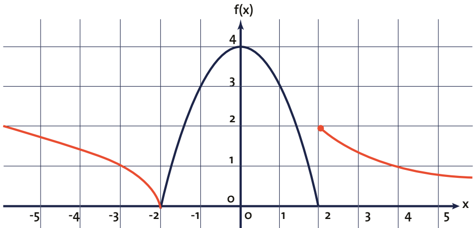

Figura 2.20 La función tiene un "pico" en $x = -2$, por lo que ahí no es derivable. En $x = 2$ la función tampoco es derivable, ya que hay derivabilidad sólo donde una función es continua.

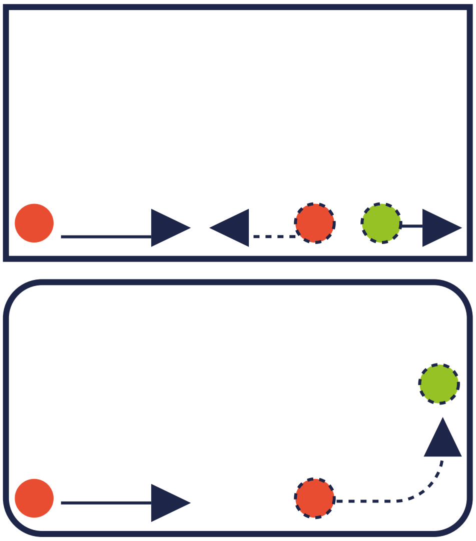

Figura 2.21 En un rectángulo común es imposible que una pelota que camina por uno de los lados "transite" continuamente hacia el lado adyacente. En cambio, en un rectángulo con esquinas redondeadas esto sí es posible. Cada uno de estos ejemplos ilustra el significado de ser o no ser curva suave.

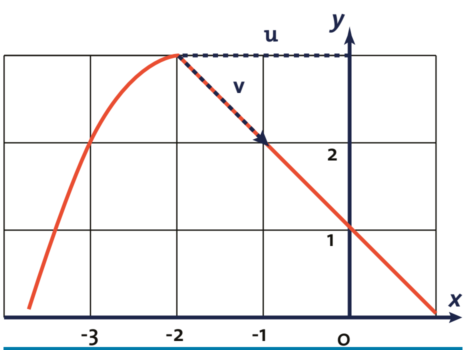

Figura 2.22

¿Derivable o no derivable?

Después de ensayar la famosa **regla de los cuatro pasos**, a la mente del lector pueden venir múltiples interrogantes.

- ¿Es la regla de los cuatro pasos un método aplicable a cualquier función?
- ¿Habrá alguna característica en las funciones que haga fallar nuestra regla?
- ¿Todos los pasos son siempre posibles de realizar?

Todos los ejemplos y ejercicios propuestos en la sección anterior corresponden a un tipo de funciones especiales: las **funciones derivables** o **funciones suaves**; funciones sensibles a la regla de los cuatro pasos. Pero, ¿cuál es el sentido de estos adjetivos?, ¿qué significa ser una función suave o derivable?

Con el espíritu de hacer accesible la respuesta, valdría decir que una función derivable es aquella cuya gráfica, al ser recorrida por un dedo hipotético, "nunca da un pinchazo". Así, el sentido en que hay que comprender la suavidad de una gráfica es la cualidad de no tener "picos" o "esquinas" en algún punto asociado al dominio.

Intuitivamente, las funciones con picos, o bien las **funciones no derivables**, son aquellas en las que se dificulta mucho "tomar sus curvas a grandes velocidades". Para entender esto, imaginemos una función compuesta cuya gráfica conste de dos de las paredes perpendiculares de una habitación. No se necesita ser un genio para adivinar que al lanzar fuertemente una canica con una trayectoria coincidente con una de las paredes, ésta rebotará bruscamente al topar con la esquina, debido a que es imposible que la canica vire continuamente hasta tomar la otra pared. En cambio, la misma canica es capaz de recorrer continuamente el contorno de una gráfica como la de una parábola o una circunferencia. De querer una continuidad en la trayectoria seguida por una canica que recorre paredes, habría que exigir en las esquinas la existencia de una curva que supla el pico formado por la intersección de dos rectas perpendiculares.

¿A qué se debe la existencia de picos en la gráfica de una función y, en consecuencia, su no derivabilidad? La respuesta tiene que ver con la naturaleza del último paso en el método empleado para hallar la derivada. Concretamente, con el hecho de que es en el cuarto paso donde se juega **la existencia** o **no existencia de un límite**. Dicho de otra manera: ahí se juega la coincidencia o no de los límites laterales. ¿Los recuerdas?

Sea $\boldsymbol{f}$ una función y $\boldsymbol{x}_0$ un punto de su dominio,

entonces $\boldsymbol{f}$ es derivable en $\boldsymbol{x}_0$ si existe

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}.$$

En cuyo caso, a dicho valor se le denotará como:

$$\frac{d}{dx} f(x_0)$$