

# 故障滚动轴承的非线性动力学建模与振动分析

郑龙魁, 向阳, 盛晨兴

( 武汉理工大学 能源与动力工程学院 湖北 武汉 430000 )

**摘 要:** 为分析推进电机中故障滚动轴承的振动特征, 本文基于赫兹接触理论和能量守恒定律分别建立了轴承各部件的能量方程和滚动体与故障区域之间的冲击激励方程, 进一步, 根据拉格朗日方程推导并建立了故障滚动轴承的非线性动力学模型, 采用 Newmark- $\beta$  方法求解所建立的动力学模型并进行了试验验证。仿真和试验结果表明: 所推导的模型可以有效地模拟故障轴承的振动响应, 可为滚动轴承的监测和故障诊断提供理论依据。

**关键词:** 滚动轴承; 非线性; 动力学模型; 故障; Newmark- $\beta$ ; 赫兹接触; 振动响应; 冲击激励

**DOI:** 10.11990/jheu.202012022

**网络出版地址:** <https://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1390.U.20220318.0952.002.html>

**中图分类号:** TP319.56 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-7043(2022)05-0681-08

## Nonlinear dynamic modeling and vibration analysis of faulty rolling bearings

ZHENG Longkui, XIANG Yang, SHENG Chenxing

( College of Energy and Power Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430000, China )

**Abstract:** To analyze the vibration characteristics of faulty rolling bearings in propulsion motors, energy equations of each component of the bearings and impact excitation equations between rolling elements and fault areas were established based on Hertz contact theory and the energy conservation law, respectively. Furthermore, nonlinear dynamic models of fault rolling bearings were established based on the Lagrange equation. The Newmark- $\beta$  method was adopted to solve the dynamic models, and test verification was conducted. The derived model effectively simulated faulty rolling bearings, which provides a theoretical basis for the monitoring and fault diagnosis of rolling bearings.

**Keywords:** rolling bearing; nonlinear; dynamic model; fault; Newmark- $\beta$ ; Hertz contact; vibration response; impact excitation

旋转设备已广泛应用于社会的各行各业中,并发挥着越来越重要的作用,滚动轴承是旋转设备的关键部件之一,其动力学特征直接影响到旋转设备的运行质量。随着社会的不断发展,旋转设备对轴承等设备的动力学特性、稳定性及精确度的要求越来越高,虽然人工智能的崛起,提高了故障诊断的精度和诊断的效率,但是为了能更好地理解轴承故障的机理机制和更有效率地研究故障滚动轴承的振动特性,建立滚动轴承的非线性动力学模型具有非常重要的意义<sup>[1-4]</sup>。

目前国内外已有很多学者研究了滚动轴承的动

力学模型。Petersen 等<sup>[5]</sup>建立了双列滚动轴承的动力学模型,研究了轨道具有不同深度、不同长度的故障时,轴承的准静载荷分布情况和刚度变化规律,分析表明当滚动体经过故障位置时,由于内圈与滚动体之间的接触力将重新分配,所以滚动体刚度在加载方向减小,在卸载方向增加,还分析了滚动体经过故障位置时静载荷力的波动,该方法的时频响应应具有较好的周期性和规律性。Upadhyay 等<sup>[6]</sup>建立了滚动轴承的非线性动力学模型,研究了滚动体直径变化和滚动体个数变化时对高速旋转轴的非线性振动的影响,建模过程中滚动体与内外圈之间的刚度是非线性变化的,并添加了阻尼的影响,Newmark- $\beta$ 方法被用于求解动力学模型,结果表明当滚动体个数增加时意味着增加了系统的硬度,其可以减少 BPF (ball passing frequency) 的影响。Ahmadi 等<sup>[7]</sup>建立了故障轴承的非线性动力学模型,分析了线剥

收稿日期: 2020-12-16.

网络出版日期: 2022-03-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51079118, 51279148); NSFC-浙江两化融合联合基金项目 (U1709215)。

作者简介: 郑龙魁,男,博士研究生;

向阳,女,教授,博士。

通信作者: 向阳, E-mail: yxiang@whut.edu.cn.

落故障与滚动体接触时的振动特性,在建立动力学模型时考虑了滚动元件的有限元尺寸,提高了模型预测故障振动响应的精确度。刘倩楠等<sup>[8]</sup>建立了外圈剥落时具有双冲击现象的轴承动力学模型,主要分析了滚动体与剥落区域的接触特征,与实测数据相比较时该模型可以有效地计算出轴承剥落故障时的时频响应。姚廷强等<sup>[9]</sup>基于多系统动力学理论、Hertz 接触理论、轴承间隙、齿轮侧隙以及载荷工况等因素,提出了球轴承-螺旋锥齿轮系统的分析方法,分析了轴承和齿轮的特征频率的振动响应及影响规律。Singh 等<sup>[10]</sup>研究了局部线性剥落故障时轴承的振动响应,建立了故障轴承的有限元模型,采用显示动力学有限元软件 LS-DYNA (LS-Dynamic) 对所建立的有限元模型进行仿真计算,将仿真得到的结果进行了信号预处理,结果表明该有限元仿真方法可以有效地计算出故障轴承的时频特征,进而证明了该方法的有效性。Harsha<sup>[11]</sup>建立了滚动体与内外圈非线性刚度连接的动力学模型,介绍了非线性刚度的取值方法,分析了水平和垂直方向的时频特征及其振动规律,剖析了 Poincare 映射的周期性运动,但是该方法的坐标选取复杂,没有研究故障时轴承振动响应。

