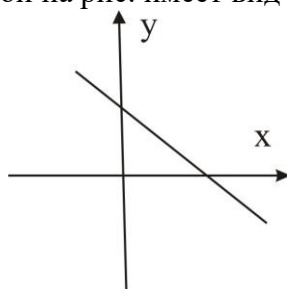


## Тест для подготовки. Линейная алгебра

### Часть I.

- I. 1. Известно уравнение прямой на плоскости  $2x - 3y + 6 = 0$ . Указать **принадлежит** ли точка  $A(-3;2)$  этой прямой, если известны её координаты:
- II. Даны матрицы  $A$ ,  $B$  и  $C$  размера  $2 \times 3$ ,  $3 \times 2$  и  $3 \times 3$  соответственно. Ответить, **верно** ли указан размер матриц после умножения:
2.  $[A \times B] = 3 \times 3$
  3.  $[C \times B] = 3 \times 2$
  4.  $[A \times C] = 2 \times 3$
  5.  $[B \times A \times C] = 3 \times 2$
- III. Выяснить, **образуют** ли векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  базис пространства  $R^3$ , если:
6.  $\vec{a} = (2, 4, -3)$   $\vec{b} = (-3, -1, 7)$   $\vec{c} = (-4, 2, 5)$
- IV. Исследовать и решить систему линейных уравнений:
- $$7. \begin{cases} 2x - 3y + 4z = 5 \\ -6x + 9y + 5z = 15 \\ 3x + 2y - 7z = 4 \end{cases} \quad 8. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 + 10x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7 \end{cases}$$
- V. Укажите **верные** утверждения для определителя:
9. Если к строке ненулевого определителя прибавить другую строку этого определителя, умноженную на два, то определитель увеличится в два раза.
  10. Если какой-либо столбец определителя равен нулю, то такой определитель равен нулю.
  11. Если все элементы столбца определителя умножить на три, то и определитель также умножится на три.
  12. Если матрицу определителя транспонировать, то получившийся определитель будет равен нулю.
- VI. Укажите случаи, когда матрица **имеет** обратную:
13. Квадратная матрица, определитель которой равен нулю.
  14. Диагональная матрица, у которой все диагональные элементы отличны от нуля.
  15. Квадратная матрица, ранг которой равен числу строк.
  16. Произвольная ненулевая матрица.
- VII. Прямая задана уравнением  $y = kx - 8$ . Верно утверждение:
17. при  $k = 1$  точки  $(200, 201)$  и  $(300, 301)$  лежат по разные стороны от прямой
  18. при любом значении  $k$  прямая содержит точки из первой четверти
  19. если  $k < -1$ , то прямая пересекает ось абсцисс в точке с координатой больше, чем «- 8»
  20. существует значение  $k$ , при котором прямая параллельна оси ординат
  21. при  $k = 2$  данная прямая перпендикулярна прямой  $x + 2y = 10$
- VII. Известно, что уравнение прямой на рис. имеет вид  $Ax + By + C = 0$ . Тогда:



30.  $AB > 0$

31.  $CB < 0$

32.  $AC > 0$

Задания на ГМТ (геометрическое место точек).

22. Написать уравнение ГМТ, удалённых от точки  $A(5, 2)$  на расстоянии 3.
- 22'. Написать уравнение ГМТ, равноудалённых от точек  $A(2, 5)$  и  $B(4, 7)$ .

23. Написать уравнение ГМТ, так что сумма расстояний от точек  $A(-3,0)$  и  $B(3,0)$  равно 10. Найти эксцентриситет получившегося эллипса.
24. Написать уравнение ГМТ, так что расстояния до точки  $A(3,0)$  и прямой  $l: x=-3$  постоянно и равно 3.
25. Написать уравнение ГМТ, так что разность расстояний от точек  $A(-13,0)$  и  $B(13,0)$  равно 24.
26. Записать уравнение прямой на плоскости, проходящей через точку  $C(2,4)$  перпендикулярной вектору  $\vec{a} = (2, 7)$ .
27. Записать уравнение прямой в пространстве в канонической форме, проходящей через точку  $C(2,5,4)$  параллельной вектору  $\vec{a} = (3, 2, 7)$ .
28. Записать уравнение плоскости в пространстве, проходящей через точку  $C(2,5,4)$  перпендикулярно вектору  $\vec{a} = (3, 2, 7)$ .
29. Записать уравнение плоскости в пространстве, проходящей через точку  $C(2,5,4)$  перпендикулярно прямой, заданной в канонической форме  $\frac{x-3}{4} = 2 - y = \frac{2z-5}{-3}$
30. Записать уравнение прямой в пространстве, проходящей через точку  $C(2,5,4)$  перпендикулярно плоскости  $-y+5z-6=0$ .
- VIII. При решении системы линейных уравнений с квадратной матрицей  $A$  коэффициентов при неизвестных можно применять формулы Крамера, если ...
31. ранг матрицы  $A$  равен числу столбцов
32. определитель матрицы  $A$  не равен нулю
33. матрица  $A$  имеет два пропорциональных столбца
34. ни одна из строк матрицы  $A$  не является линейной комбинацией остальных
- IX. Дана система  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Пусть ранг матрицы этой системы равен  $k$ , а ранг расширенной матрицы равен  $p$ . Правильными утверждениями являются ...
35. при  $n = m$  система может не иметь решений
36. если система не имеет решений, то  $k < n$
37. если система совместна, то  $n > m$
38. если система несовместна, то  $p = k + 1$

