第一章: 信号与系统

1. 连续时间和离散时间信号

信号所包含的信息总是寄寓在某种变化形式的波形之中。

在数学上，信号可以表示为一个或者多个变量的函数。

- 连续时间信号：自变量是连续可变的，此信号在自变量的连续值上都有定义
- 离散时间信号仅仅定义在离散时刻点上自变量仅仅取在一离散值上

符号说明:

- 为了区分这两类信号，用 t 表示连续时间变量，用 n 表示离散时间变量
- 离散时间信号用圆括号()把自变量括在里面，离散时间信号则用方括号[]来表示
- 有时干脆称 x[n]为离散时间序列

能量：在$t_1 \leq t \leq t_2$内的总能量对于一个连续时间信号 x(t)定义为：

$$\int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

这里$|x|$记作 x(可能为复数)的模，平均功率用$t_2 - t_1$除就可以得到。

在$n_1 \leq n \leq n_2$内的离散时间信号 x[n]的总能量为：

$$\sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2$$

功率用$n_2 - n_1 + 1$来除就可以得到

同理，可定义信号在一个无穷区间内的功率和能量，为此可以区分三种重要的信号：

- 有限的总能量，$E_\infty < \infty$，这种信号的平均功率必须为 0
- 平均功率P_∞有限的信号
- P_∞和E_∞都不是有限的信号

自变量的变换

几种常见自变量变换举例：

- 时移
- 时间反转
- 时间尺度变换

周期信号：

$$x(t) = x(t+T)$$

使得式子成立的最小正值 T 称为$x(t)$的基波周期T_0

类似可定义离散时间信号的基波周期N_0

偶信号和奇信号：

偶信号：

$$x(-t) = x(t)$$

奇信号：

$$x(-t) = -x(t)$$

任何信号都可以分解为两个信号之和，其中之一为偶信号，另一个为奇信号：

$$s_1 = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]$$

$$s_2 = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)]$$

分别称为$x(t)$的偶部和奇部

1.3 连续时间复指数信号与正弦信号

连续时间复指数信号

$$x(t) = Ce^{at}$$

分为实

- 指数信号：C 与 a 都是实数
- 周期复指数和正弦信号：a 限制为纯虚数，特别是考虑下面的信号：

$$x(t) = e^{i\omega_0 t}$$

基波周期为：

$$T_0 = \frac{2\pi}{|\omega_0|}$$

正弦信号：

$$x(t) = Acos(\omega_0 t + \phi)$$

利用欧拉公式：

$$e^{i\omega_0 t} = \cos(\omega_0 t) + isin(\omega_0 t)$$

则：

$$Acos(\omega_0 t + \phi) = \frac{A}{2}e^{i\phi}e^{i\omega_0 t} + \frac{A}{2}e^{-i\phi}e^{-i\omega_0 t}$$

且：

$$Acos(\omega_0 t + \phi) = A\ Re(e^{i(\omega_0 t + \phi)})$$

同理：

$$Asin(\omega_0 t + \phi) = \ A\ Im\left(e^{i(\omega_0 t + \phi)}\right)$$

称ω_0为基波频率

谐波关系：周期复指数信号的集合，该集合内的全部信号都是周期的，且有一个公共周期T_0

一般复指数信号：

$$C = |C|e^{i\theta}$$

$$a = r + j\omega_0$$

$$Ce^{at} = |C|e^{rt}e^{i(\omega_0 t + \phi)}$$

1.3.2 离散时间复指数信号与正弦信号

一般定义为：

$$x[n] = Ca^{n}$$

1.4 单位冲激与单位跃迁序列

离散时间单位阶跃可用单位样本表示成：

$$u[n] = \sum_{k=\infty}^{0} \delta[\mathrm{n}-\mathrm{k}]$$