以上文献都对滚动轴承的动力学模型进行了研究,但很少有学者是从转动速度的角度去分析故障轴承的振动特点,本文将从转速的角度去建立故障区域的冲击激励,其过程是将故障区域的接触特征与滚动轴承的转速相结合,建立滚动体与故障区域之间的冲击激励公式,该公式可有效反映出转速对故障冲击激励的影响。采用 Hertz 接触理论求得滚动体与内外轨道之间的非线性刚度系数,并推导出轴承各部件的能量贡献公式,进一步,基于拉格朗日方程建立了以质量-弹簧表示的故障滚动轴承的非线性动力学模型,并进行了试验验证。

## 1 轴承的相关参数

滚动轴承的二维振动模型如图 1 所示,将复杂的滚动轴承系统简化为质量-弹簧系统,其中外圈固定在轴承座上,内圈固定于转轴上,随转轴的旋转而旋转。加载后内圈会发生一定距离的偏移,此时滚动体与内外圈相的接触符合 Hertz 接触理论。 $\alpha_j$  是第  $j$  个滚动体的角位置, $\theta$  是由保持架控制的 2 个滚动体之间的间隔角度,其与滚动体的个数有关,它们的表达式分别为<sup>[12]</sup>:

$$\alpha_j = \varphi_0 + \omega_{\text{ball}} t + \frac{2\pi(j-1)}{N_b}, \quad j = 1, 2, \dots, N_b \quad (1)$$

$$\theta = \frac{360}{N_b} \quad (2)$$

式中: $\varphi_0$  是初始相位角; $\omega_{\text{ball}}$  是滚动体的公转角速度; $N_b$  是滚动体的个数; $t$  是时间。

由于轴承振动非常复杂,在建立轴承的动力学模型时应满足以下假设:1) 滚动体、内外圈和转轴在同一平面内运动;2) 滚动体无打滑现象;3) 不考虑阻尼的影响。

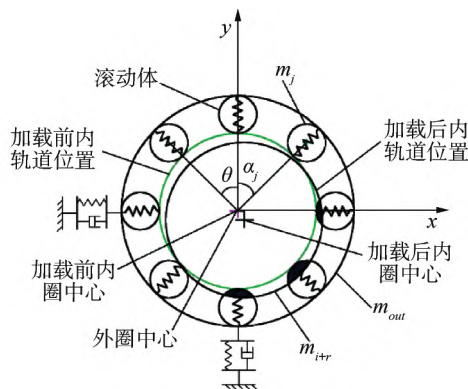


图 1 滚动轴承的二维振动模型

Fig.1 Two-dimensional vibration model of rolling bearing

当受到外界作用力时,根据赫兹接触定理可知,轴承中滚动体与内外圈的接触属于非线性的弹性接触,其接触面呈现出椭圆的形状,滚动体与内外圈接触的非线性刚度系数可由式(3)计算<sup>[11-12]</sup>:

$$\begin{cases} K_i = k_i \delta_i^{1/2} \\ K_o = k_o \delta_o^{1/2} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $K_i$  表示滚动体与内圈接触的刚度参数; $K_o$  表示滚动体与外圈接触的刚度参数; $\delta_i$  和  $\delta_o$  分别是滚动体与内外圈的接触变形量。

内外圈接触的刚度参数分别与内外圈轨道的曲率和  $\sum \rho_i$ 、曲率差有关,曲率和、曲率差可由轴承本身的尺寸参数计算得出,因此轴承整体的有效的非线性弹性模量  $K$  由内圈的弹性模量计算得到:

$$K = \frac{1}{((1/K_i)^{1/n} + (1/K_o)^{1/n})^n} \quad (4)$$

式中对球轴承  $n = 3/2$ 。

利用拉格朗日方程可以比较简单地推导出用广义坐标( $\rho, x, y$ )表示的轴承振动系统的运动微分方程<sup>[13-14]</sup>,拉格朗日方程可以表示为:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\rho}} - \frac{\partial T}{\partial \rho} + \frac{\partial V}{\partial \rho} = \{f\} \quad (5)$$

式中: $\dot{\rho}$  为广义速度; $\rho$  为广义位移; $f$  是相对于广义坐标  $\rho$  的非保守广义力; $T$  和  $V$  分别是相对于广义坐标  $\rho$  的动能和势能。

$$T = T_{\text{r.e.}} + T_{\text{i.r.}} + T_{\text{o.r.}} + T_{\text{rotor}} \quad (6)$$

式中: $T_{\text{r.e.}}$  是滚动体的动能; $T_{\text{i.r.}}$  是内轨道动能; $T_{\text{o.r.}}$  是外轨道动能; $T_{\text{rotor}}$  是转子动能。

$$V = V_{r.e.} + V_{i.r.} + V_{o.r.} + V_{rotor} + V_s \quad (7)$$

式中:  $V_{r.e.}$  是滚动体的势能;  $V_{i.r.}$  是内轨道势能;  $V_{o.r.}$  是外轨道势能;  $V_{rotor}$  是转子势能;  $V_s$  是滚动体与轨道间的弹性势能。