### Часть II.

За каждое правильно выполненное задание даётся **три балла**.

1. Известно уравнение прямой  $y = -x + 4$ . Указать прямую, **перпендикулярную** данной прямой:
- a).  $y = 2x - 4$       b).  $y = x + 3$       c).  $y = -4x - 1$       d).  $y = -x - 4$
2. Известно уравнение прямой  $y = -x + 4$ . Указать прямую, **параллельную** данной прямой:
- a).  $y = 2x - 4$       b).  $y = x + 3$       c).  $y = -4x - 1$       d).  $y = -x - 4$
3. Найти **результат** умножения матриц  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -13 & \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -14 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ :
- a).  $AB = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -13 & \end{pmatrix}$       b).  $AB = \begin{pmatrix} 51 \\ 23 \end{pmatrix}$       c).  $AB = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 7 & 14 \end{pmatrix}$       d).  $AB = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$
4. **Решить** матричное уравнение  $AX=B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 23 \\ 11 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 13 \\ 21 \end{pmatrix}$ :
- a).  $X = \begin{pmatrix} 19 \\ 35 \end{pmatrix}$       b).  $X = \begin{pmatrix} -25 \\ 8-3 \end{pmatrix}$       c).  $X = \begin{pmatrix} 22 \\ 11 \end{pmatrix}$       d).  $X = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -31 \end{pmatrix}$

5. **Найти число  $\lambda$** , при котором векторы  $\vec{a}=(2,-1,4)$  и  $\vec{b}=(-6,\lambda,-12)$  параллельны:  
 а).  $\lambda=4$       б).  $\lambda=3$       в).  $\lambda=-2$       г).  $\lambda=6$
6. **Найти число  $\lambda$** , при котором векторы  $\vec{a}=(4,6,-2)$  и  $\vec{b}=(-1,3,\lambda)$  будут перпендикулярны:  
 а).  $\lambda=5$       б).  $\lambda=-6$       в).  $\lambda=7$       г).  $\lambda=-5$
7. Вставьте пропущенные в утверждении слова: система линейных уравнений имеет решение ..., когда ранг расширенной матрицы ... рангу основной матрицы.  
 а) иногда, равен  
 б) тогда и только тогда равен.  
 в) всегда не равен  
 г) тогда и только тогда не равен
8. Закончите утверждение: если к системе векторов добавить нулевой вектор, то эта система будет ...  
 а) неколлинеарной  
 б) некомпланарной  
 в) линейно зависимой  
 г) линейно независимой
9. Закончите утверждение: всякие два вектора, лежащие на одной прямой  
 а) ортогональны  
 б) коллинеарны  
 в) линейно независимы  
 г) не компланарны

### Часть III.

- Даны три вершины параллелограмма ABCD: A(2,4,-5), B(-3,2,4), C(5,9,7). Найти координаты **четвёртой вершины** и записать в ответ сумму его координат.
- Найти **длину средней линии** трапеции ABCD: A(6,4), B(6,2), C(2,7), D(2,-3).
- Найти матрицу, обратную  $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$  и записать в ответ **сумму всех** её элементов.
- Решить систему: 
$$\begin{cases} 2x + 4y = 3 \\ 3x + 5y = 4 \\ 3x + 7y = 5 \end{cases}$$
 и записать в ответ **сумму**  $x + y$ .
- Найти  $\lambda$ , при котором векторы **линейно зависимы**:  
 $\vec{a} = (1,0,\lambda)$ ,  $\vec{b} = (0,2,-2)$ ,  $\vec{c} = (3,\lambda,-10)$
- Треугольник построен на векторах  $\overrightarrow{AB} = (1,-2,-1)$  и  $\overrightarrow{AC} = (2,1,-2)$ . Найти квадрат длины третьей стороны треугольника.
- Даны координаты противоположных вершин ромба ABCD: A(1;2) и C(5;3). Найти уравнение диагонали BD в виде  $y=kx+b$  и записать в ответ величину  $k$ .
- Найти значение  $a_{33}$ , когда матрица A не имеет обратную  $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$ .
- Найти элемент третьей строки второго столбца обратной матрицы  $A^{-1}$ , если  $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ .