SAYISAL YÖNTEMLERLE KARAR VERME

Prof. Dr. Ünal Halit ÖZDEN

28.11.2024-29.11.2024

İyi Günler ☺

Hoş geldiniz...

- Başlangıç: 10:00
- Ders Süresi: 45 Dakika
- Ara: 15 Dakika
- Öğle Arası: 13:00-14:00
- Bitiş: 17:00
- Ders dokkümanları:

https://github.com/unalozden/FKB-Sayisal-Karar-Verme-Yontemleri

Eğitiminizin etkin ve verimli geçmesini dileri.

Finansal Kurumlar Birliği

MENTOR AKADEMİ

Tanışalım mı?

☺☺☺

Finansal Kurumlar Birliği

MENTOR AKADEMİ

Eğitim içeriği

- **Karar verme süreci**
- **Karar vermek neden zordur?**
- **Karar ortamları**
  - Belirlilik ortamında karar verme
  - Belirsizlik ortamında karar verme
  - Risk ortamında karar verme
- **Karar ağaçları**
- **Oyun kuramı**
  - Strateji sayılarına göre oyunlar
  - Arı ve karma stratejiler
  - Mahkûmlar açmazı
- **Çok kriterli karar verme**
  - AHP
  - ELECTRE yöntemi
  - TOPSIS yöntemi

MENTOR AKADEMİ

Karar Verme Süreci

Karar Verme Süreci

Karar verme, çeşitli alternatifler içinde en uygun olanının seçiminin yapıldığı bir süreç olarak tanımlanabilir.

Karar Verme Süreci,

1.Karar probleminin tanımlanması

-Karar verecek kişi veya kişiler

-Amaç

-Alternatif eylem biçimleri

-Belirsizlik

2. Karar probleminin modelinin kurulması

3. Modelden çözüm elde edilmesi

4. Modelin çözümünün test edilmesi

5. Karar verme ve kararın uygulamaya konulması

Bir Karar Sürecinin Bileşenleri

- Çözülmesi gereken problem
- Karar verici veya vericiler
- Hedef-Amaç (Z)
- Alternatifler (A_i)
- Kriterler (C_j)
- Karar Matrisi (X)

$$X = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{vmatrix}$$

- Kriter ağırlıkları (w_j)
- Belirsizlik

Karar Kuramı

Karar kuramı, karar vericiye karar alma ve karar süreci geliştirme konularında yol gösteren yaklaşımdır.

Karar Türleri

- **Karar veren kişi sayısı açısından kararlar**
  - Bireysel kararlar
  - Grup kararları
- **Bilgi derecesi açısından kararlar**
  - Belirlilik altında karar verme
  - Risk altında karar verme
  - Belirsizlik altında karar verme
- **Amaç sayısı açısından kararlar**
  - Tek amaçlı karar verme
  - Çok amaçlı karar verme
- **Kriter sayısı açısından kararlar**
  - Tek kriterli karar verme
  - Çok kriterli karar verme

Belirlilik Durumunda Karar Alma

1. Doğrusal Programlama
2. Ulaştırma Problemleri
3. Atama Problemleri
4. Tamsayılı Programlama

1. Doğrusal Programlama

Doğrusal programlama, iyi tanımlanmış doğrusal eşitliklerin veya eşitsizliklerin kısıtlayıcı koşulları altında doğrusal bir amaç fonksiyonunu en iyi (optimum/ maksimizasyonminimizasyon) kılan değişken değerlerinin belirlenmesinde kullanılan matematiksel programlama tekniğidir.

DP Modelinin Yapısal Unsurları

MENTOR AKADEMİ

1. Amaç fonksiyonu

Karar vericinin ulaşmak istediği hedef doğrusal bir denklem ile açıklanır. Amaç fonksiyonu olarak bilinen bu denklem, karar değişkenleri ile karar vericinin amacı arasındaki fonksiyonel ilişkiyi gösterir.

$Z_{enk/enb}=c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots..c_nx_n$

$$Z_{enb/enk} = \sum_{j=1}^{n} C_j x_j$$

2. Kısıtlayıcı fonksiyonlar (kısıtlayıcılar/kısıtlar)

Karar değişkenleri ve karar değişkenleriyle parametrelerin birbirleriyle olan ilişkilerinde sağlanması zorunlu olan ilişkilerin matematiksel olarak açıklanmasıyla elde edilen denklemlere kısıtlayıcı fonksiyonlar denir. Kısıtlayıcıların değerleri kesin olarak önceden belirlenmiş olup sistemin tanımlanmasında kullanılır. Kısıtlayıcı fonksiyonlar sadece kaynakların sınırlarını değil, gereksinim ve yönetim kararlarını ifade etmekte de kullanılır.

$a_{11}x1+a_{12}x_2+\ldots\ldots\ldots+a_{1n}x_n \leq = \geq b_1$

$a_{21}x1+a_{22}x_2+\ldots\ldots\ldots+a_{2n}x_n \leq = \geq b_2$

… … … … …

$a_{m1}x1+a_{m2}x_2+\ldots\ldots\ldots+a_{mn}x_n \leq = \geq b_m$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ (\leq; =; \geq) b_i \quad (i = 1, 2, 3, \ldots, m)$$

3. Negatif olmama koşulları

Karar değişkenlerinin değerleri negatif olmaz.

$x_1, x_2, \ldots\ldots x_n \geq 0$ veya kısaca $x_j \geq 0$ $(j=1, 2, 3, \ldots, n)$

DP'nin Varsayımları

1.Doğrusallık (veya Oransallık) Varsayımı: Modeldeki fonksiyoların hepsi doğrusaldır. Bu varsayım gerçekleşmediği takdirde DOP söz konusudur.

2.Toplanabilirlik Varsayımı

3.Kesinlik Varsayımı:

Bu varsayım, tüm parametrelerin (amaç fonksiyonu katsayısı, sağ el tarafı ve teknolojik katsayı) kesin olarak bilindiğini ve ilgili dönemde değişmeyeceğini öngörür. Eğer bu değerler tam olarak bilinmiyorsa, sonuç güvenilir olmayacaktır. Böyle bir durumda duyarlılık analizine başvurulabilir.

4. Negatif Olmama Varsayımı

Karar değişkenleri negatif değerler alamaz.

5. Bölünebilirlik Varsayımı

Bu varsayım, her karar değişkenlerinin ondalıklı bir sayı alabileceği anlamına gelir. Bu varsayım ortadan kalktığında tamsayılı programlama söz konusu olur.

DP’nin Uygulama Alanları

- Ulaştırma ve dağıtım kanallar
- Beslenme ve karıştırma problemleri
- Üretim planlaması
- Yatırım planlaması
- Görev dağıtımı
- Arazi kullanımı planlaması
- Kuruluş yeri seçimi
- Oyun teorisi
- …

Örnek DP Modeli 6

- Biri alüminyum diğeri ahşap çerçeveli olmak üzere iki tip pencere üretimi planlanmaktadır. Üretim atölyelerinin günlük çalışma kapasiteleri ve her üründen bir adet üretmek için gerekli zaman (saat olarak) aşağıdaki gibidir. Ahşap çerçeveli pencerenin kâra katkısı 300 TL, alüminyum çerçevelininki ise 500 TL'dir. İşletme, günlük karını en büyüklemek için her üründen kaç birim üreteceğini belirlemek istediğine göre, problemi doğrusal programlama modeli olarak formüle ediniz.

Atölye	Pencere		Çalışma Kapasitesi (gün/saat)
	Alüminyum	Ahşap	
Alüminyum	1	0	4
Ahşap	0	2	12
Cam Üretim	3	2	18
Birim Kâr (TL)	300	500	-

Örnek DP Modeli 6-devam

Problemin karar değişkenleri aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

x_1: Ahşap çerçeveli pencere üretim miktarı (adet/gün)
x_2: Alüminyum çerçeveli pencere üretim miktarı (adet/gün)

Amaç, günlük toplam kârı en büyükleyecek x_1, x_2 değerlerini belirlemek olduğuna göre, amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır.

$Z_{enb} = 300x_1 + 500x_2$

İşletmenin her iki ürünün üretimi için gerekli ve sınırlı olan kaynakları atölyelerinin günlük çalışma kapasiteleridir.

Buna göre kısıtlayıcı fonksiyonlar aşağıdaki gibi olur.

$x_1 + 0x_2 \leq 4$ (Alüminyum kaplama atölyesi çalışma zamanı kısıtı)
$0x_1 + 2x_2 \leq 12$ (Ahşap kaplama atölyesi çalışma zamanı kısıtı)
$3x_1 + 2x_2 \leq 18$ (Cam üretme atölyesi çalışma zamanı kısıtı)

Negatif üretim olamayacağına göre, $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ yazılmasıyla model tamamlanır.

Yatırım Planlaması Örnek DP Modeli

Cihan Bey 60 milyon TL tutarındaki emekli ikramiyesi ile yıllık gelirini en büyük yapacak yatırımlara girmeyi planlamaktadır. Cihan Bey için uygun yatırım seçenekleri ile bu yatırımların yıllık getiri oranları aşağıda verilmiştir. Cihan Bey'in amacı, yıllık getirisi en büyük olan yatırım planını belirlemektir. Cihan Bey karşılaşabileceği risklere karşın aşağıdaki prensip kararlarını almıştır.

a. Banka mevduatı, devlet tahvili ile altına yatırımların toplamına eşit olmalıdır.

b. Altına yatırım, nakit olarak saklanan paranın %30'undan fazla olmamalıdır.

c. Hisse senedi yatırımı 15 milyon TL'yi geçmemelidir.

d. Devlet tahvili yatırımı en fazla 10 milyon TL olmalıdır.

Yatırım Seçeneği (Milyon TL)	Getiri Oranı (%)
Banka Mevduatı	52
Hisse Senedi	40
Devlet Tahvili	32
Altın	16
Nakit	-5

Yatırım Planlaması Örnek DP Modeli

Modelin değişkenleri j yatırım seçeneğine ayrılan para miktarı (milyon TL) olarak aşağıdaki gibi tanımlanır.

x_1: Banka mevduatı yatırım miktarı
x_2: Hisse senedi yatırım miktarı
x_3: Devlet tahvili yatırım miktarı
x_4: Altına yatırım miktarı
x_5: Nakit olarak ayrılan para miktarı

Cihan Bey'in amacı yıllık getirisini en büyük yapacak yatırım miktarlarını belirlemek olduğuna göre, problemin amaç fonksiyonu şöyle olacaktır.

$Z_{enb} = 0.52x_1 + 0.40x_2 + 0.32x_3 + 0.16x_4 - 0.05x_5$

Karar değişkenlerinin değerleri milyon TL olarak ifade edildiğinden, amaç fonksiyonunun değeri de milyon TL olacaktır.

Modelin kısıtlayıcı fonksiyonları, Cihan Bey'in prensip kararları doğrultusunda, aşağıdaki gibi belirlenecektir.

a. Banka mevduatı (x_1), devlet tahvili (x_3) ile altına (x_4) yatırımların toplamına eşit olmalıdır. Buna göre,

$x_1 = x_3 + x_4$

yazılabilir. Doğrusal programlamadaki kısıtlayıcı fonksiyonların sağ taraflarında bir sabit olması gerektiği bilinmektedir. Bu koşulu sağlamak için, eşitliğin sağ tarafı sol taraftan çıkartılır. Bu yolla söz konusu kısıt doğru formda aşağıdaki gibi olur.

$x_1 - (x_3 + x_4) = 0$ veya $x_1 - x_3 - x_4 = 0$

b. Nakit olarak ayrılan paranın x_5 olduğu düşünülürse, altına yapılan yatırıma ilişkin kısıtlayıcı aşağıdaki gibi formüllenir.

$x_4 \leq 0.30x_5$ veya $x_4 - 0.30x_5 \leq 0$

c. $x_2 \leq 15$ (Hisse senedi yatırımı)

d. $x_3 \leq 10$ (Devlet tahvili yatırımı)

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 60$ (Paranın tamamının değerlendirilmesi kısıtı)

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0$ yazılmasıyla model kurulmuş olur.

DP Çözüm Yöntemleri

- Grafik Çözüm Yöntemi
- Cebirsel Yöntem
- Simpleks Yöntemi
- İki Aşamalı Simpleks Yöntemi
- Dual Simpleks Yöntemi
- Düzeltilmiş Simpleks Yöntemi

Örnek

Amaç fonksiyonu:

$Z_{enb} = 6x_1 + 8x_2$

Kısıtlayıcı fonksiyonları:

$7x_1 + 3x_2 \leq 21$ (1)

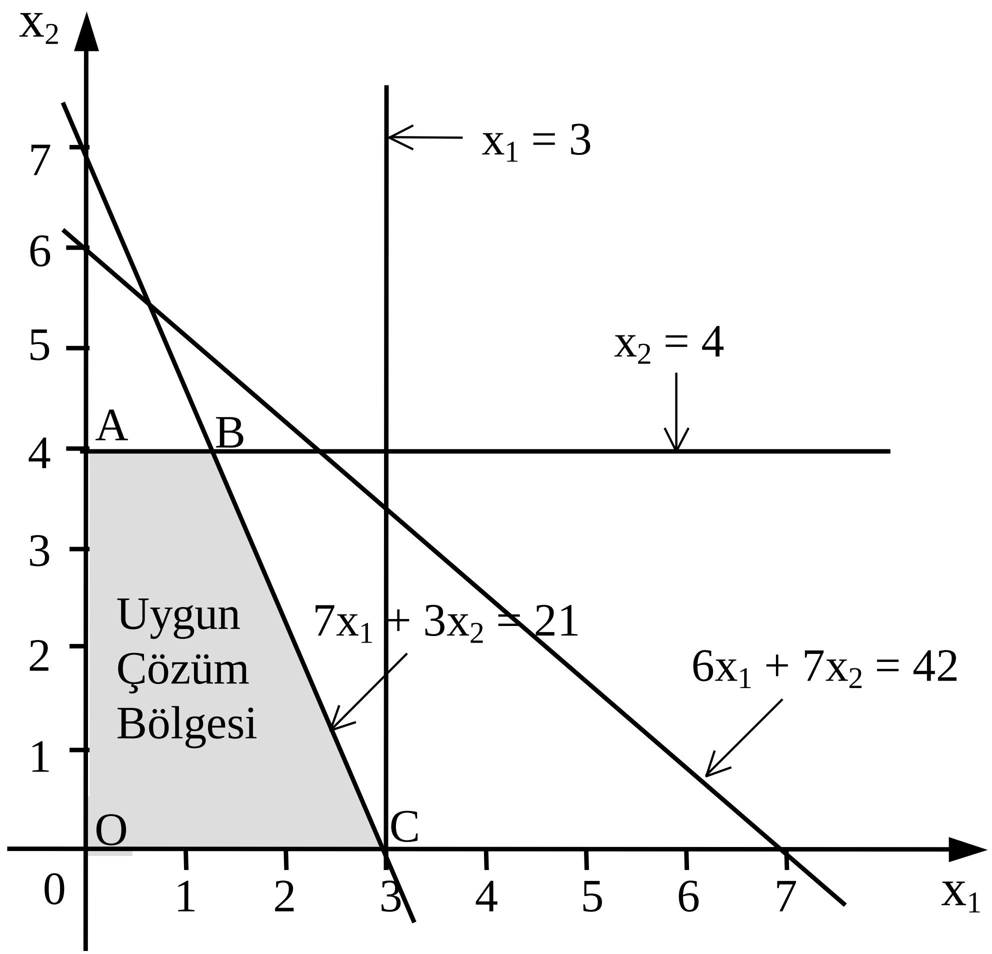
$6x_1 + 7x_2 \leq 42$ (2)

$x_1 \leq 3$ (3)

$x_2 \leq 4$ (4)

Negatif olmama koşulu:

$x_1, x_2 \geq 0$



2. Ulaştırma Problemleri

- Sunum (Arz) merkezlerindeki (fabrika, depo vb.) malların istem (talep) merkezlerine dağıtımının planlanması ***ulaştırma problemi*** olarak adlandırılır.

Ulaştırma Problemleri Çözüm Yöntemleri

1. Kuzey-Batı Yöntemi
2. Satır Yaklaşımı
3. Sütun Yaklaşımı
4. Genel Yaklaşım
5. VAM Yöntemi
6. RAM Yöntemi

Ulaştırma Problemleri-Örnek

Örnek 7.1: Güven AŞ değişik yerlerdeki dört fabrikasında deterjan üretmektedir. Satışlarını değişik bölgelerde bulunan dört ana depo ile sağlayan işletme yönetiminin temel sorunu, deterjanın fabrikalardan satış depolarına ulaşımını sağlarken karşılaştığı yüksek tutarlardaki taşıma giderleridir.

Malların fabrikalardan satış depolarına gönderilirken katlanılması gereken birim ulaştırma maliyetleri aşağıdaki gibi belirlenmiştir. Öte yandan, fabrika 1, 2, 3 ve 4'ün aylık üretim kapasiteleri sırasıyla, 50, 200, 150 ve 300 ton'dur. Depoların istemleri, depo 1, 2, 3 ve 4 için sırasıyla 150, 75, 175 ve 300 ton olarak belirlenmiştir. Buna göre,

a. Problemin dengeli olup olmadığını belirtiniz.

b. Ulaştırma tablosunu düzenleyiniz.

c. Problemin matematiksel modelini kurunuz.

	Depo			
Fabrika	D_1	D_2	D_3	D_4
F_1	3	5	7	10
F_2	6	8	13	5
F_3	4	2	6	7
F_4	12	9	4	10

Çözüm

Çözüm 7.1: ***a***. Problemin dengeli olup olmadığını belirlemek için, tutarlılık koşulunun sağlanıp sağlanmadığının kontrol edilmesi gerekir. Bunun için öncelikle, fabrikaların üretim miktarları toplamı (toplam sunum) ile depoların ihtiyaç duydukları ürün miktarları toplamını (toplam istem) hesaplayalım.

Toplam sunum = 50 + 200 + 150 + 300 = 700 ton

Toplam istem = 150 + 75 + 175 + 300 = 700 ton

İstem-sunum eşitliğinin sağlanması problemin dengeli olduğunu göstermektedir.

b. Düzenlenen ulaştırma modeli tablosu aşağıda gösterilmiştir.

Tablo 7.2
Problem 7.1'in Ulaştırma Modeli Tablosu

Fabrika	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Sunum a_i
1	x_{11} (3)	x_{12} (5)	x_{13} (7)	x_{14} (10)	50
2	x_{21} (6)	x_{22} (8)	x_{23} (13)	x_{24} (5)	200
3	x_{31} (4)	x_{32} (2)	x_{33} (6)	x_{34} (7)	150
4	x_{41} (12)	x_{42} (9)	x_{43} (4)	x_{44} (10)	300
İstem b_i	150	75	175	300	700 = 700

3. Atama Problemleri

- Atama modellerine daha çok işlerin makinelere, işçilerin işlere, uçuşların uçuş hatlarına, kişilerin kişilere vb. atanmalarının programlanmasında başvurulur. Programlama, bir işçi bir işe veya bir makine bir işe atanacak şekilde, yani bire bir eşleme ile gerçekleştirilir.
- Atama probleminde (m = n) olması gerekir.
- Tablonun sütunlarını sayıları n olan işler, satırlarını m sayıdaki makineler, elemanlarını ise bire bir eşlemelerin ortaya koyduğu sonuçlar (C_{ij}) oluşturur.