图2是加载后轴承的局部放大图, 其中  $\alpha_j$  是第  $j$  个滚动体中心加载前的角位置(如图1所示);  $\alpha_{oj}$  和  $\alpha_{ij}$  分别是加载后第  $j$  个滚动体中心与外、内轨道中心的角位置;  $K_{in}$  和  $K_{out}$  分别是滚动体与内外圈的接触刚度;  $\rho_j$  和  $\chi_j$  分别是承载后滚动体中心到外圈中心和内圈中心的距离;  $M_{in}$  和  $M_{out}$  分别为内外圈的质量中心;  $M_{ball}$  是滚动体的质量中心。加载后内圈质量中心发生偏移现象, 设偏移距离分别表示为  $x_{in}$  和  $y_{in}$ , 外圈固定在轴承座上, 所以外圈质量中心不发生偏移, 第  $j$  个滚动体质量中心偏移后的位置用  $\rho_j$  和  $\alpha_j$  来表示。

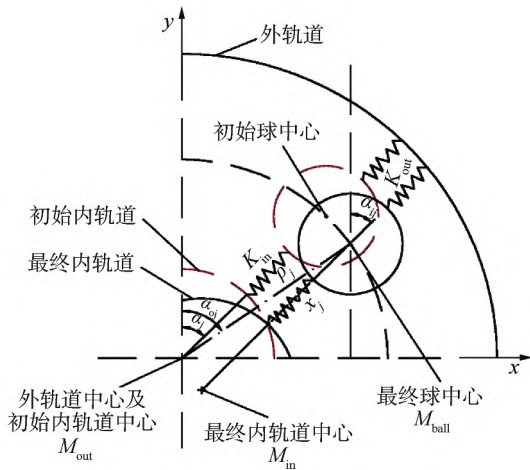


图2 滚动轴承的弹簧质量模型

Fig.2 Mass-spring model of the rolling element bearing

### 1.1 滚动体的动能与势能

轴承中每一个滚动体均视为只有弹簧刚度连接的部件, 第  $j$  个滚动体的动能是由转动动能和位移动能组成, 分别由  $\dot{\alpha}_j$  和  $\dot{\rho}_j$  来表示(外圈固定) 即:

$$T_j = \frac{1}{2} \dot{\rho}_j^2 m_j + \frac{1}{2} I_j \dot{\alpha}_j^2 \quad (8)$$

式中:  $m_j$  是第  $j$  个滚动体的质量;  $I_j$  是第  $j$  个滚动体的转动惯量;  $\rho_j$  是第  $j$  个滚动体的位移向量, 其表达式为:

$$\rho_j = (\rho_j \sin \alpha_j) i + (\rho_j \cos \alpha_j) j \quad (9)$$

经化简整理得:

$$\dot{\rho}_j^2 = \dot{\rho}_j^2 + \rho_j^2 \cdot \dot{\alpha}_j^2 \quad (10)$$

在满足前文假设的情况下, 根据滚动体与外圈轨道接触处的线速度大小相等、方向相反, 以及轴承外圈固定, 角速度为 0 的条件, 可以推导出  $\dot{\phi}_j$  的表达式:

$$\dot{\phi}_j = \frac{R + \rho_r}{\rho_r} \dot{\alpha}_j \quad (11)$$

式中:  $R$  是轴承外轨道半径;  $\rho_r$  是滚动体半径。

因此第  $j$  个滚动体的动能表达式为:

$$T_j = \frac{1}{2} m_j (\dot{\rho}_j^2 + \rho_j^2 \cdot \dot{\alpha}_j^2) + \frac{1}{2} I_j \left( \frac{R + \rho_r}{\rho_r} \dot{\alpha}_j \right)^2 \quad (12)$$

$N_b$  个滚动体的总动能和总势能分别表示为:

$$T_{r.e.} = \sum_j^{N_b} T_j \quad (13)$$

$$V_{r.e.} = \sum_j^{N_b} mg \rho_j \cos \alpha_j \quad (14)$$

### 1.2 内圈和转轴的动能与势能

轴承加载后分别用  $x_{in}$  和  $y_{in}$  分别表示  $x$  方向和  $y$  方向上的偏移距离, 转轴和内圈具有相同的偏移距离, 内圈和转轴的位移矢量公式为:

$$r_{in} = x_{in} i + y_{in} j \quad (15)$$

对其进行求导及平方后整理可得内圈的动能为:

$$T_{i.r.} = \frac{1}{2} m_{in} (\dot{x}_{in}^2 + \dot{y}_{in}^2) + \frac{1}{2} I_{in} \dot{\phi}_{in}^2 \quad (16)$$

内圈相对于坐标系原点的势能变化为:

$$V_{i.r.} = m_{in} g y_{in} \quad (17)$$

同理, 转轴的动能和势能分别为:

$$T_{rotor} = \frac{1}{2} m_{rotor} (\dot{x}_{in}^2 + \dot{y}_{in}^2) + \frac{1}{2} I_{rotor} \dot{\alpha}_{rotor}^2 \quad (18)$$

$$V_{rotor} = m_{rotor} g y_{in} \quad (19)$$

式中:  $m_{in}$  是内圈质量;  $I_{in}$  是内圈转动惯量;  $m_{rotor}$  是转轴质量;  $I_{rotor}$  是转轴转动惯量。

### 1.3 外圈的动能与势能

外圈固定于轴承座上, 外圈的质量中心点不发生任何变化, 因此外圈的动能和势能均为 0, 即  $T_{o.r.} = 0$ ,  $V_{o.r.} = 0$ 。

