牛客竞赛
AC.NOWCODER.COM

牛客竞赛

2024牛客寒假算法基础集训营1 题解

出题人：fried-chicken

写在前面

- 出题人难度估计：
  - 大一纯萌新，刚学完课内C，觉得好玩就报了这个营，也没参加acm组织，几乎不懂acm 。约1~5题
  - 大一萌新，但参加了学校的acm俱乐部，还参加了学校组织的acm寒假集训，学了些简单的acm基础，如思维、贪心、dp、STL使用等 。约3~7题
  - 大二学了一年、第二次参赛 or 大一但高中有基础。 约7~11题
  - 不管什么年级但总之是高手（？）。约11~13题

- 心态调整
  - 要补题要补题要补题！
  - 虽然形式是比赛，但你的新收获反而是用“补完题之后题数 – 赛时过题数”定义的，而不是赛时过题数，甚至赛时过题越少，说明新收获越多

AC.NOWCODER.COM

题目难度预估

Easy	Mid-easy	Mid	Mid-hard	Hard	?
AM	BCEG	DF	HK	J	IL

- 血签是AM，其实有点担心血签和mid-easy难度差太多了，实际确实也有些gap，但看上去gap没那么大；
- D确实是黑马，因为D乱搞其实都对，所以本来没想到会这么难；
- IL难度比较有趣，真实难度可能差不多，但因为都是榜单会影响难度的题，所以实际难度得看那个题先被做出来。实际发生的事情好像也是，L碰巧榜单上先被做出来，于是做L的人就更多了。

- 题解顺序：AMEBCGLIFHKDJ

A DFS搜索

牛客竞赛 AC.NOWCODER.COM

- 笑点解析：DFS搜索其实是深度优先搜索，在这里被fried-chicken解释成了寻找DFS和dfs子序列，令人忍俊不禁；

- 以dfs子序列为例
- 解法一：
- 设置变量p表示dfs目前已经匹配到了第几个字母，遇到下一个字母就让p++，检查p是不是3，复杂度$O(nT)$；
- 解法二：
- 枚举三个位置i,j,k，判断s[i],s[j],s[k]是否分别对应dfs，复杂度$O(n^3T)$；

- 没错，数据范围 n 这么小是为了连解法二都放过去，出题人太善良

M 牛客老粉才知道的秘密

牛客竞赛
AC.NOWCODER.COM

- 不知道题解咋写了
- 不如直接看AC代码👉

```
if (n % 6 == 0) {
    std::cout << n / 6 << "\n";
} else {
    std::cout << n / 6 * 2 << "\n";
}
```

- 首先可以注意到，n只用考虑是或不是6的倍数两种情况
- 然后手画一下两种情况，就能发现其实答案就是上面两个式子

E 本题主要考察了贪心

- 本题题目的一个目的是误导选手写贪心，其实贪心是错误的，考虑以下样例：
- 鸡A目前3分、鸡B目前2分、鸡C目前2分，B和C还要进行两场比赛，发现这种情况A一定不会是第一名；
- 验题时大家都表示这骗不到人，但看结果确实还是能骗到小白的，嘿嘿

- 事实上本题正确做法是dfs，因为每组用例的比赛局数 m 很小，所以直接用dfs枚举每一局的结果就可以做到$O(3^m T)$的复杂度，可以通过本题
- 其实也顺便教了下萌新要学会看数据范围做题，当看到数据范围是dfs可过、这个dfs又不难写的时候，就别想别的了，直接dfs启动

B 关鸡

- 这题解也不知道咋写，总之就是怎么都能做，但也都不太好做

- 首先答案一定是0、1、2、3之一，这个应该好看出来，最大为3是因为可以直接把鸡周围3格给围住
- 然后就是，选一个方法来判断了
  - 比如，可以用set<pair<int,int>>或map来真的存下所有位置，然后暴力的遍历所有位置和周围距离为1的位置；
  - 或者也可以把所有点按横坐标排序，然后遍历；
  - 等等做法都是可以的
- 最后，涉及到(2,0)的情况比较特殊，也许需要特判

- 样例从最开始4个加到了8个，每个样例都是某个验题人wa过的，所以很善良，基本大多数人还是能过样例==AC的

C 按闹分配

- 首先要注意到，打断一个人和插到他前面两种情况的S_c一样：
  - 比如三个人4 5 6，鸡是7，现在插第二个人的队，那么计算可以发现
  - 4 7 5 6 和 4 2 7 3 6的情况（下划线表示5的那个人）S_c一样

