

# Формирование узкополосного луча MVDR. Метод step.

Яцкин Данил

31 июля 2017 г.

## 1 Введение. Входные и выходные данные

Для начала необходимо разобраться, что же такое MVDR. Сама аббревиатура расшифровывается как *minimum variance distortionless response* (неискаженный отклик с наименьшей дисперсией). Соответственно, в рамках MVDR рассматриваются методы и алгоритмы обработки информации (сигнала), способствующие удовлетворению заявленных выше требований. Ключевым (и единственным) методом класса MVDR является метод step.

Рассмотрим возможные входные и выходные параметры для этого метода.

### Входные параметры

$H$	объект
$X$	входной сигнал
$XT$	шаблоны для настройки
$\theta$	угол (направление)

$H$  и  $X$  являются обязательными для задания параметрами,  $XT$  и  $\theta$ .

$X$  в общем случае представляется в виде матрицы, число строк в которой равно числу подрешеток антенной решетки (при наличии таковых). Число столбцов, соответственно, равно числу элементов в этих подрешетках. Если решетка не разбита на подрешетки, то  $X$  представляет из себя строку.

$XT$  представляется в аналогичном  $X$  виде (см. выше).

$\theta, , .$

### Выходные параметры

$Y$	преобразованный сигнал
$W$	формирующие веса

И  $Y$ , и  $W$  представляются в виде матриц, число строк в которых равно числу подрешеток (при наличии таковых), а число столбцов - числу направлений формирования луча.

## 2 Математические основы алгоритма (метода)

Алгоритм MVDR способен качественно подавлять помехи, но, как правило, требуется высокое значение соотношения "сигнал-шум". При этом реализация алгоритма существенным образом зависит от векторов управляющих воздействий и, в том числе, от угла падения принимаемого сигнала по отношению к элементу антенны.

Соответственно, результирующий массив  $Y$  выражается через исходный ( $X$ ) формулой

$$Y = W^H X, \quad (1)$$

где  $W^H$  – эрмитово-сопряженная матрица для  $W$ .

При известном направлении полезного сигнала следует минимизировать выходную мощность. Мощность выражается следующим образом:

$$P = \{E|Y|^2\} = E\{W^H X X^H W\} = W^H E\{X X^H\} W = W^H R,$$

где  $R$  – ковариационная матрица для  $X$ .

Соответственно, оптимальные веса выбираются именно для минимизации выходной мощности при сохранении единичного усиления в соответствующем направлении  $a(\theta)$ , что является вектором управления для рассматриваемого сигнала.

Адаптивный алгоритм MVDR можно записать следующим образом:

$$\min_W \{W^H R W\} \quad \text{при условии } W^H a(\theta) = 1 \quad (2)$$

Управляющий вектор  $a(\theta)$  задается следующим образом:

$$a(\theta) = \begin{pmatrix} 1 \\ \exp(j \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_i) \\ \exp(j(m-1) \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_i) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$m$  – число элементов.

Оптимизация весовых коэффициентов может быть записана формулой:

$$W = \frac{R^{-1} a(\theta)}{a^H(\theta) R^{-1} a(\theta)} \quad (4)$$