Resultados y Análisis de los Métodos para Cálculo de Autovalores y Autovectores

Autor: Carlos Andres Gallego Montoya - Gustavo Adolfo Perez Perez - Sebastian Pedraza Rendon

6 de diciembre de 2024

1. Introducción

En este documento se presentan los resultados obtenidos al aplicar el Método del Polinomio Característico (Method 1) a un conjunto de matrices (A, B, C, D, E, F, G, H). Cada matriz fue sometida al procedimiento y se muestran los autovalores y autovectores obtenidos. Posteriormente, se discuten las ventajas y desventajas del método para cada una de las matrices dadas.

2. Resultados del Método del Polinomio Característico

A continuación se listan los resultados obtenidos con el método del polinomio característico. Este método implica:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \implies \text{autovalores}$$

Una vez encontrados los autovalores, se resuelve:

$$(A - \lambda I)x = 0 \implies \text{autovectores}$$

Matriz A

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Autovalores: 5, 1 **Autovectores:** Para $\lambda = 5$: $\begin{pmatrix} -0{,}31622777 \\ -0{,}9486833 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = 1$: $\begin{pmatrix} -0{,}70710678 \\ 0{,}70710678 \end{pmatrix}$

Matriz B

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Autovalores: 6, 1 **Autovectores:** Para $\lambda = 6$: $\begin{pmatrix} -0{,}5547002 \\ -0{,}83205029 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = 1$: $\begin{pmatrix} -0{,}70710678 \\ 0{,}70710678 \end{pmatrix}$

Matriz C

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Autovalores: 5, 1 **Autovectores:** Para $\lambda = 5$: $\begin{pmatrix} 0{,}70710678 \\ 0{,}70710678 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = 1$: $\begin{pmatrix} -0{,}9486833 \\ 0{,}31622777 \end{pmatrix}$

Matriz D

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Autovalores: 4.5070, 0.7781, -0.2851 **Autovectores:** Para $\lambda = 4{,}5070$: $\begin{pmatrix} 0{,}53231709 \\ 0{,}49863934 \\ 0{,}6841033 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = 0{,}7781$: $\begin{pmatrix} 0{,}1297142 \\ 0{,}88103974 \\ -0{,}45491011 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = -0{,}2851$: $\begin{pmatrix} -0{,}49762292 \\ 0{,}86033768 \\ -0{,}11041066 \end{pmatrix}$

Matriz E

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Autovalores: 4.0489, -0.6920, -0.3569 **Autovectores:** Para $\lambda = 4{,}0489$: $\begin{pmatrix} -0{,}51769363 \\ -0{,}74808896 \\ -0{,}41515805 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = -0{,}6920$: $\begin{pmatrix} -0{,}26822309 \\ -0{,}75154439 \\ 0{,}6026918 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = -0{,}3569$: $\begin{pmatrix} 0{,}85467668 \\ -0{,}21108771 \\ -0{,}47430977 \end{pmatrix}$

Matriz F

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Autovalores: 4.1249, -0.7616, 0.6367 **Autovectores:** Para $\lambda = 4{,}1249$: No se encontraron autovectores con el método (vacío) Para $\lambda = -0{,}7616$: $\begin{pmatrix} -0{,}07072589 \\ -0{,}84969749 \\ 0{,}52250553 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = 0{,}6367$: $\begin{pmatrix} -0{,}72653358 \\ 0{,}66793428 \\ 0{,}16128473 \end{pmatrix}$

Matriz G

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Autovalores: 6.6345, 1.5086, -0.7356, -0.4075 **Autovectores:** Para $\lambda = 6{,}6345$: $\begin{pmatrix} 0{,}38941594 \\ 0{,}35142164 \\ 0{,}55977506 \\ 0{,}6414904 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = 1{,}5086$: $\begin{pmatrix} 0{,}10866639 \\ 0{,}54839569 \\ 0{,}61625428 \\ -0{,}55469311 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = -0{,}7356$: $\begin{pmatrix} -0{,}65148076 \\ 0{,}31969406 \\ 0{,}68513144 \\ 0{,}06295578 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = -0{,}4075$: $\begin{pmatrix} -0{,}38913343 \\ 0{,}80095815 \\ -0{,}44482357 \\ 0{,}09577685 \end{pmatrix}$

Matriz H

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Autovalores: 6.8273, 1.7281, -1.0879, -0.4674 **Autovectores:** Para $\lambda = 6{,}8273$: $\begin{pmatrix} 0{,}42853133 \\ 0{,}34899468 \\ 0{,}55406667 \\ 0{,}62255421 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = 1{,}7281$: $\begin{pmatrix} 0{,}24289613 \\ 0{,}4838935 \\ 0{,}52400705 \\ -0{,}65746876 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = -1{,}0879$: $\begin{pmatrix} -0{,}71363438 \\ 0{,}35215497 \\ 0{,}598272 \\ 0{,}09372011 \end{pmatrix}$ Para $\lambda = -0{,}4674$: $\begin{pmatrix} 0{,}28400892 \\ 0{,}22663858 \\ -0{,}93115005 \\ 0{,}03055296 \end{pmatrix}$

3. Ventajas y Desventajas del Método del Polinomio Característico

Ventajas

- Permite encontrar todos los autovalores teóricamente.
- Método directo basado en la definición misma de los autovalores.

Desventajas

- Para matrices grandes, encontrar las raíces del polinomio característico es numéricamente inestable y costoso.
- Puede producir resultados numéricamente imprecisos o eigenvectores vacíos en algunos casos (como se ve con la matriz F).
- La obtención del polinomio característico y sus raíces es un proceso más susceptible a errores de redondeo.

4. Comparación con Otros Métodos

En pruebas adicionales (no incluidas aquí) se observará que el Método de la Potencia (Power Method) encuentra únicamente el autovalor dominante, mientras que el Método QR tiende a ser más estable y robusto para extraer todos los autovalores. Sin embargo, el Método del Polinomio Característico es un punto de partida teórico y útil para matrices pequeñas, pero no se recomienda en aplicaciones numéricas a gran escala.

5. Conclusiones

Los resultados muestran que el método del polinomio característico proporciona autovalores y autovectores razonables para matrices pequeñas, pero puede presentar complicaciones numéricas, especialmente para matrices más grandes o con propiedades numéricas adversas. La elección del método adecuado depende del tamaño de la matriz, la estabilidad numérica deseada y el tipo de autovalores esperados.