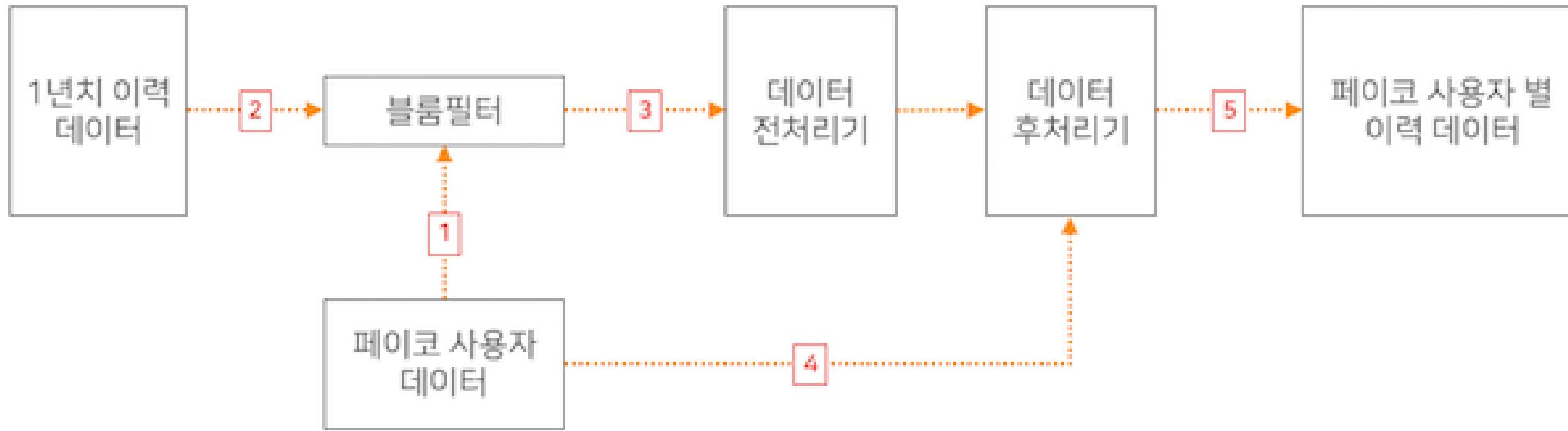
```
4  def reservoir_sampling(sampled_num, total_num):  
5      pool = []  
6      for i in range(0, total_num):  
7          if i < sampled_num:  
8              pool.append(i)  
9          else:  
10              r = random.randint(0, i)  
11              if r < sampled_num:  
12                  pool[r] = i  
13      return pool
```

# Filtering Data

---

- 속성 x값을 갖는 데이터를 선택하기
- 예제: 스팸필터를 위한 40B 안전한 이메일 주소가 주어졌을 때
  - The Bloom Filter (대략적으로, false positives 수락하나 false negatives 은 허용하지 않음)
    - 어떤 값이 집합에 속해 있는가?를 검사하는 필터 및 이를 구성하는 자료형

