

## MATEMÁTICAS

***En este artículo se resumen los fundamentos teóricos que inspiran una propuesta para la enseñanza de las matemáticas y de las ciencias en la educación secundaria obligatoria realizada a lo largo de una serie de***

*unidades didácticas que ilustran las opciones didácticas adoptadas por sus autores. A lo largo del texto, se subraya la dimensión sociocultural de las matemáticas, se describen a las diversas investigaciones que dan cuenta de las formas en que se adquieren los aprendizajes, se reflexiona sobre la naturaleza de la “transposición didáctica” que exige la enseñanza del saber matemático y se alude al “contrato didáctico” que debe permitir la construcción del conocimiento en el aula.*

# **LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS Y DE LAS CIENCIAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA**

## **Bases epistemológicas y didácticas**

CARLES LLADÓ\*

**D**esde el curso 1988/89, en diversos institutos de enseñanza secundaria de Sabadell y de su entorno (1) ha ido tomando forma una **Propuesta para la enseñanza de las matemáticas y de las ciencias** (2) sobre la base de unidades didácticas desarrolladas en clase por un sólo enseñante (independientemente de si es de un área o de otra) (3). Esta propuesta es una opción para organizar la enseñanza de estas materias que tiene en cuenta tanto los objetivos generales y de área establecidos por la administración educativa, como ciertos fundamentos epistemológicos y didácticos que, a partir de nuestra experiencia como enseñantes, hemos explicitado y asumido como propios a lo largo de estos años (4).

La intención de este artículo es desarrollar estos fundamentos desde la perspectiva de las matemáticas, haciendo énfasis en la dimensión social que tiene la actividad de la enseñanza y del aprendizaje, una dimensión que no podemos ignorar si tenemos en cuenta que nos estamos refiriendo, en nuestro caso, a una actividad que llevamos a cabo en el interior de una institución social como son los institutos de enseñanza secundaria.

Con el fin de tratar correctamente esta dimensión social de la enseñanza de las matemáticas, nos ha parecido conveniente adoptar la distinción (Margolin, 1989) entre:

a) **el nivel de la micro-didáctica**, que se refiere a las relaciones entre el conocimiento, el enseñante y el alumnado (el llamado sistema didáctico) en relación con una cierta parte del conocimiento y con una situación-problema concreto;

b) **el nivel de la meso-didáctica**, que alude a los cambios que se producen en un sistema didáctico cuando las situaciones-problema que propone el enseñante cambian; y

c) **el nivel de la macro-didáctica**, que hace referencia al estudio tanto de los sistemas didácticos como del sistema educativo considerados en el interior de una cierta sociedad (matemáticos, enseñantes, padres, alumnos,...).

Así, por ejemplo, es desde el nivel de la macro-didáctica (Bartolini, 1992) desde el que podemos llegar a comprender que tanto el proceso de construcción del cuerpo de conocimientos matemáticos (conocimiento para ser utilizado) como el proceso de su transposición didáctica (que lo convierte en conocimiento para ser enseñado) son hechos sociales que dependen de ciertas elecciones culturales de la sociedad donde tienen lugar y que por lo tanto trascienden las intenciones de cualquier enseñante en particular. En cambio, las decisiones que un enseñante adopta en el momento de planificar secuencias didácticas, así como los criterios que utiliza para escoger situaciones-problema para plantear en clase, de-

ben considerarse en el nivel de la meso-didáctica. Estas decisiones pueden tener algunas limitaciones (por ejemplo, los programas establecidos por las diferentes administraciones educativas) pero, incluso así, es evidente que pueden tomarse decisiones y seguirse criterios diferentes y ser, no obstante, cada uno de ellos, coherentes con los objetivos culturales, socio-institucionales o cognitivos de un enseñante en particular, de un grupo de enseñantes o de todo un centro educativo.

El nivel de la micro-didáctica, en fin, es el que permite analizar lo que ocurre dentro de la clase, lugar donde se da finalmente el proceso de interacción social entre enseñante y alumnos y alumnas.

De ahí que, a nuestro juicio, sea conveniente a continuación desarrollar las bases de nuestra propuesta desde cada uno de los mencionados niveles a pesar de su inevitable relación. Si los diferenciamos será sólo con el fin de construir un discurso mejor estructurado.

## 1. Nuestra concepción de la enseñanza de las matemáticas

En nuestra opinión, hay ciertos aspectos dentro del nivel de la macro-didáctica que determinan en el profesorado, de manera consciente o no, la forma de plantearse la enseñanza de las matemáticas: la concepción que se tiene de éstas (1.1.), la que se tiene sobre qué es el conocimiento y sobre cómo se aprende (1.2.) y la concepción que de ambas se deriva sobre qué ha de ser la enseñanza de las matemáticas (1.3.). Adoptar opciones sobre estos tres aspectos nos permitirá hacer explícito el marco sociocultural de nuestra propuesta (1.4.).

### 1.1. La matemática como producto cultural evolutivo

Numerosos trabajos de investigación, muchos de ellos de tipo antropológico y realizados con métodos etnográficos (Bishop, 1988), han puesto de manifiesto el hecho de que las matemáticas no tan sólo tienen historia, cosa hasta cierto punto evidente, sino que están estrechamente vinculadas a la historia sociocultural de las sociedades en las que se han desarrollado. En consecuencia, al ser estas últimas distintas, han dado como resultado cuerpos de conocimientos matemáticos distintos en cada una de ellas. Estos resultados han puesto en cuestión la concepción de unas matemáticas "únicas" y "universales" que se daba en nuestra sociedad occidental y han obligado a aceptar la tesis de que las matemáticas son un producto cultural evolutivo, es decir, un cuerpo de conocimientos con características propias en cada una de las distintas sociedades y culturas

que se ha desarrollado como resultado de ciertas actividades que las personas llevan a cabo a raíz de la inevitable necesidad de interacción con su medio físico y social.

A pesar de la diversidad de conocimientos matemáticos generados por los distintos grupos culturales (de la misma manera que son diversos sus lenguajes, creencias religiosas, ritos, técnicas de producción de alimentos, etc.), algunos estudios (Bishop, 1988) permiten afirmar que lo que sí existen son actividades comunes a todas las culturas que están en la base de la producción de los conocimientos matemáticos. Entre estas actividades hay seis fundamentales que se pueden considerar universales desde un punto de vista antropológico: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar (en Bishop, 1988 y en Bonilla, 1987 se detallan los trabajos que justifican cada una de estas actividades y los conceptos matemáticos a que han dado origen). Estas actividades no son propiamente matemáticas, en el sentido actual del término, sino que son actividades “contextualizadas” y a través de las cuales se ha desarrollado la matemática como una parte de la cultura de una sociedad. Lo importante es que pueden considerarse como las necesarias y suficientes (quizás excepto para algunos aspectos internos a la propia matemática) para explicar el desarrollo del conocimiento matemático actual.

Pero es necesario referirse, también, a qué es la matemática en nuestra sociedad actual ya que es evidente que, históricamente, hubo un salto entre la “matemática operativa” vinculada en sus orígenes a las actividades “contextualizadas” anteriormente mencionadas y la “matemática de los griegos” que dio lugar a “nuestras” matemáticas, caracterizadas por ciertos contenidos (conceptos y algoritmos del saber matemático, pero también del saber cotidiano, independientemente de su grado de explicitación) y a ciertas actividades basadas sobre elementos del saber matemático (como pueden ser las de modelar, las de resolver problemas, las de producir y demostrar conjeturas, etc.).

Este salto se produjo por razones filosóficas y culturales externas a la matemática, y al que siguieron otras “rupturas” epistemológicas a lo largo de la historia. A clarificar las mencionadas “rupturas” ha contribuido la filosofía de la matemática

**“Las matemáticas son un producto cultural evolutivo, es decir, un cuerpo de conocimientos con características propias en cada una de las distintas sociedades y culturas que se ha desarrollado como resultado de ciertas actividades que las personas llevan a cabo a raíz de la inevitable necesidad de interacción con su medio físico y social”**



OTL MICHER

actual, que ha subrayado su interés por los problemas de fundamentación para poder prestar atención al carácter casi empírico de la actividad matemática, y también, en coherencia con lo que hemos dicho hasta ahora, a los aspectos relativos a la historicidad e inmersión de la matemática en la cultura de la sociedad en la que se origina.

Entre otras cosas, se han clarificado dos aspectos de la actividad matemática, distinguiendo la “lógica del descubrimiento” de la “reconstrucción lógica” necesaria a efectos de comunicación de los resultados de la primera a una comunidad más amplia. Actualmente se considera que el significado de los conceptos matemáticos es negociado en el interior de una cierta comunidad, y que es parte de un proceso de conjetas, refutaciones y modificaciones que dan lugar a demostraciones que tienen una historia y que por lo tanto están vinculadas a un contexto. Esto explica que la historia real de una demostración entre frecuentemente en conflicto con la presentación de la misma como una certeza ahistórica, aunque ésta sea la presentación habitual en las aulas, lo cual acaba deformando la imagen que el alumnado tienen de las matemáticas.

Por otra parte, la actividad matemática (Guzmán, 1992) se enfrenta hoy día a un cierto tipo de estructuras de la realidad (entendida en sentido amplio, como realidad social, física o mental) mucho más complejas que las que exigían las seis actividades básicas que antes hemos mencionado. Si, en coherencia con los citados estudios antropológicos, la matemática podía considerarse hasta cierto punto como un resultado de la actividad de enfrentarse con la complejidad procedente de la multiplicidad y de la procedente del espacio, más adelante ha tenido que enfrentarse con la complejidad del símbolo, con la del cambio y con la causalidad determinista, con la procedente de la incertidumbre en la causalidad múltiple y, finalmente, con la procedente de la estructura formal del propio pensamiento, lo cual ha comportado diversos saltos o “rupturas epistemológicas” a lo largo de su historia, haciendo de la matemática una ciencia autónoma en relación a las otras.

Esta concepción de la matemática como actividad humana históricamente determinada es la que enmarca nuestra

propuesta, una concepción que tiene su repercusión en los motivos que tenemos como enseñantes en el momento de pensar en la actividad de enseñar matemáticas en el interior de una institución social como los institutos.

