Estadística y Probabilidad

|  |  |
| --- | --- |
| **Tema** | **Permutaciones** |
| **Tiempo estimado del tema** | 8 horas |
| **Pantallas** | 3 |

**Tema: Permutaciones**

Las **permutaciones** son agrupaciones en las que importa el orden de los objetos o eventos.

*En esta secuencia se trata de analizar situaciones, mediante la resolución de problemas.*

|  |
| --- |
| **Pantalla 1** |

**Diagrama de árbol**

Introducción

**No es viable hacer predicciones razonables a menos de que conozcamos lo que es posible antes de juzgar lo que es probable**.

* En el análisis de lo que es posible, es importante **especificar cuántas distintas situaciones pueden suceder**.
* Para conocer todas las posibles ocurrencias de un evento determinado **es necesario contar el número de elementos de las combinaciones entre varios conjuntos.**

Imagen que contiene flor, luz, dibujo

Descripción generada automáticamente

**Para comprender un poco de más del tema te invito a ver el video Diagrama de árbol**

|  |
| --- |
| embeber video: <https://www.youtube.com/watch?v=yjVUggyKUdU> |
| Pie de vídeo: Diagrama de árbol, Ma. Emma Bautista García |

**Actividad**: Después de revisar el video y para identificar lo que has aprendido hasta el momento, te invitamos a dar respuesta a la siguiente trivia:

1. ¿En qué casos se utiliza un diagrama de árbol?

1. Para representar visualmente las posibles opciones de una acción
2. Para determinar todas las agrupaciones que se pueden realizar
3. Para determinar los eventos independientes
4. Para saber los elementos de n

2. ¿Qué es un diagrama de árbol?

1. Es la representación gráfica de todos los posibles resultados de un experimento u espacio muestral
2. Es un teorema para diversos resultados
3. Es un árbol para identificar la causa de un problema
4. Es un árbol para identificar el efecto de un problema

3. ¿Cómo identificas el número de ramas de un diagrama de árbol?

1. Las ramas coinciden con el valor de “n”
2. Contando todas las ramificaciones
3. Las ramas coinciden con el valor de “n”
4. Multiplicando 2(n)
5. Considerando n^2

4. Supongamos que el Comité Ejecutivo Estatal de un partido político debe elegir un candidato a diputado local y un candidato como diputado suplente por un distrito. Los posibles candidatos titulares a diputados son el Sr. Hurtado, la Sra. Fernández y la Sra. Ramírez y los candidatos a diputados suplentes son la Sra. Arteaga, el Sr. Torres y el S r. Uribe.

¿Cuántas posibles fórmulas pueden integrar si para ganar el voto femenino deciden que un candidato sea hombre y otra mujer?

Realiza el diagrama de árbol para dar respuesta a la pregunta

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A) 4 | B) 5 | C) 6 | D) 7 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, el diagrama que elaboraste para dar la respuesta correcta es como el que se muestra a continuación.  Diagrama  Descripción generada automáticamente |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos ver nuevamente el video y realizar el diagrama de árbol |

5. Supongamos que el Comité Ejecutivo Estatal de un partido político debe elegir un candidato a diputado local y un candidato como diputado suplente por un distrito. Los posibles candidatos titulares a diputados son el Sr. Hurtado, la Sra. Fernández y la Sra. Ramírez y los candidatos a diputados suplentes son la Sra. Arteaga, el Sr. Torres y el S r. Uribe.

¿Qué candidatos tienen más posibilidades de ser elegidos?

Realiza el diagrama de árbol para dar respuesta a la pregunta

1. El Sr. Hurtado y la Sra.
2. la Sra. Ramírez y la Sra. Arteaga
3. El Sra. Fernández y el S r. Uribe
4. El Sr. Torres y el S r. Uribe

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, el diagrama que elaboraste para dar la respuesta correcta es como el que se muestra a continuación.  Diagrama  Descripción generada automáticamente |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos ver nuevamente el video y realizar el diagrama de árbol |

6. Suponiendo que trabajas en la NASA. Tienes el comando de cinco proyectiles, tres que están en buen estado y dos que han sido saboteados por agentes enemigos. Escoge dos al azar, para encenderlos.

¿De cuantas maneras puede elegir los dos proyectiles?,

Realiza el diagrama de árbol para dar respuesta a la pregunta

¿De cuantas maneras puedes elegir los dos proyectiles?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| * + 1. 5 formas diferentes | * + 1. 10 formas diferentes | * + 1. 5 formas diferentes | * + 1. 20 formas diferentes |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, el diagrama que elaboraste para dar la respuesta correcta es como el que se muestra a continuación. |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos ver nuevamente el video y realizar el diagrama de árbol |

7. Suponiendo que trabajas en la NASA. Tiene el comando de cinco proyectiles, tres que están en buen estado y dos que han sido saboteados por agentes enemigos. Escoge dos al azar, para encenderlos.

Si eliges primero a un proyectil en buen estado,¿Cuántas posibilidades hay de elegir al segundo proyectil y que este sea saboteado?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A) 1 posibilidad | B) 2 posibilidades | C) 3 posibilidades | D) 4 posibilidades |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, el diagrama que elaboraste para dar la respuesta correcta es como el que se muestra a continuación.  Gráfico, Diagrama  Descripción generada automáticamente |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos ver nuevamente el video y realizar el diagrama de árbol |

8. Consideremos un estudio médico donde los pacientes son clasificados de acuerdo con su tipo de sangre (A, B, AB, O) y su presión cardiovascular (baja, normal, y alta).

¿Cuántos tipos de pacientes tienen presión baja?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A) 1 paciente | B) 2 pacientes | C) 3 pacientes | D) 4 pacientes |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, el diagrama que elaboraste para dar la respuesta correcta es como el que se muestra a continuación. |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos ver nuevamente el video y realizar el diagrama de árbol |

9. Suponga que definimos el experimento de lanzar una moneda tres veces, realiza el diagrama de árbol correspondiente

¿Cuántas águilas y soles puedes encontrar?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. Águilas 7 Soles 7 | 1. Águilas 7 Soles 8 | 1. Águilas 4 Soles 4 | 1. Águilas 8 Soles 7 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, el diagrama que elaboraste para dar la respuesta correcta es como el que se muestra a continuación. |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos ver nuevamente el video y realizar el diagrama de árbol |

10. Suponga que definimos el experimento de lanzar una moneda tres veces, si consideramos que en el primer lanzamiento cae un águila, ¿Cuántas posibilidades de que caigan dos soles hay?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A) 1 | B) 2 | C) 3 | D) 4 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, el diagrama que elaboraste para dar la respuesta correcta es como el que se muestra a continuación.  Diagrama  Descripción generada automáticamente |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos realizar el diagrama de árbol |

|  |
| --- |
| **Pantalla 2** |

**Principio fundamental del conteo (regla multiplicativa)**

Introducción

Si un evento puede realizarse de maneras diferentes, y si, un segundo evento puede realizarse de maneras diferentes, y si después de efectuados, un tercer evento puede realizarse de maneras diferentes, y así sucesivamente, entonces el número de maneras en que los eventos pueden realizarse en el orden indicado es el producto

maneras posibles de hacer todas las elecciones.

Para comprender un poco de más del tema te invito a ver el video Permutaciones (Principio de la multiplicación).

|  |
| --- |
| embeber video: <https://youtu.be/r6VdoMNnKtc> |
| Pie de vídeo: Principio fundamental del conteo (regla multiplicativa)  Ma. Emma Bautista García |

**Actividad**: Después de revisar el video y para identificar lo que has aprendido hasta el momento, te invitamos a dar respuesta a la siguiente relación de columnas:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N° | Pregunta | Respuesta |
| 1 | ¿A cuánto equivale el numero 0!? | 1 |
| 2 | ¿Cuál es el valor de 5!? | 120 |
| 3 | Consideremos un equipo de trabajo integrado por cinco personas:  E = {Lucia, Dolores, Carmen, Roberto, Arturo}  Se debe enviar un representante a dos reuniones de trabajo que se realizarán en dos días diferentes.  ¿De cuántas maneras se puede seleccionar al representante si cada persona del equipo puede ser elegido? | 25 |
| 4 | El valor de: 4! \*2! | 48 |
| 5 | el valor de | 47520 |
| 6 | Un examen de diez preguntas consiste en seis preguntas de elección múltiple, cada una con cuatro posibles respuestas, y después de otras cuatro preguntas de falso o verdadero, ¿En cuántas maneras es posible responder el examen y obtener todas las respuestas mal? | 729 |
| 7 | Un estudiante resolverá un breve examen de solo dos preguntas. Ambas son de opción múltiple y hay cuatro posibles respuestas. En vista de que el estudiante no ha estudiado para el examen, escribe los números 1, 2, 3 y 4 sobre tiras separadas de papel y selecciona una de éstas para responder a la pregunta 1. Repite el proceso para pregunta 2. ¿Cuántas posibles respuestas podrían aparecer? | 16 |
| 8 | Un matrimonio decide que en cierto mes podrán asistir a uno de los conciertos de un artista reconocido, en el siguiente mes a una función de lucha libre y en el siguiente mes a un partido de futbol al estadio Azteca. Si el artista reconocido se presenta cuatro veces en el Auditorio Nacional, en la lucha libre hay tres funciones en la Arena Coliseo y en el Estadio Azteca hay 22 partidos al mes ¿De cuántas maneras pueden asistir a los eventos? | 264 |
| 9 | En una encuesta de mercado, una familia puede clasificarse en seis categorías según su ingreso, cinco según el número de sus miembros, cuatro categorías según su educación y tres categorías según la propiedad de la casa que habitan, ¿Cuántos modos puede clasificarse una familia? | 360 |
| 10 | Un examen de diez preguntas consiste en seis preguntas de elección múltiple, cada una con cuatro posibles respuestas, y después de otras cuatro preguntas de falso o verdadero. ¿De cuantas maneras se puede contestar el examen? | 65,536 |

Al **principio de la multiplicación** también se le conoce como:

**Principio fundamental del conteo**

Si un evento **A** puede ocurrir de **m** maneras diferentes y otro evento *B* puede ocurrir de ***n***formas diferentes, entonces el número total de formas en que ambos pueden ocurrir es de **m\*n** maneras

Para comprender un poco de más del tema te invito a ver el video Principio de la multiplicación 2

|  |
| --- |
| embeber video: <https://drive.google.com/file/d/1UanKHxXD8Od58XZzqNx_yjfQqedqBekG/view?usp=sharing> |
| Pie de vídeo: Principio de la multiplicación 2. Ma. Emma Bautista García |

**Actividad**: Después de revisar el video y para identificar lo que has aprendido hasta el momento, te invitamos a identificar los enunciados verdaderos o falsos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N° | Pregunta | Solución |
| 1 | Al principio de la multiplicación también se le conoce como Principio fundamental del conteo | V |
| 2 | Para dar respuesta a un ejercicio donde los eventos son excluyentes se utiliza el Principio de la multiplicación | F |
| 3 | Si desarrollas un ejercicio donde los eventos son independientes, se utiliza el Principio de la multiplicación | V |
| 4 | Suponiendo que las placas de automóvil están compuestas por 3 letras las cuales se pueden repetir (25 le tras del abecedario, no se contempla: ch, ll y ñ) además de 3 dígito los cuales se pueden repetir, el número de placas diferentes que se pueden formar es de 12, 656 250 | F |
| 5 | Suponiendo que las placas de automóvil se componen de 3 letras que se pueden repetir (25 le tras del abecedario, no se contempla: ch, ll y ñ) y 3 dígitos, donde el primero y el último no pueden ser cero.  Se pueden formar 15, 625 000 placas, con estas características. | F |
| 6 | Se lanza una moneda y 2 dados, obteniendo 72 resultados diferentes | V |
| 7 | En la Universidad te ofrecen tres cursos diferentes de matemáticas, cuatro cursos diferentes de física y dos cursos diferentes de administración. Tienes 14 opciones para escoger uno de los cursos | F |
| 8 | La compañía aérea mexicana tiene tres vuelos diarios entre México y Quintana Roo, y la compañía Aeroméxico tiene dos vuelos diarios entre México y Quintana Roo. Al realizar los cálculos correspondientes encontramos 12 formas distintas de volar de México a Quintana Roo | F |
| 9 | Un Joven decide buscar trabajo, para ello cree conveniente vestir formalmente, por lo que busca en su guarda ropa, observando  que tiene: 2 pantalones, 3 camisas, 2 sacos y una chamarra. Por lo que tiene 6 formas distintas para combinar su guarda ropa. | V |

|  |
| --- |
| **Pantalla 3** |

**Ordenaciones o Permutaciones**

Una caricatura de una persona

Descripción generada automáticamente con confianza baja

Una ordenación de un conjunto de ***n*** objetos en un orden se llama

una permutación de los objetos (tomados todos a la vez).

Una ordenación de un número ***r*** de dichos objetos, ***r ≤ n***, en un orden

Dado, se llama una permutación ***r*** o una permutación de los ***n*** objetos

tomados ***r*** a la vez. Lo denotamos por: ***P (n, r)***

Para comprender un poco de más del tema te invito a ver el video Permutaciones

|  |
| --- |
| embeber video: <https://www.youtube.com/watch?v=H9vjavpHnng> |
| Pie de vídeo: Permutaciones, Ma. Emma Bautista García |

**Actividad**: Después de revisar el video y para identificar lo que has aprendido hasta el momento, te invitamos a dar respuesta a la siguiente trivia:

1. ¿Qué es una permutación?

1. Forma de selección de objetos o eventos, el orden de aparición es importante
2. Forma de selección de objetos o eventos, el orden de aparición no es importante
3. Permite calcular el número de elementos de un conjunto

2. ¿Cuál es la característica principal de una permutación?

1. El orden de aparición es importante
2. El orden de aparición no importa
3. No interesa el orden de los elementos entre sí
4. Experimento aleatorio

3. ¿Cómo se puede escoger el primer elemento de la permutación?

1. De ***n -*1** maneras
2. De ***n -2*** maneras
3. De ***n!*** maneras
4. De ***n*** formas diferentes

4. ¿Con que nombre se les conoce a las permutaciones sin repeticiones?

A) Numero factorial

B) ***n*** elementos distintos

C) ***n*** objeto de la permutación

D) Ordenaciones

5. Suponiendo que vas a realizar una llamada por celular a un amigo, pero solo recuerdas los primeros 4 dígitos y los siguientes seis dígitos son diferentes, ninguno se repite.

¿Cuántas formas hay de seleccionar los números que faltan?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A) 1720 | B) 55,440 | C) 151, 200 | D) 362, 880 |

6. Hallar el número de palabras de tres letras diferentes que pueden formarse con las seis letras siguientes: a, b, c, d, e, f

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A) 90 | B) 180 | C) 360 | D) 720 |

7. El entrenador de fútbol de la selección nacional de México Femenil debe decidir cómo se deben tirar los cinco primeros penales obligatorios en caso de empate en los Juegos Olímpicos de Verano.

  ¿Cuántas elecciones posibles debe considerar?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A) 5 | B) 55 | C) 525 | D) 55,440 |

8. El Tangram es un rompecabezas que está formado por 7 piezas, se pueden crear rompecabezas en cualquier orden, la primera imagen es del Tangram y la segunda imagen corresponde a un ejemplo de una figura que se puede formar usando las 7 piezas. ¿De cuantas formas se pueden crear distintas figuras, usando las 7 piezas?

|  |  |
| --- | --- |
| Interfaz de usuario gráfica  Descripción generada automáticamente | Forma  Descripción generada automáticamente |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A) 5 | B) 55 | C) 5040 | D) 55,440 |

9. ¿De cuántas maneras 3 niños y 2 niñas pueden sentarse en una fila, si los niños se sientan juntos y las niñas también?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A) 5 | B) 6 | C) 24 | D) 30 |

10. ¿De cuántas maneras 3 niños y 2 niñas pueden sentarse en una fila, si justamente las niñas se sientan juntas?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A) 5 | B) 6 | C) 24 | D) 48 |

**Permutaciones con repeticiones**

Se desea saber el número de permutaciones de objetos, de los que algunos son iguales, como se indica a continuación.