### 1.4 弹性接触的势能

轴承工作时, 滚动体与内外圈的接触是一种符合赫兹接触定理的非线性连接, 该弹性势能为:

$$V_s = \sum_j^{N_b} \frac{1}{2} (K_{in} \delta_{in}^2 + K_{out} \delta_{out}^2) \quad (20)$$

式中:  $\delta_{in}$  是滚动体与内圈的接触变形量;  $\delta_{out}$  是滚动体与外圈的接触变形量。  $\delta_{in}$  和  $\delta_{out}$  的分别表示为:

$$\delta_{in} = \begin{cases} \{r + \rho_r + \gamma_0\} - \chi_j, & r + \rho_r + \gamma_0 > \chi_j \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $r$  是内轨道半径;  $\rho_r$  滚动体半径;  $\chi_j$  内圈质量中心到滚动体中心的距离。

$$\delta_{out} = \begin{cases} R - \{\rho_j + \rho_r + \gamma_0\}, & \rho_j + \rho_r + \gamma_0 > R \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (22)$$

式中:  $R$  为外轨道半径;  $\rho_j$  为外圈质量中心到第  $j$  个滚动体中心的距离;  $\gamma_0$  为轴承中滚动体和内外圈之间的间隙如图2所示。

由图2可知, 第  $j$  个滚动体到内圈质量中心距

离  $\chi_j$  与广义坐标  $x_{in}$ 、 $y_{in}$  和  $\rho_j$  的关系式:

$$\begin{cases} x_{in} + \chi_j \sin \alpha_j = \rho_j \sin \alpha_j \\ y_{in} + \chi_j \cos \alpha_j = \rho_j \cos \alpha_j \end{cases} \quad (23)$$

根据式(23)可推导出相关参数的表达式。

## 2 轴承的碰撞冲击方程

图 3(a) 展示了轴承外圈故障的示意图,当轴承外圈发生故障时,滚动体经过故障区域可分为 3 个阶段:1) 滚动体即将进入故障区域;2) 滚动体处于故障区域中;3) 滚动体即将离开故障区域。根据参考文献[15]可知:滚动体从阶段 2 进入阶段 3 的过程对轴承振动的影响最大,该过程将产生一个作用时间较短(突然增大而后迅速消失)、量值较大的冲击力  $F_{co}$ ,其表达式为:

$$F_{co} = \frac{mv_{ball}}{t_{ball}} \quad (24)$$

式中:  $m$  为滚动体的质量;  $t_b$  为碰撞时间;  $v_{ball}$  为保持架的转动速度,其可以表示为:

$$v_{ball} = \omega_{ball} \cdot d_m \quad (25)$$

式中  $d_m$  是轴承的节圆直径。

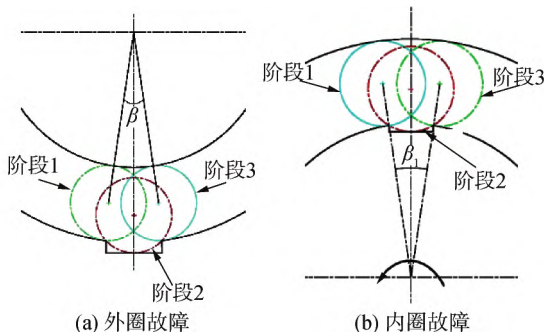


图 3 轴承故障模型

Fig.3 Rolling bearing fault model

### 1) 外圈故障:

$$\begin{cases} m_j \ddot{\rho}_j + m_j g \cos \alpha_j + m_j \rho_j \dot{\alpha}_j^2 - K_{in} \delta_{in} \frac{\partial \chi_j}{\partial \rho_j} + \frac{1}{2} \frac{\partial K_{in}}{\partial \rho} \delta_{in}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial K_{out}}{\partial \rho} \delta_{out}^2 + K_{out} \delta_{out} = 0 \\ (m_{in} + m_{rotor}) \ddot{x}_{in} - \sum_j^{N_b} \left( K_{in} \delta_{in} \frac{\partial \chi_j}{\partial x_{in}} \right) = F_u \cos(\omega t) + |F_o \cos \alpha_j| \quad j = 1, 2, \dots, N_b \\ (m_{in} + m_{rotor}) \ddot{y}_{in} + (m_{in} + m_{rotor}) g - \sum_j^{N_b} \left( K_{in} \delta_{in} \frac{\partial \chi_j}{\partial y_{in}} \right) = W + F_u \sin(\omega t) + |F_o \sin \alpha_j| \end{cases} \quad (29)$$

### 2) 混合故障:

$$\begin{cases} m_j \ddot{\rho}_j + m_j g \cos \alpha_j + m_j \rho_j \dot{\alpha}_j^2 - K_{in} \delta_{in} \frac{\partial \chi_j}{\partial \rho_j} + \frac{1}{2} \frac{\partial K_{in}}{\partial \rho} \delta_{in}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial K_{out}}{\partial \rho} \delta_{out}^2 + K_{out} \delta_{out} = 0 \\ (m_{in} + m_{rotor}) \ddot{x}_{in} - \sum_j^{N_b} \left( K_{in} \delta_{in} \frac{\partial \chi_j}{\partial x_{in}} \right) = F_u \cos(\omega t) + |(F_o + F_i) \cos \alpha_j| \quad j = 1, 2, \dots, N_b \\ (m_{in} + m_{rotor}) \ddot{y}_{in} + (m_{in} + m_{rotor}) g - \sum_j^{N_b} \left( K_{in} \delta_{in} \frac{\partial \chi_j}{\partial y_{in}} \right) = W + F_u \sin(\omega t) + |(F_o + F_i) \sin \alpha_j| \end{cases} \quad (30)$$