	İş						
Makine	$İ_1$	$İ_2$	…	$İ_j$	…	$İ_n$	Sunum
M_1	C_{11}	C_{12}	…	C_{1j}	…	C_{1n}	1
M_2	C_{21}	C_{22}	…	C_{2j}	…	C_{2n}	1
.	.	.	.	.	.	.	1
M_i	C_{i1}	C_{i2}	…	C_{ij}	…	C_{in}	1
.	.	.	.	.	.	.	1
M_m	C_{m1}	C_{m2}	…	C_{mj}	…	C_{mn}	1
İstem	1	1	1	1	1	1	m = n

Örnek

Örnek 7.10: Bir işletmenin en kısa sürede tamamlamak istediği dört işi ve bu işlerin yapımında kullandığı dört makinesi vardır. Aşağıdaki tabloda, makinelerin işleri tamamlama süreleri saat olarak verilmiştir. İşlerin en kısa toplam sürede tamamlanması istenmektedir. Problemin matematiksel modelini kurunuz.

Makine	İş			
	1	2	3	4
1	20	11	3	6
2	5	9	10	2
3	18	7	4	1
4	10	11	18	6

4. Tamsayılı Programlama

Doğrusal programlamanın bölünebilirlik varsayımı göz ardı edildiğinde, diğer bütün varsayımlar aynı kalmak koşuluyla, doğrusal programlama tamsayılı doğrusal programlamaya dönüşür.

- Tam tamsayılı programlama
- Karma tamsayılı programlama
- Sıfır – 1 tamsaılı programlama

- Çözüm Yöntemelr

TP Çözüm yöntemleri

- Sayma Yöntemi
- Dal-Sınır Yöntemi
- Kesme Düzlemi Yöntemi

Belirsizlik Durumunda Karar Alma

1. Laplace Ölçütü
2. Minimaks veya Maksimin Ölçütü
3. Maksimaks veya Minimin Ölçütü
4. Savage Ölçütü
5. Hurwicz Ölçütü

Karar Matrisi

MENTOR AKADEMİ

- Risk veya belirsizlik ortamındaki bir karar probleminin matris biçiminde gösterilmesi, problemin değerlendirilmesi ve çözülmesinde büyük kolaylıklar sağlar. Alternatif stratejiler, olası olaylar ve sonuç değerlerinden oluşan matrise "karar matrisi" denir. Karar matrisi kavramı son derece genel olup, bunun yerine sonuç, kazanç, ödeme veya kâr-zarar matrisi deyimleri de kullanılmaktadır. Matrisin a_{ij} elemanları $R(S_i, O_j)$ sonuç değerleridir.

Strateji	Olay					
	O_1	O_2	...	O_j	...	O_n
S_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}	...	a_{1n}
S_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}	...	a_{2n}
..	..	..	...	..	...	..
S_i	a_{i1}	a_{i2}	...	a_{ij}	...	a_{in}
..	..	..	...	..	...	..
S_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mj}	...	a_{mn}

1. Laplace Ölçütü

Laplace ölçütü muhtemel olayların ortaya çıkması ile ilgili olasılıkların birbirlerine eşit olduğu ilkesine dayanır. Laplace ölçütü, olayların gerçekleşmesi olasılıklarının farklı olduğuna ilişkin bir kanıt olmaması durumunda kullanılabilir.

Örnek-1

Mağaza sahibinin; 100, 200, 250 veya 300 adet sipariş vermek gibi dört stratejisi vardır. O1, O2, O3 ve O4 ile simgelenen olaylar sırasıyla, talebin 100, 150, 200 ve 250 adet olduğu karar ortamını açıklar. Karar matrisinin elemanları farklı sipariş ve talep miktarı birleşimlerinin sonucu elde edilecek kâr olarak tanımlanmıştır.

Mağaza sahibi Laplace ölçütüne göre hangi miktarda sipariş verir?

Çözüm-1

Görüldüğü gibi gerçekleşme olasılıkları eşit 4 olay vardır. Bu eşit olasılıkların kullanılmasıyla her bir stratejinin beklenen değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

- E(100) = 1/4(26) + 1/4(26) + 1/4(18) + 1/4(22) = ……$
- E(200) = 1/4(22) + 1/4(34) + 1/4(30) + 1/4(18) = …… $
- E(250) = 1/4(28) + 1/4(24) + 1/4(34) + 1/4(26) = …… $
- E(300) = 1/4(26) + 1/4(26) + 1/4(18) + 1/4(22) = …… $

Kâr söz konusu olduğundan, beklenen değerlerden en büyük (….$) olanının işaret ettiği miktarda, yani …… birimlik sipariş verilmesi uygun olur

Strateji	Olay			
	O1 100	O2 150	O3 200	O4 250
S1=100	26	26	18	22
S2=200	22	34	30	18
S3=250	28	24	34	26
S4=300	22	30	28	20
Olasılık	1/4	1/4	1/4	1/4

2. Maksimin ve Minimaks Ölçütü

Bu ölçüt yaklaşımlarında tutucu, **kötümser** karar vericilerin benimsedikleri karar ölçütüdür. Bu yaklaşım, hangi strateji seçilmiş olursa olsun daima o eylem için en kötü olan olayın gerçekleşeceği varsayımına dayanır.

3. Maksimaks veya Minimin Ölçütü

Bu ölçüt yaklaşımlarında **iyimser** karar vericilerin benimsedikleri karar ölçütüdür. Bu yaklaşım, hangi strateji seçilmiş olursa olsun daima o eylem için en iyi olan olayın gerçekleşeceği varsayımına dayanır.

Örnek-2-3

Aşağıdaki karar matrisinin sonuç değerleri

a. Kazançlara,

b. Kayıplara

karşılık gelmeleri durumunda iyimser ve kötümser karar verici için en iyi stratejileri belirleyiniz.

Strateji	Olay			
	O1	O2	O3	O4
S1	26	26	18	22
S3	22	34	30	18
S3	28	24	34	26
S4	22	30	28	20

Çözüm-2-3

Kötümser karar verici için:

- Sonuç değerlerinin **kazançlara** karşılık gelmesi durumunda 24'ün işaret ettiği üçüncü eylem (S3) **maksimin** ölçütüyle belirlenen en iyi stratejidir.
- Sonuç değerlerinin **kayıplara** karşılık gelmesi durumunda 26'nın işaret ettiği S1, **minimaks** ölçütüyle belirlenecek en iyi stratejidir.

İyimser karar verici için:

- Karar matrisi elemanlarının **kazançlara** karşılık gelmesi durumunda (**maksimaks** ölçütüne) göre en iyi strateji 34 birim kazanç sağlayan S2 ve S3 seçenekleridir.
- Karar matrisi elemanlarının **kayıplara** karşılık gelmesi durumunda (**minimin** ölçütüne) göre en iyi strateji 18 birimlik kayba neden olan S1 ve S2 seçenekleridir.

Strateji	Olay				Satır Enk	Satır Enb
	O1	O2	O3	O4		
S1	26	26	18	22	18	26
S2	22	34	30	18	18	34
S3	28	24	34	26	24	34
S4	22	30	28	20	20	30

4. Savage Ölçütü

- Bu ölçüt **en büyük fırsat kaybının en küçüklenmesi** esasına dayanır. Bu nedenle minimaks fırsat kaybı ölçütü olarak da bilinir. Ölçütün uygulanması için öncelikle **fırsat kaybı veya pişmanlık matrisinin** oluşturulması gerekir. Fırsat kaybı her bir olay için en iyi sonucu sağlayacak stratejinin seçilmemesi sonucu vazgeçilen kazanç veya katlanılan kayıp miktarıdır.

- **Karar tablosu kazançları göstermesi durumunda:**

  [Fırsat kaybı matrisi] = [Sütun Enbüyük Değeri] – [Sütun Değerleri]

- **Karar matrisinin maliyetleri göstermesi durumunda:**

  [Fırsat kaybı matrisi] = [Sütun Değerleri] – [Sütun Enküçük Değeri]

Örnek-4

Savage ölçütünü kullanarak sırasıyla sonuç değerlerinin;

a. kazançlara

b. kayıplara

karşılık gelmeleri durumunda en iyi stratejiyi belirleyiniz.

Strateji	Olay			
	O1	O2	O3	O4
S1	26	26	18	22
S3	22	34	30	18
S3	28	24	34	26
S4	22	30	28	20

Çözüm-4-a

a.

Sonuç değerlerinin kazançlara karşılık gelmesi durumunda fırsat kaybı matrisi

[Sütun enb değeri]-[Sütundaki hücre değeri]

Strateji	**Olay**				**Satır Enb**
	O1	**O2**	**O3**	**O4**	
S1	2	8	16	4	16
S2	6	0	4	8	8
S3	0	10	0	0	10
S4	6	4	6	6	6

Satır enbüyüklerinin enküçüğü (minimaks)

Karar vericinin amacı fırsat kaybını en düşük düzeyde tutmak olduğundan en büyük pişmanlıklar arasından en küçük olanının işaret ettiği **S4** stratejisini seçilmelidir.

Çözüm-4-b

b.

Sonuç değerlerinin kayıplara karşılık gelmesi durumunda fırsat kaybı matrisi

[Sütun hücre değeri]-[Sütun enk değeri]

Strateji	Olay				Satır Enb
	O1	O2	O3	O4	
S1	4	2	0	4	4
S2	0	10	12	0	12
S3	6	0	16	8	16
S4	0	6	10	2	10

Satır enbüyüklerinin enküçüğü (minimaks)

5. Hurwicz Ölçütü

- Hurwicz ölçütü, karar vericinin (maksimin-minimaks) aşırı kötümserlik ile (maksimaks-minimin) aşırı iyimserlik arasında bir **denge** kurmasını sağlar. Hurwicz ölçütü, seçilen her strateji için iyimserlik koşullarında ortaya çıkan sonuçlar ile kötümserlik koşullarında ortaya çıkan sonuçların ağırlıklandırılması esasına dayanır.
- Bunun için **iyimserlik katsayısı** olarak bilinen **α** kullanılır: $0 \leq \alpha \leq 1$
- Çok kötümser bir karar vericinin α için seçeceği değer sıfır, aşırı derecede iyimser bir karar vericinin seçeceği değer 1 olur. Karar verici α'nın değeri hakkında kararsızsa, $\alpha = 0.5$ seçmesi akılcı olur.

Örnek-5

Aşağıdaki karar matrisinin kazanç ve kayıplardan oluştuğu duruma göre Hurwicz ölçütünü uygulayarak sırasıyla ;

a. $\alpha = 0$,

b. $\alpha = 1$

c. $\alpha = 0.6$

için en iyi stratejiyi belirleyiniz.

Strateji	Olay			
	O1	**O2**	**O3**	**O4**
S1	26	26	18	22
S3	22	34	30	18
S3	28	24	34	26
S4	22	30	28	20

Örnek-5-a

Karar matrisi **kazançlardan** oluşuyorsa

α = 0 için (Kötümser karar verici ile aynı (maksimin) sonucu verir).

En iyi strateji maksimin ile aynı o da S3 stratejisidir.

Strateji	**Olay**				**Satır Enb**	**Satır Enk**	α=0 α****(Satır Enb)**	1-α=1 **(1-**α**)*(Satır Enk)**	Beklenen Değer=α***Satır Enb+(1-**α**)*Satır Enk**
	O1	**O2**	**O3**	**O4**					
S1	26	26	18	22	26	18	0*26	1*18	18
S2	22	34	30	18	34	18	0*34	1*18	18
S3	28	24	34	26	34	24	0*34	1*24	24
S4	22	30	28	20	30	20	0*30	1*20	20

Örnek-5-b

MENTOR AKADEMİ

Karar matirisi **kazançlardan** oluşuyorsa

α = 1 için (İyimser karar verici ile aynı (maksimaks) sonucu verir).

Eniyi strateji maksimaks ile aynı o da S2 ve S3 stratejileridir.

Strateji	**Olay**				**Satır Enb**	**Satır Enk**	α=1 **α*(Satır Enb)**	1-α=0 **(1-α)*(Satır Enk)**	Beklenen Değer=**α*Satır Enb+(1-α)*Satır Enk**
	O1	**O2**	**O3**	**O4**					
S1	26	26	18	22	26	18	1*26	0*18	26
S2	22	34	30	18	34	18	1*34	0*18	34
S3	28	24	34	26	34	24	1*34	0*24	34
S4	22	30	28	20	30	20	1*30	0*20	30

Örnek-5-c

Karar matirisi **kazançlardan** oluşuyorsa

α = 0,6 için

Eniyi strateji beklenen kazanç değeri en yüksek (30) olan S3 stratejisidir.

Strateji	**Olay**				**Satır Enb**	**Satır Enk**	α=0,6 α***(Satır Enb)**	1-α=0,4 **(1-**α)***(Satır Enk)**	Beklenen Değer=α***Satır Enb+(1-**α**)*Satır Enk**
	O1	**O2**	**O3**	**O4**					
S1	26	26	18	22	26	18	0,6*26	0,4*18	22,8
S2	22	34	30	18	34	18	0,6*34	0,4*18	27,6
S3	28	24	34	26	34	24	0,6*34	0,4*24	30,0
S4	22	30	28	20	30	20	0,6*30	0,4*20	26,0

Örnek-5-c

Karar matirisi **kayıplardan** oluşuyorsa

α = 0,6 için

Eniyi strateji beklenen kayı değeri en düşük (21,2) olan S1 stratejisidir.

Strateji	**Olay**				**Satır Enk**	**Satır Enb**	α=0,6 **α*(Satır Enk)**	1-α=0,4 **(1-α)*(Satır Enb)**	Beklenen Değer=**α*Satır Enk+(1-α)*Satır Enb**
	O1	**O2**	**O3**	**O4**					
S1	26	26	18	22	18	26	0,6*18	0,4*26	21,2
S2	22	34	30	18	18	34	0,6*18	0,4*34	24,4
S3	28	24	34	26	24	34	0,6*24	0,4*34	28,0
S4	22	30	28	20	20	30	0,6*20	0,4*30	24,0

Risk Durumunda Karar Alma

1. En Yüksek Olabilirlik
2. Beklenen Değer
3. Beklenen Fırsat Kaybı veya Beklenen Pişmanlık

1. En Yüksek Olabilirlik Ölçütü

Bu ölçüte göre karar verici tüm dikkatini **olabilirliği en yüksek olan olay** üzerinde yoğunlaştırır. Gerçekleşme olasılığı en büyük olan olayın belirlenmesinden sonra bu olay için en yüksek (en büyükleme durumunda en büyük, en küçükleme durumunda en küçük) sonucu sağlayan stratejinin uygulanmasına karar verilir.

Örnek-1

Aşağıdaki karar matrisi sonuçları;

a. Kazançlardan

b. Kayıplardan

oluştuğu durumlara göre en yüksek olabilirlik ölçütünü kullanrak en iyi stratejisi belirleyiniz.

Strateji	Olay			
	O1	**O2**	**O3**	**O4**
S1	26	26	18	22
S2	22	34	30	18
S3	28	24	34	26
S4	22	30	28	20
Olasılık	0,2	0,5	0,2	0,1

Çözüm-1a

Karar matrisi **kazançları** gösteriyorsa

Strateji	Olay			
	O1	**O2**	**O3**	**O4**
S1	26	26	18	22
S2	22	34	30	18
S3	28	24	34	26
S4	22	30	28	20
Olasılık	0,2	0,5	0,2	0,1

Tablonun son satırında görüldüğü gibi olabilirliği en yüksek olay O2'dir. Karar verici gelecekte O2'nin gerçekleşeceğini düşünerek kendisine en yüksek kazancı sağlayacak olan S2 stratejisini uygulayacaktır.

Çözüm-1-b

Karar matrisi **kayıpları** gösteriyorsa

Strateji	Olay			
	O1	**O2**	**O3**	**O4**
S1	26	26	18	22
S2	22	34	30	18
S3	28	24	34	26
S4	22	30	28	20
Olasılık	0,2	0,5	0,2	0,1

Tablonun son satırında görüldüğü gibi olabilirliği en yüksek olay O2'dir. Karar verici gelecekte O2'nin gerçekleşeceğini düşünerek kendisine en düşük kaybı sağlayacak olan S3 stratejisini uygulayacaktır.

2. Beklenen Değer Ölçütü

Beklenen değer ölçütü olayların ortaya çıkması olasılıklarının bilinmesi durumunda, her bir stratejiye ilişkin beklenen değerin hesaplanarak bunlar arasından en iyi olanın işaret ettiği stratejinin seçilmesi esasına dayanır.

Örnek-2

Aşağıdaki karar matrisi sonuçları;

a. Kazançlardan

b. Kayıplardan

oluştuğu durumlara göre, beklenen değer ölçütünü kullanarak en iyi stratejiyi belirleyiniz.

Strateji	Olay			
	O1	O2	O3	O4
S1	26	26	18	22
S2	22	34	30	18
S3	28	24	34	26
S4	22	30	28	20
Olasılık	0,2	0,5	0,2	0,1

Çözüm-2-a-b

Strateji	Olay				Beklenen Değer
	O1	O2	O3	O4	
S1	26	26	18	22	0,2(26) + 0,5(26) + 0,2(18) + 0.1(22) = 24
S2	22	34	30	18	0,2(22) + 0,5(34) + 0,2(30) + 0,1(18) = 29,2
S3	28	24	34	26	0,2(28) + 0,5(24) + 0,2(34) + 0.1(26) = 27
S4	22	30	28	20	0,2(22) + 0,5(30) + 0,2(28) + 0,1(20) = 27
Olasılık	0,2	0,5	0,2	0,1	

Olayların gerçekleşme olasılıkları sırasıyla verildiğinden stratejilerin beklenen değerleri tablonun son sütundaki gibi hesaplanır. Sonuç değerleri kazancı gösterdiğinde en yüksek beklenen kazancı (29,2) veren **S2** stratejisi en iyi stratejidir. Sonuç değerleri kayıpları gösterdiğinde en düşük beklenen kaybı (24) veren **S1** stratejisi en iyi stratejidir.

9. Beklenen Fırsat Kaybı veya Beklenen Pişmanlık Ölçütü

Risk durumunda karar almada kullanılabilecek diğer bir ölçüt beklenen fırsat kaybı veya beklenen pişmanlık ölçütüdür. Bu ölçütün beklenen değer ölçütünden çok farklı olmadığı görülebilir. İki ölçüt arasındaki tek fark, dikkate aldıkları sonuç değerleridir. Fırsat kaybı sonuçlarının dikkate alınması durumunda beklenen değer ölçütü beklenen fırsat kaybı ölçütü adını alır.

Örnek-3

Aşağıdaki karar matrisi sonuçlarının

a. Kazançlara

b. Kayıplara

Karşılık geldiği duruma göre beklenen fırsat kaybı ölçütünü kullanarak en iyi stratejiyi belirleyiniz.