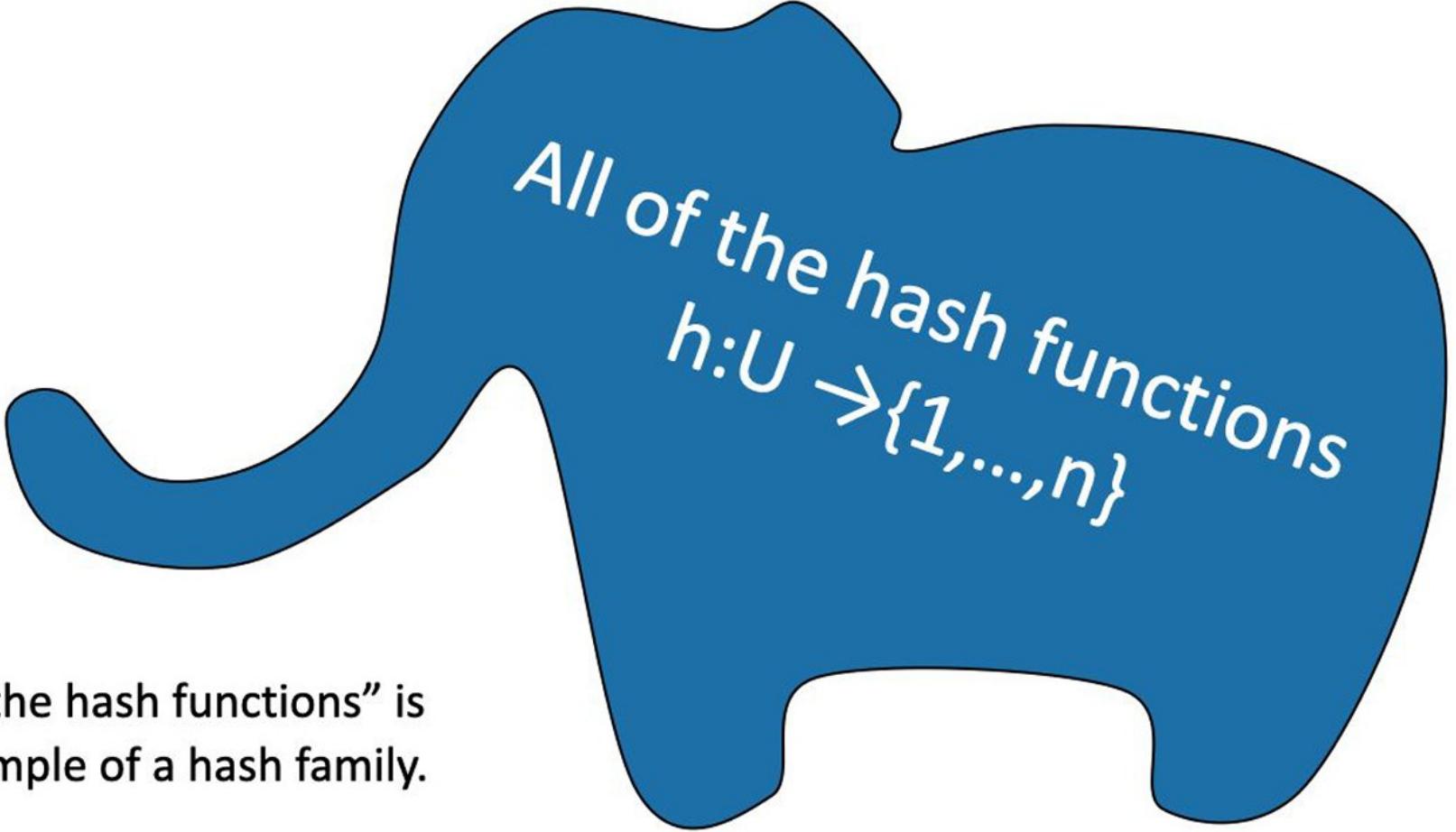
# Bloom Filter를 쓰는 예



블룸필터를 이용한 데이터처리 <출처: 내가또그림>

# Hash families

- A collection of hash functions



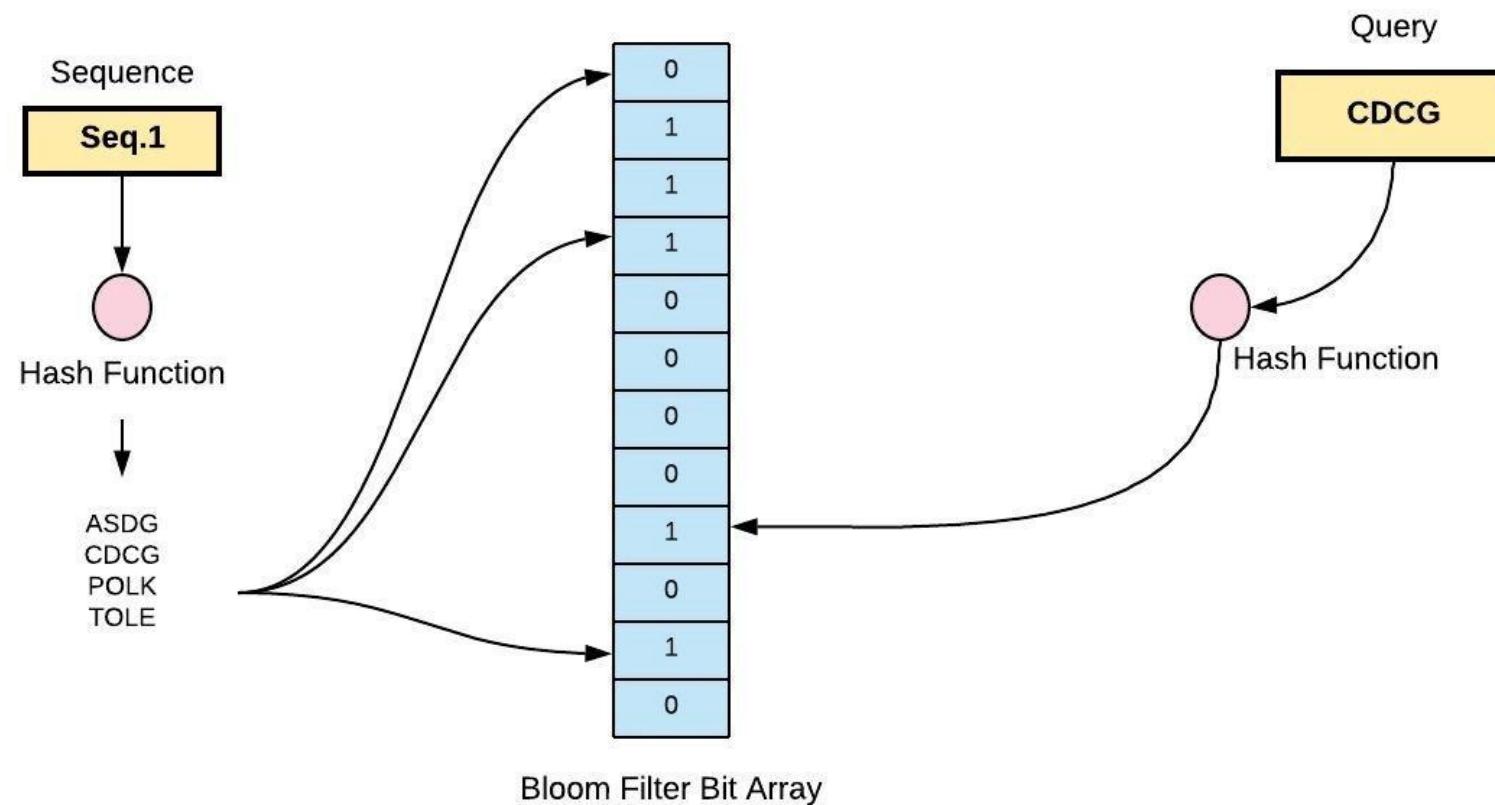
*All of the hash functions*  
 $h:U \rightarrow \{1, \dots, n\}$

"All of the hash functions" is  
an example of a hash family.



# Filtering Data

## Bloom filter 알고리즘



# Filtering Data: Bloom filter

- 데이터 스트림에 요소  $S$ 가 있다고 가정하고,  
우리는  $S$ 가 이전에 보았던 것인지를 알고 싶어함
- 각 해쉬 함수와 함께  $h_k(S)$ 를 계산
  - 모든 계산된 비트 위치가 1인 경우, 우리는  $S$ 를 이전에 보았다고 할 수 있음
  - 물론, 우리는 잘못 인지할 수 있음
    - 다른 입력이 동일한 비트를 만들어 낼 수 있음
- 적어도 하나의 비트가 0이라면, 우리는  $S$ 는 이전에 보았던 것이 아님을 이야기할 수 있음

# Example

---

필터의 크기는 11 bits  
H1는 홀수 비트를 선택  
H2는 짝수 비트를 선택

Stream element	H1	H2	Filter contents
25			
59			
85			
64			

# Bloom Filter

## ■ FP(False Positives)가 존재한다는 점만 유의할 것

### Given:

$|S|$  keys to filter; will be mapped to  $|B|$  bits

hashes =  $h_1, h_2, \dots, h_k$  independent hash functions

### Algorithm:

```
set all B to 0
for each i in hashes, for each s in S:
    set B[ $h_i(s)$ ] = 1
    ... #usually embedded in other code
while key x arrives next in stream
    if B[ $h_i(x)$ ] == 1 for all i in hashes:
        do as if x is in S
    else: do as if x not in S
```