设相对于  $x$  轴的外圈故障中心的角位置为  $\beta_o$  ( $0^\circ \leq \beta_o \leq 360^\circ$ ), 故障范围用  $\beta$  表示见图 3, 即滚动体与故障区域所产生的冲击方程可以表示为:

$$F_o = \begin{cases} F_{co}, & \left( \beta_o - \frac{\beta}{2} \right) \leq \text{mod}(\alpha_j) \leq \left( \beta_o + \frac{\beta}{2} \right) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (26)$$

式中  $\text{mod}$  是取余函数。

同理,当轴承内圈发生故障如图 3(b) 所示,  $\beta_i$  是内圈故障的角度范围,滚动体与内圈故障接触的流程与外圈的流程相同。滚动体从阶段 2 进入阶段 3 的也将产生一个作用时间较短(突然增大而后迅速消失)、量值较大的冲击力  $F_{ci}$  [15]。由于内圈和滚动体均有转动速度,因此冲击力  $F_{ci}$  不仅与滚动体的转速度有关,还与内圈的转速度有关,其表达式为:

$$F_{ci} = \frac{m(v_i - v_{ball})}{t_{ball}} \quad (27)$$

式中  $v_i$  为内轨道的转动速度。因此内圈故障时,冲击方程可以表示为:

$$F_i = \begin{cases} F_{ci}, & \text{mod}(\omega_{in} t) - \frac{\beta_i}{2} \leq \text{mod}(\omega_{ball} t) \leq \text{mod}(\omega_{in} t) + \frac{\beta_i}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (28)$$

式中:  $\omega_{in}$  为内圈角速度;  $t$  为轴承运行时间;  $\omega_{ball}$  为保持架的角速度。

## 3 故障轴承的动力学方程

将式(13)~(14)、(16)~(20)、(26)和(28)分别代入式(5)~(7)中可得故障轴承的动力学公式:



4 仿真及实验验证

以 6206 深沟球滚动轴承为研究对象,采用 Newmark- $\beta$ 方法求解非线性动力学方程组。6206 轴承的几何参数见表 1,设置相关参数:  $\gamma_0$  取值为 0.001 mm;滚动体的初始位置( $\rho_j$ )为 22 mm;仿真步长 0.000 1 s;内圈的初始偏移量  $x_{in}$  和  $y_{in}$  均为  $10^{-3}$  mm;外部加载力( $W$ )取值 50 N;  $\beta_0 = 270$ ;碰撞时间  $t_{ball} = 0.001$  s;仿真速度分别为 21 rad/s 和 42 rad/s。图 4 是专门设计的故障轴承试验台,该试验台由三向异步电机、扭矩传感器、减速齿轮箱、偏心轮、试验轴承、磁力制动器以及联轴器等组成。

表 1 6206 轴承的几何尺寸和物理属性

Table 1 Geometric and physical characteristics of 6206 rolling bearings

参数	数值
滚动体质量/kg	0.006
内圈直径/mm	30
外圈直径/mm	62
滚动体直径/mm	9.525
滚动体数目	9
内轨道直径/mm	36.48
外轨道直径/mm	55.56
接触角/(°)	0
转速/(rad·s <sup>-1</sup> )	21、42

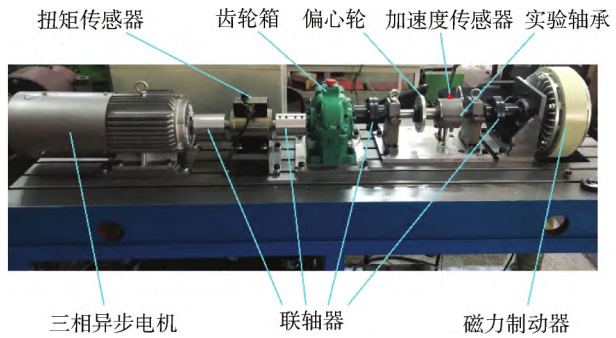


图 4 故障轴承试验台

Fig.4 Electric propulsion system simulation test bench

采用电火花在轴承上加工矩形凹槽作为故障缺陷,故障尺寸 6 mm×0.5 mm×0.5 mm 如图 5 所示,其中一个轴承只在外圈上加工矩形故障,另一个轴承的内圈和外圈上分别加工矩形故障。

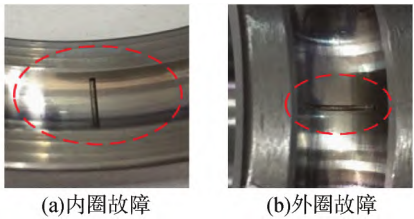


图 5 6206 轴承局部缺陷图片

Fig.5 Photos of the localized defects of 6206 rolling bearing

图 6 展示了轴承振动数据采集的示意图,如图 6 所示,数据采集系统是由加速度传感器 (LC0101)、NI 采集系统(采集单元: 9 234)、数据传输线和计算机组成。数据采集的过程:传感器用于采集轴承和齿轮箱的振动信号,所采集的振动信号通过数据线和 NI 采集系统传输到计算机中,并在计算机中做进一步的处理与分析。通过改变电机转速 (200 r/min、400 r/min) 和更换不同故障的轴承,分别采集了不同转速、不同故障类型的试验轴承的振动数据。由于试验台上的噪声较大,因此采用了带阻滤波器,滤除了部分噪声,以提高试验结果的可读性。

