Resultados del Método de la Potencia (Power Method)

Autor: Carlos Andres Gallego Montoya - Gustavo Adolfo Perez Perez - Sebastian Pedraza Rendon

6 de diciembre de 2024

1. Introducción

El Método de la Potencia (Power Method) es un método iterativo para encontrar el autovalor dominante (el de mayor magnitud) y su vector propio asociado. En esta sección se presentan los resultados obtenidos al aplicar dicho método a las matrices A, B, C, D, E, F, G y H. Posteriormente se discuten las ventajas y desventajas del método basadas en las observaciones de los resultados.

2. Resultados del Método de la Potencia

El Power Method se basa en la iteración:

$$x_{k+1} = \frac{Ax_k}{\|Ax_k\|}$$

y el valor dominante se aproxima a:

$$\lambda_{\text{dom}} \approx \|Ax_k\|$$

tras suficientes iteraciones.

Matriz A

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Autovalor dominante: 5.000000000051019 **Autovector dominante:** $\begin{pmatrix} 0{,}31622777 \\ 0{,}9486833 \end{pmatrix}$

Matriz B

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Autovalor dominante: 6.000000000159295 **Autovector dominante:** $\begin{pmatrix} 0{,}5547002 \\ 0{,}83205029 \end{pmatrix}$

Matriz C

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Autovalor dominante: 4.999999999927116 **Autovector dominante:** $\begin{pmatrix} 0{,}70710678 \\ 0{,}70710678 \end{pmatrix}$

Matriz D

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Autovalor dominante: 4.507018644136363 **Autovector dominante:** $\begin{pmatrix} 0{,}53231709 \\ 0{,}49863934 \\ 0{,}6841033 \end{pmatrix}$

Matriz E

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Autovalor dominante: 4.04891733944313 **Autovector dominante:** $\begin{pmatrix} 0{,}51769363 \\ 0{,}74808896 \\ 0{,}41515805 \end{pmatrix}$

Matriz F

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Autovalor dominante: 4.124885419806826 **Autovector dominante:** $\begin{pmatrix} 0{,}67550236 \\ 0{,}61159354 \\ 0{,}41188579 \end{pmatrix}$

Matriz G

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Autovalor dominante: 6.6345344633426l9 **Autovector dominante:** $\begin{pmatrix} 0{,}38941594 \\ 0{,}35142164 \\ 0{,}55977506 \\ 0{,}6414904 \end{pmatrix}$

Matriz H

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Autovalor dominante: 6.827262250310702 **Autovector dominante:** $\begin{pmatrix} 0{,}42853133 \\ 0{,}34899468 \\ 0{,}55406667 \\ 0{,}62255421 \end{pmatrix}$

3. Ventajas y Desventajas del Método de la Potencia

Ventajas

- **Simplicidad**: El método es fácil de implementar y conceptualmente sencillo.
- **Eficiencia para el autovalor dominante**: Converge rápidamente al autovalor de mayor magnitud, especialmente si este está bien separado del resto.
- **Escalabilidad**: Requiere operaciones sencillas por iteración, por lo que puede ser escalable a matrices muy grandes.

Desventajas

- **Solo obtiene el autovalor dominante**: No provee el resto de los autovalores ni sus vectores propios.
- **Dependencia de la separabilidad del autovalor dominante**: Si el autovalor dominante no está claramente separado, la convergencia puede ser lenta o inestable.
- **Dependencia de la elección del vector inicial**: Un vector inicial desfavorable puede alargar la convergencia o llevar a resultados erróneos si no se cumple la condición de existencia de un autovalor dominante único.

4. Conclusiones

El Método de la Potencia se mostró efectivo para encontrar el autovalor dominante y su correspondiente autovector en todas las matrices analizadas. Los resultados coinciden en gran medida con el autovalor dominante encontrado por otros métodos, aunque este procedimiento no proporciona información sobre el resto de los autovalores. Como parte de un análisis más amplio, el Método de la Potencia puede servir como una herramienta valiosa cuando solo se necesita el autovalor principal y la matriz es lo suficientemente grande como para que métodos más complejos sean costosos.