Strateji	**Olay**			
	O1	**O2**	**O3**	**O4**
S1	26	26	18	22
S2	22	34	30	18
S3	28	24	34	26
S4	22	30	28	20
Olasılık	0,2	0,5	0,2	0,1

a.

Çözüm-3-a

Sonuç değerlerinin kazançlara karşılık gelmesi durumunda fırsat kaybı matrisi aşağıdaki gibi olur.i

[Sütun enb değeri]-[Sütundaki hücre değeri]

En küçük beklenen fırsat kaybı

Strateji	Olay				Beklenen Fırsat Kaybı E(Si)
	O1	O2	O3	O4	
S1	2	8	16	4	0,2*2+0,5*8+0,2*16+0,1*4 = 8
S2	6	0	4	8	0,2*6+0,5*0+0,2*4+0,1*8=2,8
S3	0	10	0	0	0,2*0+0,5*10+0,2*0+0,1*0 =5
S4	6	4	6	6	0,2*6+0,5*4+0,2*6+0,1*6 = 5
Olasılık	0,2	0,5	0,2	0,1	

Karar vericinin amacı fırsat kaybını en düşük düzeyde tutmak olduğundan en büyük pişmanlıklar arasından en küçük olanının işaret ettiği **S4** stratejisini seçilmelidir.

Çözüm-3-b

MENTOR AKADEMİ

b.

Sonuç değerlerinin kayıplara karşılık gelmesi durumunda fırsat kaybı matrisi

[Sütun hücre değeri]-[Sütun enk değeri]

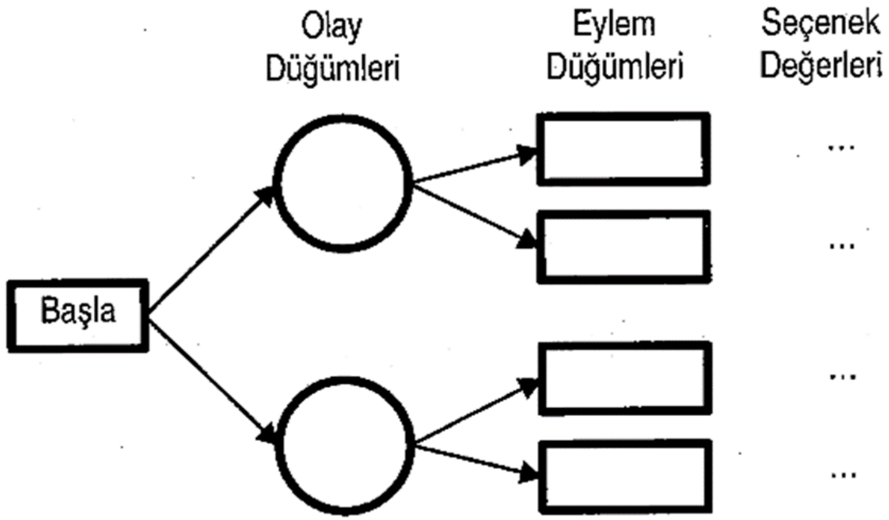
En küçük beklenen fırsat kaybı

Strateji	Olay				Beklenen Fırsat Kaybı E(Si)
	O1	O2	O3	O4	
S1	4	2	0	4	0,2*4+0,5*2+0,2*0+0,1*4 = 2,2
S2	0	10	12	0	0,2*0+0,5*10+0,2*12+0,1*0 =7,4
S3	6	0	16	8	0,2*6+0,5*0+0,2*16+0,1*8 =5,2
S4	0	6	10	2	0,2*0+0,5*6+0,2*10+0,1*2 =5,2
Olasılık	0,2	0,5	0,2	0,1	

Karar Ağaçları

Karar Ağacı

- Karar verme genellikle, birden fazla olaylar kümesinin bulunduğu, her küme için bir eylem seçiminin söz konusu olduğu çok aşamalı bir süreçtir. Bu, birden fazla noktada karar verme durumunda olmak demektir. Bu tip problemlerin matris veya tablo yaklaşımıyla çözülmesi etkin bir yöntem değildir. Bu nedenle matris yerine karar ağacı oluşturulması daha uygun olur.

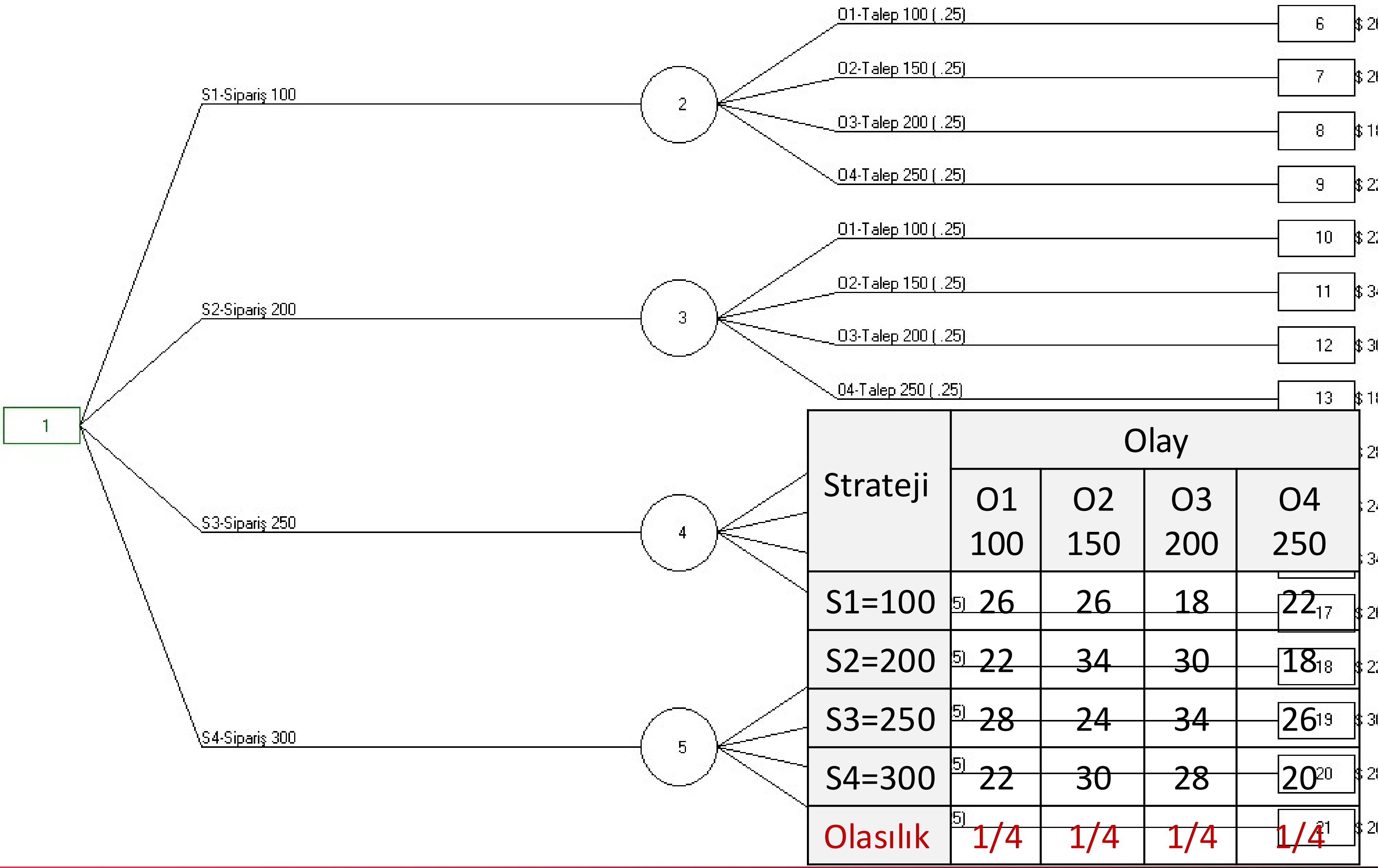


Örnek-10

- Örnek 1'deki problemin karar ağacını düzenleyerek karı en büyükleyen sipariş miktarını bulunuz.

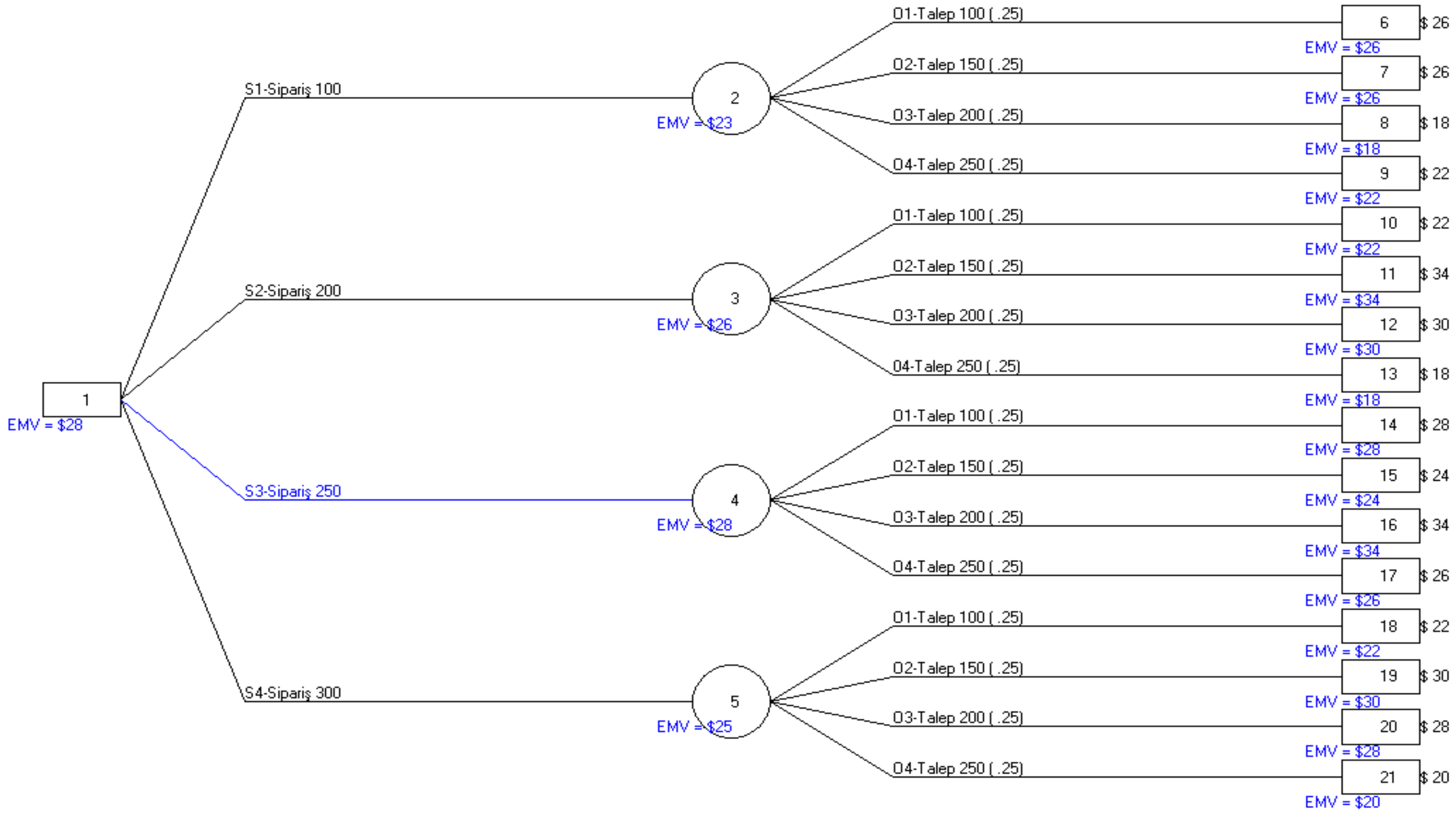
Strateji	Olay			
	O1 100	O2 150	O3 200	O4 250
S1=100	26	26	18	22
S2=200	22	34	30	18
S3=250	28	24	34	26
S4=300	22	30	28	20
Olasılık	1/4	1/4	1/4	1/4

Çözüm-10



Strateji	Olay			
	O1 100	O2 150	O3 200	O4 250
S1=100	26	26	18	22
S2=200	22	34	30	18
S3=250	28	24	34	26
S4=300	22	30	28	20
Olasılık	1/4	1/4	1/4	1/4

Çözüm-10



Dallardan geriye doğru giderek düğüm noktalarındaki beklenen kârlar (BK) hesaplanır.

S1-BK = 26(0,25) + 26(0,25) + 18(0,25) + 22(0,25) = 23 $

S2-BK = 22(0,25) + 34(0,25) + 30(0,25) + 18(0,25) = 26 $

S3-BK = 28(0,25) + 24(0,25) + 34(0,25) + 26(0,25) **= 28 $**

S4-BK = 22(0,25) + 30(0,25) + 28(0,25) + 20(0,25) = 25 $

Beklenen getirisi en yüksek stateji (S3)Eniyi strateji

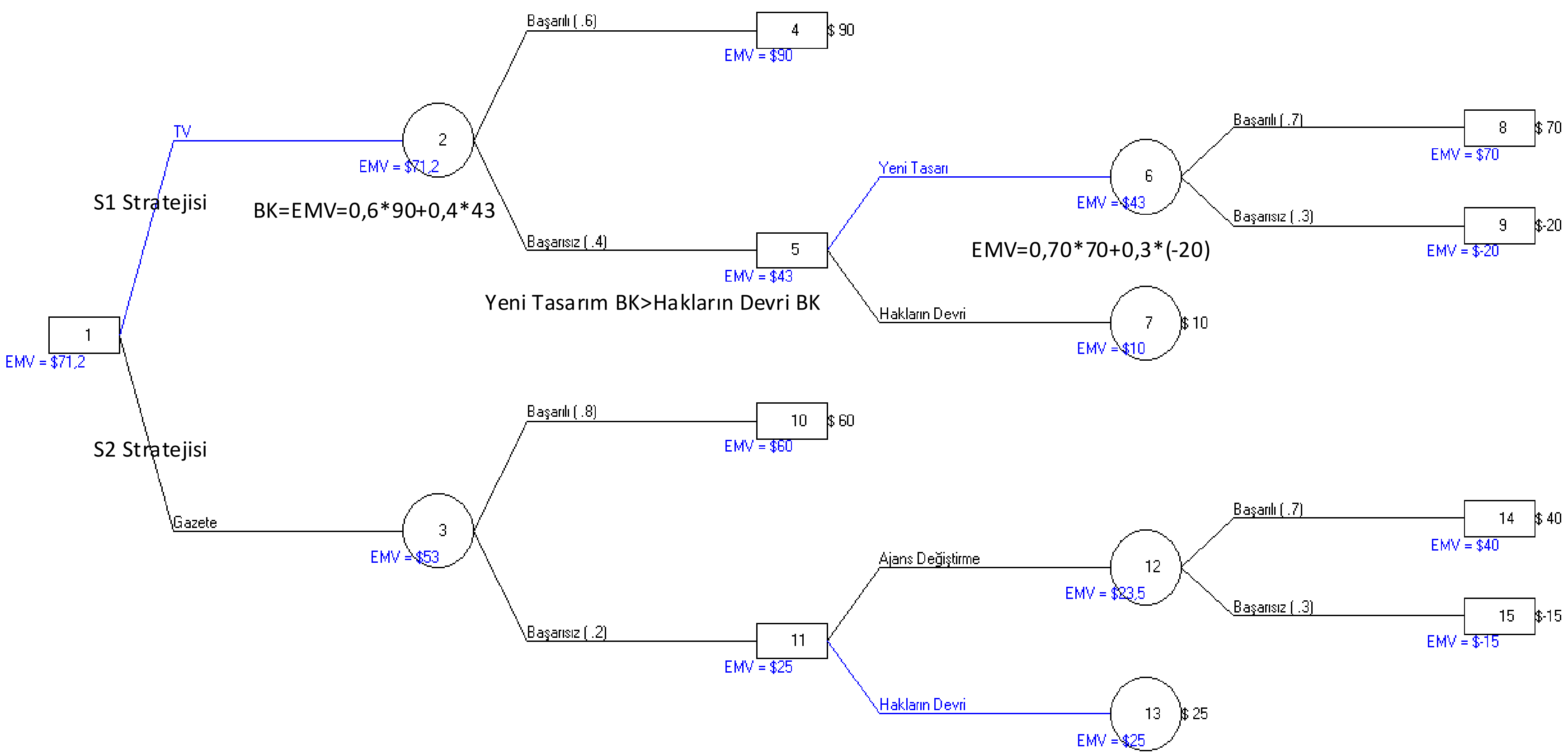
Örnek-11

Piyasaya sürülecek yeni bir ürünün tanıtımı için bir reklam kampanyası düzenlenecektir. Reklam için ya TV ya da gazete seçilecektir. TV ile kampanyanın başarılı olması olasılığı 0.6, başarısız olması olasılığı 0.4'dür. Başarılı bir TV kampanyası sonucunda üreticinin kârı 90$ olmaktadır. Kampanya başarısız olduğunda firmanın, ürünün üretim haklarını 10$'a devretmek veya ürünü yeniden tasarlayarak yeni bir kampanya başlatmak gibi iki stratejisi vardır.

Yeni tasarımlı ürünün başarılı olması şansı 0.7 olup bu durumda beklenen kâr 70 $, başarısız olması şansı 0.3 olup beklenen kâr -20 TL'dir. Kampanya gazete ile yapıldığında başarılı olma olasılığı 0.8, başarısız olma olasılığı 0.2'dir. Başarılı olunduğunda kâr 60 $ olmaktadır. Başarısız olunması durumunda üretim haklarının devredilmesi veya reklam ajansının değiştirilmesi mümkündür. Üretim haklarının devredilmesi durumunda net kâr 25 $'dır. Ajansın değiştirilmesi kararlaştırıldığında; yeni kampanyanın başarılı olması olasılığı 0.7, başarısız olması olasılığı 0.3'dür. Başarılı yeni kampanya 40 $'lık net kâra, başarısız yeni kampanya 15 $ net zarara neden olmaktadır. Firmanın en iyi stratejisini saptayınız.

Çözüm-11

Beklenen Kazanç=BK=EMV



Dallardan geriye doğru giderek düğüm noktalarındaki beklenen kârları (BK) hesaplayalım.