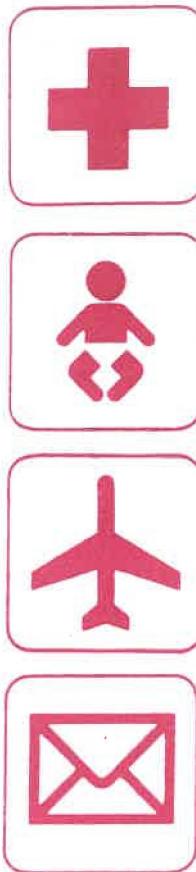
Pero las actividades que están en la base de la matemática, como actividades humanas que son, estimulan y son estimuladas por una serie de procesos cognitivos que requieren formas específicas de lenguaje y de representación. El análisis de estos aspectos cognitivos nos lleva a un segundo asunto: a las concepciones sobre el conocimiento y sobre el aprendizaje.

### **1.2. La construcción del conocimiento**

Puede ser interesante, en el momento de hablar de las concepciones sobre qué es el conocimiento y el aprendizaje, hacerlo a través de los *modelos* o *metáforas* que subyacen al tipo de cuestiones planteadas en relación con estos fenómenos: las distintas teorías sobre el conocimiento y el aprendizaje que se han ido elaborando son intentos de darles respuesta (Sternberg, 1990).

Hasta la década de los años setenta, las *metáforas* sobre qué es el conocimiento y el aprendizaje que dominaban (y podríamos hacer referencia a la metáfora geográfica, a la computacional, a la biológica o a la epistemológica) dieron lugar a teorías que pretendían dar respuesta a la pregunta de cuál es la relación del conocimiento con el mundo interno de la persona. Estas teorías entraron gradualmente en crisis debido a numerosas investigaciones en el campo de la psicología del aprendizaje. Investigaciones sociolingüísticas y sobre el aprendizaje de las matemáticas y de la física pusieron en evidencia distintos hechos que difícilmente encajaban en aquéllas, a pesar de que confirmaban el papel activo de la persona en la construcción de su propio saber y la importancia del proceso de adaptación a las situaciones que vive como uno de los motores de su crecimiento cognitivo.

De un especial interés para nosotros son las investigaciones sobre la formación de conceptos, que subrayan que el dominio de un concepto también es el dominio del conjunto de significados que asume en



OTL MICHER

**“Lo que sí existen son actividades comunes a todas las culturas que están en la base de la producción de los conocimientos matemáticos. Entre estas actividades hay seis fundamentales desde un punto de vista antropológico: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar”**

distintos contextos, así como del conjunto de relaciones que la persona es capaz de establecer con otros conceptos, y no el efecto de un proceso de identificación/abstracción basado en la intersección de aquellos distintos significados (Boero, 1991). Aludiremos también a las investigaciones comparativas entre culturas diversas y sobre contextos de experiencia diferentes, que muestran variaciones significativas de los conceptos y de las estructuras operatorias en torno a los cuales parece organizarse el saber del individuo en función de aquéllas (Carreher, 1988). Y, por último, las investigaciones sobre el aprendizaje de las ciencias experimentales, que muestran la importancia de las concepciones derivadas del ambiente sociocultural de extracción del alumno y que pueden obstaculizar o favorecer determinadas conceptualizaciones (Giordan, 1988).

Estas investigaciones han modificado o sustituido algunas de las teorías sobre el conocimiento y el aprendizaje elaboradas hasta entonces. Recogiendo las múltiples evidencias que sugieren que el contexto externo en el que se mueven las personas tiene una importancia enorme sobre el conocimiento que éstas construyen, actualmente la atención se ha focalizado en la cuestión de saber cuál es la relación entre el conocimiento y la realidad exterior de la persona, a consecuencia de lo cual han aparecido o se han recuperado otras *metáforas* (como la antropológica, la histórico-social o la sistémica) que subyacen a las nuevas teorías que intentan darle respuesta. En estas nuevas *metáforas*, el conocimiento se concibe fundamentalmente como un producto cultural evolutivo. Desde este punto de vista, el conocimiento es una cosa distinta de una persona a otra, y de una cultura a otra, porque el proceso de selección y modelización de la “realidad”, y el de adaptación a ésta, es distinto en cada una de ellas. Esta es una visión que nos interesa particularmente porque es coherente con la posición que hemos adoptado en el apartado 1.1. al hablar del conocimiento matemático, si bien allí adoptábamos una perspectiva de construcción social del conocimiento y ahora aquí nos centramos en la perspectiva personal de esta construcción.

Sin embargo estas *metáforas* pueden presentar algunos aspectos negativos: por

*"El conocimiento es una cosa distinta de una persona a otra, y de una cultura a otra, porque el proceso de selección y modelización de la "realidad", y el de adaptación a ésta, es distinto en cada una de ellas"*

un lado, corren el peligro de no considerar en absoluto el conocimiento y los procedimientos cognitivos con los cuales la persona se enfrenta a la "realidad"; por otro, a pesar de que dan importancia al contexto, muchas veces éste aparece como una "caja negra", ya que no se elucida qué es exactamente ni de qué manera determina la construcción individual del conocimiento. De estas posibles limitaciones surge la necesidad de dirigir la atención hacia los mecanismos por los cuales el contexto determina la construcción personal del conocimiento.

*La metáfora históricosocial*, que tiene su origen en los trabajos de Vygostky, es importante porque permite entender e intervenir en la construcción del conocimiento personal. Mientras las primeras metáforas tendían a ver el conocimiento como algo que se mueve desde el interior de la persona hacia el exterior, esta metáfora parte de una posición más dialéctica y destaca el componente que va desde fuera de la persona hacia su interior: las personas jóvenes cuando crecen, interiorizan y hacen suyos los procesos de pensamiento y los conocimientos, históricamente y socialmente construidos, a través de las actividades sociales en las que participan con la mediación de los adultos. Esta metáfora intenta pues dar respuesta a cómo el proceso de socialización afecta al desarrollo del conocimiento y permite comenzar a comprender los mecanismos por los cuales esto es posible.

En resumen, conviene tener en cuenta dos hechos (Gómez-Grapell, 1991):

- el conocimiento se construye en estrecha interacción con los contextos específicos y con las prácticas de interacción social,
- los mecanismos de generalización y de transferencia del aprendizaje no deben entenderse en términos de abstracción progresiva o de desvinculación contextual de capacidades susceptibles de aplicación general en cualquier dominio.

La aportación de las *metáforas* recientes nos lleva a entender el conocimiento como resultado de una actividad realizada en un contexto cultural, histórico e institucionalmente definido, con el cual interacciona el sujeto. Es decir, desde una perspectiva antropológica e históricosocial, el conocimiento se produce no sólo porque hay interacción con el me-

dio físico, sino porque esta interacción se da en el marco de un contexto social con un sentido cultural en el cual las personas mantienen intercambios y conversaciones a través del lenguaje. Nuestra propuesta pretende ser coherente con esta perspectiva antropológica e históricosocial adoptando una perspectiva de la enseñanza de las matemáticas y de las ciencias experimentales como un proceso de enculturación.

### **1.3. La enseñanza de la matemática como proceso de enculturación**

Desde una perspectiva antropológica e históricosocial del conocimiento, la educación matemática debería considerarse como una parte del proceso por el cual las personas toman posesión de su cultura. Un proceso que podemos denominar *proceso de enculturación* (Bishop, 1988) y que se lleva a cabo a partir de la realización de actividades expresamente diseñadas para que aquéllas asuman las formas de la actividad matemática características de un marco socio-cultural específico: el currículum de matemáticas debería ser la objetivación de las mencionadas formas que pretendemos que las personas asuman.

Desde esta posición, se plantean de forma inmediata dos grandes problemas educativos. El primero es el derivado de la posible separación entre la cultura de las personas jóvenes y las matemáticas que uno quiere enseñar (Boero, 1995). A pesar de la dificultad para solucionar este problema, el análisis de la estructura cultural de las matemáticas permite no tener que partir de cero cuando se quiere disponer de criterios para elaborar currículos con el objetivo de evitar esta separación: por ejemplo, teniendo en cuenta las actividades básicas que han dado lugar a cuerpos de conocimientos de matemáticas en todas las sociedades y culturas como un sustrato cultural común y general a todas las personas.

Por otra parte, el análisis que hemos hecho del conocimiento y del aprendizaje nos puede permitir dar respuesta a un segundo problema: el de la separación o continuidad entre el pensamiento cotidiano y el pensamiento científico. Creemos que actualmente domina entre los enseñantes la concepción según la cual entre ambos hay una separación y que la racionalidad científica se desarrolla en ruptura con la racionalidad cotidiana. Aunque compartimos la necesidad de caracterizar una y otra, nos parece que a los enseñantes no nos conviene trabajar con esta imagen: *ruptura* significa el resultado de romper, de romper en este caso la racionalidad cotidiana de las personas jóvenes, de aquello que les permite explícitamente el mundo natural y social en que deben moverse y actuar de manera consecuente, de aquello que, englobando aspectos cognitivos y emocionales, forma parte de su identidad personal. Trabajar con

esta imagen comporta, frecuentemente de manera inconsciente, diseñar acciones didácticas (en el nivel de la meso-didáctica) a partir de sus déficits y no de sus potencialidades.

Frente a esto, y también para ser coherentes con una visión de la matemática y de la ciencia como actividades sociales históricamente determinadas, dirigida a descubrir “maneras de ver” y “maneras de hablar” congruentes con la realidad, y por lo tanto como actividades que tienen un fuerte componente de debate, con un uso importante de la retórica y de la argumentación, nos interesa como enseñantes establecer una continuidad entre la racionalidad cotidiana, y en concreto la de las personas jóvenes, y la científica. Para ello, puede ser más útil trabajar desde la *metáfora “del injerto”*: es decir, trabajar para “injertar” la racionalidad científica, con sus propios conceptos y procedimientos, en la racionalidad cotidiana, que tiene también sus propios conceptos y procedimientos característicos, haciendo que aquélla crezca y se desarrolle a partir de ésta, lo cual podemos intentar conseguir tanto proponiendo a los alumnos y usando con ellos nuevos lenguajes y prácticas discursivas como dando la posibilidad a las personas jóvenes de participar en otros tipos de experiencia, mediáticas y emblemáticas, como las que podemos ofrecerles en el marco del instituto.