- 然后就是，算下插到某人前面会让不满意度增大多少；
- 发现就是让之后的每个人完成任务时间都推迟t_c；
- 所以总不满意度增加就是 $t_c *$ 排在鸡后面的人数

- 现在是给定了最大不满意度M，所以我们可以求出排在鸡后面的人数最多是$[\frac{M}{t_c}]$，之中方括号表示下取整；
- 然后再看排在鸡前面的人的时间加起来是多少就行了，这个可以用前缀和快速查询；

G why买外卖

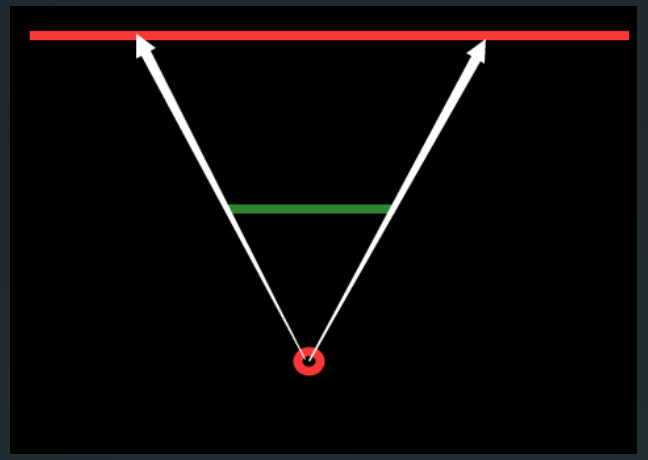
- 首先我们将输入的所有满减券按照a_i由小到大排序;
- 这样的好处是，任意一个方案用到的满减券都一定是数组的一个前缀；（比如我买了100元的，那排序后数组满足$a_i \le 100$的前缀就是可以用的满减券）

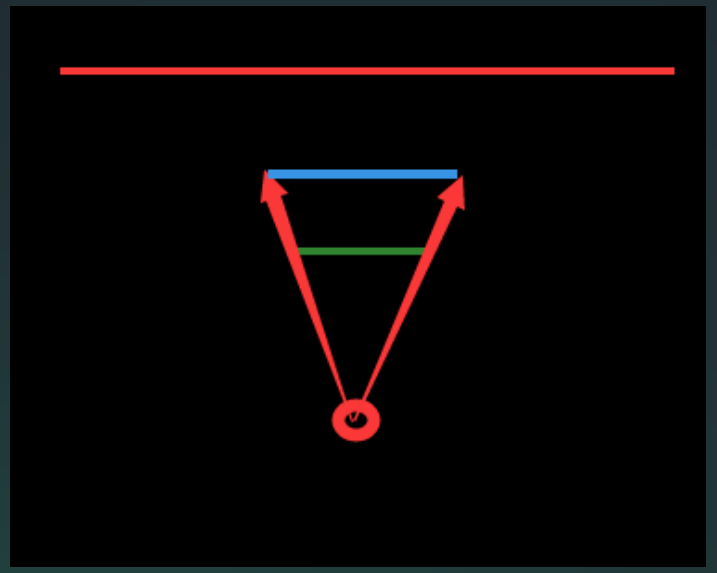
- 接下来我们假设想用前 i 张满减券，那就要求商品原价是a_i，减去满减优惠$\Sigma_{j\le i} b_j$，实际要支付$a_i - \Sigma_{j\le i} b_j$元;
- 因此，若 $a_i - \Sigma_{j\le i} b_j \le m$ 则可以使用这张券，此时令 $ans = \max(ans, m + \Sigma_{j\le i} b_j)$ 即可;（含义为，您购买商品的最大原价等于手里的钱+最多能获得的满减优惠）

L 要有光

- 省流：答案即为$3cw$

- 证明：
- 当光源高度低于$2h$时，可以发现在俯视图中，绿墙对应的线段总是阴影三角形的中位线，如右图所示，此时阴影部分即图中等腰矩形面积计算可得$3cw$；
- 当光源高度高于$2h$时，俯视图如右图所示，此时阴影没有打到墙上，阴影部分是图中蓝色和绿色所组成的等腰梯形，由于蓝色线段小于2*绿色线段长，所以此时等腰梯形面积一定小于$3cw$；
- 因此，总把光源贴地放做到$3cw$就是最优的





I It's bertrand paradox. Again!