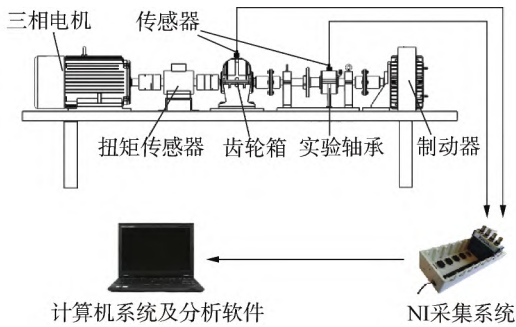


图 6 数据采集示意

Fig.6 Data acquisition schematic

1) 外圈故障。

图 7(a) 和 (b) 分别是仿真和实测数据在转速为 21 rad/s 时的时域图,图中都存在着周期性振动。图 7(c) 和 (d) 分别是仿真和实测数据的频域图,仿真数据的转动频率为 3.36 Hz 与实测信号的转动频率 3.16 Hz 非常接近,并且仿真数据中出现了外圈的故障频率 11.9 Hz 及其倍频,约等于实测数据的外圈故障频率 11.4 Hz 及其倍频。

由图 4 可知,试验轴承位于减速齿轮箱和磁力制动器之间,因此试验轴承处的转动速度略低于理论上的转动速度,进而引起了试验轴承的转动频率、外圈故障频率和内圈故障频率都略低于理论计算结果;在试验过程中,不可避免地会受到外界环境(如温度变化、润滑、磨损等)的影响,这些因素不仅会影响试验结果的时域波形,还可能在频域图中产生比仿真结果更多的峰值;轴承的非线性动力学模型是一种理想的计算模型,一旦确定了模型中的参数,其将不受外界因素(比如温度、润滑、磨损等)的影响,因此仿真结果中的噪音非常少。

图 8(a) 和 (b) 分别是仿真和实测数据在转速为 42 rad/s 时的时域图,图中都存在周期性冲击振动。图 8(c) 和 (d) 分别是仿真和实测数据的频域图,图 8(c) 中转动频率为 6.67 Hz,约等于图 8(d) 中的转动频率 6.4 Hz,图 8(c) 中出现了外圈的故障

频率 23.78 Hz 及其倍频,与图 8(d) 中的外圈故障

频率 23.03 Hz 及其倍频非常相近。

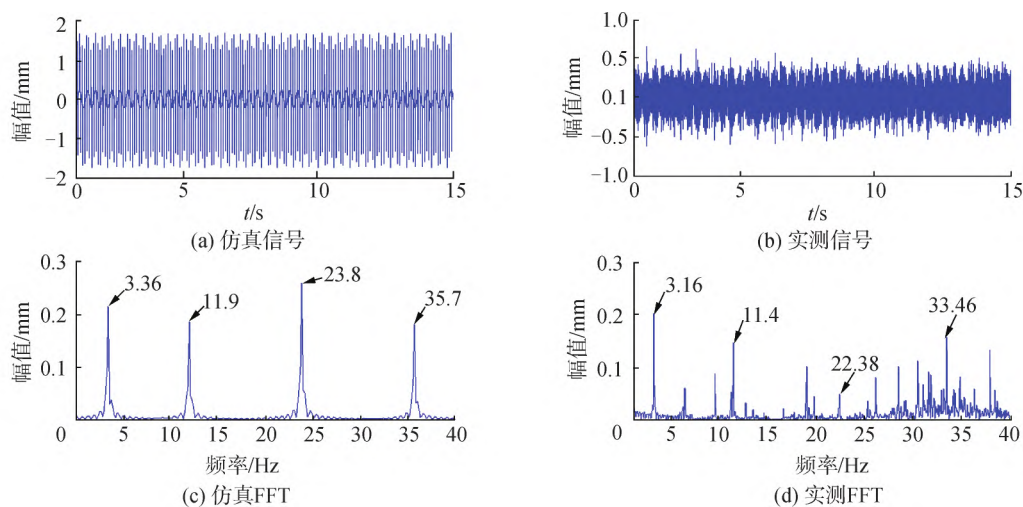


图7 外圈故障轴承(21 rad/s)

Fig.7 Rolling element bearing with outer race defect (21 rad/s)

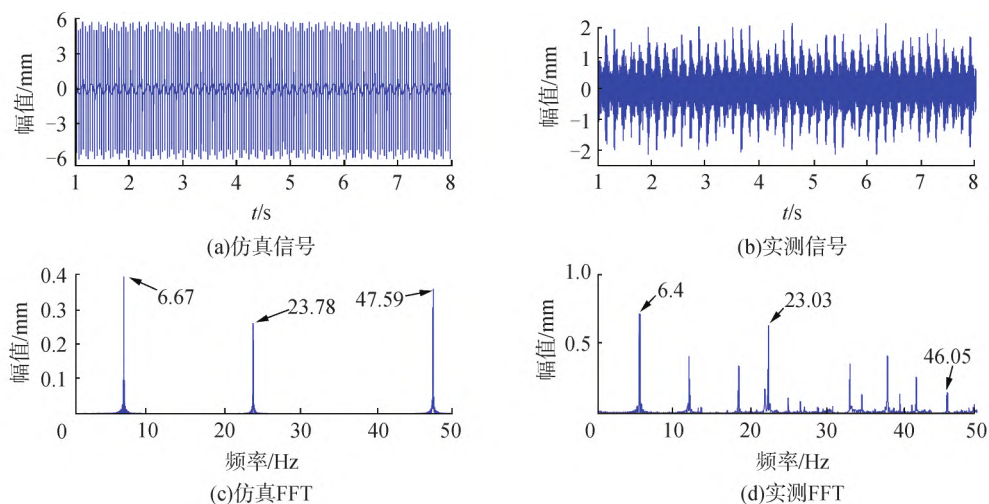


图8 外圈故障轴承(42 rad/s)