En conclusión, en coherencia con la concepción de las matemáticas como resultado de ciertas actividades socio-culturales (1.1.) y con la concepción antropológica e históricosocial del conocimiento y del aprendizaje (1.2.), entendemos la enseñanza de las matemáticas y de las ciencias como un proceso de enculturación, el núcleo del cual son las actividades realizadas por las propias personas en el marco de la institución social del instituto, actividades expresamente diseñadas por los enseñantes para favorecer el aprendizaje de los contenidos matemáticos y científicos por parte de aquéllas sobre la base de su propia racionalidad cotidiana.

#### 1.4. Marco sociocultural de nuestra propuesta

Esta forma de entender la enseñanza de la matemática nos ha llevado a diseñar una propuesta encaminada a hallar un equilibrio entre las necesidades de formación de todas las personas para poder insertarse en la sociedad actual y la necesidad de insertar a éstas en una cultura históricamente determinada.

La atención al primer aspecto (las necesidades actuales de formación) no nos puede hacer olvidar el segundo: el instituto es una de las instituciones sociales, junto a otras, que debe hacer posible a las nuevas generaciones su inserción en una determinada cultura. Para nosotros, éste es el motivo del proceso que hemos denominado de *enculturación*. En este sentido, la educación matemática y científica transmitida a través de nuestra propuesta pretende cubrir algunas de las necesidades actuales de formación, pero también pretende dar respuesta a la necesidad social de asegurar la continuidad de las nuevas generaciones con el patrimonio cultural de la humanidad, evitando la ruptura de los lazos de aquéllas con las raíces de nuestra cultura. Sólo teniendo en cuenta este motivo central de la actividad desarrollada en el instituto será posible al mismo tiempo dar a las personas una visión de la matemática como actividad humana que responde a la necesidad de resolver ciertos tipos de problemas, problemas que, históricamente, han estado siempre presentes en el origen de los conceptos y de los procedimientos matemáticos. Es desde esta visión histórico-social de la matemática desde la que es posible dar respuesta a la necesidad cultural que las personas tienen de encontrar sentido a los contenidos matemáticos (objetos de conocimiento) haciéndose conscientes de su carácter de instrumentos de conocimiento (Douady, 1986) para resolver ciertos problemas.

Finalmente, es desde esta concepción de la enseñanza de las matemáticas como podemos también responder a las necesidades individuales profundas que tienen las personas de “remontarse a sus orígenes”, de identificarse con sus orígenes familiares, sociales y culturales concretos, orígenes que les dan un marco de referencia absolutamente necesario para desarrollarse como personas adultas.

Dar respuesta a las necesidades mencionadas comporta para los enseñantes reflexionar sobre las raíces culturales de los conocimientos básicos de la matemática y de las ciencias y sobre los problemas que históricamente están en la base del desarrollo de aquéllos. Entre estos últimos podríamos citar, en particular y como ejemplo, los problemas derivados de la medida del tiempo, de la orientación local y de la orientación global sobre la esfera terrestre, los tres relacionados entre sí y vinculados estrechamente a las necesidades de organización social y económica comunes a todas las sociedades.

Con este tipo de reflexiones se puede hacer explícita la densidad de contenidos matemáticos (tanto



© DUVERDIER

conceptuales como procedimentales) que hay detrás de la mayoría de las actividades sociales “cotidianas”. Sólo a partir de la capacidad de análisis adquirida por los enseñantes a través de estas reflexiones es posible una enseñanza de la matemática entendida como un proceso de enculturación que asegure la inmersión de las personas jóvenes en las fuentes históricas y culturales de los contenidos de la matemática. Y ello con tres finalidades:

- hacerles conscientes de las matemáticas implícitas que hay detrás de ciertos comportamientos sociales (por ejemplo, y siguiendo con los ya citados, los que hacen referencia a la medida socialmente admitida del tiempo);
- hacerles conscientes del carácter de instrumento de los conceptos matemáticos, a fin de que éstos tengan significado para ellos;
- sintonizar con los intereses profundos y vitales que las personas jóvenes tienen como personas que crecen y viven en una sociedad históricamente determinada y potenciar de esta manera actitudes positivas hacia su propio aprendizaje y hacia el entorno sociocultural en que viven.

### **1.5. La unidad didáctica “Sol i terra”**

De ahí que sean necesarias propuestas didácticas innovadoras y coherentes que intenten dar respuesta de manera equilibrada a las necesidades de formación de todas las personas y la conveniencia de hacerlo sin romper los lazos con las raíces culturales de los contenidos matemáticos. En este sentido, una de las unidades clave de nuestra propuesta, la unidad “Sol i Terra” (5), que trabajamos dentro del campo de experiencia de las “sombras del Sol” con alumnos y alumnas de 12 y 13 años, a mitad del primer curso de Educación Secundaria Obligatoria, es ejemplar.

El trabajo sobre las sombras permite realizar experiencias de racionalización de un fenómeno natural que en la antigüedad tuvo una gran importancia para la construcción del saber geométrico, un saber estrechamente ligado con la conquista de un mayor nivel de racionalidad en el dominio del ambiente natural. En particular, en el campo de experiencia de las “sombras del Sol” los alumnos y las alum-

**“El conocimiento se produce no sólo porque hay interacción con el medio físico, sino porque esta interacción se da en el marco de un contexto social con un sentido cultural en el cual las personas mantienen intercambios y conversaciones a través del lenguaje”**

nas pueden ser guiados y ayudados por el enseñante (que actúa como “mediador” entre ellos y el pasado) en el paso desde una visión precientífica de las sombras (las sombras como atributo del objeto que la proyecta y/o como reflejo de atributos del Sol) a la modelización geométrica y aritmética del fenómeno (con la introducción de conceptos como los de paralelismo, perpendicularidad, ángulo y proporcionalidad como instrumentos de conocimiento); y así recorrer una etapa significativa de la construcción de una racionalidad científica que tuvo lugar hace más de 25 siglos (y que relacionamos con la figura de Tales), vinculada al uso de ciertos instrumentos geométricos (regla, escuadra, plomada), a ciertas formas de representación (dibujo, escalas) y, por lo tanto, a cierta tecnología tanto artefactual como simbólica.

Al mismo tiempo, con el trabajo en el campo de experiencia de las “sombras del Sol”, el alumnado tiene numerosas ocasiones, vinculadas de manera “natural” al estudio del fenómeno, para desarrollar algunas capacidades necesarias para insertarse en la sociedad actual de una manera autónoma, como pueden ser, por ejemplo, las capacidades para interpretar información figural (gráficos, dibujos en perspectiva, dibujos técnicos, etc.) y para procesar información de forma visual, o también las capacidades de formulación y de gestión de hipótesis previsionales, interpretativas o proyectuales en relación a fenómenos complejos (Lladó, 1995).

La referencia a una unidad didáctica como “Sol i Terra” pone sin embargo de manifiesto el problema central de la enseñanza: el de la inevitable recontextualización del saber que se debe hacer a la hora de diseñar actividades didácticas. ¿Cómo diseñar actividades en el interior del instituto que permitan desarrollar conocimientos matemáticos que tuvieron origen en su exterior?

### **2. Las opciones en el nivel de la meso-didáctica**

El proceso que se sigue, conscientemente o no, en el momento de diseñar actividades para desarrollar en clase entra dentro de lo que se denomina “transposición didáctica” y “recontextualiza-



© DOVER

ción del saber" (2.1.). Se pueden identificar cuatro opciones "de recontextualización" en lo que se refiere a las matemáticas (2.2.); la que caracteriza nuestra propuesta la analizaremos con más detalle (2.3.) antes de exemplificarla mediante la unidad "Habitatges i Terrenys", que trabajamos con los alumnos y alumnas de 13 y 14 años (2.4.).

### **2.1. La transposición didáctica**

La noción de "transposición didáctica" (Chevallard, 1991) ha permitido dar cuenta de la transformación necesaria que se hace sobre los saberes que es necesario enseñar antes de que éstos puedan ser efectivamente enseñados. El saber matemático histórica y socialmente reconocido en un momento dado sufre un proceso de transposición didáctica para convertirse en *saber matemático para ser enseñado*. Por otra parte, este último necesita todavía de otra transformación para convertirse en *objeto de enseñanza*.

La planificación de secuencias didácticas implica siempre un proceso de "recontextualización" del conocimiento matemático. Este proceso, socialmente inevitable, es por otra parte absolutamente necesario: "recontextualizar" también significa hacer accesible el "conocimiento que hay que enseñar" a través de la elección de oportunas situaciones problemáticas con capacidad de estimular la construcción de significados que den sentido a los conceptos que hay detrás de este conocimiento, y con capacidad, además, de establecer relaciones entre el conocimiento en construcción y la red de los conocimientos que los alumnos y las alumnas ya tienen, reforzando y profundizando ciertos conocimientos y poniendo en crisis a otros.

Si no se produce esta recontextualización, o bien si no se hace de forma adecuada, muchas personas corren el riesgo de no "acceder" al conocimiento y de aprender sólo a repetir el saber de los libros de texto sin interaccionar con su cultura profunda, y por lo tanto sin ser capaces de utilizar los conocimientos aprendidos en nuevas situaciones, dentro y fuera del instituto; o en todo caso, de convertir el conocimiento adquirido en un conocimiento que quedará en un nivel que podríamos denominar de "conocimiento inerte".



© DOVER

**"La educación matemática debería considerarse como una parte del proceso por el cual las personas toman posesión de su cultura que se lleva a cabo a partir de la realización de actividades expresamente diseñadas para que aquéllas asuman las formas de la actividad matemática características de un marco socio-cultural específico"**

La recontextualización es necesaria pero, según el marco teórico que se adopte, la edad de los alumnos y los contenidos que hay que enseñar, existen opciones didácticas diversas para hacerlo. La *recontextualización didáctica* que hay detrás de nuestra *propuesta*, en coherencia con las ideas de la primera parte (apartados 1.1., 1.2. y 1.3.), pretende:

- Tener en cuenta el *carácter sociocultural de las matemáticas y de las ciencias* y, en consecuencia, el reconocimiento del proceso de enseñanza de la matemática y de las ciencias como un proceso de enculturación. Por tanto, pretende diseñar secuencias didácticas que permitan construir una imagen de las matemáticas como instrumento de conocimiento útil para entender y "racionalizar" la realidad en la que uno vive, y vinculadas a las prácticas sociales, sin negar el otro aspecto de la matemática como objeto cultural que evoluciona a lo largo de la historia según exigencias de sistematicidad, de coherencia y de comunicabilidad, entre otras.