牛客竞赛 AC.NOWCODER.COM

- 其实做法很简单，核心思路就是
  - 1、找到两种方法会使得哪个统计量有显著区别，尝试区分这个统计量的均值；
  - 2、如果这个统计量不好直接求，您可以本地真的实现一下两种生成方式，然后生成大量数据，真的随机出这个统计量的真实值；
  - 3、比如求出法1该统计量均值m1、法2该统计量均值m2，那对于输入数据，直接看输入数据的该统计量m和m1与m2谁更近就行了。
- 统计量选法也非常多，基本都可以过；

```
int n,x,y,r;
double E=100000*(19881.0/39601); // bit-noob
int main(){
        cin>>n;
        int sum=0;
        rep(i,1,n){
                scanf("%d%d%d",&x,&y,&r);
                if(-70<=x&&x<=70&&-70<=y&&y<=70){
                        sum++;
                }
        }
        if(abs(sum-E)>2000)     puts("buaa-noob");
        else    puts("bit-noob");
        return 0;
}
```

- std使用了一种比较巧妙的不需要真编程求统计量均值的方法：
- 考虑横纵坐标不超过70的区域，看有多少点落在这个区域；
- bit-noob的方法由于是生成坐标均匀的，应该有$\frac{141*141}{199*199}$概率落在该区域；而buaa-noob落在该区域的概率应该更大，因此比较实际落在该区域的点数与$\frac{141*141}{199*199}*10^5$的差是否超过一个阈值即可

F 鸡数题！

- 这题比较无聊，是这套题里唯一一道考了个具体知识点、不会就做不出来的题；

- 相关知识：第二类斯特林数
- 假设您已经学完了斯特林数，那本题的做法是：
  - 将n个bit每个bit看作一件物品
  - 将m个数字每个看作一个集合
  - 注意到这几乎就是第二类斯特林数S(n,m)的定义：n个有区别球放到m个无区别盒子，要求盒子非空
  - 还差在哪里呢？我们发现，本题的盒子（ai）并不是无区别的，但因为第二个条件要求了每个盒子里的数从小到大有序，所以对于S(n,m)中的每一种方案，对其按ai大小排序就得到了本题的一种方案，且可以证明这是一种一一映射（重点是证明没有多对一）

$$S(n,m)=\frac{1}{m!}\sum_{k=0}^{m}(-1)^k C(m,k)(m-k)^n$$

- 因此，本题答案就是斯特林数S(n,m)
- 百度一下第二类斯特林数的容斥求法，就可以在线性或带个快速幂的log的复杂度做出这题了

H 01背包，但是bit

- 提示：建议先考虑，每个物品的重量都只含1bit的情况，可以帮助您对这题要解决什么问题有个大致了解；

- 记所选物品重量或起来是c，枚举m里是1的某个bit，强制c里该位为0，则该位将m分成了前后两部分：
  - 对于前面的那部分位（更高位），要求所选的物品这些位必须是m的子集（即m对应位是1才能选）
  - 对于后面的那部分位（更低位），没有任何限制

- 因此，枚举m里每一位作为这个分界，每个物品就变成了要么能选要么不能选、彼此之间也不影响，所以把能选的都选上就好

K 牛镇公务员考试

- 也许需要的前置知识：基环内向树、排列的复合运算（置换环）

- 首先，每个 i 向 ai 连一条有向边，表示 ai 的答案被 i 限制住了；
- 这样得到的图是一个基环内向树森林，其形态特点可以百度学习下；

- 对于一个基环内向树，考虑怎么求答案：
  - 首先所有连到环的链可以直接无视，它们不影响答案，这是因为，这个链所连接的环上那个点确定答案后、链上每个点的答案可以由此反向传播依次得到（至于为何每个点答案唯一？这是因为该点走到环的路径上所有排列复合得到的仍是排列），因此，环上点确定方案、则链也随之确定唯一一种方案，所以可以忽略链；
  - 对于环，我们随机选个起点，暴力枚举这个点选ABCDE中哪个选项然后暴力模拟来check这个选项是否能让这个环满足条件即可；
- 因此，每个基环内向树的答案是0~5之间整数；
- 最后的答案是每个基环内向树答案的乘积；