S1-BK = 71,2 $

S2-BK = 53 $

Beklenen getirisi en yüksek stateji (S1) Eniyi strateji

Oyun kuramı

Oyun Türleri

- Şansa faktörüne göre
  - Şans oyunları
  - Strateji oyunları
- Oyuncu sayısına göre
  - İki kişili oyun
  - n kişilioyun
- Sayısal sonucuna göre
  - Sıfır toplamlı oyun
  - Sabit toplamlı oyun
  - Sabit olmayan toplamlı oyun
- Strateji sayısına göre
  - Sonsuz oyun
  - Sonlu oyun
- Bilgi derecesine göre
  - Tam bilgili oyun
  - Tam bilgili olmayan oyun

Oyun Kuramı ile Karar Kuramı Arasındaki fark

Oyun Kuramının Özellikleri

- İki veya daha fazla karar verici vardır.
- Karar vericilerin her biri bir oyuncudur.
- Oyuncuların birey olması gerekmemektedir.
- Oyuncuların rasyonel davrandığı varsayılır.
- Her karar vericinin bir amaç fonksiyonu vardır.
- Amaç fonksiyonlarının en iyi değerleri yalnızca ait olduğu karar vericinin benimseyeceği stratejiye değil, diğer karar verici(ler)nin strateji(ler)sine de bağlıdır.
- İki-kişili sıfır-toplamlı oyunların en önemli varsayımı, her oyuncunun rakibinin kendisinin hangi stratejiyi seçeceği hakkında tam bilgisi olmasına karşın, kendisi için en iyi olan stratejiyi seçme şansına sahip olduğudur.

Uygulama Alanları

- Teklif verme politikalarının saptanması,
- Reklam planları,
- Satın alma politikasının belirlenmesi,
- Yeni mamuller arasından seçim yapma,
- Araştırma stratejilerinin belirlenmesi,
- Talebin belirsiz olması halinde üretim programlama,
- Fiyatlama.

1. (İki Kişili) Sıfır Toplamlı Oyunlar

Bir oyunda iki oyuncu varsa oyun iki kişili bir oyundur ve oyuncuların kazançları toplamı sıfırsa oyun iki-kişili sıfır-toplamlı oyun olarak ifade edilir. İki-kişili sıfır-toplamlı sonlu bir oyunda, Biri satır oyuncusu, diğeri sütun oyuncusu olarak isimlendirilen iki oyuncu vardır. Satır oyuncusu yerine bizim taraf, sütun oyuncusu yerine de karşı taraf deyimlerine rastlanabilir.

Satır oyuncusu için m, sütun oyuncusu için n tane mümkün strateji vardır.

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi					
	C_1	C_2	...	C_j	...	C_n
R_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}	...	a_{1n}
R_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}	...	a_{2n}
..	..	..	...	..	...	..
R_i	a_{i1}	a_{i2}	...	a_{ij}	...	a_{in}
..	..	..	...	..	...	..
R_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mj}	...	a_{mn}

Örnek-12 / Çözüm-12

Oyunculardan her birinin üçer stratejisinin bulunduğu bir 3X3 oyunun kazanç matrisi Tabloda verildiği gibidir. Söz konusu kazanç matrisini dikkate alarak, oyuncuların oyunu hangi stratejilerle oynayacağını belirleyiniz.

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi			Satır En Küçüğü
	C_1	C_2	C_3	
R_1	16	10	7	7
R_2	8	9	4	4
R_3	9	1	2	1
Sütun En Büyüğü	16	10	7	7=7

•Oyunun "alt değeri" (maksimin): α ile gösterilen değer sütundaki oyuncu ne yaparsa yapsın satırdaki oyuncunun kazanacağından emin olduğu miktardır. Bu değere karşılık gelen stratejiye de "maksimin strateji" denir. Maksimin strateji satır oyuncusunun en iyi stratejisidir.

•Oyunun “üst değeri” (minimaks): β ile gösterilen bu değer, satırdaki oyuncu ne yaparsa yapsın sütundaki oyuncunun kaybının en az olacağından emin olduğu değerdir β’ya karşılık gelen stratejiye "minimaks strateji" denir. Minimaks strateji sütun oyuncusunun en iyi stratejisidir.

•Oyun Değeri: $\alpha = \beta$ ise bunların ortak değerine "oyunun değeri" denir. Oyunun değeri g ile gösterilecektir. Oyun matrisinin satır oyuncusuna göre düzenlendiğini kabul edelim. g pozitif ise oyunun sonunda satır oyuncusu ortalama g birim kazanacağı anlamına gelir.

•Tepe Noktalı Oyunlar: Stratejilerin kararlı olduğu bazı oyunlar vardır. Bunlar alt ve üst değerleri eşit olan oyunlardır. Bu tür oyunlara "tepe noktalı oyun"lar denir. Tepe noktası aynı zamanda bir denge noktası olup hiç bir oyuncu denge durumunu bozmaz.. Bir oyunun birden fazla tepe noktası olabilir.

•*Arı (Sade) Strateji*: Oyun kaç kez tekrar edilirse edilsin oyunun her bir tekrarında hep aynı strateji seçiliyorsa bu stratejiye sade strateji denir. Sade stratejiler tepe noktasının belirlediği stratejilerdir.

•*Karma Stratejiler*: Oyunlarda genellikle daha etkili olan karma stratejiler kullanılır. Karma strateji, tam strateji takımındaki olasılık dağılımıyla tanımlanır.

Örnek-13 / Çözüm-13

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi				Satır En Küçüğü
	C_1	C_2	C_3	C_4	
R_1	-8	7	2	3	-8
R_2	1	-6	-2	5	-6
R_3	7	5	3	4	3
R_4	4	-4	-8	6	-8
Sütun En Büyüğü	7	7	3	6	3 = 3

Oyunun alt değeri = α = enb(-8, -6, 3, -8) = 3
Oyunun üst değeri = β = enk(7, 6, 3, 6) = 3
3 = 3 olduğundan, oyunun tepe noktası vardır. Bu noktada kesişen iki stratejiden R3 satır oyuncusunun, C3 sütun oyuncusunun en iyi stratejileridir. Oyunun ortalama değeri g = 3 olduğundan oyun satır oyuncusu için çekicidir.

Örnek-14 / Çözüm-14

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi				Satır En Küçüğü
	C_1	C_2	C_3	C_4	
R_1	8	-7	12	13	-7
R_2	1	6	-2	5	-2
R_3	10	5	-4	4	-4
Sütun En Büyüğü	10	6	12	13	$6 \neq -2$

Oyunun alt değeri = α = enb(-7, -2, -4) = -2
Oyunun üst değeri = β = enk(10, 6, 12, 13) = 6
$-2 \neq 6$ olduğundan bu oyunun tepe noktası yoktur. Oyunun tepe noktası bulunmadığından maksimin ve minimaks stratejilerden dolayısıyla sade stratejilerden söz edilemez. Tepe noktası bulunmayan oyunlarda oyunun değeri karma strateji yöntemi ile bulunur.

Örnek-15

Satır oyuncusu sütun oyuncusuna göstermeden elindeki kağıda 1 ile 20 arasında bir sayı yazar ve sütun oyuncusuna sayıyla ilgili doğru veya yalan söyler. Sütun oyuncusu ya buna inanır veya rakibinin doğru söylemediğini düşünerek sayıyı kendisine göstermesini ister. Satır oyuncusunu suçsuz yere suçlaması durumunda sütun oyuncusu satır oyuncusuna 15 TL öder. Sütun oyuncusunun satır oyuncusunun kendisine yalan söylediğini doğru tesbit etmesi durumundaki kazancı 20 TL'dir. Sütun oyuncusu satır oyuncusunun doğru söylediğini kabul ederse satır oyuncusu sütun oyuncusuna 5 TL öder. Satır oyuncusu yalan söylediği halde sütun oyuncusu buna inanırsa satır oyuncusu 5 TL kazanır. Oyun matrisini düzenleyiniz ve oyuncuların sade stratejilerini bulunuz.

Çözüm-15

Satır Oyuncusu Strateji	Sütun Oyuncusu Stratejisi		Satır En Küçüğü
	İnanmak	İnanmamak	
Doğru Söylemek	-5	15	-5
Yalan Söylemek	5	-20	-20
Sütun En Büyüğü	5	15	$-5 \neq 5$

Örnek-16

İki oyuncu aynı anda taş, kağıt veya makas demektedirler. Söylenen kelimeler aynı olduğunda beraberlik söz konusu olmaktadır. Aksi halde, diğerinden daha güçlü olan nesnenin adını söyleyen oyuncu rakibinden 1 TL almaktadır. Makas kağıdı kestiğinden makas kağıttan, kağıt taşı sardığından kağıt taştan, taş makası kırdığından taş makastan güçlüdür. Oyunun kazanç matrisini düzenleyerek oyuncuların sade stratejilerini belirleyiniz. $\neq$

Çözüm-16

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi			Satır En Küçüğü
	Taş	Kağıt	Makas	
Taş	0	-1	1	-1
Kağıt	1	0	-1	-1
Makas	-1	1	0	-1
Sütun En Büyüğü	1	1	1	$-1 \neq 1$

Eş Strateji-Üstün Strateji
Mahkum Strateji

mxn stratejili oyunların çözümünü kolaylaştırma için boyut küçültem(indirgeme yapılur). Boyut küçültmede kullanılabilecek 3 çeşit strateji vardır:

1. Eş stratejiler
2. Üstün stratejiler
3. Mahkum strateji

Örnek-17 / Çözüm-17

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi			
	C_1	C_2	C_3	C_4
R_1	1	2	3	1
R_2	3	6	1	3
R_3	0	5	4	0
R_4	1	2	3	1

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi		
	C_1	C_2	C_3
R_1	1	2	3
R_2	3	6	1
R_3	0	5	4

C1 ve C4 ile R1 ve R4 eş stratejilerdir ve birer tanesi matrisden çıkarılabilir. Bu şekilde oyun matrisi 4x4'den 3x3 boyutuna indirgenmiş olur.

Örnek-18 / Çözüm-18

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi			
	C_1	C_2	C_3	C_4
R_1	1	0	3	1
R_2	7	-1	6	3
R_3	-3	0	5	1
R_4	2	3	4	5

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi	
	C_1	C_2
R_2	7	-1
R_3	-3	0
R_4	2	3

Karma Strateji

Tepe noktası olmayan oyunların değerini bulmak (çözümü) için karma Strateji kullanılır. Belirli bir oranda kullanılmış sade stratejilerin rasgele sıralanışından ibaret birleşik stratejilere karma strateji denir. Buna göre bir sade strateji, stratejilerden birinin kullanılma olasılığı 1, ötekilerin kullanılma olasılığı sıfır olan bir karma stratejinin özel bir durumu olarak düşünülebilir.

Örnek-19 / Çözüm-19

- Aşağıdaki oyunu oynayan oyuncuların karma stratejilerini belirleyiniz.

Satır Oyuncusu Stratejisi	Sütun Oyuncusu Stratejisi		Satır En Küçüğü
	C_1	C_2	
R_1	3	5	3
R_2	6	4	4
Sütun En Büyüğü	6	5	$4 \neq 5$

Satır oyunucusu için cebirsel çözüm

Satır oyuncusunun birinci stratejiyi seçmesi olasılığına p dersek, ikinci stratejiyi seçmesi olasılığı (1 - p) olur.

Sütun oyuncusu daima birinci stratejiyi (C_1) oynarsa, satır oyuncusunun beklenen kazancı (E_1)

$E_1 = 3p + 6(1 - p) = 3p + 6 - 6p = 6 - 3p$

- Sütun oyuncusu daima (C_2) oynarsa, satır oyuncusunun beklenen kazancı (E_2)

$E_2 = 5p + 4(1 - p) = 5p + 4 - 4p = p + 4$

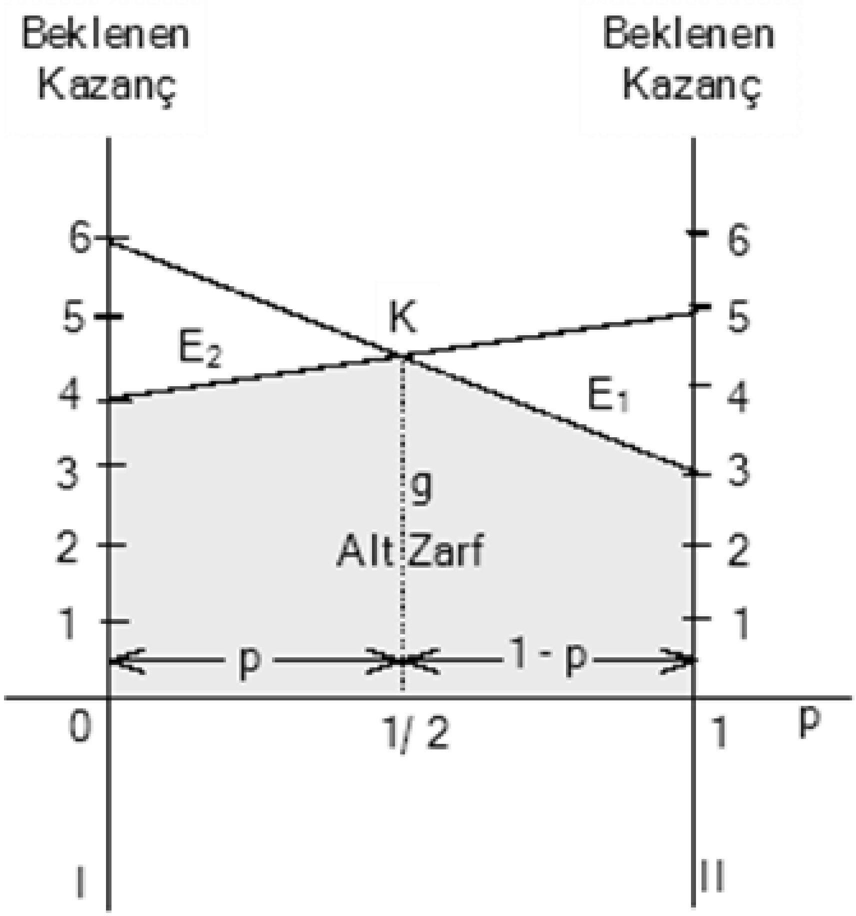
- E_1 ve E_2'nin eşitlenmesi ve çözülmesiyle p aşağıdaki gibi hesaplanacaktır.

$E_1 = E_2 \Rightarrow p + 4 = 6 - 3p \Rightarrow p = 1/2$ ve $1 - p = 1/2$

- Buna göre, oyunun n kez tekrarlanması durumunda satır oyuncusu %50 olasılıkla R1'i, %50 olasılıkla R2'yi oynayacak ve oyunun değeri (g)

$E_1=6-3p= 6 - 3(1/2)=4,5$ veya $E_2 = p + 4=1/2+4=4,5$ olacaktır Dolayısı ile satır oyuncusunun beklenen kazancı 4,5 birim olacaktır.

Satır oyunucusu için grafik çözümü



Bulgularımızı şekil üzerinde gösterelim. Bunun için yatay eksen p'yi, dikey eksen beklenen kazancı göstermek üzere bir koordinat sistemi oluşturalım. p'nin sıfır ile 1 arasında değiştiği göz önünde bulundurulduğunda ilgilenilen alan p = 0 ve p = 1 dikmeleri (I, II) ile belirlenecektir.

Sütun oyuncusu daima birinci stratejiyi (C_1) oynarsa, satır oyuncusunun beklenen kazancı (E_1)

$E_1 = 3p + 6(1 - p) = 3p + 6 - 6p = 6 - 3p$

Sütun oyuncusu daima (C_2) oynarsa, satır oyuncusunun beklenen kazancı (E_2)

$E_2 = 5p + 4(1 - p) = 5p + 4 - 4p = p + 4$

E_1 ve E_2'nin eşitlenmesi ve çözülmesiyle p aşağıdaki gibi hesaplanacaktır.

$E_1 = E_2 \Rightarrow p + 4 = 6 - 3p \Rightarrow p = 1/2$ ve $1 - p = 1/2$

Sütun oyuncusu içincebirsel ve grafik çözümü

Satır oyuncusu daima birinci stratejiyi (R_1) oynarsa, sütun oyuncusunun kaybının beklenen değeri (E_1) aşağıdaki gibi olur.

$$E_1 = 3q + 5(1 - q)$$
$$= -2q + 5$$

Satır oyuncusu daima ikinci stratejiyi (R_2) oynarsa, sütun oyuncusunun kaybının beklenen değeri aşağıdaki gibi olur.

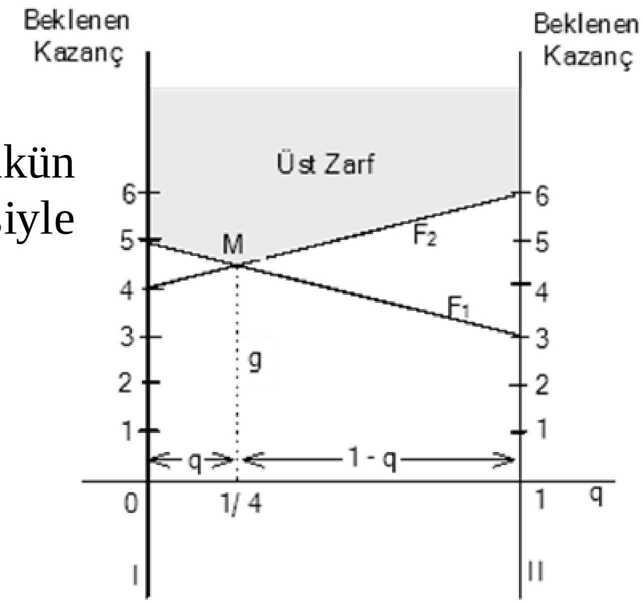
$$E_2 = 6q + 4(1 - q)$$
$$= 2q + 4$$

Sütun oyuncusunun amacı, bu en büyük değerleri mümkün olduğunca küçültmektir. q'nun F_1 ve F_2'nin birlikte çözülmesiyle bulunur.