- Tener en cuenta que la característica básica de las matemáticas es la de ser una actividad que tiene como finalidad resolver problemas (Douady, 1986). Por lo tanto, pretende responder a la necesidad de que el núcleo básico de cualquier opción didáctica para la enseñanza de la matemática sea la de hacer una *enseñanza por problemas* (Villani, 1976).

- Tener en cuenta la naturaleza de los procesos de construcción del conocimiento. En consecuencia, pretende ofrecer al alumnado las suficientes oportunidades para dotar de significado a los contenidos matemáticos aprendidos y para explicitarlos y relacionarlos con los que ya constituyen su red conceptual.

- Tener en cuenta, por último, que todo aprendizaje queda vinculado a su contexto y que por lo tanto el contexto es importante. En consecuencia, nuestra propuesta pretende elaborar hipótesis sobre cuáles pueden ser los contextos adecuados, no sólo para favorecer y "forzar" el aprendizaje de ciertos contenidos matemáticos y la aparición y uso de determinadas estrategias resolutivas, sino también para promover el desarrollo de competencias generales (língüísticas, lógicas, metacognitivas, etc.).

*"Entendemos la enseñanza de las matemáticas y de las ciencias como un proceso de enculturación, el núcleo del cual son las actividades expresamente diseñadas por los enseñantes para favorecer el aprendizaje de los contenidos matemáticos y científicos sobre la base de su propia racionalidad cotidiana"*

## 2.2. Algunas opciones para recontextualizar

Nos centraremos especialmente en este último aspecto, ya que la elección y el uso didáctico de contextos adecuados es un problema difícil dentro de la didáctica de las matemáticas. De manera bastante sintética, podríamos agrupar las distintas opciones en dos grandes líneas, la segunda de las cuales engloba a tres de ellas:

A) *Opción descontextualizadora: Punto de vista formalista.* En este caso, se presentan los conceptos precisamente de manera descontextualizada, tratándolos de la manera más general posible, organizados en teorías con una estructura deductiva. Se quiere evitar de esta manera que los alumnos y las alumnas puedan asociar precisamente los conceptos a contextos particulares de cara a mejorar su capacidad de transferencia y aplicación. Ésta es la opción que adoptó la presentación de las llamadas matemáticas modernas.

B) *Opción contextualizadora.* Dentro de esta opción distinguiremos:

- La *etnomatemática* estudia las matemáticas en relación directa con el trasfondo social, económico y cultural de una determinada sociedad o grupo social. Se trata de sacar a la luz las matemáticas implícitas en múltiples actividades socialmente compartidas y de utilizarlas como punto de partida para hacer matemáticas en el aula. Una consecuencia de este proceso de "recontextualización" es un mayor nivel de conciencia en el alumnado de la relación entre el razonamiento matemático y la producción material, es decir, entre el "hacer matemáticas" y la tecnología (Bonilla, 1987).

- La *matemática realista* pretende trabajar los conceptos en diferentes contextos con la finalidad de conseguir, por una parte, su significatividad y funcionalidad, y, por otra, facilitar el desarrollo en las personas de los procesos de modelización, de generalización y de abstracción. Desde esta posición se ve la actividad matemática como aquélla que permite identificar situaciones y formular problemas que permitan ser tratados matemáticamente, y por esto la actividad de modelización mencionada pasa a ser central. Es una actividad que se desarrolla en un con-

texto, y es este contexto el que otorga significado social y cultural a la matemática utilizada para la modelización. A veces este proceso de modelización se denomina *matematización horizontal*, que se distingue de la *matematización vertical* (Treffers, 1985), realizada a partir de la generalización y abstracción de los contenidos matemáticos mediante la simbolización.

- El trabajo a partir de los "*campos de experiencia*", que detallaremos más adelante (2.3) y que es la opción que hay detrás de nuestra propuesta.

Dejando de lado la primera opción, que ya ha demostrado sus limitaciones, y la segunda, a tener en cuenta cuando se quieren implantar currículos de matemáticas en sociedades con culturas distintas a nuestra cultura "occidental", la perspectiva de la *matemática realista*, a pesar de que representa un gran avance en relación con la enseñanza tradicional de la matemática, presenta el problema de que la elección de contextos para diseñar propuestas curriculares globales sólo se hace desde el punto de vista de los objetivos específicos matemáticos, lo cual hace que resulte una estructura "episódica" en lo que se refiere a los "contextos" escogidos frente la unidad orgánica del currículo matemático.

Frente a este situación, e insistiendo en la consideración de la matemática como producto cultural, es preciso encontrar formas de planificar secuencias didácticas que exploten la fuerte influencia que la cualidad cultural y la unidad de los "contextos" escogidos pueda tener para desarrollar competencias generales (lógicas, lingüísticas, metacognitivas) al mismo tiempo que desarrollan competencias estrictamente matemáticas aunque está claro que, por ejemplo, la historia de la cultura y los estudios etnomatemáticos pueden aportar elementos para identificar contextos que permitan una recontextualización del conocimiento matemático de manera orgánica con estos mismos contextos escogidos.

## 2.3. El trabajo en el interior de los "campos de experiencia"

Es preciso concretar qué entendemos por "recontextualizar" y trabajar en un contexto. Gran parte de las experiencias que se hacen o que pueden hacerse en clase son modelos, simulaciones o sugerencias "controladas" de todo aquello que sucede en la realidad externa a la clase. Ésta es una limitación intrínseca de la institución escolar, pero también tiene sus potencialidades. Nuestra opción es la de no transferir dentro del instituto la vida extraescolar (por un principio de realidad) sino la de introducir a los alumnos y a las alumnas en un proceso de enculturación a través de la reconstrucción de partes importantes del saber a partir de contextos y situaciones escogidas adecuadamente por el enseñante.

El contexto escogido para elaborar secuencias didácticas puede entenderse de muchas maneras. Nuestra propuesta ha optado por utilizar la noción de “campo de experiencia” (Boero, 1989) para encastrar toda la problemática de la “recontextualización”. Entendemos por “campo de experiencia” un sector de la experiencia (actual o potencial) de los alumnos y alumnas, identificable por ellos, con características específicas que lo hacen apto (bajo la guía del enseñante) para desarrollar actividades de modelización matemática y/o de planteamiento y resolución de problemas matemáticos.

En función de esta opción, nuestra propuesta pretende desarrollar el trabajo en clase sobre “campos de experiencia” ya presentes en la vida, extraescolar o no, de los alumnos y alumnas, o proponer otros nuevos (por ejemplo, los aportados por las ciencias) que alarguen y/o anticipen su “experiencia del mundo”, y a través de oportunas elecciones de situaciones-problema, profundizar, extender y explicitar las competencias de que ya disponen, yendo más allá de lo que produciría el ritmo natural de sus experiencias extraescolares, más allá de los niveles de profundización a los cuales podrían llegar espontáneamente en los distintos ambientes socioculturales con que pudiesen encontrarse, y más allá de los niveles de explicitación y de conciencia alcanzables de manera espontánea.

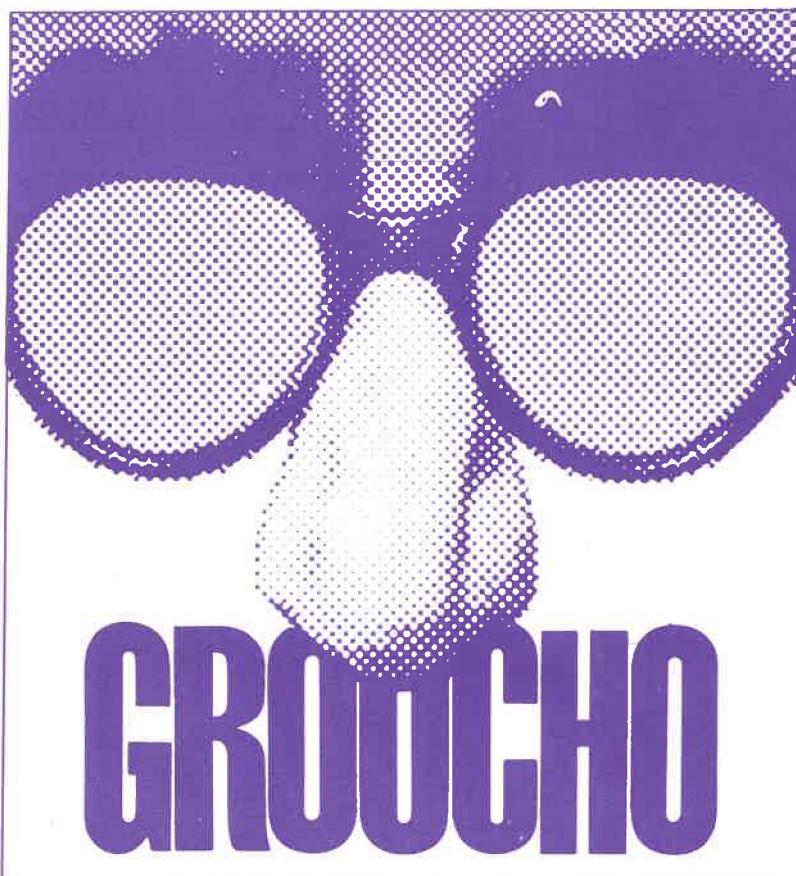
En este sentido, detrás de nuestra propuesta está la hipótesis de que las actividades desarrolladas en el instituto, en el interior de ciertos campos de experiencia extraescolares o extramatemáticos, ponen las bases de futuras actividades en campos de experiencia matemáticos. En cierta manera, el trabajo a partir de campos de experiencia obliga a adoptar una posición dialéctica de la enseñanza de la matemática, que debe ir acompañada de un visión a largo plazo de todo el proceso de enseñanza. En nuestro caso parti-

cular, de una visión a lo largo de toda la etapa de la Educación Secundaria Obligatoria, una visión dialéctica a largo plazo que se puede encuadrar en el marco teórico de la *dialéctica instrumento/objeto* (Douady, 1986).

