Asymptotic City (make function not value Asymptotic City come alive)

たけのこ赤軍

2018/9/23

多重 Hurwitz ゼータ関数と多重ガンマ関数は Barnes によって以下のように導入された:

$$\begin{aligned}\zeta_r(s,w;\boldsymbol{\omega}) &= \sum_{\mathbf{n}\geq\mathbf{0}}(\mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\omega}+w)^{-s}\\ \Gamma_r(w;\boldsymbol{\omega}) &= \exp\left(\frac{\partial}{\partial s}\zeta_r(s,w;\boldsymbol{\omega})\bigg|_{s=0}\right)\end{aligned}$$

ただし $\mathbf{0}=(0,\cdots,0)$, $\mathbf{n}=(n_1,\cdots,n_r)$, $n_i\in\mathbb{Z}_{\geq 0}$ であり, $\mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\omega}=n_1\omega_1+\cdots+n_r\omega_r$. これに対し, 片山と大槻は新谷の結果を一般化する形で Stirling の公式の類似

$$\begin{aligned}\log\Gamma_r(w+a,\boldsymbol{\omega}) = \sum_{n=0}^{r}\frac{(-1)^n{}_rS_1^{(r-n+1)}(a;\boldsymbol{\omega})(-w)^{r-n}}{(r-n)!}(H_{r-n}-\log w)\\ -\frac{(-1)^r{}_rS_2(a;\boldsymbol{\omega})}{2w}+O(w^{-2})\end{aligned}$$

を示した. 本講演では (おそらく) これまで指摘されなかった Kinkelin の多重ガンマ関数 (と補正を加えた関数)

$$\begin{aligned}\Gamma_{r,k}(w;\boldsymbol{\omega}) &= \exp\left(\frac{\partial}{\partial s}\zeta_r(s,w;\boldsymbol{\omega})\bigg|_{s=-k}\right)\\ P_r(k,w;\boldsymbol{\omega}) &= \frac{(-1)^k}{k!}\log\Gamma_{r,k}(w;\boldsymbol{\omega})+H_ka_{r,k}(w;\boldsymbol{\omega})\end{aligned}$$

に対してもこれを一般化する.