$$E_1 = E_2$$

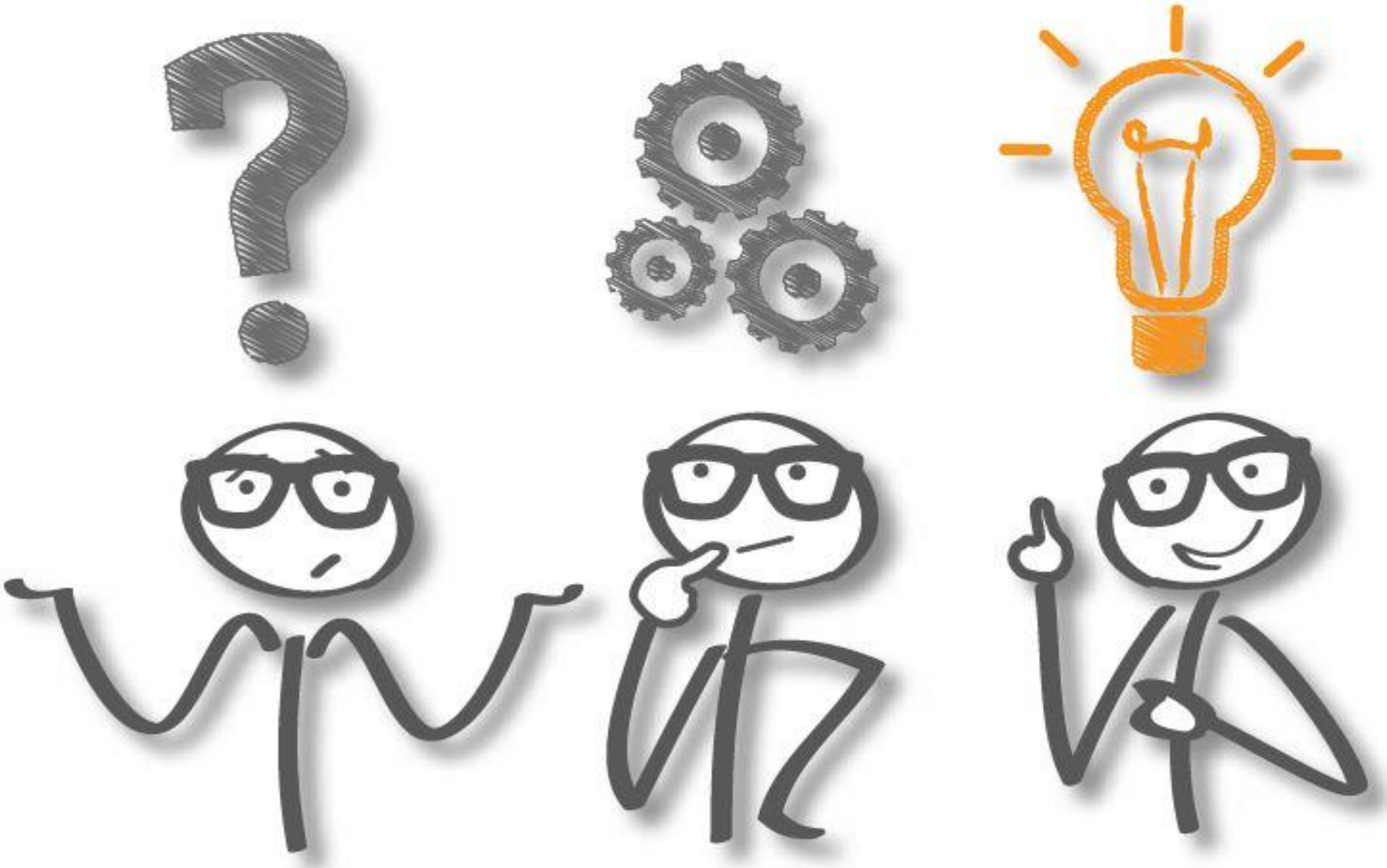
$$5 - 2q = 2q + 4$$

$$q = 1/4,\ 1 - q = 3/4$$

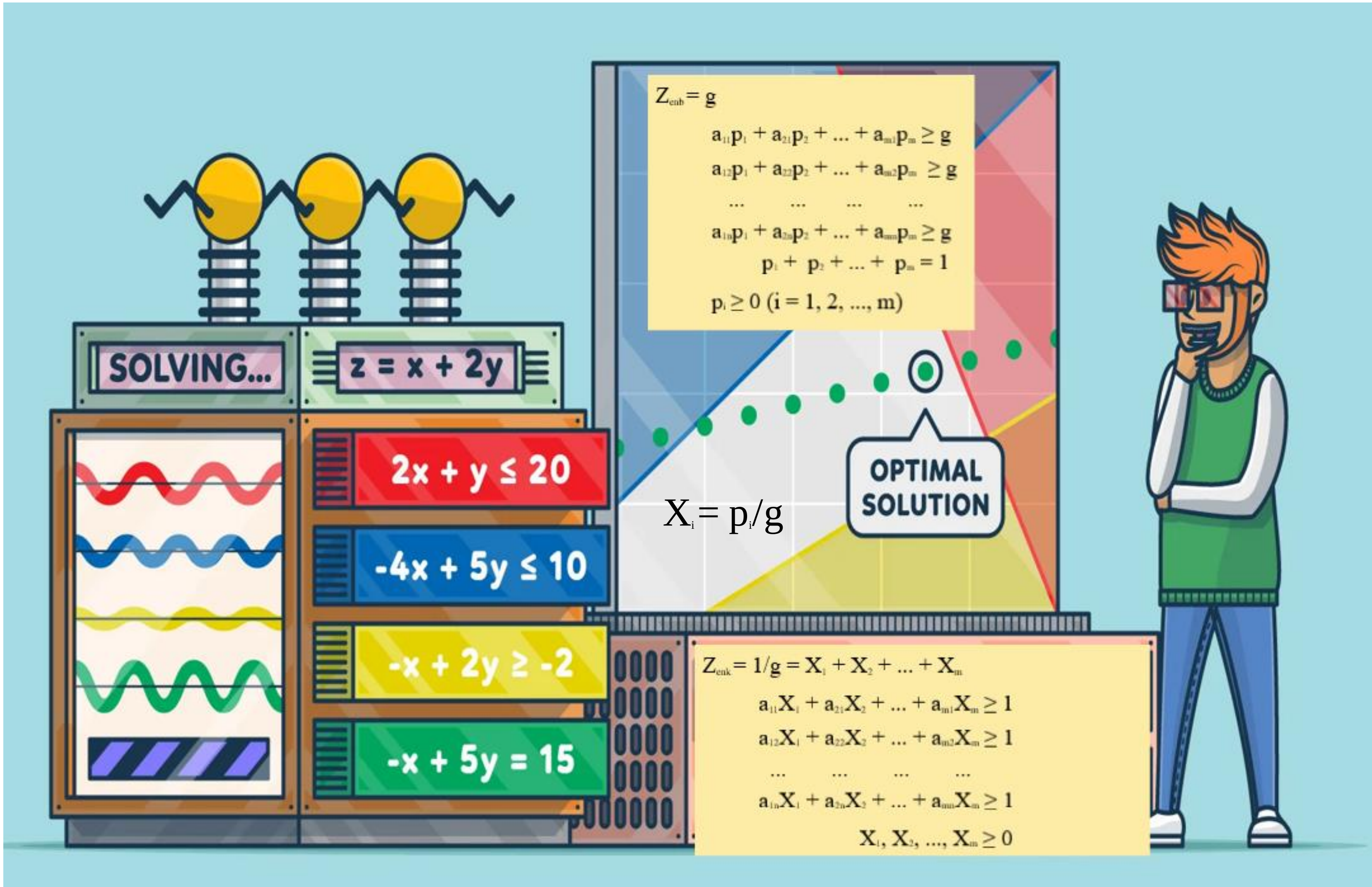


Sütun oyuncusu C1'i 1/4, C2'yi 3/4 olasılıkla oynayacak ve oyunun değeri g=(2(1/4)+4=4,5 olacaktır.

mx2 ve 2xn Oyunların Çözümü



mxn Oyunların Doğrusal Programlama İle Çözümü



$$Z_{enb} = g$$

$$\begin{aligned}
a_{11}p_1 + a_{21}p_2 + \dots + a_{m1}p_m &\geq g \\
a_{12}p_1 + a_{22}p_2 + \dots + a_{m2}p_m &\geq g \\
\dots \quad \dots \quad \dots \quad &\dots \\
a_{1n}p_1 + a_{2n}p_2 + \dots + a_{mn}p_m &\geq g \\
p_1 + p_2 + \dots + p_m &= 1
\end{aligned}$$

$$p_i \geq 0 \ (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$X_i = p_i / g$$

$$Z_{enk} = 1/g = X_1 + X_2 + \dots + X_m$$

$$\begin{aligned}
a_{11}X_1 + a_{21}X_2 + \dots + a_{m1}X_m &\geq 1 \\
a_{12}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{m2}X_m &\geq 1 \\
\dots \quad \dots \quad \dots \quad &\dots \\
a_{1n}X_1 + a_{2n}X_2 + \dots + a_{mn}X_m &\geq 1 \\
X_1, X_2, \dots, X_m &\geq 0
\end{aligned}$$

2. (İki Kişili) Sabit Toplamlı Oyunlar

İki-kişili sabit-toplamlı bir oyunda oyuncuların kazançları toplamı c ($c \neq 0$) sabitine eşittir. Genel olarak iki-kişili sabit-toplamlı oyunlar iki-kişili sıfır-toplamlı oyunların çözümünde kullanılan yöntemlerle çözülür.

Örnek-19

Yörede yayın yapan iki TV kanalı vardır. 20:00-21:00 saatleri arasında tam 50 milyon kişi bu iki kanalı izlemektedir. Kanallar 20:00-21:00 saatleri arasında yapacakları yayının türünü önceden aynı anda anons etmek zorundadırlar. Yayın türünün sonradan değiştirilmesi mümkün değildir. Kanalların mümkün seçimleri ve birinci kanalı seyredeceklerin sayısı Tabloda verilmiştir. Oyunun tepe noktası bulunup bulunmadığını ve birinci kanal için oyunun değerini bulunuz.

Kanal 1 Yayın Türü	Kanal 2 Yayın Türü			Satır En Küçüğü
	Yarışma	Arkası Yarın	Komedi	
Yarışma	25	25	40	25
Arkası Yarın	25	40	18	18
Komedi	18	24	30	18
Sütun En Büyüğü	25	40	40	25 = 25

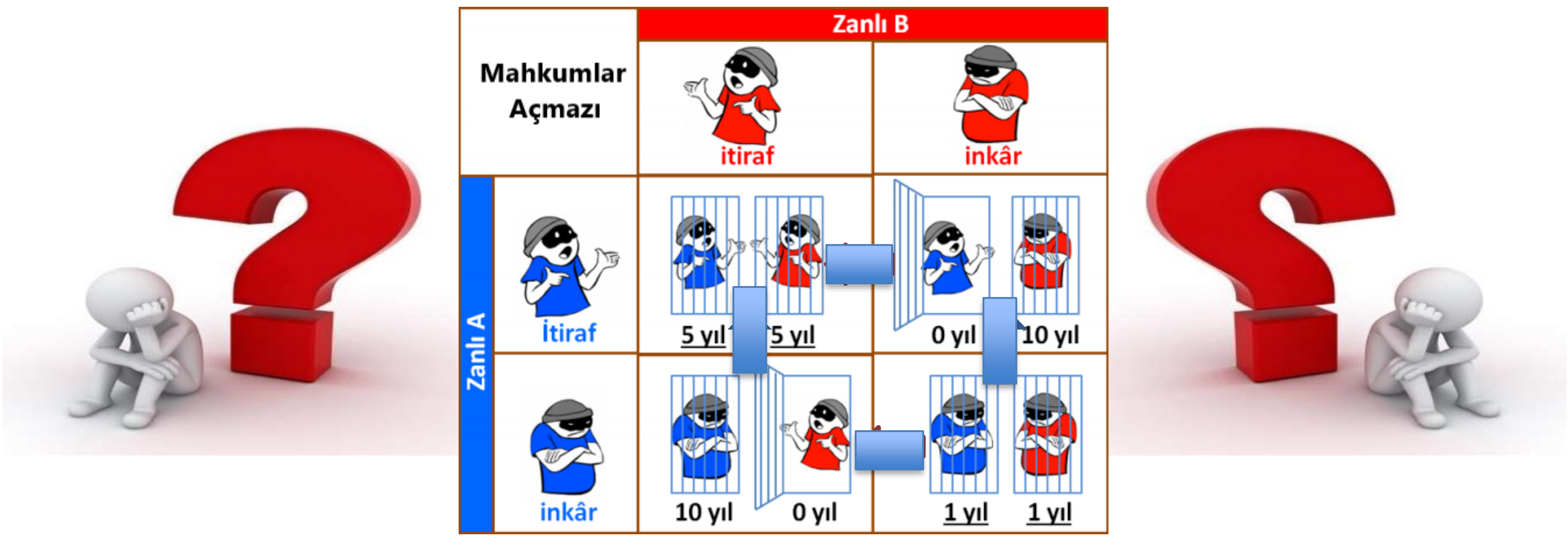
2. (İki Kişili) Sabit Olmayan Toplamlı Oyunlar

- Uygulamada sabit olmayan toplamlı oyunlarla karşılaşmak daha olağandır. Rakip işletmelerin tam anlamıyla çatışma durumunda olmaları genellikle beklenmez. Bu kesimde oyuncuların işbirliği yapmalarının söz konusu olmadığı iki kişili sabit olmayan toplamlı oyun problemleri üzerinde durulacaktır.

Mahkumlar açmazı

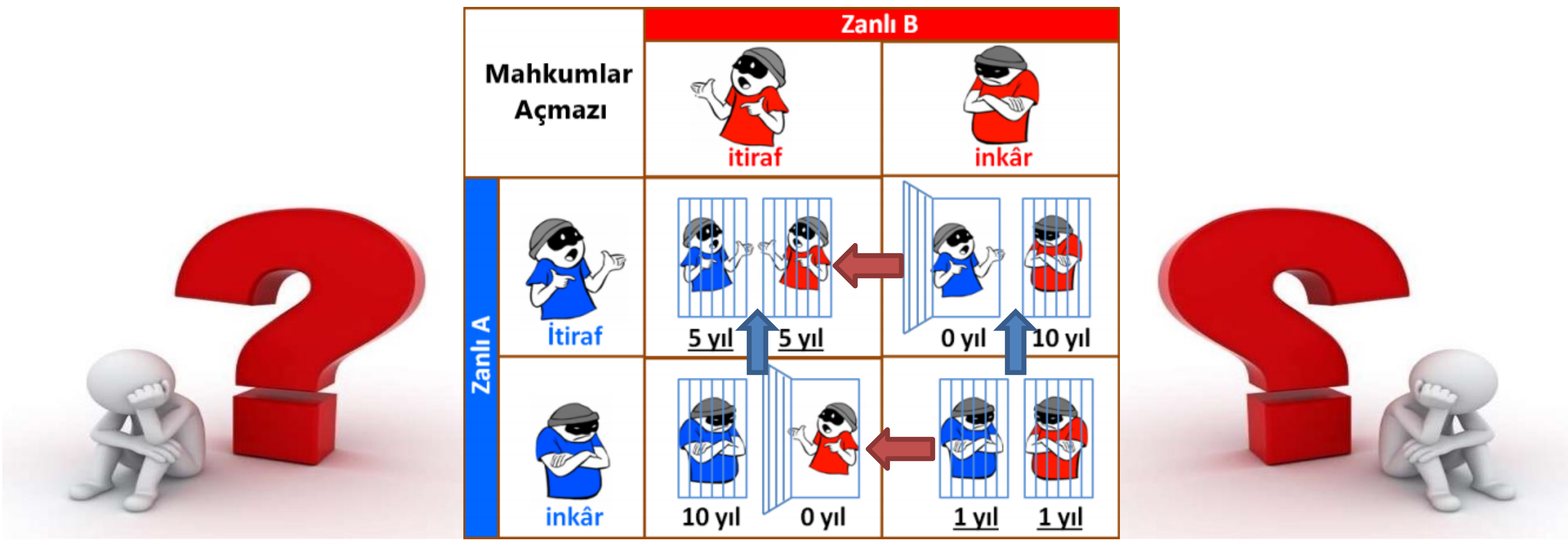
2. (İki Kişili) Sabit Olmayan Toplamlı Oyunlar

Mahkumlar açmazı



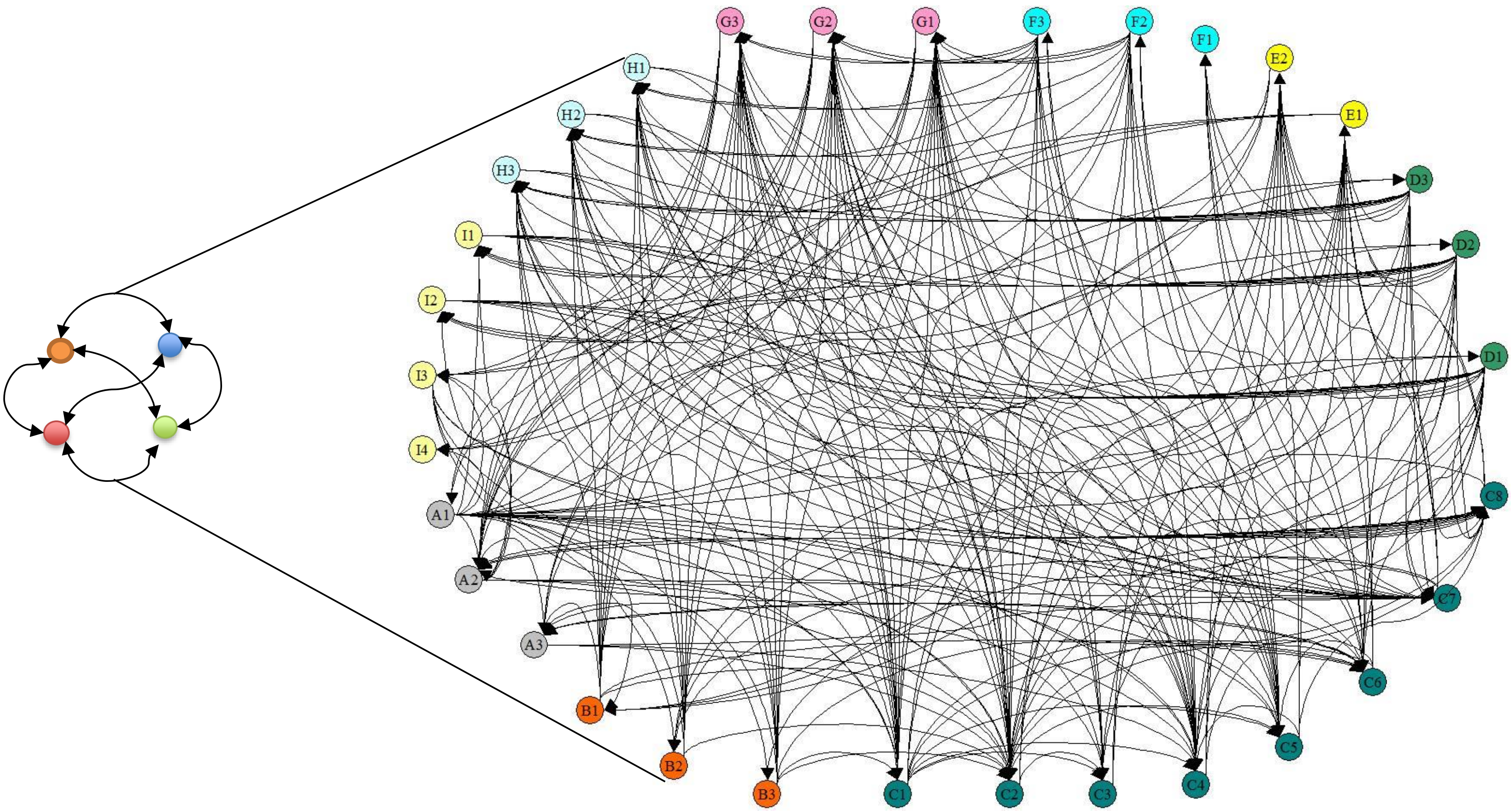
2. (İki Kişili) Sabit Olmayan Toplamlı Oyunlar

Mahkumlar açmazı



Çok kriterli karar verme yöntemleri

Çok Kriterli Karar Verme (ÇKKV)



ÇKKV'nin Kullanıldığı Yerler

Analitik Hiyerarşi Süreci (AHP)

MENTOR AKADEMİ

Thomas L Saaty tarafından geliştirilen çok kriterli karar problemlerinde karar vermek amacıyla kullanılan bir yöntemdir ve aşağıdaki aşamalardan oluşan bir süreçtir.