Ya hemos dicho que la actividad principal de las matemáticas es la de plantear y resolver problemas vinculados a ciertas necesidades socialmente determinadas. Se puede considerar que inicialmente los contenidos matemáticos juegan el papel de instrumentos de conocimiento para resolver los problemas planteados. Sólo más tarde, y en función de razones diversas, el contenido matemático se descontextualiza para poder ser utilizado en otras situaciones y poder resolver otros problemas. Entonces pasa a ser un *objeto de conocimiento* que ocupará un cierto lugar dentro de una red de conocimientos más amplia, la del saber matemático del momento.

En el nivel de la meso-didáctica conviene distinguir el doble carácter de instrumento y de objeto de un contenido matemático. El trabajo en el interior de un campo de experiencia explota precisamente este doble carácter: las personas, en el interior de un campo de experiencia escogido adecuadamente

por el profesor, y bajo su guía, construyen y utilizan los contenidos matemáticos inicialmente como instrumentos, de manera explícita o no. En esta etapa es precisamente el campo de experiencia, el contexto, el que da significado a los contenidos matemáticos. Sólo mas adelante, a través de actividades expresamente diseñadas y encaminadas a explicitar los contenidos matemáticos que se han utilizado, éstos pasaran a ser objetos de conocimiento. Con el tiempo, estos nuevos objetos podrán ser un campo de experiencia en el que plantear nuevos problemas y por lo tanto la necesidad de crear nuevos instrumentos de conocimiento. Es en este segundo momento cuando se puede llegar a hablar de



campos de experiencia interiores a la propia matemática.

Podemos completar esta visión dialéctica mencionando el hecho de que el trabajo en un campo de experiencia extra-matemático puede poner las bases de futuras actividades en un campo de experiencia matemático, tanto en lo que se refiere a los significados de los conceptos matemáticos (tomados como instrumentos que a través de la mediación del enseñante pueden ser objetos de campos de experiencia internos de la matemática) como también en lo que respecta a las habilidades de base (capacidad de argumentación, capacidad de reflexión, capacidad de desarrollar procesos metacognitivos, etc.).

A pesar de la potencialidad del trabajo en "campos de experiencia", éste deja sin embargo abiertos ciertos problemas: por un lado, se debe considerar el problema de aquellos alumnos y alumnas que tienen una experiencia extraescolar pobre (y frente a los cuales está precisamente el reto de ofrecerles campos de experiencia que puedan ser la base de futuros aprendizajes); por otro, el problema que se presenta cuando se pretende trabajar instrumentos de conocimiento ausentes totalmente en el contexto socio-cultural de los alumnos y alumnas; y por último, el problema derivado de ciertos aspectos internos de la propia matemática (y que sólo pueden ser trabajados en el interior de campos de experiencia matemáticos; por ejemplo, el de la demostración).

En definitiva, nuestra propuesta implica la elaboración de *itinerarios didácticos* a lo largo de los cuatro cursos de la Educación Secundaria Obligatoria estructurados según distintos criterios ordenadores: la sucesión de etapas de aprendizaje "disciplinar" (es decir, de contenidos matemáticos y científicos) pretendemos que se entrelace con la sucesión de etapas de profundización "temática" o "contextual" a lo largo de los diferentes campos de experiencia que constituyen el sustrato de las diversas unidades didácticas.

#### 2.4. Algunos comentarios sobre la unidad "Habitatges i Terrenys"

La unidad "Habitatges i Terrenys" (6) ha sido elaborada en torno al problema de la vivienda en las ciudades y a la rela-

**"Tener en cuenta el carácter sociocultural de las matemáticas y de las ciencias exige diseñar secuencias didácticas que permitan construir una imagen de las matemáticas como instrumento de conocimiento útil para entender y "racionalizar" la realidad en la que uno vive"**



© FIDO DIDO/UFS inc.

ción extensión/precio, del cual hemos elaborado la hipótesis que es un campo de experiencia para los alumnos y alumnas. Éste es reconocido como tal por ellos (recordemos que ésta era una de las características) como lo demuestra el análisis de las respuestas que dan a las cuestiones planteadas al inicio de la unidad.

El campo semántico (y que le da significado desde el punto de vista del enseñante) que está detrás de esta unidad es la medida de la extensión de figuras planas cerradas, mientras que el campo de experiencia es, como hemos dicho, el de "habitatges i terrenys" y los problemas de tipo socioeconómico vinculados a ellos. Este campo de experiencia es evocado en esta unidad didáctica a través de las lecturas de la prensa o bien a partir de la estructuración que pueda hacer el propio enseñante de las aportaciones de los alumnos y alumnas.

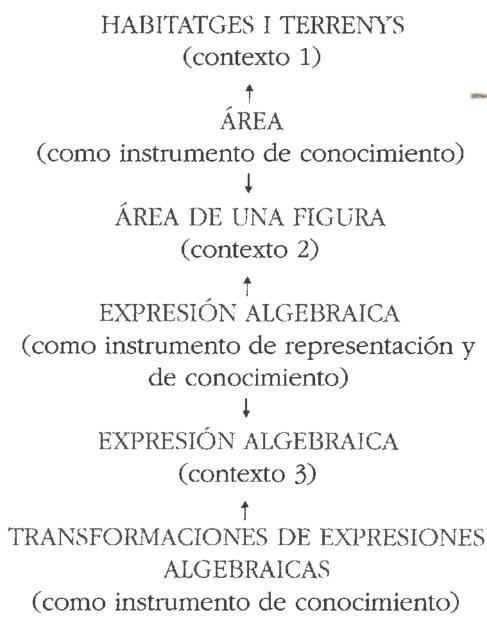
La unidad permite recoger el análisis histórico del concepto de área y de su medida, que pone de manifiesto que han estado vinculados casi siempre, como en la actualidad, a los aspectos económicos de la tierra, de su propiedad, de su uso y de su intercambio.

Un campo de experiencia se escoge en función del momento social en que se vive, de las condiciones del instituto, del marco sociocultural del alumnado, de modo que en principio podría ser intercambiado por otro siempre y cuando mantuviera el mismo núcleo conceptual. Así, a partir de un análisis fenomenológico del concepto de área y de su medida, sería posible identificar otros campos de experiencia alternativos. Así, por ejemplo, se podría construir la unidad didáctica a partir del campo de experiencia de la captación de agua de lluvia como recurso básico en nuestras sociedades urbanas. O bien, en el ámbito de las ciencias sociales, de las relaciones de desigualdad en la calidad de vida de las personas a partir de indicadores como, por ejemplo, la densidad de población.

Trabajar en un cierto contexto nos permite hacer "funcionar" a los contenidos matemáticos como instrumentos de conocimiento. Es de esta manera como los contenidos matemáticos pueden ser significativos para el alumnado. Pero los contenidos matemáticos construidos o utilizados como instrumentos de conocimiento

en un cierto contexto pueden ser descontextualizados y convertirse en objetos matemáticos. A la larga formarán parte de un nuevo campo de experiencia que exigirá construir nuevos instrumentos de conocimiento.

En matemáticas este proceso se puede repetir sucesivas veces, a diferencia de lo que ocurre en otras ciencias (física, biología). En este sentido, la unidad "Habitatges i Terrenys" explota a fondo esta posibilidad, contribuyendo así a caracterizar a las matemáticas como una ciencia autónoma. De ahí que esta unidad sea el inicio de un itinerario didáctico que tendrá su continuación en el tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria con el estudio de las expresiones algebraicas, y en el cuarto curso con el estudio de las transformaciones de expresiones algebraicas, según se ilustra a continuación:



### 3. El trabajo en el nivel de la micro-didáctica

En este apartado aludiremos a la gestión de la clase, y por lo tanto, al papel que corresponde al enseñante y el que corresponde a los alumnos y alumnas dentro de lo que se denomina sistema didáctico. En concreto, nos referiremos al contrato didáctico como un elemento fundamental de este sistema (3.1.) y a la responsabilidad que el enseñante tiene en el proceso que ha de llevar a la explicitación e institucionalización del conocimiento cons-



© FIDO DIDO/UFS inc.

**"Nuestra propuesta pretende elaborar hipótesis sobre cuáles pueden ser los contextos adecuados, no sólo para favorecer y "forzar" el aprendizaje de ciertos contenidos matemáticos y la aparición y uso de determinadas estrategias resolutivas, sino también para promover el desarrollo de competencias generales (língüísticas, lógicas, metacognitivas, etc.)"**

truido en el interior de las situaciones didácticas (3.2.). Un proceso que se realiza básicamente a partir de las interacciones que se establecen en el interior de la clase y que por lo tanto tiene, inevitablemente, un carácter social (3.3.).

#### 3.1. El contrato didáctico

Para estudiar experimentalmente los problemas de la enseñanza de las matemáticas, la escuela francesa de didáctica utiliza la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 1986). El marco teórico que proporciona esta teoría puede ser útil para entender algunos aspectos claves de nuestra propuesta en lo que se refiere a su gestión en la clase.

La teoría de las situaciones didácticas es hoy en día bastante conocida entre los enseñantes de matemáticas y no nos extenderemos en ella. Sólo recordaremos que una situación didáctica se define como el conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre los alumnos y alumnas (individual o colectivamente), un cierto medio (que comprende eventualmente los instrumentos o los objetos) y el enseñante a fin de conseguir que aquéllos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.

Conviene subrayar el hecho de que el papel de "enseñante" o de "alumno" en una situación didáctica viene definido por la finalidad del sistema didáctico, que es el de pasar de un estado inicial a un estado final en relación al saber que es objeto de aprendizaje. Una relación que evidentemente es asimétrica, ya que no es la misma la que mantiene el enseñante que la que mantienen los alumnos y las alumnas, y que por tanto se trata de una asimetría constitutiva del propio sistema didáctico. Inicialmente, no es que el alumnado no tenga ninguna relación con el saber, sino que, en el estado inicial, esta relación es poco o nada adecuada. El enseñante debe organizar las interrelaciones entre los alumnos y alumnas y entre éstos y el medio de manera productiva a fin de que cambie la relación que aquéllos tienen con el saber. Cabe esperar que a partir de un cierto momento el enseñante podrá "retirarse de la escena" y los alumnos y alumnas podrán mantener una nueva relación con el saber más allá de la presencia del enseñante.