Fig.8 Rolling element bearing with outer race defect (42 rad/s)

## 2) 内外圈混合故障。

图 9(a) 和 (b) 分别是仿真和实测数据在转速为 21 rad/s 时的时域图,两图中都存在周期性的冲击振动。图 9(c) 和 (d) 分别是仿真和实测数据的频域图,图 9(c) 中的转动频率为 3.34 Hz 约等于图 9(d) 中的转动频率 3.16 Hz,图 9(c) 中的外圈故障频率为 11.44 Hz,内圈故障频率为 18.1 Hz,分别与图 9(d) 中的外圈故障频率 11.4 Hz 和内圈故障频率 19 Hz 相近,并且图 9(c) 和 (d) 中都出现了转动频率、外圈故障频率和内圈故障频率的倍频。

图 10(a) 和 (b) 分别是仿真和实测数据在转速为 42 rad/s 时的时域图,仿真和实测的时域图中都存在周期性的冲击振动。图 10(c) 和 (d) 分别是仿真和实测数据的频域图,图 10(c) 中转动频率为 6.67 Hz 约等于图 10(d) 中的转动频率 6.36 Hz;图 10(c) 中的外圈故障频率为 22.87 Hz,内圈故障频率为 36.2 Hz,分别与图 10(d) 中的外圈故障频率 22.93 Hz 和内圈故障频率 35.06 Hz 非常接近,并且仿真和实测数据的频率图中均出现了转动频率、外圈故障频率以及内圈故障频率的倍频。

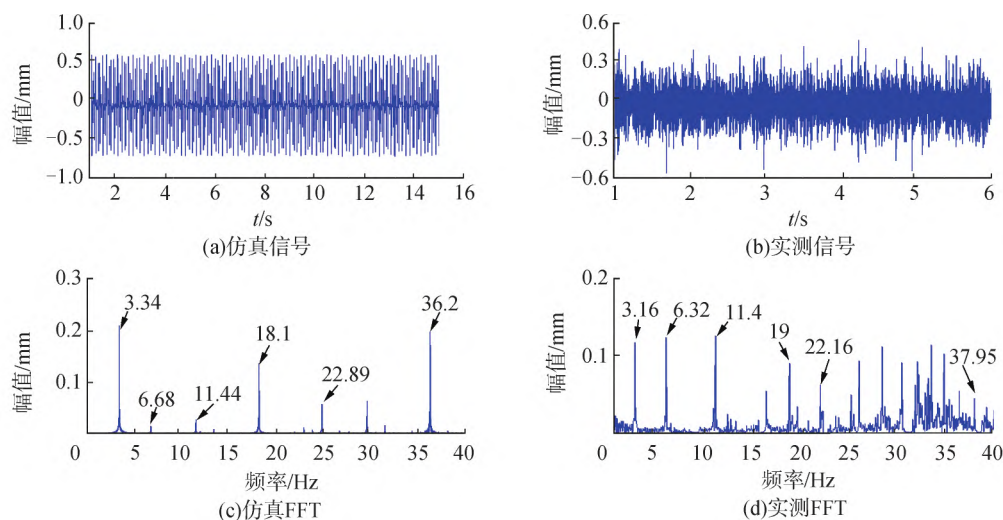


图9 混合故障轴承(21 rad/s)

Fig.9 Rolling element bearing with mixed defect (21 rad/s)

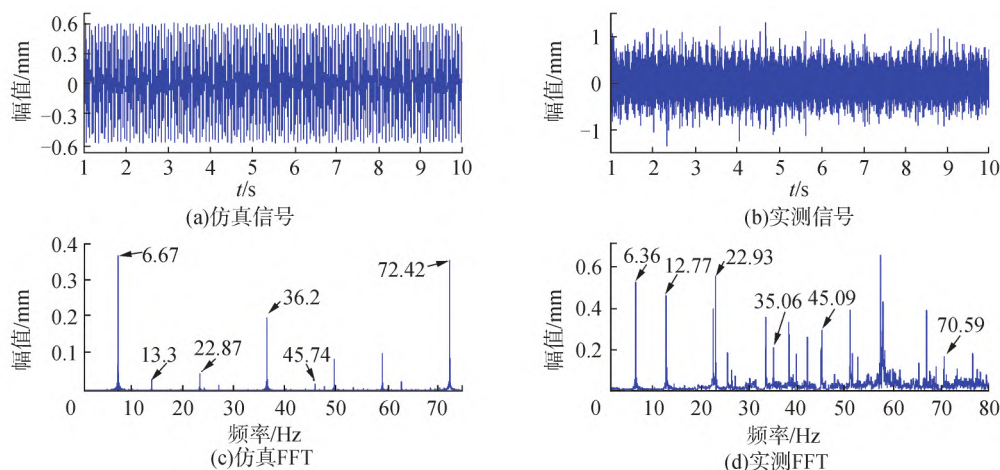


图10 混合故障轴承(42 rad/s)