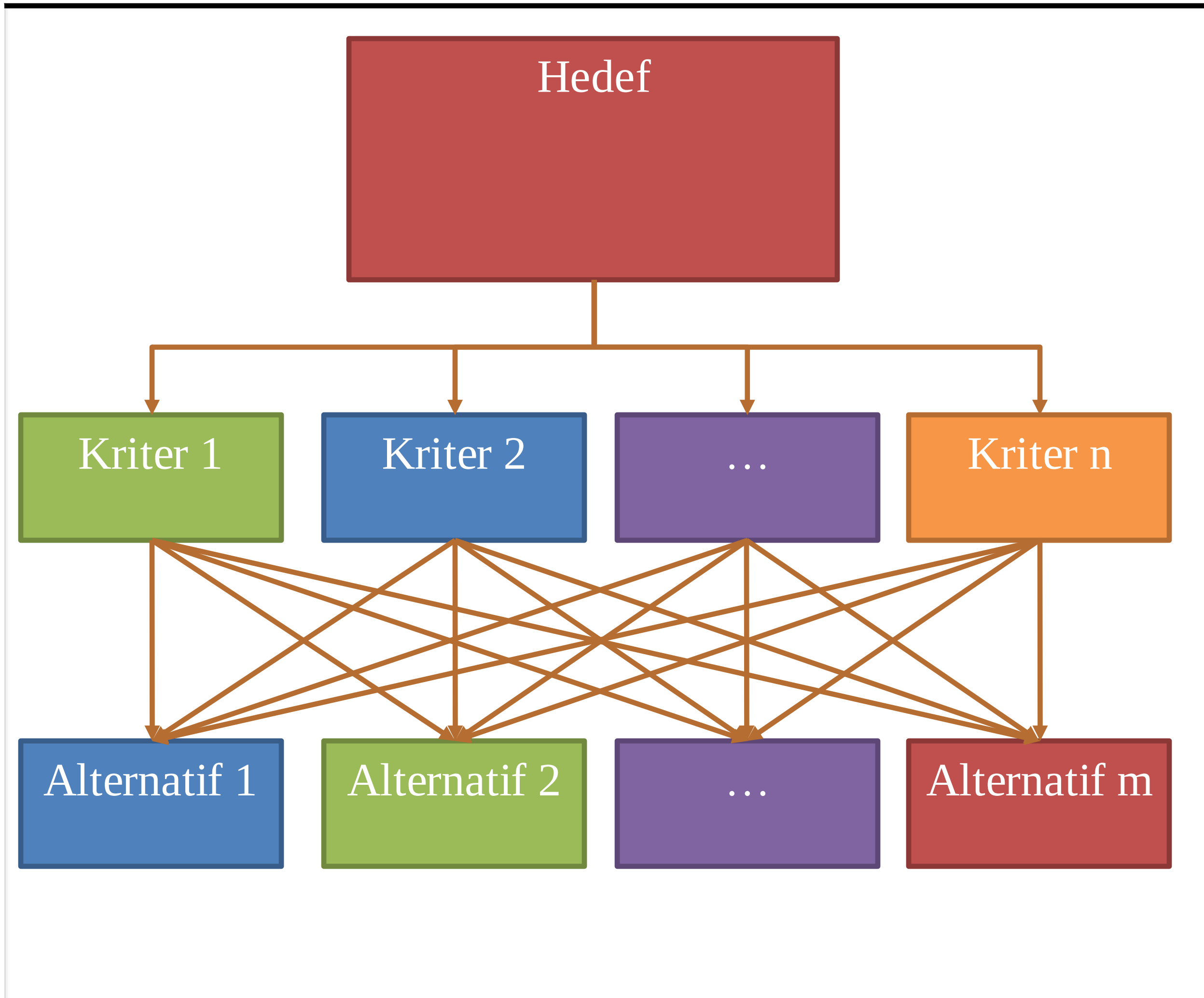
1. Problemin Tanımlanması
2. Kriterlerin Tanımlanması
3. Alternatiflerin Belirlenmesi
4. Hiyerarşik Yapının Oluşturulması
5. Görece Önem Ölçeğinin Belirlenmesi
6. Karar Vericilerin Tercihlerinin Belirlenmesi
7. Kriterlerin İkili Karşılaştırılmalarının Yapılması
8. Kriterlerin Yüzde Ağırlıklarının Hesaplanması
9. Tutarlılık Analizinin Yapılması
10. Kriterler Açısından Alternatiflerin; İkili Karşılaştırmalarının Yapılması, Yüzde Ağırlıklarının Hesaplanması ve Tutarlılık Analizlerinin Yapılması
11. Hedef İçin Alternatiflerin Görece Önem Değerlerinin Hesaplanması
12. En Yüksek Görece Öneme Sahip Alternatifin Seçilmesi

AHP’nin Hiyerarşik Yapısı

Hedef (Birinci Düzey)

Kriterler (İkinci Düzey)

Alternatifler (Üçüncü düzey)



Aşama 5- Görece Önem Ölçeğinin Belirlenmesi:

Önem Derecesi	Kavramsal Karşılığı	Açıklama
1	Eşit derecede önemli	İki seçenek eşit derecede önemli
3	Biraz daha fazla önemli	Bir seçenek diğerine göre biraz daha önemli
5	Kuvvetli derecede önemli	Bir seçenek diğerine göre oldukça önemli
7	Çok kuvvetli derecede önemli	Bir seçenek diğerine göre çok önemli
9	Kesin önemli	Bir seçeneğin diğerinden önemli olduğunu gösteren kanıt çok büyük güvenilirliğe sahiptir
2, 4, 6, 8	Ara değerler	Yakın cevaplar uzlaşma gerektiğinde kullanılmak üzere iki ardışık yargı arasındaki değerler

Adım 6- Karar Vericilerin Tercihlerinin Belirlenmesi: AHY'nin uygulanması esnasında, ilgilenilen konuyla ilgili kişi veya kişilerin tercih ettikleri kriterlerin önem dereceleri bir anketle veya mülakatla Saaty'nin ölçeği doğrultusunda saptanır. Burada kriterlerin her biri ikili karşılaştırmalara tabi tutulur. Sonuçların tutarlı olması ve AHY ile alınacak kararın tamamen bu kişilerin vereceği ikili kriter karşılaştırmalarına bağlı olacağından, görüşlerine başvurulacak kişilerin karar verilecek konu hakkında uzman veya yeterli düzeyde bilgiye sahip olmaları gerekir.

Aşama 7- Kriterlerin İkili Karşılaştırmalarının Yapılması: Bu aşamada karar vericilerin görece önem ölçeğini kullanarak kriterler arasında ikili karşılaştırmalar yapıp belirledikleri önem derecelerini gösteren sayılarla ikili karşılaştırmalar matrisi oluşturulur. Kriter sayısı n olan bir karar sürecinde n(n+1)/2 adet karşılaştırma yapılır. Dolayısıyla ikili karşılaştırmalar matrisi de nxn boyutlu olur.

İkili karşılaştırmaların önem derecelerini gösteren A matrisi, tüm değerleri pozitif (a_{ij}>0, i,j=1,2,...,n) ve köşegendeki değerleri 1 olan bir matristir. (a_{ij}), j'inci kriterin i'inci kritere göre karşılaştırma değeri (önem derecesi), i'inci kriterin j'inci kritere göre önem derecesinin çarpmaya göre tersidir (karşılık olma aksiyomu). Karşılık olma kısaca, $a_{ji}=1/a_{ij}$ şeklinde gösterilir.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & .. & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & .. & a_{2n} \\ . & . & .. & . \\ a_{n1} & a_{n2} & .. & a_{nn} \end{bmatrix}$$

i. Kriter	Önem Dercesi									j. Kriter
	9 Kesin önemli	7 Çok kuvvetli	5 Kuvvetli derecede	3 Biraz daha fazla	1 Eşit derecede	3 Biraz daha fazla	5 Kuvvetli derecede	7 Çok kuvvetli	9 Kesin önemli	
Kriter1					Δ					Kriter1
Kriter1						Δ				Kriter2
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
Kriter1						Δ				Kriter(n)
Kriter2					Δ					Kriter2
Kriter2							Δ			Kriter3
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
Kriter(n-1)	Δ									Kriter(n)
Kriter(n)					Δ					Kriter(n)

İkili Karşılaştırma Matrisinin Tablo Şeklinde Gösterimi

	Kriter 1	Kriter 2	…	Kriter (n-1)	Kriter (n)
Kriter 1	a_{11}= 1	a_{12}=1/3	…	…	a_{1n}=3
Kriter 2	a_{21}=3	a_{22}=1	…	…	…
…	…	…	…	…	…
Kriter (n-1)	…	…	…	…	…
Kriter (n)	a_{n1}=1/3	…	…	1/9	a_{nn}=1

Aşama 8- Kriterlerin Yüzde Ağırlıklarının Hesaplanması (Öncelik Vektörlerinin Hesaplanması): İkili karşılaştırmaların önem derecelerinden oluşan A matrisi geliştirildikten sonra, A matris değerlerinin (a_{ij}) normalleştirilmesi gerekir. Normalleştirme ve kriterlerin yüzdesel ağırlıklarına ilişkin yapılan işlemler aşağıdaki formüllerden yararlanarak aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

$$b_1 = \sum_{i=1}^{n} a_{i1} \qquad c_{ij} = \frac{a_{ij}}{b_i} \qquad C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ . & . & \cdots & . \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \qquad w_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} c_{ij}}{n}$$

	Kriter 1	Kriter 2	...	Kriter n	Kriter Yüzde Ağırlıkları
Kriter 1	$c_{11} = \frac{a_{11}}{b_1}$	$c_{12} = \frac{a_{12}}{b_2}$	...	$c_{1n} = \frac{a_{1n}}{b_n}$	$w_1 = \frac{c_{11} + c_{12} + \ldots + c_{1n}}{n}$
Kriter 2	$c_{21} = \frac{a_{21}}{b_1}$	$c_{22} = \frac{a_{22}}{b_2}$	...	$c_{2n} = \frac{a_{2n}}{b_n}$	$w_2 = \frac{c_{21} + c_{22} + \ldots + c_{2n}}{n}$
...	...	...	...	...	...
Kriter n	$c_{n1} = \frac{a_{n1}}{b_1}$	$c_{n2} = \frac{a_{n2}}{b_2}$	...	$c_{nn} = \frac{a_{nn}}{b_n}$	$w_n = \frac{c_{n1} + c_{n2} + \ldots + c_{nn}}{n}$
Toplam	$\sum_{i=1}^{n} c_{i1} = 1$	$\sum_{i=1}^{n} c_{i2} = 1$	...	$\sum_{i=1}^{n} c_{in} = 1$	$\sum_{i}^{n} w_i = 1$

Aşama 9- Tutarlılık Analizi Yapılması: AHP'de sonuçların gerçekçiliği karar vericilerin kriterler arasında yaptığı ikili karşılaştırmalardaki tutarlılığına bağlı olacaktır. Bunun için ikili karşılaştırmaların tutarlılık oranı (CR) hesaplanır. Oran 0,10'un altında ise matrisin tutarlı olduğu sonucuna varılır. Aksi durumda matris yeniden düzenlenmelidir.

Örneğin, faktörler arasında yapılan karşılaştırmada A, B'ye göre mutlak üstünlüğe sahip, B de C'ye göre mutlak üstünlüğe sahip diyen bir kişi eğer C ile A'yı karşılaştırırken C, A'ya göre daha önemli derse tutarsızlık göstermiş olur.

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & .. & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & .. & a_{2n} \\ . & . & .. & . \\ a_{n1} & a_{n2} & .. & a_{nn} \end{bmatrix} \text{x} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ . \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ . \\ d_n \end{bmatrix} \qquad e_i = \frac{d_i}{w_i} \quad i = 1,2,\ldots, n \qquad \lambda = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i}{n} \qquad CI = \frac{\lambda - n}{n-1}$$

RI (Saaty ve arkadaşları tarafından tutarlılık oranını hesaplayabilmek için standart düzeltme değeri olarak oluşturdukları rasgele indeks) değerlerine bölünerek tutarlılık oranı CR elde edilir.

$$CR = \frac{CI}{RI}$$

Rasgele Indeks Değerleri

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
RI	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,48	1,56	1,57	1,59

Aşama 10- Kriterler Açısından Alternatiflerin; İkili Karşılaştırmalarının Yapılması, Yüzde Ağırlıkların Hesaplanması ve Tutarlılık Analizlerinin Yapılması: Alternatifler, her bir kriter açısından önem dereceleri kullanılarak ikili karşılaştırmalara tabi tutulur. Daha sonra kriterler için yapıldığı gibi, alternatiflerin kriterler açısından yapılmış ikili karşılaştırma sütun değerleri (s_{ij}) sütun toplamına (t_i) bölünerek normalleştirilmiş değerler (u_{ij}) bulunur. Her kritere göre, her bir alternatif için normalleştirilmiş bu değerlerin satır ortalamaları alınarak ilgili kritere göre alternatiflerin yüzde ağırlıkları (v_{ij}) hesaplanır. Bu ifade i'inci kriter açısından j'inci alternatifin yüzde ağırlığını gösterir.

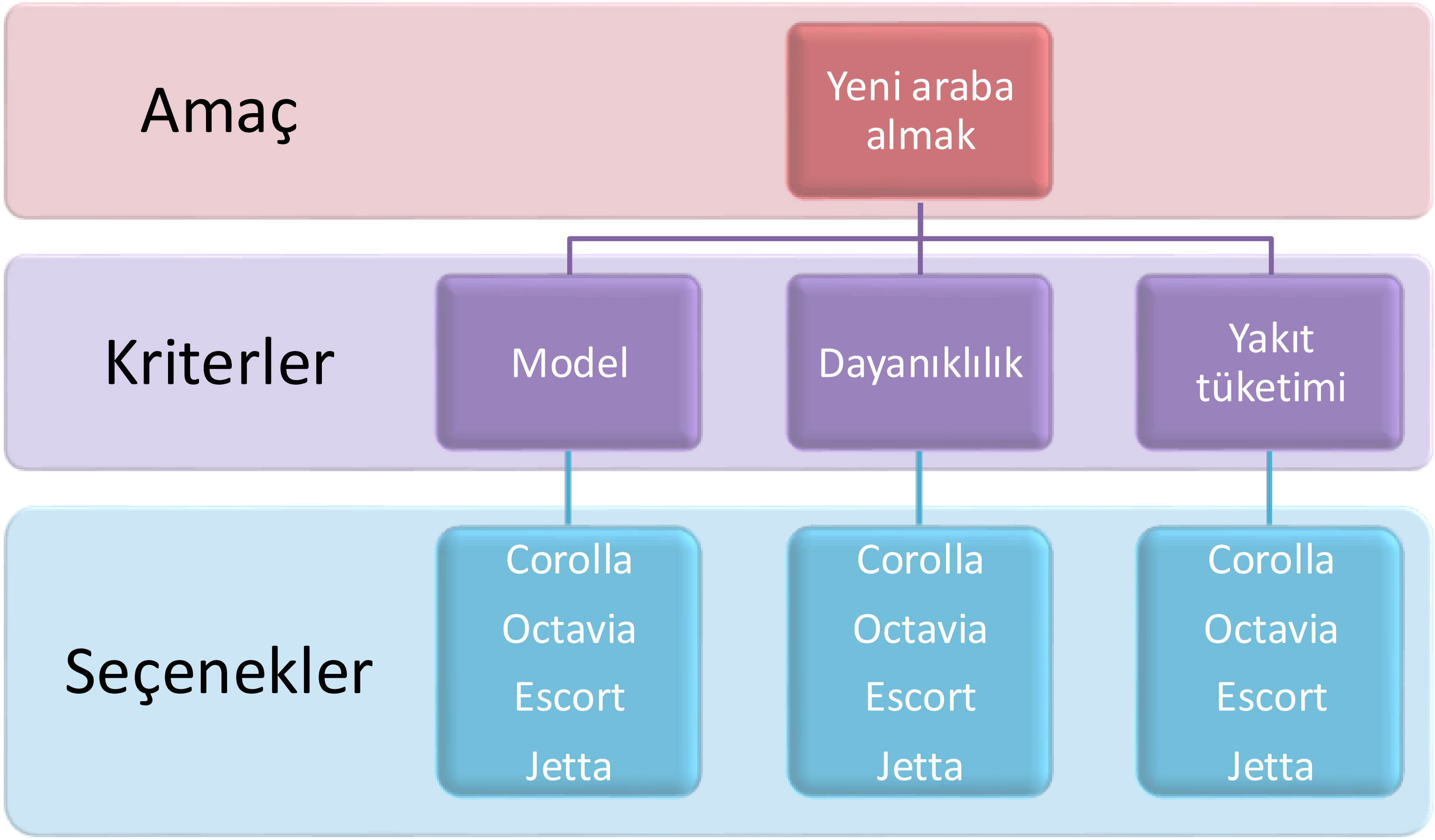
Alternatiflerin i. Kriter Açısından İkili Karşılaştırmaları					Alternatiflerin i. Kriter Açısından İkili Karşılaştırmalarının Normalleştirilmiş Hali				Alternatiflerin i. Kriter Açısından Yüzde Ağırlığı
	Alt. 1	Alt. 2	…	Alt. m	Alt. 1	Alt. 2	…	Alt. m	v_{ij}
Alt. 1	s_{11}	s_{12}	…	s_{1m}	$u_{11} = \frac{s_{11}}{t_1}$	…	…	$u_{1m} = \frac{s_{1m}}{t_m}$	$v_{i1} = \frac{\sum_{j=1}^{m} u_{1j}}{m}$
Alt. 2	s_{21}	s_{22}	…	s_{2m}	$u_{21} = \frac{s_{21}}{t_1}$	…	…	$u_{2m} = \frac{s_{2m}}{t_m}$	$v_{i2} = \frac{\sum_{j=1}^{m} u_{2j}}{m}$
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
Alt. m	s_{m1}	s_{m2}		s_{mm}	$u_{m1} = \frac{s_{m1}}{t_1}$	…		$u_{mm} = \frac{s_{mm}}{t_m}$	$v_{im} = \frac{\sum_{j=1}^{m} u_{mj}}{m}$
Toplam	$t_1 = \sum_{i=1}^{m} s_{i1}$	…	…	$t_m = \sum_{i=1}^{m} s_{im}$	1	1		1	1

Aşama 11- Hedef (Genel Amaç) İçin Alternatiflerin Görece Önem Değerlerinin Hesaplanması: AHY'de karar verirken son olarak problemin çözüm aşamalarında elde edilen ağırlıklardan hareket edilerek, genel amaç (hedef) açısından alternatiflerin görece önem değerleri belirlenir. Burada her bir alternatif için her bir kriter açısından yüzde ağırlıklar (v_{ij} i=1,2, …, n; j=1,2, .., m) ile kriterlerin ikili karşılaştırmalarından elde edilen yüzde ağırlıklar (w_i i=1,2,…, n) bire bir olmak kaydı ile çarpılır. Daha sonra Tablo 7'de görüldüğü gibi her alternatife ait bu çarpım değerleri toplanarak, alternatiflerin görece önem değerleri (Z_j) elde edilmiş olur.