# Confusion Matrix(오차 행렬)

		True Class	
		Positive	Negative
Predicted Class	Positive	TP	FP
	Negative	FN	TN

$$\text{accuracy} = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$$

# Throwing Darts

- False positives에 대한 심화분석
- 가정:  $m$ 개의 다트를 동등한 확률의  $n$ 개 타겟에 던진다고 하자
- 타겟이 적어도 하나의 다트를 얻을 확률은?

- 타겟 ( $n$ ) = 비트수
- 던진 다트 ( $km$ ) = 아이템의 해쉬 값
  - $km = m$ 개 원소  $\times k$  개 해시



# Throwing Darts

---

- m개의 다트와 n개의 타겟이 존재
- 타겟이 적어도 하나의 다트를 얻을 확률은?

$$(1 - 1/n)$$

처음 다트를 던질 때, 어떤 타겟이 다트에 의해 히트되지 않을 확률  
= 해시 1회 시 특정 비트 안 맞을 확률

# Throwing Darts

- m개의 다트와 n개의 타겟이 존재
- 타겟이 적어도 하나의 다트를 얻을 확률은?

k

$$(1 - 1/n)$$

K개의 해시일때,

km

$$(1 - 1/n)$$

M개 원소 일때,

M개 원소 삽입 후 특정 비트가 0일 확률

# Throwing Darts

- m개의 다트와 n개의 타겟이 존재
- 타겟이 적어도 하나의 다트를 얻을 확률은?

$$1 - ( 1 - \frac{1}{n} )^m \text{ km}$$

적어도 하나의 다트가 타겟에 맞출 확률  
= 특정 비트가 1이 될 확률

# Throwing Darts

- m개의 다트와 n개의 타겟이 존재
- False Positive 조건
  - 새 원소 x가 들어왔을때, 해시 k개 위치가 모두 1이면
- FP 확률

$$(1 - (1 - 1/n)^{km})^k$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = 1/e \quad \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{km} \approx e^{-km/n}$$



# Throwing Darts

---

## ■ 주어진 배열의 1의 비율 =

$$\text{FN의 확률 비율} = 1 - e^{-\left(\frac{km}{n}\right)}$$

- n의 타겟, km은 다트의 수(x원소의 수)