Fig.10 Rolling element bearing with mixed defect (42 rad/s)

## 5 结论

1) 当滚动轴承的外圈发生故障时, 振动响应的时域图中会出现周期性的冲击振动, 频率图中会出现转轴的转动频率、轴承外圈的特征频率及其倍频;

2) 当滚动轴承的内外圈发生混合故障时, 振动响应的时域图中会出现周期性的冲击振动, 频率图中会出现转轴的转动频率及倍频、轴承外圈的特征频率及倍频和轴承内圈的特征频率及倍频。

## 参考文献:

- [1] 崔杰, 高聪, 魏强, 等. 轴承力作用下船舶尾部声振特性研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2020, 48(2): 126-132.  
CUI Jie, GAO Cong, WEI Qiang, et al. Study on vibration and acoustic characteristics of ship stern structure by propeller excitations [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (natural science edition), 2020, 48(2): 126-132.
- [2] 牛简楷, 曹宏瑞, 何正嘉. 考虑三维运动和相对滑动的滚动球轴承局部表面损伤动力学建模研究[J]. 机械工程学报, 2015, 51(19): 53-59.  
NIU Linkai, CAO Hongrui, HE Zhengjia. Dynamic modeling of rolling ball bearing with localized surface defects considering three dimensional motions and relative slippage [J]. Journal of mechanical engineering, 2015, 51(19): 53-59.
- [3] 张文平, 吴云鹏. 基于表面特征的滚动轴承振动模型研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2007, 28(5): 528-531.  
ZHANG Wenping, WU Yunpeng. Reserad/sh on a vibration model of rolling bearings based on surface characteristics [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2007, 28(5): 528-531.
- [4] JIANG Yunchuan, HUANG Wentao, LUO Jianing, et al. An improved dynamic model of defective bearings considering the three-dimensional geometric relationship between the rolling element and defect area [J]. Mechanical systems and signal processing, 2019, 129: 694-716.
- [5] PETERSEN D, HOWARD C, SAWALHI N, et al. Analysis of bearing stiffness variations, contact forces and vibrations in radially loaded double row rolling element bearings

- with raceway defects [J]. Mechanical systems and signal processing , 2015 , 50/51: 139–160.
- [6] UPADHYAY S H , JAIN S C , HARSHA S P. Non-linear vibration signature analysis of a high-speed rotating shaft due to ball size variations and varying number of balls [J]. Proceedings of the institution of mechanical engineers , part K: journal of multi-body dynamics , 2009 , 223( 2) : 83–105.
- [7] MOAZEN A A , PETERSEN D , HOWARD C. A nonlinear dynamic vibration model of defective bearings – The importance of modelling the finite size of rolling elements [J]. Mechanical systems and signal processing , 2015 , 52/53: 309–326.
- [8] 刘倩楠 , 郭瑜 , 伍星. 滚动轴承外圈剥落故障双冲击特征机理建模 [J]. 振动工程学报 , 2017 , 30( 4) : 670–678.  
LIU Qiannan , GUO Yu , WU Xing. Mechanism modeling of the double-impulses phenomenon of a spall defect on a rolling element bearing outer race [J]. Journal of vibration engineering , 2017 , 30( 4) : 670–678.
- [9] 姚廷强 , 王立华 , 迟毅林 , 等. 球轴承-螺旋锥齿轮系统多体接触动力学分析 [J]. 振动工程学报 , 2013 , 26( 5) : 665–677.  
YAO Tingqiang , WANG Lihua , CHI Yilin , et al. Multi-body contact dynamics analysis on ball bearing-spiral bevel gears [J]. Journal of vibration engineering , 2013 , 26( 5) : 665–677.
- [10] SINGH S , HOWARD C Q , HANSEN C H , et al. Analytical validation of an explicit finite element model of a rolling element bearing with a localised line spall [J]. Journal of sound and vibration , 2018 , 416: 94–110.
- [11] HARSHA S P. Nonlinear dynamic response of a balanced rotor supported by rolling element bearings due to radial internal clearance effect [J]. Mechanism and machine theory , 2006 , 41( 6) : 688–706.
- [12] HARRIS T A , KOTZALAS M N. Essential concepts of bearing technology [M]. Boca Raton: CRC Press , 2006.
- [13] SINGIRESU S R , Mechanical Vibrations , Fourth Edition [M]. Beijing: Tsinghua university press , 2009.
- [14] HARSHA S P. Nonlinear dynamic analysis of a high-speed rotor supported by rolling element bearings [J]. Journal of sound and vibration , 2006 , 290( 1/2) : 65–100.
- [15] 常斌全 , 剡昌锋 , 苑浩 , 等. 多事件激励的滚动轴承动力学建模 [J]. 振动与冲击 , 2018 , 37( 17) : 16–24.  
CHANG Binqun , YAN Changfeng , YUAN Hao , et al. Dynamic modeling for rolling bearings under multi-event excitation [J]. Journal of vibration and shock , 2018 , 37( 17) : 16–24.

#### 本文引用格式:

郑龙魁 , 向阳 , 盛晨兴. 故障滚动轴承的非线性动力学建模与振动分析 [J]. 哈尔滨工程大学学报 2022 43( 5) : 681–688.  
ZHENG Longkui , XIANG Yang , SHENG Chenxing. Nonlinear dynamic modeling and vibration analysis of faulty rolling bearings [J]. Journal of Harbin Engineering University 2022 43( 5) : 681–688.