*“Una situación didáctica se define como el conjunto de relaciones establecidas entre los alumnos y alumnas, un cierto medio (que comprende eventualmente los instrumentos o los objetos) y el enseñante a fin de conseguir que aquéllos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución”*

Esta asimetría, creada por la diferente relación con el saber entre enseñante y los alumnos y alumnas, ha de estar sin embargo regulada de alguna manera. El enseñante y el alumnado, en la relación didáctica, entran en un juego según reglas que funcionan como las cláusulas de un contrato, unas cláusulas que frecuentemente no son explícitas y que se manifiestan, frecuentemente también, sólo cuando son transgredidas. Se puede pues hablar de un *contrato didáctico*, o conjunto de condiciones que determinan implícitamente aquello que cada uno, el enseñante por un lado y los alumnos y alumnas por otro, tienen la responsabilidad de hacer.

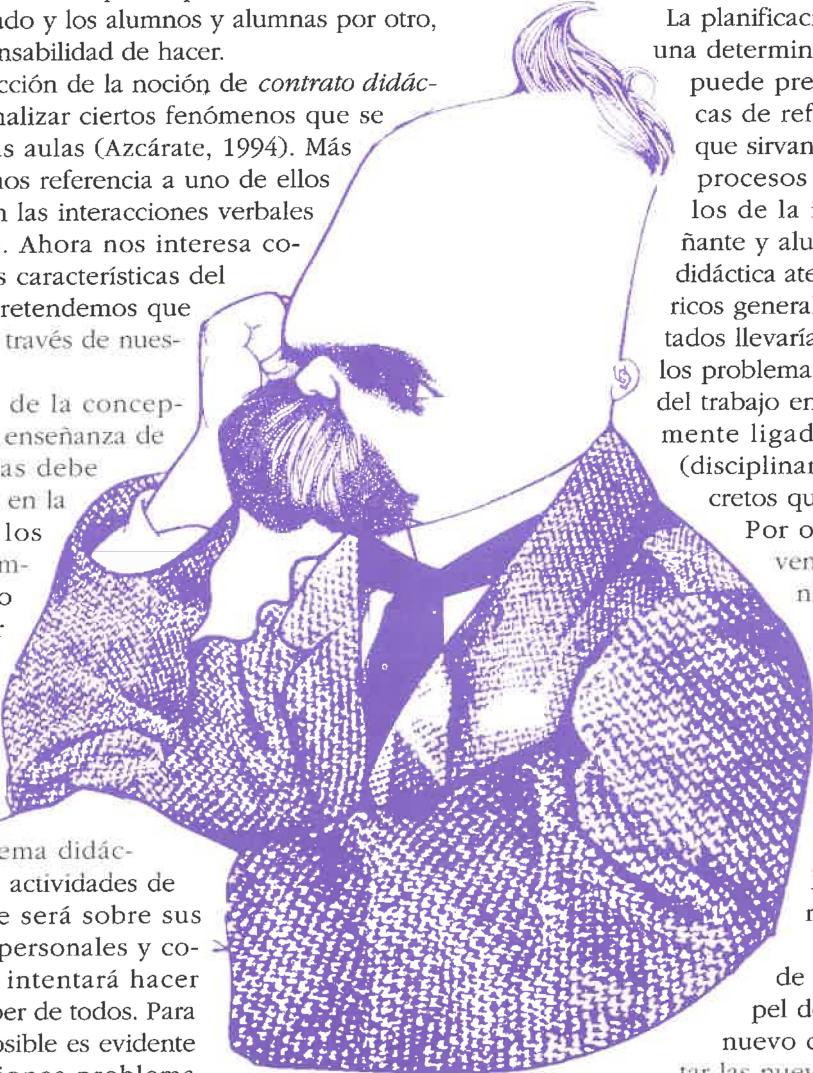
La introducción de la noción de *contrato didáctico* permite analizar ciertos fenómenos que se observan en las aulas (Azcárate, 1994). Más adelante haremos referencia a uno de ellos en relación con las interacciones verbales en clase (3.3.). Ahora nos interesa comentar algunas características del contrato que pretendemos que se establezca a través de nuestra propuesta.

Partiendo de la concepción de que la enseñanza de las matemáticas debe estar enraizada en la actividad de los alumnos y alumnas, el contrato debe dejar claro que el enseñante está dispuesto a tomar como punto de partida de la evolución del sistema didáctico las propias actividades de aquéllos y que será sobre sus producciones personales y colectivas como intentará hacer progresar el saber de todos. Para que esto sea posible es evidente que las situaciones-problema

que plantee en el interior de los campos de experiencia escogidos deberán tener ciertas características. Así, por ejemplo, la búsqueda de datos pertinentes con las cuestiones planteadas puede ser necesaria y será permitida y valorada, y por lo tanto tendrá que ser explicitada en el contrato al igual que la necesidad de validación de los resultados.

Algunas rupturas del contrato ya no son necesarias para hacer avanzar el saber, sino que el mismo contrato prevé la progresión de aquél poniendo a prueba las sucesivas concepciones provisionales y relativamente buenas de los alumnos y alumnas, y que habrán, según cada caso, de descartar o retomar y extender para formar nuevas concepciones. Entre otros aspectos, pues, el nuevo contrato permite dar un nuevo estatuto al error: el error ya no es un defecto que es necesario evitar sino que se acepta hasta el punto de que pueda ser constitutivo del propio conocimiento.

### *3.2. La construcción del conocimiento en el interior de la clase y el papel del enseñante*



La planificación y gestión en clase de una determinada unidad didáctica no puede prescindir de fuentes teóricas de referencia, explícitas o no, que sirvan de referentes tanto a los procesos de aprendizaje como a los de la interacción entre enseñante y alumnos. Pero una práctica didáctica atenta sólo a principios teóricos generales sobre los aspectos citados llevaría a una subvaloración de los problemas didácticos y de gestión del trabajo en clase que están directamente ligados con los contenidos (disciplinares y contextuales) concretos que se quieren desarrollar.

Por otro lado, estamos convencidos de que el patrimonio de experiencias acumulado por el colectivo de enseñantes es, hoy día, suficientemente rico y articulado como para que permita “comprender” mucho más la relación entre enseñante y alumnos de lo que muchas teorías no permiten hacer.

De ahí la necesidad de reflexionar sobre el papel del enseñante en clase. El nuevo contrato permite delimitar las nuevas responsabilidades: la

responsabilidad del enseñante no es el aprendizaje de los alumnos y de las alumnas, que es responsabilidad suya, sino la de crear las condiciones para que éste se produzca. Desde esta óptica, es evidente que nuestra propuesta nos ha permitido reflexionar cómo el enseñante puede hacer evolucionar el trabajo en el interior de cada situación didáctica. Esta reflexión nos ha llevado a extraer algunas indicaciones, básicamente orientadas en dos direcciones:

- hacia una valoración del trabajo personal y constructivo del alumnado.

- hacia la valoración del papel del enseñante como persona que propone situaciones-problema adecuadas para forzar un cierto tipo de trabajo en los alumnos y alumnas y como artífice de la conciencia que éstos deben alcanzar sobre la naturaleza de la actividad que se les propone y sobre la calidad y la articulación de los procesos de pensamiento que han seguido para su resolución.

De todos modos, el enseñante no puede limitarse a la función de "persona que propone situaciones-problema bien escogidos" y de "organizador de la autoconciencia de los alumnos y alumnas" (Gruppo di Ricerca, 1992). Los análisis de la propia actividad

que se desarrolla en clase son los que ponen en evidencia, a nuestro parecer, la necesidad de otras funciones, funciones que revalorizan el papel del enseñante como persona clave para el proceso de aprendizaje de los alumnos y de las alumnas.

En términos generales, y de acuerdo con la dialéctica instrumento/objeto, se pueden distinguir dos momentos diferenciados dentro del trabajo propuesto a los alumnos y alumnas. Un primer momento es el vinculado a la construcción de conocimientos como instrumentos; el segundo es cuando se pretende que éstos pasen a ser objetos de conocimiento.

A) El tipo de trabajo que se desarrolla en un primer momento caracteriza nuestra propuesta. En esta

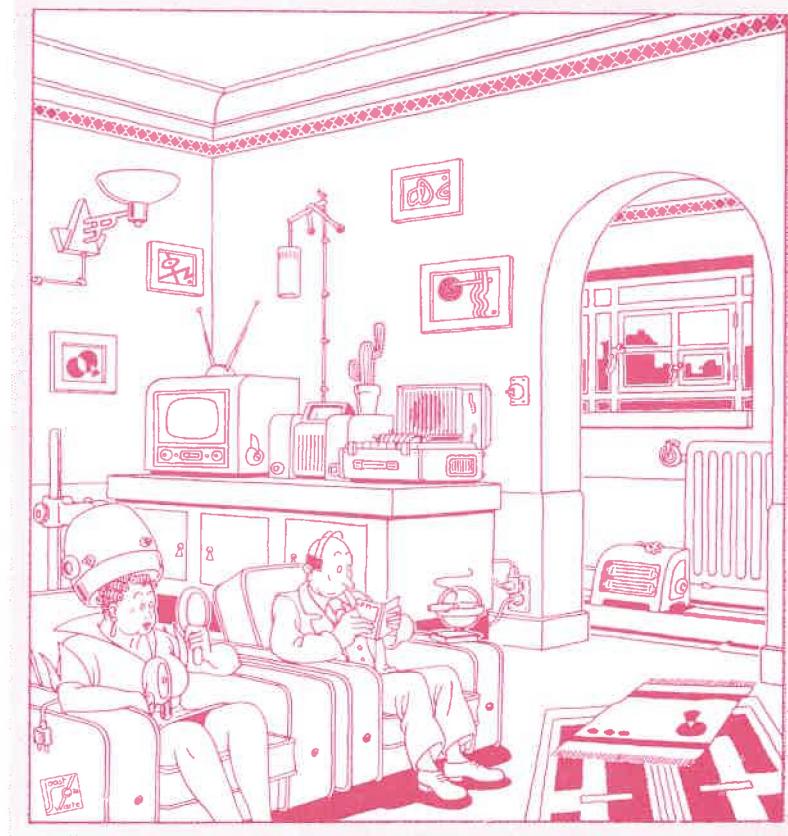
fase el aspecto central de la tarea del enseñante es la que se refiere a la responsabilidad de la adquisición guiada (y si es necesario, "forzada") del saber social común en el interior de los campos de experiencia propuestos a los alumnos y alumnas. El enseñante, a nuestro parecer, debe sugerir y hacer practicar en diferentes situaciones a los alumnos y alumnas formas de hacer, de decir, de representar los conocimientos y procedimientos vinculados a las necesidades intrínsecas de los problemas propuestos sin preocuparse, al inicio, de si los alumnos y alumnas son plenamente conscientes del significado matemático o cultural de aquello que aprenden y aprenden a hacer, y sin tampoco esperar que sean ellos los que propongan acciones particulares para resolver el problema planteado o los que propongan formas de representación específicas de resolución. De alguna manera el enseñante debe actuar "como si" los alumnos supieran ya..