## ■ 예제: $10^9$ 다트, $8 \times 10^9$ 타겟

- 1의 비율 = 0.1175

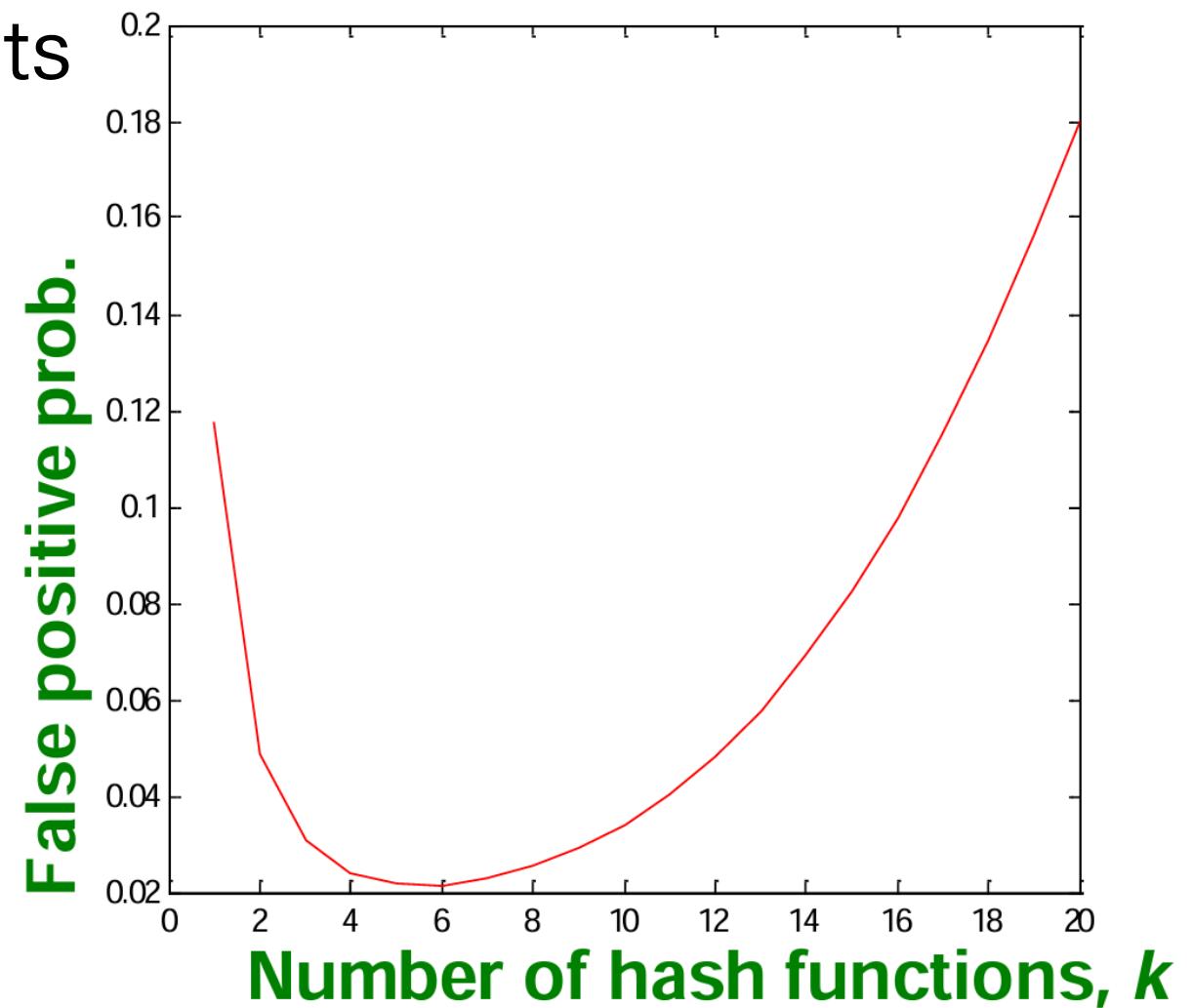
# Optimal number of hash functions

■  $m = 1$  billion,  $n = 8$  billions bits

- $k = 1$ : 0.1175
- $k = 2$ : 0.0489

■ Optimal value of  $k$ :

- $n / m * \ln(2) = 5.54 \sim 6$ 
  - $\ln(2) = 0.69$
- Error at  $k = 6$ 
  - $(1 - e^{-\frac{3}{4}})^6 = 0.0216$



# (Again) Bloom Filter

## ■ FP(False Positives)가 존재한다는 점만 유의할 것

### Given:

$|S|$  keys to filter; will be mapped to  $|B|$  bits

hashes =  $h_1, h_2, \dots, h_k$  independent hash functions

### Algorithm:

```
set all B to 0
for each i in hashes, for each s in S:
    set B[ $h_i(s)$ ] = 1
    ... #usually embedded in other code
while key x arrives next in stream
    if B[ $h_i(x)$ ] == 1 for all i in hashes:
        do as if x is in S
    else: do as if x not in S
```



## Bloom Filters (Medium level)

---

- Better than Linear search and Binary search
- 주어진 오류(False Positives)값을 만족하는 BF의 크기 생성
  - False positive의 확률( $p$ ) =  $1 - e^{-\left(\frac{m}{n}\right)}$
  - $n = -(m * \ln(p)) / (\ln(2)^2)$
- 적절한 Hash function의 개수도 결정
  - $n / m * \ln(2)$

# Bloom Filter: Wrap-up

---

- No false negative를 보장하고, 제한된 메모리로 동작
  - 비싼 비용의 Checking 이전에 전처리 시 훌륭한 방법임
  - 병렬 처리가 가능
  - False negative
    - SPAM ID인데 스팸이 아니라고 하는 경우
- False positives가 존재하다 (SPAM ID가 아닌데 스팸이라고 하는 경우)
  - Hash function의 수에 따라 오류율이 달라질 수 있으며, 최적화된 개수를 찾는 것도 매우 중요