Teorema

El número de permutaciones de n objeto de los cuales son iguales, son iguales, … son iguales

Para comprender un poco de más del tema te invito a ver el video Permutaciones con repeticiones

|  |
| --- |
| embeber video: <https://youtu.be/qlxb3oDjJ2g> |
| Pie de vídeo: Permutaciones con repeticiones, Ma. Emma Bautista García |

**Actividad**: Después de revisar el video y para identificar lo que has aprendido hasta el momento, te invitamos a identificar los enunciados falsos o verdaderos

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N° | Pregunta | Solución |
| 1 | Con todas las letras de la palabra Hoja, se pueden crear 12 permutaciones distintas | F |
| 2 | Con todas las letras de la palabra Metodología, se pueden crear 6,652 800 permutaciones distintas | V |
| 3 | Con todas las letras de la palabra Matemáticas, se pueden crear 1,663 200 permutaciones distintas | V |
| 4 | Con 8 banderas, (4 banderas rojas sin marcas, 3 blancas sin marcar y una azul), colocadas en una línea vertical, se pueden realizar 24 señales diferentes | F |
| 5 | Con 6 banderas, (4 banderas azules idénticas y 2 amarillas idénticas), colocadas en una línea vertical, se pueden realizar 15 señales diferentes | V |

**Pruebas ordenadas**

 Muchos problemas del análisis, de probabilidad se relacionan con la selección de una canica tomada de una urna que contiene ***n*** canicas (o una carta de una baraja, o una persona de una población). Cuando escogemos una canica tras otra de una urna, ***r*** veces, definimos esta selección como una prueba ordenada de tamaño ***r***. se consideran dos casos: con sustitución y sin sustitución

Instrucciones

Para comprender un poco de más del tema te invito a ver el video Permutaciones con repeticiones

|  |
| --- |
| embeber video: https://youtu.be/d0jRToagPXI |
| Pie de vídeo: Pruebas ordenadas, Ma. Emma Bautista García |

**Actividad**: Después de revisar el video y para identificar lo que has aprendido hasta el momento, te invitamos a dar respuesta a la siguiente relación de columnas:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N° | Pregunta | Respuesta |
| 1 | Si suponemos que cuando vas a la escuela llevas en tu lapicera varios colores, plumas y marcadores, pero tus  compañeros de clase no llevan más que una sola pluma, así que para realizar una actividad te piden prestado algunos colores y marcadores. Al finalizar la actividad, todo el material que prestaste, todo te fue regresado, no te falto nada.  Esta situación se asimila a la prueba ordena de: | Con sustitución |
| 2 | Si asistes a la tienda de la esquina a comprar panque Bombón encontraras que hay tres clases de panques: con pasas (P), nuez (N) y chocolate (C); Tú vas a adquirir dos panques  ¿Cuántas opciones tienes de elegir?, Si no importa que los panques a elegir sean iguales | 9 |
| 3 | Suponiendo que se seleccionaron tres pilas de un paquete que contiene dos descompuestas y dos en buen estado y estas ya no las regresaste ¿Cuántas opciones tienes de elegir las pilas? | 24 |
| 4 | ¿De cuántas maneras se pueden escoger tres cartas sucesivas de una baraja de 52 cartas? Con sustitución | 140,608 |
| 5 | De cuántas maneras se pueden escoger tres cartas sucesivas de una baraja de 52 cartas. Sin sustitución | 132 |
| 6 | Si suponemos que cuando vas a la escuela llevas en tu lapicera varios colores, plumas y marcadores, pero tus compañeros de clase no llevan más que una sola pluma, así que para realizar una actividad te piden prestado algunos colores y marcadores. Al finalizar la actividad, no te regresan el material que prestaste.  Esta situación se asimila a la prueba ordena de: | Sin sustitución |

**Referencias bibliográficas**

SEYMOUR LIPSCHUTZ & MARC LIPSON (2010) PROBABILIDAD, Segunda edición. Editorial Mc Graw Hill. Páginas 34 a 60

Haroldo Elorza (2000) Estadística para las ciencias sociales y del comportamiento, Segunda edición. Editorial OXFORD. Páginas 179 a 188

Montes de Oca Francisco (1983) Resolución total de Probabilidad y Estadística. Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas del IPN, Páginas 70 a 94

Miller I., Freund J, & Johnson R. (1992) Probabilidad y Estadística para Ingenieros. Cuarta Edición. Editorial Prentice- Hall. Hispano Americana, S.A. Páginas 47 a 51