BONUS：把图片里喵镇的原题做一做，很爽的

D 数组成鸡

- 各种看似奇怪的暴力做法都是对的，核心是要注意到：询问的M范围不大，所以数组稍微长一点儿，就很可能溢出10^9的范围，所以要考虑的方案其实很少；

- 出题人做法：
  - 最终数组，绝对值非1的最多30个；
  - $n > 30$：枚举哪个数变成1或-1，然后把此时数组乘积算出来，在枚举前先判断一下这个数变的话能不能保证变后绝对值非1的最多30个，所以真正要枚举的数不多；
  - $n \leq 30$，此时要么第一个数绝对值在$\sqrt{10^9}$内、要么第二个数绝对值在$\sqrt{10^9}$内，否则，前两个数乘积的绝对值一定大于1e9；因此我们$2 * \sqrt{10^9} * n$的暴力枚举就可以；

- 实际上，不需要像上面做法这么有道理，一些更混乱的枚举方法也都是其实对的
- 比如下一页这份验题人代码

D 数组成鸡

```
43  int main(void)
44  {
45      ios::sync_with_stdio(false);
46      cin.tie(0);cout.tie(0);
47      ll l,r,x;
48      int q,i;
49      cin>>n>>q;
50      for(i=1;i<=n;++i)
51          cin>>a[i];
52      sort(a+1,a+n+1);
53      s.emplace(0);
54      a[0]=INF1;
55      for(i=1;i<=n;++i)
56      {
57          if(a[i]==a[i-1])
58              continue;
59          for(l=-a[i]-1;check(l);--l);
60          for(r=-a[i]+1;check(r);++r);
61      }
62      while(q--)
63      {
64          cin>>x;
65          cout<<(s.count(x)?"Yes\n":"No\n");
66      }
67      return 0;
68  }
```

直接令ai变成0，从0开始枚举附近的数，直到check()返回false为止

check返回false的条件：数组乘积大于1e9

另一个强大做法：

Jiangly的做法直接考虑不同数，所以甚至不用 n>30 那一半儿了(不同数数字种类数超过20，咋搞都会溢出)

J 又鸟之亦心

- 笑点解析：标题是“鸡之恋”，故事主人公又是小又和小鸟，令人忍俊不禁；

- 最关键的性质：考虑第 i 个任务结束时，一定有一个人在 a_i 处；（听上去是废话）
- 这提示我们，只需要记录，另一个人可能的位置，可以用set<int>来存；

- 具体做法：
- 二分一个答案 mid，check的写法是遍历所有的任务，用一个set<int>存：此时，一个人在a_i处，另一个人可能的位置集合；
- 若某个时刻set为空，则check失败；否则，check成功；
- 注意向set里插入a_i的时机需要仔细考虑，一种正确的插法是：
  - 在a_{i+1}处判断若$|a_i - a_{i+1}| < mid$是否成立
  - 若成立，插入a_i

- jiangly代码写的就是这个思路，大家可以参考

锅：赛时时限开错，应该是2s，现在改回来了

J 又鸟之亦心

- Bonus：log做法（可能其实反而更简单）

- 仍然二分，我们考虑线性的check：
- 仍然用到第 i 轮在位置 a_i 的性质，最后结束时两人如果分别在a_j, a_n，则：
- a_j应该满足$|a_j - a_k| \le mid$，之中$j+1 \le k \le n$
- 其实，我们贪心的找最小的满足条件的 j 就是对的
- 也就是👉

- 看能不能重复上述过程到最左边 1 处即可

```
bool check(ll d,ll nn)
{

        while(nn>=2)
        {
//              cout<<d<<" "<<nn<<endl;
                ll mi,mx;
                mi=mx=a[nn];
                for(int i=nn-1;i>=0;i--)
                {
                        if(i==0) return false;
                        if(abs(mi-a[i])<=d && abs(mx-a[i])<=d)
                        {
                                nn=i;
                                break;
                        }
                        mx=max(mx,a[i]);
                        mi=min(mi,a[i]);
                }

        }
        return true;

}
```

牛客竞赛
AC.NOWCODER.COM

THANKS

AC.NOWCODER.COM