Las motivaciones y la justificación de este tipo de intervención son varias:

- Tratándose de situaciones dentro de campos de experiencia que se refieren a la realidad extraescolar, es motivador para ellos que aquello que se les propone por parte del enseñante

sean actividades que les permitan acceder a un "saber y "saber-hacer" que se hallan presentes en el mundo de los adultos y que son valorados por ellos.

Por otro lado, incluso admitiendo la importancia del aprendizaje "constructivo" por parte de los alumnos y alumnas en el interior de las actividades que se les propone, no se excluye la existencia de conocimientos adquiridos a través de otras formas de aprendizaje. De cara a las situaciones reales de aprendizaje en la vida de una persona, hemos de reconocer la importancia tanto de la capacidad de construir el propio saber, dirigiendo de manera consciente tanto como sea posible el propio proceso de aprendizaje, como de "aprender a hacer" (por imita-



JOOST SWARTE

ción o siguiendo las instrucciones de un manual...) y después gradualmente darse cuenta de los significados y de las relaciones culturales de aquello que se ha aprendido.

En ciertos campos de experiencia bien escogidos, los alumnos y alumnas podrán elaborar autónomamente estrategias de resolución, a veces utilizando de forma creativa los vínculos inherentes al "contexto externo" del campo de experiencia en el cual se trabaja, a veces haciendo referencia a sus propias concepciones. En otros casos, sin embargo, los alumnos y alumnas pueden ser incapaces, tanto individual como colectivamente, de elaborar modelizaciones adecuadas de ciertos fenómenos o de ciertas situaciones. No se trata de eliminar estas situaciones por el solo hecho de que frente a ellas los alumnos y alumnas no sean capaces de desarrollar en un tiempo razonable un propio y autónomo proceso de construcción conceptual; más bien se trata de aceptar por parte del enseñante un papel "intervencionista" directo sobre el proceso de aprendizaje del alumnado, sustitutivo (en ciertos casos) de actos del pensamiento que él posiblemente no puede producir.

El análisis de este tipo de situaciones frecuentemente lleva a darse cuenta de que se corresponden con ciertos momentos de la historia de la matemática y de la ciencia y que se califican de "revoluciones científicas". Lo cierto es que muchas de estas "revoluciones" no están al alcance de un trabajo de construcción conceptual efectivamente participativo, de manera activa y autónoma, por parte de los alumnos y de las alumnas. No obstante, se trata de "revoluciones científicas" que las personas de la escuela secundaria deben conocer en tanto que constituyen una interpretación racional y actualizada del mundo que nos rodea. Por lo tanto, el enseñante deberá hallar formas de actuar de mediador entre aquéllas y éstas, adoptando un papel "crítico" frente a las maneras de pensar ingenuas o no "científicas" presentes entre los alumnos y alumnas y frecuentemente también en sus ambientes socioculturales de origen (Boero, 1995).

• En el caso de ciertos campos de experiencia internos a la matemática, el enseñante debe ser un "testimonio de la cultura matemática" ofreciendo poco a poco

**"El contrato didáctico debe dejar claro que el enseñante está dispuesto a tomar como punto de partida de la evolución del sistema didáctico las propias actividades de los alumnos y que será sobre sus producciones personales y colectivas como intentará hacer progresar el saber de todos"**

a los alumnos y alumnas elementos de confrontación con sus propias producciones matemáticas y con los instrumentos de representación de tales producciones con el fin de hacerlas evolucionar y converger hacia la cultura matemática oficial.

• Otro aspecto importante relacionado con el papel del enseñante a lo largo de toda esta fase del trabajo es la necesidad de que éste desarrolle una nueva cultura de la observación. Con esta expresión queremos indicar una capacidad del enseñante que poco a poco va madurando con la experiencia y no una cualidad que tiene o no. Poco a poco, a través del trabajo con los otros enseñantes, de la observación en común del proceso de aprendizaje de los alumnos y alumnas, de la confrontación de ideas sobre los materiales producidos por ellos, el enseñante adquiere la capacidad de observar y de captar las potencialidades de todos los alumnos y alumnas, incluso, y de manera especial, de aquéllos que tienen más problemas de aprendizaje.

B) En cuanto a la segunda fase del trabajo, el trabajo desarrollado en los campos de experiencia (Boero, 1989) da como resultado la construcción de conceptos y procedimientos que, en la mayoría de las ocasiones, se quedan en un nivel operativo implícito porque estos conceptos aparecen como instrumentos de conocimiento pertinentes para resolver la situación planteada. En este sentido, se corre el peligro de que las personas no sean capaces de reconocerlos, de transferirlos a otros campos o de relacionarlos con otros conceptos o significados.

Por lo tanto, es necesario diseñar actividades encaminadas a hacer posible que las personas expliciten y reconozcan los instrumentos de conocimiento creados o utilizados. Finalmente, hará falta entrar en actividades de comunicación y validación que hagan posible la distribución del saber entre todas las personas antes de llegar a un fase de institucionalización en la que los instrumentos de conocimiento creados reciban el estatuto de objeto matemático: ésta es la condición de homogeneización de la clase, para que cada uno de los alumnos y alumnas tenga la posibilidad de acotar su saber y por lo tanto de asegurar su progresión.

Estas últimas etapas son absolutamente necesarias para que los contenidos



aprendidos puedan vincularse con las definiciones y los formalismos de los manuales, es decir, con el conocimiento socialmente constituido y reconocido. Si esta vinculación no se da, puede hipotecarse la posibilidad de que, en el futuro, el saber de las personas pueda desarrollarse de forma teórica, quedando sólo de forma embrionaria y personal, y privado del adecuado sistema de representación que facilite su comunicación y uso.

### *3.3. La interacción social en el aula*

El marco teórico que hemos ido dibujando y el tipo de trabajo que intentamos hacer nos llevan inevitablemente a poner la atención en la interacción social que tiene lugar en el aula, un tema que es en la actualidad centro de atención en el ámbito de la investigación didáctica, en particular, en lo que respecta a las interacciones verbales que tienen lugar entre el enseñante y los alumnos y alumnas o bien entre éstos cuando trabajan por parejas, en pequeño grupo o en gran grupo.

Las interacciones verbales no son las únicas interacciones sociales que se dan en el interior del aula, pero es evidente que son el tipo de interacción más importante. Las interacciones verbales en la enseñanza tradicional están reguladas por reglas sociales muy estrictas que son seguidas por los participantes sin que se den cuenta (Edwards y Mercer, 1987). Estas reglas son a menudo distintas de las que rigen en la conversación cotidiana, pero son aceptadas de manera implícita. En las aulas donde se lleva a cabo una enseñanza tradicional de la matemática, es posible identificar ciertas reglas que tienen que ver más con ciertas convenciones sociales que con la matemática y que acaban teniendo efectos sobre la percepción por parte de los alumnos y de las alumnas del estatuto que tienen las matemáticas escolares.

Según algunos de estos estudios, una de las reglas del juego (o del contrato didáctico) que tradicionalmente se establece dentro del aula la podemos sintetizar de la manera siguiente:

- Sólo el enseñante hace preguntas.
- El enseñante conoce todas las respuestas.
- Repetir una pregunta significa que la respuesta es incorrecta.



© MANFRED MAIER

**“Cabe destacar entre las posibles interacciones verbales que deben ser objeto de atención por parte del enseñante las discusiones sobre contenidos matemáticos. La discusión comporta procesos lingüísticos y socio-cognitivos particularmente relevantes para la adquisición de nuevas estrategias y de conocimientos más complejos”**

¿Cómo cambiar estas reglas? La dificultad estriba en el hecho de que son reglas implícitas que se manifiestan en forma de comportamientos. Los enseñantes que acepten este análisis y se reconozcan en él habrán de iniciar la difícil tarea de aprender una nueva forma de comportarse en las clases. Las formas de cambiar estas reglas pueden ser diversas, pero siempre implicarán o bien diseñar nuevas acciones didácticas o bien interpretar desde un nuevo punto de vista las que ya se llevan a cabo. Por ejemplo, podremos introducir la discusión dirigida por el enseñante en ciertos momentos del trabajo, podremos organizar actividades dentro y fuera del aula para crear un sustrato de experiencias comunes a todas las personas, podremos organizar el estudio en pequeños grupos, podremos poner a crítica las producciones de los propios alumnos y alumnas, etc...

De todos modos, el enseñante no puede limitarse a animar a los alumnos y alumnas a explicarse, a exponer sus ideas, a valorarlas y a devolverlas al conjunto de la clase; también hace falta que esté presente *antes, durante y después* de la acción didáctica. Antes, para planificar y preparar el escenario, sobre la base de un atento análisis del saber en juego; durante, para proporcionar estímulos a la acción, crear y subrayar situaciones conflictivas, sugerir explícitamente el recurso a instrumentos culturales que no pueden ser construidos por parte de los alumnos y alumnas sobre la única base de su propia experiencia; después, para dar forma al saber construido e introducir en la memoria de la clase los nuevos instrumentos matemáticos de manera estable.

Cabe destacar entre las posibles interacciones verbales que deben ser objeto de atención por parte del enseñante las discusiones sobre contenidos matemáticos. La discusión comporta procesos lingüísticos y socio-cognitivos particularmente relevantes para la adquisición de nuevas estrategias y de conocimientos más complejos. Por otra parte, la importancia de la discusión vienen avalada por las aportaciones de Vygotsky, para el cual las funciones mentales superiores se desarrollan primero a un nivel interpersonal (como el que puede suponer la discusión colectiva) antes de pasar a un nivel intrapersonal.