# Counting Moments

## ■ Moments(순간):

- 가정:  $m_i$  는 데이터 내 구분 요소  $i$ 의 개수
- 스트림의  $K$ 번째 순간은

$$\sum_{i \in \text{Set}} m_i^k$$

- 0번째 순간: **구분된 요소의 개수**
- 1번째 순간: 스트림의 길이
- 2번째 순간: 제곱의 합

# Applications

---

- 다른 단어들이 웹사이트에서 얼마나 많이 발견되었는가?
  - 웹페이지를 크롤링할때
- 각 고객마다 요청한 다른 웹페이지가 얼마나 있는가?
- 지난 주에 판매한 고유한 상품의 개수는 몇 개인가?

# Flajolet-Martin Approach

---

- N개의 요소를 최소  $\log_2 N$  비트에 매핑하는 해쉬함수를 선택
- $r(e)$ : The number of trailing 0s
  - $h(a) = 12, 1100$  (binary)  $r(a) = 2$
  - $R = \max_a r(a)$
- 구분된 요소의 추정 개수 =  $2^R$



# Counting Moments

## ■ 0번째 순간

응용:

Counting...

문서 내 구분된 언어

구분된 웹사이트

사이트에 방문한 유저

알렉사/시리 에 요청한 고유한 질의

One solution: Set을 유지(hashmap, dictionary, heap)

문제점: 메모리 내 많은 것을 유지할 수 없음; 디스크 저장은 매우 느림

# Counting Moments

## ■ 0번째 순간

응용:

Counting...

문서 내 구분된 언어

구분된 웹사이트

사이트에 방문한 유저

알렉사/시리 에 요청한 고유한 질의

One solution: Set을 유지(hashmap, dictionary, heap)

문제점: 메모리 내 많은 것을 유지할 수 없음; 디스크 저장은 매우 느림

스트리밍 솔루션: Flajolet-Martin(FM) 알고리즘  $O(n)$

일반적인 아이디어:

$n$  - 관찰된 요소들의 (예상되는) 전체 개수

해쉬 함수  $h$ 를 사용하여 각 요소를 매핑하고  $\log_2 n$  비트로 매핑

$R$  # 마지막부분의 0의 최대 수

스트림 데이터가 들어올때, 각 스트림 데이터  $e$ :

$r(e) = \text{trailZero}(h(e))$  #  $h(e)$ 를 이용하여 trailing 0의 수를 계산

$R = r(e)$  if  $r[e] > R$

추정되는 구분된 요소의 수는  $= 2^R$

# Counting Moments

## ■ 0번째 순간

응용:

Counting...

문서 내 구분된 언어

구분된 웹사이트

사이트에 방문한 유저

알렉사/시리에 요청한 고유한 질의

One solution: Set을 유지(hashmap, dictionary, heap)

문제점: 메모리 내 많은 것을 유지할 수 없음; 디스크 저장은 매우 느림

스트리밍 솔루션: Flajolet-Martin(FM) 알고리즘  $O(n)$

일반적인 아이디어:

$n$  - 관찰된 요소들의 (예상되는) 전체 개수

해쉬 함수  $h$ 를 사용하여 각 요소를 매핑하고  $\log_2 n$  비트로 매핑

$R$  # 마지막부분의 0의 최대 수

스트림 데이터가 들어올 때, 각 스트림 데이터  $e$ :

