

1 Приведение уравнения поверхности второго рода к каноническому виду

Исходное уравнение поверхности второго рода:

$$11x^2 - 2xy - 2xz + 2yz + 9z^2 - 4x + y + z = 0$$

Матричный вид уравнения:

$$A = \begin{pmatrix} 11 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

И вектор линейных коэффициентов:

$$a = (-2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

Составим характеристический многочлен:

$$\det(A - l * E) = -l^3 + 20l^2 - 96l - 18$$

Корни характеристического уравнения:

$$l_0 = 8.6175263, l_1 = -0.18064049, l_2 = 11.563114$$

Получим собственные векторы:

$$\lambda_0 = 8.6175263, s_0 = (0.44668213, 0.064208434, 1.0000000)$$

$$\lambda_1 = -0.18064049, s_1 = (-0.80354863, -9.9841884, 1.0000000)$$

$$\lambda_2 = 11.563114, s_2 = (-2.2794970, 0.28361711, 1.0000000)$$

Матрица перехода:

$$S = \begin{pmatrix} 0.44668213 & 0.064208434 & 1.0000000 \\ -0.80354863 & -9.9841884 & 1.0000000 \\ -2.2794970 & 0.28361711 & 1.0000000 \end{pmatrix}$$

нормированная матрица перехода:

$$S^* = \begin{pmatrix} 0.40714480 & 0.058525131 & 0.91148665 \\ -0.079825890 & -0.99184629 & 0.099341704 \\ -0.90986864 & 0.11320669 & 0.39915324 \end{pmatrix}$$

Составим диагональную матрицу для матрицы A

$$Diag = \begin{pmatrix} 8.6175263 & 0.00000000 & 0.00000000 \\ 0.00000000 & -0.18064049 & 0.00000000 \\ 0.00000000 & 0.00000000 & 11.563114 \end{pmatrix}$$

$$Sn^T * Diag * Sn = \begin{pmatrix} 11.000000 & -1.0000000 & -1.0000000 \\ -1.0000000 & -6.5192580 \times 10^{-9} & 1.0000000 \\ -1.0000000 & 1.0000000 & 9.0000000 \end{pmatrix}$$

Видим, что эта матрица соответствует изначальной, значит все вычисления были верными

Новый вектор линейных коэффициентов:

$$(-1.3091369, -0.55637006, -1.5737258)$$

После приведения к каноническому виду получим:

$$8.6175263x^2 - 0.18064049y^2 + 11.563114z^2 - 1.3091369x - 0.55637006y - 1.5737258z = 0$$

После замены переменных получим:

$$8.6175263(x - 0.0057695891)^2 - 0.18064049(y + 2.3715775)^2 + 11.563114(z - 0.0046307201)^2 + 0.32513779 = 0$$

Сравним графики исходного уравнения поверхности второго рода и канонического уравнения после замены переменных.

График функции $11x^2 - 2xy - 2xz + 2yz + 9z^2 - 4x + y + z = 0$

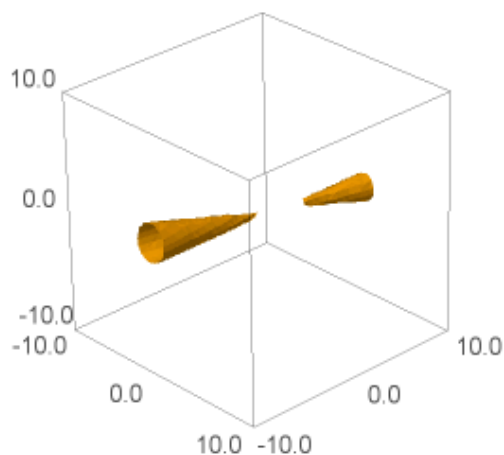


График функции $8.6175263(x - 0.0057695891)^2 - 0.18064049(y + 2.3715775)^2 + 11.563114(z - 0.0046307201)^2 + 0.32513779 = 0$