*"El enseñante debe ser un "testimonio de la cultura matemática" ofreciendo poco a poco a los alumnos y alumnas elementos de confrontación con sus propias producciones matemáticas y con los instrumentos de representación de tales producciones"*

### **3.4. La unidad "Genética"**

En la otra unidad "Genética" (7) se explota el campo de experiencia de las "leyes de la herencia" para construir algunos contenidos de matemáticas como instrumentos que nos permiten disponer de un modelo interpretativo de las citadas leyes; en particular, la noción de azar, con sus características específicas, y el concepto de probabilidad y de su medida.

El análisis histórico permite darse cuenta de que es precisamente con las leyes de Mendel como el concepto de azar y de probabilidad permite construir por primera vez un modelo matemático adecuado para interpretar un fenómeno biológico. Esta recontextualización histórica, una vez en el aula, permite:

- construir contenidos matemáticos;

- profundizar en la noción de modelo (ya que los alumnos y alumnas, como Mendel, deben entrar en el "juego" de la elaboración de hipótesis interpretativas para explicar "cómo puede ser" la realidad microscópica a partir de los datos macroscópicos);

- profundizar en la noción de simulación (cuando, una vez elaboradas las hipótesis pertinentes, se sustituye la experimentación en el contexto del fenómeno estudiado por una experimentación en otro contexto como puede ser el del lanzamiento de monedas);

La unidad está pensada para favorecer los intercambios verbales (escritos y orales) entre:

- \* los alumnos y alumnas, que tienen ya sobre el tema sus propias ideas y concepciones (a partir de su experiencia fuera del instituto: películas, conversaciones con familiares...), y el enseñante, que también tiene sus concepciones (más o menos ajustadas) pero que en cualquier caso tiene la responsabilidad de ser en el "representante de un saber" en el interior del aula;

- entre los alumnos y alumnas y el propio Mendel, a través de fragmentos de sus textos originales (escogidos adecuadamente por el enseñante), adelantándose a aquello que Mendel escribió, o bien contrastándolo con aquello que realmente escribió, etc.;

- entre los mismos alumnos y alumnas, cuando el enseñante devuelve a la clase los textos elabora-

dos por ellos y propone su confrontación y discusión;

- entre todas las personas de la clase (alumnado y enseñante), cuando se plantean situaciones de formulación y explicitación de las ideas o cuando se plantean situaciones de institucionalización del conocimiento.

Por último subrayaremos que ésta es una unidad que permite comprender una idea que ya hemos expresado antes: el imperativo de responder a las necesidades individuales profundas que tiene los alumnos y alumnas de "remontarse a los orígenes", de identificarse con sus orígenes familiares.

### **4. Conclusiones**

El hecho que nuestra propuesta para la enseñanza de las matemáticas y de las ciencias implique que un solo profesor o profesora imparta las diversas unidades didácticas elaboradas ha supuesto la necesidad de formarnos en temas que no eran de nuestra especialidad. Trabajar en una propuesta como la citada plantea una cierta dialéctica entre la necesidad de especialización y una formación más global del profesorado de enseñanza secundaria. En este sentido, puede haber una cierta contradicción entre algunos objetivos (y algunas indicaciones que se dan en el *Diseño Curricular*) que se pretende que los alumnos y alumnas alcancen, de carácter más bien globalizador, y nuestra propia formación que, como licenciados, es muy especializada.

Uno de los aspectos importantes de la propuesta es que parte de preguntarse cuáles son los temas, las situaciones y los intereses de los alumnos que hay que trabajar y desarrollar dentro de la Educación Secundaria Obligatoria. Creemos que la experiencia nos ha confirmado que una manera de afrontar estas cuestiones es a través de la reflexión como adultos de los propios enseñantes. Este planteamiento, además, es la clave de la implicación personal que comporta la propuesta, el desarrollo de la cual revaloriza el papel del enseñante, haciéndolo ir más allá de un simple ejecutor de un plan de estudios. Y también la clave del porqué permite iniciar una discusión entre enseñantes de distintas áreas más allá de la simple polémica sobre la importancia de cada una de ellas y de su traducción en el número de horas semanales necesarias para impartirlas.

El análisis de estos últimos cursos, durante los cuales hemos llevado a término la enseñanza de las matemáticas y las ciencias a partir de la propuesta citada, nos permite afirmar que se cubren los objetivos de las dos áreas, a pesar de que todavía hará falta hacer algunas sucesivas revisiones en función de la visión global de los cuatro cursos de la Educación Secundaria Obligatoria que la expe-

riencia vaya aportando. A pesar de esta afirmación, poco a poco se nos ha hecho más evidente la necesidad de poder evaluar la propuesta como tal, teniendo en cuenta que pretende cubrir unos objetivos de carácter muy general relativos a la formación científica y cultural que sólo es posible evaluar en períodos largos. ¿Cómo es posible evaluar aprendizajes a largo término? ¿Cómo es posible evaluar si la formación científica y cultural que pretende dar el instituto comporta un cambio de actitudes, de hábitos o de manera de ver y de vivir? Son estas, todavía, algunas cuestiones abiertas. En este sentido, nuestra propuesta es sólo una hipótesis de trabajo.

## Notas

(1) Los institutos son el IES "Sabadell" (C/ Juvenal 1, 08206 Sabadell), el IES "Vallès", el IES "Sant Quirze" y el IES "Santa Perpetua".

(2) Esta Propuesta, con el nombre de "Matemàtiques i Realitat", fue presentada y seleccionada en el Concurso de Materiales Curriculares convocado por el MEC (Madrid, 1990). El material presentado incluye nueve unidades didácticas, algunas con las guías para el profesorado, que cubren el primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria. Las unidades citadas tienen por título: *Mesurar per conèixer, La temperatura i la seva mesura, Sol i Terra, Càcul en la història, Nutrició i alimentació, Habitatges i terrenys, Casa i territori, Genètica y Geometría en la història*.

(3) En estos momentos, en todos los cursos de la Educación Secundaria Obligatoria, un solo enseñante se hace cargo de las dos áreas, las Matemáticas y las Ciencias Experimentales. En el primer ciclo, las dos áreas se imparten en clase a partir de las unidades citadas e incluyen contenidos de ambas.

(4) Esta Propuesta debe mucho al trabajo desarrollado con el Grupo Zero de Barcelona, en lo que se refiere a las matemáticas, y al trabajo en colaboración con el *Gruppo di Ricerca sulla Didattica della Matematica e la Formazione Scientifica nella Scuola dell'Obbligo*, de la Universidad de Génova y coordinado por Paolo Boero. Este *Gruppo* trabaja desde el año 1975 en una propuesta para la Scuola Media (11-13).

(5) Es una unidad didáctica que se trabaja en primer curso de la Educación Secundaria Obligatoria. Forma parte del Proyecto "Matemàtiques i Realitat". Está escrita su guía para el profesorado. Es una adaptación de la unidad "Sole e Terra" del Gruppo di Ricerca de Génova.

(6) Es una unidad didáctica que se trabaja en segundo curso de Educación Secundaria Obligatoria. Forma parte del Proyecto "Matemàtiques i Realitat". Está escrita su guía para el profesorado.

(7) Es una unidad didáctica que se trabaja en segundo curso de Educación Secundaria Obligatoria. Forma parte del Proyecto "Matemàtiques i Realitat". Es una adaptación de la unidad "Genética" del Gruppo di Ricerca de Génova.

## Referencias bibliográficas

AZCÁRATE, C. (1994): "El contracte didàctic". En *Crònica d'Ensenyament*, nº 70. Barcelona, Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya.

BARTOLINI BUSSI M. (1992): "Social interaction and mathematical knowledge". *Proceedings PME 1992*.

BISHOP, A. J. (1988): *Mathematical Enculturation*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

BOERO, P. (1989): "Mathematical Literacy for All: Experiences and Problems". *Proceedings PME-XIII*, Paris.

BOERO, P. (1995): "Alcuni aspetti del rapporto tra matematica e cultura nell'insengamento-apprendimento della matematica nella scuola dell'obbligo". *Proceedings PME 1995*. En prensa.

BONILLA, E. (1987): "La dimensión de la cultura en la investigación en matemáticas educativas". *Memorias de la primera reunión centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa*. México.

BROUSSEAU, G. (1986): "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 7 nº 2 pp 33-115. Grenoble. La Pensée Sauvage.

CARREHER, T. N. y otros (1985): "Mathematics in the street and the schools". *British Journal of Developmental Psychology*, 3, 21-29.

CHEVALLARD, Y. y JOSHUA M. A. (1991): *La transposition didactique*. Grenoble. La Pensée Sauvage.

DOUADY, R (1986): "Jeux de cadre et dialectique outil-object". *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, vol 7 nº 2 pp. 5-31, La Pensée Sauvage. Grenoble.

EDWARDS, D. y MERCER, N. (1987): *El conocimiento compartido*. Madrid. Paidós/MEC.

GIORDAN, A., de VECCHI, G. (1988): *Los orígenes del saber*. Sevilla. Diada Editores.

GÓMEZ-GRANELL, C (1991): "Cognición, contexto y enseñanza de las matemáticas". En *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 1991, 11-12, 11-26.

GRUPPO DI RICERCA DA GENOVA (1992): *Bambini, Maestri e Realtà*. Università Genova.

GUZMÁN, M. de (1992): "Tendències innovadores en educació matemàtica". *Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques*. Barcelona.

LLADÓ, C. (1995): "Une éducation mathématique enracinée dans l'histoire de la culture qui réponde aux besoins des enfants pour les insérer dans la société actuelle: L'équilibre nécessaire". *Proceedings CIEAEM 47*, Berlín. En prensa.

MARGOLINAS, C. (1989): *Le point de vue de la validation: essay de synthèse ed d'analyse en didactique des mathématiques*. Thése de doctorat, Université de Grenoble 1.

STERNBERG, R. J. (1990): *Metaphors of mind*. Cambridge. Cambridge University Press.

TREFFERS, A. y GOFFREE, F. (1985): "Rational Analysis of Realistic Mathematics Education: The WISKOBAS Program". *Proceedings PME IX*.

VILLANI, V. y SPOTORNO, B. (1976): *Mondo reale e modelli matematici*. Firenze. La Nuova Italia.

(\*) Carles Lladó es profesor de Matemáticas en el Instituto de Educación Secundaria "Sabadell" (Teléfono de contacto: 93-725 04 67).

PEDRO MORENO