$r(e) = \text{trailZero}(h(e))$  #  $h(e)$ 를 이용하여 trail

$R = r(e)$  if  $r[e] > R$

추정되는 구분된 요소의 수는  $= 2^R$

실용적인 부분은 문제가 있음

Multiple hash functions을 이용하여 결합

1.  $\log n$  크기의 그룹으로 파티션
2. 그룹의 평균(mean)을 취하고
3. 그룹의 평균의 중간값(median)을 취함

# Example: Counting Moments (not Scale)

- Input stream = [1,3,2,1,2,3,4,3,1,2,3]
- Hash function,  $h(x) = 6x + 1 \bmod 5$

$$h(1) = 2$$

$$h(3) = 4$$

$$h(2) = 3$$

$$h(1) = 2$$

$$h(2) = 3$$

$$h(3) = 4$$

$$h(4) = 0$$

$$h(3) = 4$$

$$h(1) = 2$$

$$h(2) = 3$$

$$h(3) = 3$$

$$h(1) = 2$$

# Example: Counting Moments (not Scale)

- Input stream = [1,3,2,1,2,3,4,3,1,2,3]
- Hash function,  $h(x) = 6x + 1 \bmod 5$

$$h(1) = 2 = 010$$

$$h(3) = 4 = 100$$

$$h(2) = 3 = 011$$

$$h(1) = 2 = 010$$

$$h(2) = 3 = 011$$

$$h(3) = 4 = 100$$

$$h(4) = 0 = 000$$

$$h(3) = 4 = 100$$

$$h(1) = 2 = 010$$

$$h(2) = 3 = 011$$

$$h(3) = 3 = 100$$

$$h(1) = 2 = 010$$

# Example: Counting Moments (not Scale)

- Input stream = [1,3,2,1,2,3,4,3,1,2,3]
- Hash function,  $h(x) = 6x + 1 \bmod 5$

$h(1) = 2 = 010$   
 $h(3) = 4 = 100$   
 $h(2) = 3 = 011$   
 $h(1) = 2 = 010$   
 $h(2) = 3 = 011$   
 $h(3) = 4 = 100$



$h(4) = 0 = 000$   
 $h(3) = 4 = 100$   
 $h(1) = 2 = 010$   
 $h(2) = 3 = 011$   
 $h(3) = 3 = 100$   
 $h(1) = 2 = 010$



# Example: Counting Moments (not Scale)

- Input stream = [1,3,2,1,2,3,4,3,1,2,3]
- Hash function,  $h(x) = 6x + 1 \bmod 5$

$$h(1) = 2 = 010 = 1$$

$$h(3) = 4 = 100 = 2$$

$$h(2) = 3 = 011 = 0$$

$$h(1) = 2 = 010 = 1$$

$$h(2) = 3 = 011 = 0$$

$$h(3) = 4 = 100 = 2$$

$$h(4) = 0 = 000 = 0$$

$$h(3) = 4 = 100 = 2$$

$$h(1) = 2 = 010 = 1$$

$$h(2) = 3 = 011 = 0$$

$$h(3) = 3 = 100 = 2$$

$$h(1) = 2 = 010 = 1$$

# Example: Counting Moments (not Scale)

- Input stream = [1,3,2,1,2,3,4,3,1,2,3]
- Hash function,  $h(x) = 6x + 1 \bmod 5$

$$h(1) = 2 = 010 = 1$$

$$h(3) = 4 = 100 = 2$$

$$h(2) = 3 = 011 = 0$$

$$h(1) = 2 = 010 = 1$$

$$h(2) = 3 = 011 = 0$$

$$h(3) = 4 = 100 = 2$$

$$R = 2$$

$$h(4) = 0 = 000 = 0$$

$$h(3) = 4 = 100 = 2$$

$$h(1) = 2 = 010 = 1$$

$$h(2) = 3 = 011 = 0$$

$$h(3) = 3 = 100 = 2$$

$$h(1) = 2 = 010 = 1$$

$$2^R = 2^2 = 4 [1, 3, 2, 4]$$

# Why it works

---

- $h(a)$ 가 적어도  $r$ 의 0으로 끝날 확률은  $2^{-r}$
- 따라서,  $m$ 개의 서로 다른 원소들 중에서 tail 길이가  $r$ 이 아닐 확률은  $1 - 2^{-r}$
- $M$ 개의 요소들 가운데  $r$ 의 tail을 가진 찾지 못할 확률은
  - $(1 - 2^{-r})^m$

## ■ 스트림 처리 구조

- Standing queries, Single pass

## ■ 스트림 처리에 대한 주제

- 일반적인 모델
- 샘플링
- 데이터 필터링
- 구분된 요소 카운팅