Kriterler	Alternatifler				
	Alternatif 1'in i. Kriter Açısından Yüzde Ağırlığı	Alternatif 2'nin i. Kriter Açısından Yüzde Ağırlığı	…	Alternatif m'in i. Kriter Açısından Yüzde Ağırlığı	Kriter Yüzde Ağırlığı
Kriter 1	v_{11}	v_{12}	…	v_{1m}	w_1
Kriter 2	v_{21}	v_{22}	…	v_{2m}	w_2
….	…	…	…	…	…
Kriter n	v_{n1}	v_{n2}	…	v_{nm}	w_n
Alternatiflerin Görece Önem Değerleri (Z_j) (j=1,2,…,m)	$\sum_{i=1}^{n} v_{i1}.w_i$	$\sum_{i=1}^{n} v_{i2}.w_i$		$\sum_{i=1}^{n} v_{im}.w_i$	

Aşama 12:En Yüksek Görece Öneme Sahip Alternatifin Seçilmesi: Bu aşama karar aşamasıdır. Her bir alternatife ait görece önem değerleri gözden geçirilerek hedefe ulaşmak için dikkate alınan kriterler çerçevesinde en büyük Z değerine sahip olan alternatifin seçilmesine karar verilir.

Örnek Uygulama



Araba Seçim Kriterlerinin
Göreceli Karşılaştırma Matrisi

$$
\begin{array}{l c}
 & \begin{array}{ccc} \textbf{Model} & \textbf{Dayanıklılık} & \textbf{Yakıt tükemimi} \end{array} \\
\begin{array}{l} \textbf{Model} \\ \textbf{Dayanıklılık} \\ \textbf{Yakıt tüketimi} \end{array} & \begin{bmatrix} 1/1 & 1/2 & 3/1 \\ 2/1 & 1/1 & 4/1 \\ 1/3 & 1/4 & 1/1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Kriterlerin yüzde önem dereceleri

Sütun normalizasyonu

A=

1	0,5	3
2	1	4
0,33	0,25	1

1/(1+2+0,33)	0,5/(0,5+1+0,25)	3/(3+4+1)
2/(1+2+0,33)	1/(0,5+1+0,25)	4/(3+4+1)
0,33/(1+2+0,33)	0,25/(0,5+1+0,25)	1/(3+4+1)

Normalize matris

0,3	0,29	0,375
0,6	0,57	0,5
0,1	0,14	0,125

Satır ortalaması

(0,3+0,29+0,375)/3
(0,6+0,57+0,5)/3
(0,1+0,14+0,125)3

Öncelikler

w=

0,3202
0,5571
0,1226

Kriter tutarlılığı

A=

1	0,5	3
2	1	4
0,33	0,25	1

w=

0,3202
0,5571
0,1226

D=A*w=

1*0,3202+0,5*0,5571+3*0,1226=0,967
1,688
0,369

e_i=(A*w)/w = $e_i = \frac{d_i}{w_i}$ =

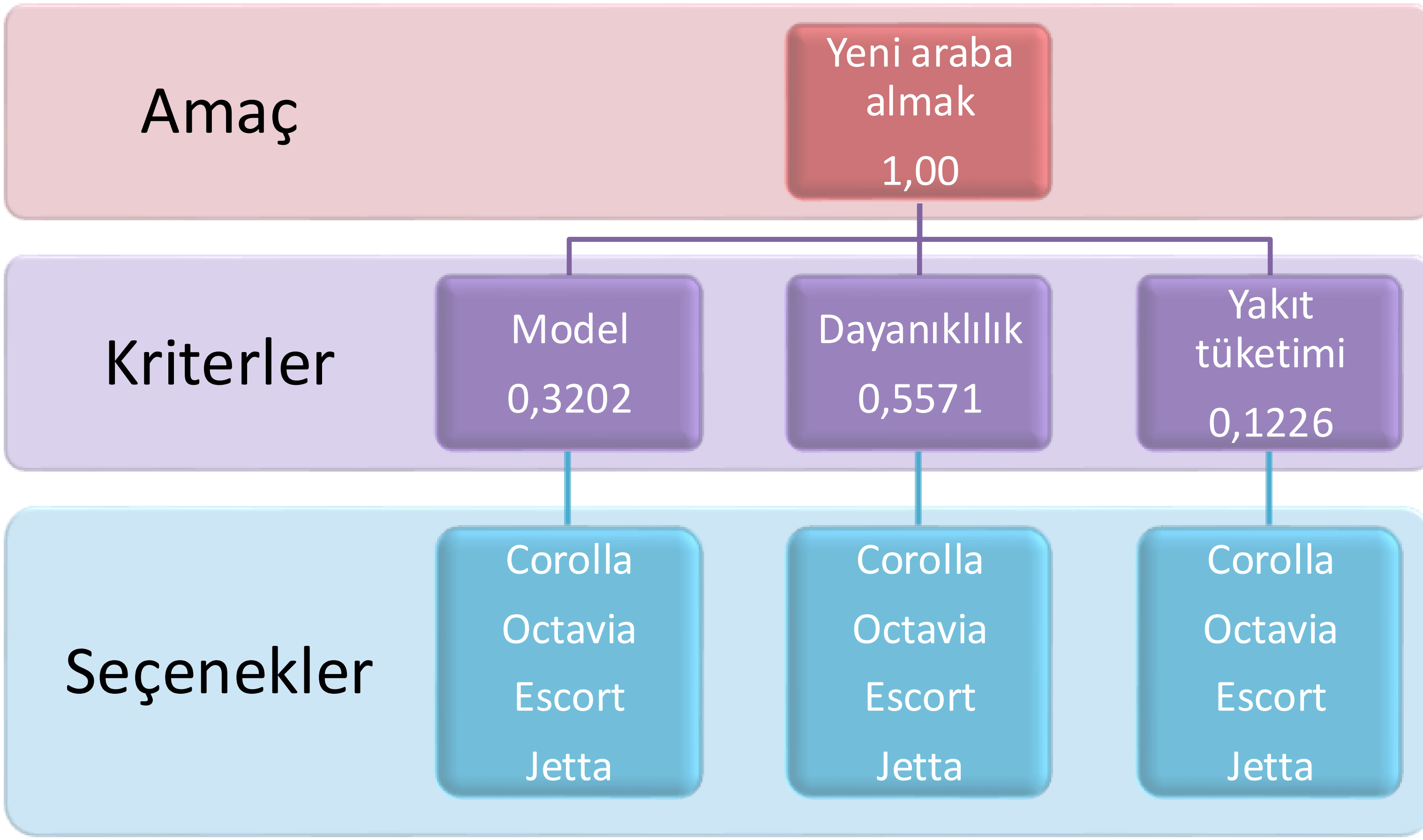
0,967/0,3202=3,019
3,03
3,006

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i}{n} \qquad \lambda = 3,018$$

$CI = \frac{\lambda - n}{n-1}$ = CI=(3,018-3)/(3-1)=0,092

$CR = \frac{CI}{RI}$=CR= CI/RI= 0,092/0,58=0,015 < 0,10

Dolayısı ile kriter karşılaştırmaları tutarlılık göstermektedir.


Amaç
Yeni araba almak
1,00
Kriterler
Model
0,3202
Dayanıklılık
0,5571
Yakıt tüketimi
0,1226
Seçenekler
Corolla
Octavia
Escort
Jetta
Corolla
Octavia
Escort
Jetta
Corolla
Octavia
Escort
Jetta

Araba Alternatiflerinin
Model Kriterine Göre Nısbi Karşılaştırma Matrisi

Model

	Corolla	Octavia	Escort	Jetta
Corolla	1	1/4	4/1	1/6
Octavia	4/1	1	4/1	1/4
Escort	1/4	1/4	1	1/5
Jetta	6/1	4/1	5/1	1

VE...

Araba Alternatiflerinin
Dayanıklılık Kriterine Göre Nısbi Karşılaştırma Matrisi

Dayanıklılık

	Corolla	Octavia	Escort	Jetta
Corolla	1	2/1	5/1	1/1
Octavia	1/2	1	3/1	2/1
Escort	1/5	1/3	1	1/4
Jetta	1/1	1/2	4/1	1

Hesaplamalar…

Model

	Corolla	Octavia	Escort	Jetta	Normalize matris					Öncelik Matrisi
Corolla	1,0000	0,2500	4,0000	0,1667	0,0889	0,0455	0,2857	0,1031	3	0,1308
Octavia	4,0000	1,0000	4,0000	0,2500	0,3556	0,1818	0,2857	0,1546	2	0,2444
Escort	0,2500	0,2500	1,0000	0,2000	0,0222	0,0455	0,0714	0,1237	4	0,0657
Jetta	6,0000	4,0000	5,0000	1,0000	0,5333	0,7273	0,3571	0,6186	1	0,5591
	11,2500	5,5000	14,0000	1,6167						1,0000

Dayanıklılık

	Corolla	Octavia	Escort	Jetta	Normalize matris					Öncelik Matrisi
Corolla	1,0000	2,0000	5,0000	1,0000	0,3704	0,5217	0,3846	0,2353	1	0,3780
Octavia	0,5000	1,0000	3,0000	2,0000	0,1852	0,2609	0,2308	0,4706	2	0,2869
Escort	0,2000	0,3333	1,0000	0,2500	0,0741	0,0870	0,0769	0,0588	4	0,0742
Jetta	1,0000	0,5000	4,0000	1,0000	0,3704	0,1304	0,3077	0,2353	3	0,2609
	2,7000	3,8333	13,0000	4,2500						1,0000

Amaç

Yeni araba almak
1,00

Kriterler

Model	Dayanıklılık	Yakıt tüketimi
0,3202	0,5571	0,1226

Seçenekler

Model	Dayanıklılık	Yakıt tüketimi
Cor. 0,1308	Cor. 0,3780	Cor. 0,3010
Oct. 0,2444	Oct. 0,2869	Oct. 0,2390
Escort 0,0657	Escort 0,0742	Escort 0,2120
Jetta 0,5591	Jetta 0,2609	Jetta 0,2480

$$
\begin{array}{l} \\ \text{Corolla} \\ \text{Octavia} \\ \text{Eskort} \\ \text{Jetta} \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{Model} & \text{Dayanıklılık} & \text{Yakıt tüketimi} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.1308 & 0.3780 & 0.3010 \\ 0.2444 & 0.2869 & 0.2390 \\ 0.0657 & 0.0742 & 0.2120 \\ 0.5591 & 0.2609 & 0.2480 \end{bmatrix} \end{array}
*
\begin{bmatrix} 0.3202 \\ 0.5571 \\ 0.1226 \end{bmatrix}
\begin{array}{l} \text{MODEL} \\ \text{DAYANIKLILIK} \\ \text{YAKIT TUKETIMI} \end{array}
$$

Örneğin Corolla için (.1308 * .3202) + (.3780 * .5571) + (.3010 * .1226) = .2894

$$
= \begin{array}{l} \text{Corolla} \\ \text{Octavia} \\ \text{Escort} \\ \text{Jetta} \end{array}
\begin{bmatrix} .2894 \\ .2674 \\ .0884 \\ .3548 \end{bmatrix}
\begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{array}
$$

Jetta ENİYİ arabadır.

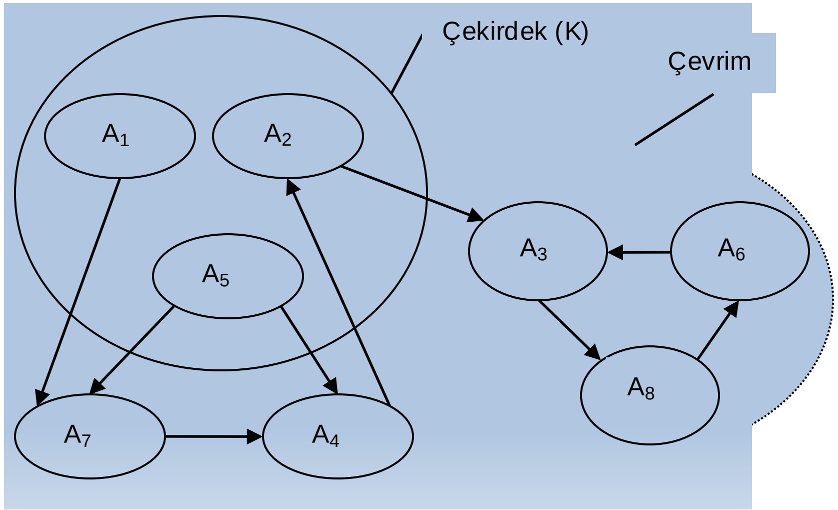
ELECTRE (Elimination and Choice Translating Reality) Yöntemi

- Alternatiflerin performanslarına göre birbirleriyle kıyaslanarak seçim yapılması temeline dayanan ELECTRE (Elimination and Choice Translating Reality) yöntemi çok kriterli karar verme yöntemlerinden biridir. Yöntem ilk olarak Benayoun, Roy ve arkadaşları tarafından 1966 yılında önerilmiş ve araştırmacılar tarafından çok tartışılan bir yöntem olmuştur. Daha sonra bu yöntem, Nijkamp and Van Delft (1977) ve Voogd (1983) tarafından geliştirilmiştir.
- ELECTRE yöntemi farklı alternatiflerin bütün mümkün çiftlerini kriterler bazında karşılaştıran ve alternatiflerin kriterler bazında skorlarını ortaya koyan sistematik bir analizdir. Bu yöntemde de diğer yöntemlerde olduğu gibi; karar matrisinde bulunan tüm bilgiler kullanılarak, her bir kriter için alternatiflerin ikili karşılaştırmaları yapılmaktadır. A_k ve A_l gibi iki alternatifin kriter bazında tercih edilebilirliğindeki üstünlük ilişkisi $A_k \rightarrow A_l$ şeklinde gösterilmektedir ve A_k, A_l'ye göre daha üstündür veya tercih edilir diye ifade edilmektedir.

Kriterler bazında, sekiz tane alternatifin birbirleriyle ikili karşılaştırılmalarıyla gerçekleştirilen dokuz karşılaştırmanın aşağıdaki gibi olduğu varsayılırsa;

- ($A_1 \rightarrow A_7$), ($A_2 \rightarrow A_3$), ($A_3 \rightarrow A_8$),
- ($A_4 \rightarrow A_2$), ($A_5 \rightarrow A_4$), ($A_5 \rightarrow A_7$),
- ($A_6 \rightarrow A_3$), ($A_7 \rightarrow A_4$), ($A_8 \rightarrow A_6$)

bu karşılaştırmalar çekirdek diyagramı denilen diyagramla aşağıdaki gibi de gösterilebilmektedir.



- Eğer izlenen yol tekrar başlangıç noktasına geliyorsa ($A_3 \rightarrow A_8 \rightarrow A_6 \rightarrow A_3$, kesikli çizgi ile gösterilen dairenin içindeki alternatifler) buna ‘’çevrim’’denir. Bir çevrimde tüm alternatiflerin aynı öneme sahip olduğu varsayılır. Bunun yanı sıra, ELECTRE yöntemi ile seçilen alternatiflerin oluşturduğu kümeye çekirdek (kernel, K) adı verilmektedir. Çekirdek (K) aşağıda görülen iki duruma göre oluşturulur.
- K‘nin içindeki bir alternatif (nokta) K‘nın içinde bulunan diğer alternatife göre daha üstün değildir.
- K‘nin dışında bulunan bir alternatif tercih sıralamasında K‘nın içindeki en az bir alternatife göre daha az tercih edilir.
- Çekirdek oluşturulurken, öncelikle alternatifler arasından her zaman üstün olanlar, yani hiç ok yönlendirilmemiş olan alternatifler seçilmektedir. Şekilde bu alternatifler A_1 ve A_5’dir. Daha sonra da yukarıdaki koşulları sağlayan alternatifler seçilir. Bu durumda $K = \{A_1, A_2, A_5\}$ olur.

ELECTRE Yönteminin Aşamaları

ELECTRE yöntemi aşağıda açıklanan 7 aşamadan oluşmaktadır.

- *1- Problemin Tanımlanması*
- 2- Kriterlerin *Tanımlanması*
- *3- Alternatiflerin Belirlenmesi*
- *4- Karar Matrisinin Oluşturulması:* ELECTRE yönteminin bu aşamasında belirlenen karar kriterleri ve alternatifler ile ilgili karar matrisi oluşturulur. Karar matrisinin satırlarında üstünlükleri sıralanmak istenen alternatifler (karar noktaları), sütunlarında ise karar vermede kullanılacak kriterler (değerlendirme faktörleri) yer alır .

$$X = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{vmatrix}$$

ELECTRE Yönteminin Aşamaları

MENTOR AKADEMİ

- *5- Karar Matrisinin Normalleştirilmesi*: Bu aşamada, farklı kriter boyutları boyutsuz kriterlere dönüştürülmektedir. Burada amaç, ölçü biriminden bağımsız olarak karşılaştırma yapılabilmesi için karar matrisi değerlerinin normalleştirilmesidir. Alternatif sayısı m, kriter sayısı n ile gösterildiğinde, normalleştirilmiş karar matrisi R ile ifade edilir ve i'inci alternatifin j'inci kriter için normalleştirilmiş değeri r_{ij} ile gösterilir. R matrisinin r_{ij} değerleri aşağıdaki formülden yararlanarak hesaplanır.

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{m} x_{kj}^2}} \qquad b_j = \sum_{k=1}^{m} x_{kj}^2 \qquad R = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{vmatrix}$$

Alternatifler	Kriterler			
	C_1	C_2	…	C_n
A_1	$r_{11} = \frac{x_{11}}{\sqrt{b_1}}$	$r_{12} = \frac{x_{12}}{\sqrt{b_2}}$	…	$r_{1n} = \frac{x_{1n}}{\sqrt{b_n}}$
A_2	$r_{21} = \frac{x_{21}}{\sqrt{b_1}}$	$r_{22} = \frac{x_{22}}{\sqrt{b_2}}$	…	…
…	…	…	…	…
A_m	$r_{m1} = \frac{x_{m1}}{\sqrt{b_1}}$	$r_{m2} = \frac{x_{m2}}{\sqrt{b_2}}$	…	$r_{mn} = \frac{x_{mn}}{\sqrt{b_n}}$

ELECTRE Yönteminin Aşamaları

MENTOR AKADEMİ

6- Kriterlerin Ağırlıklarının Belirlenmesi:

Kriterler	C_1	C_2	…	C_n
Ağırlıklar	w_1	w_2	…	w_n

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$$

7- Normalleştirilmiş Karar Matrisinin Ağırlıklandırılması : Beşinci aşamada belirlenen normalleştirilmiş karar matrisindeki her bir değer altıncı aşamada belirlenen ilgili sütundaki kriterlere ait ağırlıklar (w_1, w_2, w_3, …, w_n) ile çarpılarak ağırlıklı normalleştirilmiş karar matrisi (V) bulunur. Ağrılıklı normalleştirilmiş karar matrisi değerleri (v_{ij}),

$v_{ij} = r_{ij}.w_j$ formülüyle hesaplanır.

$$V = \begin{vmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ v_{m1} & v_{m2} & \dots & v_{mn} \end{vmatrix}$$

Alternatifler	Kriterler			
	C_1	C_2	…	C_n
A_1	$v_{11} = w_1.r_{11}$	$v_{12} = w_2.r_{12}$	…	$v_{1n} = w_n.r_{1n}$
A_2	$v_{21} = w_1.r_{21}$	$v_{22} = w_2.r_{22}$	…	…
…	…	…	…	…
A_m	$v_{m1} = w_1.r_{m1}$	$v_{m2} = w_2.r_{m2}$	…	$v_{mn} = w_n.r_{mn}$

ELECTRE Yönteminin Aşamaları

MENTOR AKADEMİ

Aşama 8- Uyum ve Uyumsuzluk Kümelerinin Belirlenmesi: Her bir alternatifin ağırlıklı normalleştirilmiş değeri ile diğer alternatiflerin değerleri kriterlere göre karşılaştırılır. Uyum kümesi C, uyumsuzluk kümesi D ile gösterildiğinde, tüm alternatifler için oluşturulan uyum ve uyumsuzluk kümeleri aşağıdaki denklemlerden yararlanarak belirlenir.

