

## Binomio cuadrado

*Prof. Ignacio Cuauhtémoc Benítez Zúñiga*

**Objetivo.** Desarrollar el cuadrado de un binomio.

### ***¿Qué es un binomio?***

En Matemáticas se denomina un *binomio* a la expresión algebraica formada por dos términos. Esto quiere decir que cualquier expresión formada por la suma o la resta de dos términos es un binomio. En otras palabras, a la expresión de la forma  $a + b$  se denomina binomio.

En general también, un polinomio que consta de dos términos se le llama binomio. Elevar un binomio a la  $n$ -ésima potencia equivale a multiplicar un binomio  $n$  veces por sí mismo.

En particular, la expresión que da como resultado elevar un binomio a la segunda potencia, o bien dicho en otras palabras, multiplicarlo por sí mismo, recibe el nombre de binomio al cuadrado. Las siguientes expresiones algebraicas son ejemplos de binomios al cuadrado:

- $(a + b)^2$
- $(4x - 8y^5)^2$
- $\left(5ax + \frac{1}{2}m\right)^2$
- $(nx^2 - 5y^3)^2$

Para calcular el cuadrado de un binomio recordemos el axioma de los números reales el cual nos dice lo siguiente:

*Para toda  $a, b$  y  $c$  en los  $\mathbb{R}$ ,  $a(b + c) = ab + ac$  y  $(b + c)a = ba + ca$ .*

Al anterior axioma de los números reales, también se le da el nombre de *ley distributiva*.

Ahora bien, apliquemos esta ley para calcular el cuadrado de un binomio:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$$

Sumando términos semejantes:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

Por lo tanto,  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ , donde se puede observar que el resultado está formado por tres términos:

1. El cuadrado de  $a$
2. El doble del producto de  $a$  y  $b$
3. El cuadrado de  $b$

Debe notarse que los términos  $a^2$  y  $b^2$  siempre son positivos, lo anterior porque el cuadrado de cualquier cantidad negativa o positiva, en todos los casos, es positiva. Sin embargo, el término  $2ab$  puede ser positivo o negativo según sean  $a$  y  $b$  del mismo signo, o de signos contrarios, respectivamente. Por ejemplo, elevemos al cuadrado el binomio  $(a - b)$ :

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2$$

Sumando términos semejantes:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab - b^2$$

Por lo tanto,  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab - b^2$ . En este caso, como  $a$  y  $b$  tienen signos contrarios, el segundo término es negativo.

### Generalizando la solución de un binomio al cuadrado

*El cuadrado de un binomio se obtiene sumando algebraicamente el cuadrado del primer término, el doble del primer término por el segundo y el cuadrado del segundo término.*

### Ejemplos.

Calcular los siguientes binomios al cuadrado

1.  $(x - 4y)^2$

**Primer término:**  $x$

**Segundo término:**  $-4y$

$$\boxed{x^2} + \boxed{-8xy} + \boxed{16y^2}$$

Cuadrado del primer término

Doble del primer término por el segundo

Cuadrado del segundo término

$$(x - 4y)^2 = x^2 - 8xy + 16y^2$$

2.  $(-2a + 3b)^2$

**Primer término:**  $-2a$

**Segundo término:**  $3b$

$4a^2$	+	$-12ab$	+	$9b^2$
Cuadrado del primer término		Doble del primer término por el segundo		Cuadrado del segundo término

$$(-2a + 3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$$

1.  $(9a^2 + 3by^3)^2$

**Primer término:**  $9a^2$

**Segundo término:**  $3by^3$

$81a^4$	+	$54a^2by^3$	+	$9b^2y^6$
Cuadrado del primer término		Doble del primer término por el segundo		Cuadrado del segundo término

$$(9a^2 + 3by^3)^2 = 81a^4 + 54a^2by^3 + 9b^2y^6$$

## Ejercicios.

Calcula los siguientes binomios al cuadrado, escribiendo en la casilla correspondiente lo que se te pide.

1.  $(a^2 + b)^2$

**Primer término:**

**Segundo término:**

+

+

Cuadrado del primer término

Doble del primer término por el segundo

Cuadrado del segundo término

2.  $(3x - 5)^2$

**Primer término:**

**Segundo término:**

+

+

Cuadrado del primer término

Doble del primer término por el segundo

Cuadrado del segundo término

3.  $(a^2 - b^3)^2$

**Primer término:**

**Segundo término:**

+

+

Cuadrado del primer término

Doble del primer término por el segundo

Cuadrado del segundo término

4.  $(2xw^2 + yn^5)^2$

**Primer término:**

**Segundo término:**

+

+

Cuadrado del primer término

Doble del primer término por el segundo

Cuadrado del segundo término