Satır elemanlarının birbirlerine göre büyüklüklerinin karşılaştırılmasına dayanır. A_k ve A_l şeklinde gösterilen iki alternatifin uyum kümesi C_{kl}; A_k'nın A_l'ye tercih edildiği bütün kriterlerin kümesi olarak tanımlanır.

$$C_{kl} = \{j,\ v_{kj} \geq v_{lj}\},\ j = 1, 2, 3, \ldots, \mathrm{n}$$

ELECTRE yönteminde her uyum kümesine (C_{kl}), bir uyumsuzluk kümesi (D_{kl}) karşılık gelir. Uyumsuzluk kümesi elemanları, ilgili uyum kümesine ait olmayan j elemanlarından oluşur. Bu durumda, yöntemin tamamlayıcı unsurlarından olan uyumsuzluk kümesi,

$$D_{kl} = \{j,\ v_{kj} < v_{lj}\},\ j = 1, 2, 3, \ldots, \mathrm{n}$$

ilişkisinden faydalanılarak belirlenir.

ELECTRE Yönteminin Aşamaları

Aşama 9- Uyum ve Uyumsuzluk Matrislerinin Oluşturulması: Uyum matrisinin (C) oluşturulmasında uyum kümelerinden yararlanılır. Uyum matrisi oluşturulurken uyum kümelerinin her biri için, ayrı ayrı numaralarla gösterilen kriterlerin ağırlık değerleri toplanarak kümelerin toplam ağırlıkları bulunur. C matrisinin değerleri aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanır.

$$c_{kl} = \sum_{j \in C_{kl}} w_j , (j = 1, 2, ..., n) \qquad C = \begin{vmatrix} - & c_{12} & ... & c_{1m} \\ c_{21} & - & ... & c_{2m} \\ . & . & - & . \\ c_{m1} & c_{m2} & ... & - \end{vmatrix}$$

Formülle hesaplanan C uyum matrisindeki elemanların değeri (c_{kl}), A_k'nın alternatif A_l'ye göre görece önemini göstermektedir. Buna göre c_{kl}'nin değeri, $0 \le c_{kl} \le 1$ arasında yer alır. Örneğin; $C_{12} = \{1, 4\}$ ise C matrisinin c_{12} elemanının değeri, $c_{12} = w_1 + w_4$ olacaktır.

Uyumsuzluk matrisi D; A_k belirli alternatifinin rakip alternatif A_l'ye göre önemsizlik derecesini açıklamaktadır. Uyumsuzluk matrisinin d_{kl} değerleri aşağıdaki formülle hesaplanmaktadır.

$$d_{kl} = \frac{\max\limits_{j \in D_{kl}} |v_{kj} - v_{lj}|}{\max\limits_{j} |v_{kj} - v_{lj}|} \qquad D = \begin{vmatrix} - & d_{12} & ... & d_{1m} \\ d_{21} & - & ... & d_{2m} \\ . & . & - & . \\ d_{m1} & d_{m2} & ... & - \end{vmatrix}$$

Örneğin V matrisinin 1'inci ve 2'nci satır elemanlarının kıyaslamasından d_{21} (k=1 ve l=2) elemanı elde edilir. d_{12} için, yukarıdaki formülün pay kısmında $D_{21} = \{ 2, 3 \}$ uyumsuzluk kümesini oluşturan j = 2 ve j = 3 değerleri dikkate alınır ve $|v_{12} – v_{22}|$ ve $|v_{13} – v_{23}|$ mutlak farklarından büyük olan seçilir. Formülün payda kısmı için ise V matrisinin 1'inci ve 2'nci satırlarındaki tüm elemanların karşılıklı mutlak farkları bulunarak bunlardan en büyük olanı seçilir.

ELECTRE Yönteminin Aşamaları

Aşama 10- Uyum ve Uyumsuzluk Üstünlük Matrislerinin Belirlenmesi: Bu aşamada uyum ve uyumsuzluk üstünlük matrisleri belirlenmektedir.

Uyum üstünlük matrisi (F) mxm boyutludur ve matrisin eleman değerleri uyum eşik değerinin ($\bar{c}$), uyum matrisinin elemanlarıyla (c_{kl}) karşılaştırılmasından elde edilir. Uyum eşik değeri ($\bar{c}$) ortalama uyumluluk indeksi olarak tanımlanmakta ve aşağıdaki formül yardımıyla belirlenmektedir.

$$\bar{c} = \frac{1}{m(m-1)} \sum_{k=1 ve\, k \neq 1}^{m} \sum_{k=1 ve\, k \neq 1}^{m} c_{kl}$$

Formüldeki m alternatif sayısını göstermektedir. Daha açık bir anlatımla $\bar{c}$ değeri; $\frac{1}{m(m-1)}$ 1 ile C matrisini oluşturan elemanların toplamının çarpımına eşittir. Alternatif A_k'nın alternatif A_l'ye üstünlük sağlaması ihtimalinin olması için, uyum değeri c_{kl}'nin en az eşik değer $\bar{c}$ 'ye eşit olması gerekmektedir ($c_{kl} \geq \bar{c}$). Eşik değer $\bar{c}$ 'yi temel alan uyum üstünlük matrisi F'nin elemanları (f_{kl}), 0 ya da 1 değerlerini alır (köşegen değerleri aynı alternatifleri gösterdiğinden tanımlanamaz) ve bu değerler denklem 3.16 ve 3.17'deki ilişkiler kullanılarak belirlenir.

$$f_{kl} = 1,\ \text{eğer } c_{kl} \geq \bar{c}\ ise,$$

$$f_{kl} = 0,\ \text{eğer } c_{kl} < \bar{c}\ ise,$$

Buna göre, her bir değer için bu değerin eşik değerden büyük/eşit veya küçük olma durumuna göre üstünlük matrisi oluşturulmuş olur.

ELECTRE Yönteminin Aşamaları

Benzer şekilde, uyumsuzluk üstünlük matrisi (G) de mxm boyutlu olup, F matrisine benzer şekilde oluşturulur. Uyumsuzluk eşik değeri ($\bar{d}$) aşağıdaki formül yardımıyla belirlenir.

$$\bar{d} = \frac{1}{m(m-1)} \sum_{k=1 ve\, k\neq 1}^{m} \sum_{k=1 ve\, k\neq 1}^{m} d_{kl}$$

Başka bir ifade ile $\bar{d}$ değeri; $\frac{1}{m(m-1)}$ ile D matrisini oluşturan elemanların toplamının çarpımına eşittir.

Eşik değer $\bar{d}$ 'yi temel alan uyumsuzluk üstünlük matrisi G'nin elemanları (g_{kl}) 0 ya da 1 değerlerini alır (köşegen değerleri aynı alternatifleri gösterdiğinden tanımlamaz) ve bu değerler aşağıdaki ilişkiler kullanılarak belirlenir.

$$g_{kl} = 1, \text{ eğer } d_{kl} \geq \bar{d} \; ise,$$

$$g_{kl} = 0, \text{ eğer } d_{kl} < \bar{d} \; ise,$$

ELECTRE Yönteminin Aşamaları

Aşama 11- Toplam Üstünlük Matrisinin Belirlenmesi: Bu aşamada hem c hem de d değerleri için 1 olarak sonuçlanmış satırlar seçilerek toplam üstünlük durumu oluşturulur. Toplam üstünlük matrisinin (E) elemanları (e_{kl}) denklemde gösterildiği gibi f_{kl} ve g_{kl} elemanlarının karşılıklı çarpımına eşittir. Burada E matrisi C ve D matrislerine bağlı olarak mxm boyutludur ve yine 1 ya da 0 değerlerinden oluşur.

$$e_{kl} = f_{kl} \cdot g_{kl}$$

Aşama 12- Daha Az Uygun Alternatiflerin Elenmesi: Toplam üstünlük matrisinden alternatiflerin kısmi tercih sırası belirlenebilir. Eğer e_{kl} = 1 ise, bu hem uyum, hem de uyumsuzluk kriterini kullanarak alternatif A_k'nın, A_l 'ye tercih edildiği anlamına gelmektedir. Eğer toplam üstünlük matrisinin herhangi bir satırının (alternatifin) en az bir elemanı 1'e eşitse, bu alternatif ELECTRE yöntemi açısından üstündür. Dolayısıyla, 0'a eşit elemana sahip alternatif kolayca elimine edilebilir. Sonuç olarak en iyi alternatif bu yolla bütün diğer alternatiflere üstünlük sağlayan alternatiftir.

E matrisinin satır ve sütunları alternatifleri gösterir. Örneğin E matrisi aşağıdaki gibi hesaplanmışsa;

$$E = \begin{vmatrix} - & 0 & 0 \\ 1 & - & 0 \\ 1 & 1 & - \end{vmatrix}$$

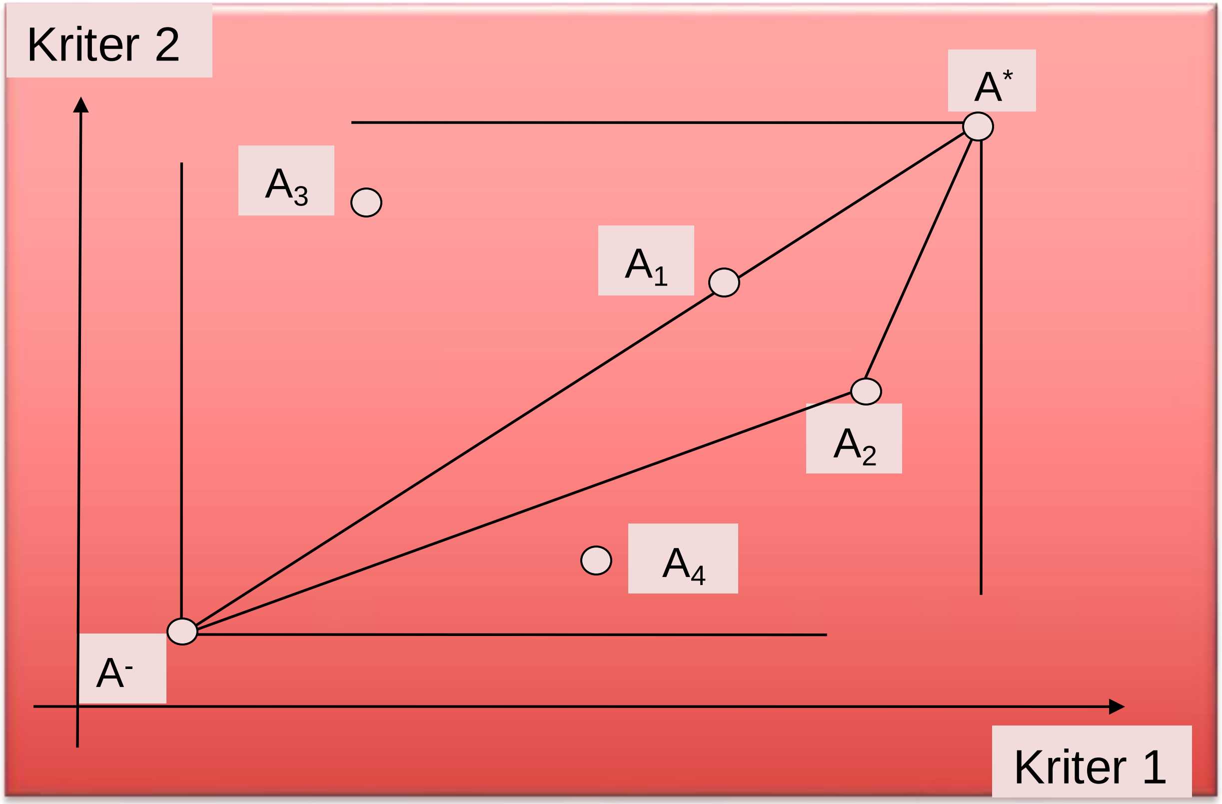
e_{21} = 1, e_{31} = 1 ve e_{32} = 1 değerlerini alır. Bu ise 2'inci satırdaki alternatifin 1'inci satırdaki alternatife, 3'üncü satırdaki alternatifin 1'inci ve 2'inci satırdaki alternatife mutlak üstünlüğünü gösterir. Bu durumda alternatifler A_i (i = 1, 2, 3) ile ifade edilirse, bu alternatiflerin önemlerine göre sıralaması A_3, A_2, ve A_1 şeklinde olacaktır.

TOPSIS Yöntemi

- TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution), ELECTRE yöntemine alternatif olarak geliştirilmiştir.
- Alternatiflerin en iyi çözüme (pozitif-ideal çözüme) görece yakınlıklarını dikkate alarak sıralanmasını sağlamaktadır.
- ilk olarak Hwang ve Yoon (1981) tarafından alternatiflerin pozitif- ideal çözüme en kısa mesafe ve negatif-ideal çözüme en uzak mesafe düşüncesinden yola çıkılarak önerilmiştir.

TOPSIS Yöntemi (Devam)

- İçeriği yalın ve anlaşılabilirdir.
- Hesaplama yeteneği güçlüdür.
- Sayısal değerler kullanılabildiğinden alternatifler arasındaki faklılıklar ve kriterlerin birbirlerinden ne kadar farklı oldukları konusunda iyi bir görüş elde edilebilmektedir.
- Karar alternatiflerinin ilişkisini belirlerken bunu basit bir matematiksel formda sunabilir.
- Alternatiflerin belirli kriterler doğrultusunda ve kriterlerin alabileceği maksimum ve minimum değerler arasında ideal duruma göre karşılaştırılmasına olanak tanır.
- Nitel bir dönüştürme yapılmaksızın, doğrudan verilere uygulanabilmektedir


Kriter 2
A*
A3
A1
A2
A4
A-
Kriter 1

TOPSIS Yönteminin Aşamaları

1. *Problemin Tanımlanması*
2. Kriterlerin *Tanımlanması*
3. *Alternatiflerin Belirlenmesi*
4. *Karar Matrisinin Oluşturulması*

$$X = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{vmatrix}$$

5. *Karar Matrisinin Normalleştirilmesi*

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{m} x_{kj}^2}}$$

$$R = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{vmatrix}$$

6. *Kriterlerin Ağırlıklarının Belirlenmesi*

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$$

TOPSIS Aşamaları (Devam)

7. *Normalleştirilmiş Karar Matrisinin Ağırlıklandırılması*

$$v_{ij} = r_{ij}.w_j$$

$$V = \begin{vmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ v_{m1} & v_{m2} & \dots & v_{mn} \end{vmatrix}$$

8. *İdeal ve Negatif-ideal Çözümlerin Belirlenmesi*

Alternatifler	**Kriterler**			
	C_1	**C_2**	**…**	**C_n**
A_1	$v_{11}=w_1.r_{11}$	$v_{12}=w_2.r_{12}$	…	$v_{1n}=w_n.r_{1n}$
A_2	$v_{21}=w_1.r_{21}$	$v_{22}=w_2.r_{22}$	…	…
…	…	…	…	…
A_m	$v_{m1}=w_1.r_{m1}$	$v_{m2}=w_2.r_{m2}$	…	$v_{mn}=w_n.r_{mn}$
A^* (Pozitif ideal)	v_1^* =Maks v_{i1}	v_2^* =Maks v_{i2}	…	V_n^* =Maks v_{in}
A^- (Negatif ideal)	v_1^- = Min v_{i1}	v_2^- = Min v_{i2}	…	V_n^- = Min v_{in}

TOPSIS Aşamaları (Devam)

9. Ayırma Ölçümünün Hesaplanması: Bu aşamada, n boyutlu Euclid (öklid) uzaklık yöntemi, her bir alternatifin ideal çözümden ve negatif-ideal çözümden ayırım uzaklığı ölçümüne uygulanmaktadır. Her bir alternatifin ideal çözümden öklid anlayışına göre uzaklığı S_{i*} ile gösterildiğinde, bu uzaklıkların hesaplanması için, tablodaki formüllerden yararlanılmaktadır

Alternatifler	İdeal Ayrım Ölçüleri	
	S_i*	**S_i^-**
A_1	$S_{1*} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}(v_{1j} - v_{j*})^2}$	$S_{1-} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}(v_{1j} - v_{j-})^2}$
A_2	$S_{2*} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}(v_{2j} - v_{j*})^2}$	$S_{2-} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}(v_{2j} - v_{j-})^2}$
…	…	…
A_m	$S_{m*} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}(v_{mj} - v_{j*})^2}$	$S_{m-} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}(v_{mj} - v_{j-})^2}$

TOPSIS Aşamaları (Devam)

10. *İdeal Çözüme Görece Yakınlığın Hesaplanması:* Alternatif i'nin ideal çözüme yakınlığı (C_{i*}), $0 \leq C_{i*} \leq 1$ arasında değer alır. Bunun yanı sıra, eğer $A_i = A^*$ ise $C_{i*} = 1$, $A_i = A^-$ ise $C_{i-} = 0$ olur.

Alternatifler	S*
A_1	$C_{1*} = \dfrac{S_{1-}}{S_{1*} + S_{1-}}$
A_2	$C_{2*} = \dfrac{S_{2-}}{S_{2*} + S_{2-}}$
…	…
A_m	$C_{m*} = \dfrac{S_{m-}}{S_{m*} + S_{m-}}$

11. *Alternatiflerin Sıralanması*

Sorularınız varsa cevaplamak isterim?

MENTOR AKADEMİ
Eğitim ve Danışmanlık Ltd. Şti.

Teşekkür ederiz.

İletişim Bilgilerimiz

Nisbetiye Mah. Gazi Güçnar Sok. No:4/7 Zincirlikuyu 34340 Beşiktaş/İstanbul

0212 806 25 50 - 0850 220 18 20

www. mentorakademi.com.tr

info@mentorakademi.com.tr

linkedin.com/mentorakademi

facebook.com/mentorakademicomtr

instagram.com/mentorakademicomtr

twitter.com/akademimentor.com