А. В. Грачёв
В. А. Погожев
П. Ю. Боков

Физика

9

А. В. Грачёв
В. А. Погожев
П. Ю. Боков

Физика

9 класс

Учебник

Допущено
Министерством просвещения
Российской Федерации

9-е издание, стереотипное

Москва
«Просвещение»
2022

УДК 373.167.1:53+53(075.3)
ББК 22.3я721
Г78

Учебник допущен к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, в соответствии с Приказом Министерства просвещения Российской Федерации № 254 от 20.05.2020 (в редакции приказа № 766 от 23.12.2020).

Издание выходит в pdf-формате.

Грачёв, Александр Васильевич.

Г78 Физика : 9-й класс : учебник : издание в pdf-формате / А. В. Грачёв, В. А. Погожев, П. Ю. Боков. — 9-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2022. — 365, [3] с. : ил.

ISBN 978-5-09-101315-3 (электр. изд.). — Текст : электронный.
ISBN 978-5-09-092355-2 (печ. изд.).

Настоящее издание является завершением линии учебников для учащихся 7–9 классов общеобразовательных организаций (авт. А. В. Грачёв, В. А. Погожев и др.).

Учебник рассматривает разделы «Механические явления», «Электромагнитные явления», «Оптические явления» и «Квантовые явления». В учебник включены материалы для учащихся, интересующихся физикой, задания для внеклассной работы.

Учебник соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:53+53(075.3)
ББК 22.3я721

Условные обозначения

Это важно: основные положения в тексте параграфа

Комментарии: вспомогательные тексты, поясняющие отдельные положения параграфа; советы, как ими пользоваться; различные напоминания и т. п.

Справочные материалы: сведения из истории физики; интересная дополнительная информация, данные для решения задач и др.

Для дополнительного изучения: материалы, адресованные всем, кто интересуется физикой и стремится расширить свои знания

* *Задания повышенной сложности*

Задания для совместной работы

✔ *Задания по проектной работе*

ISBN 978-5-09-101315-3 (электр. изд.)
ISBN 978-5-09-092355-2 (печ. изд.)

© Грачёв А. В., Погожев В. А., Боков П. Ю., 2012
© Грачёв А. В., Погожев В. А., Боков П. Ю., 2019, с изменениями
© АО «Издательство «Просвещение», 2021
© Художественное оформление.
АО «Издательство «Просвещение», 2021
Все права защищены

Введение

Два года назад, в 7 классе, вы начали изучать физику — одну из основных наук о природе. Физика занимает важнейшее место среди естественных наук — биологии, химии, геологии, астрономии и др. Она изучает наиболее общие и универсальные закономерности, лежащие в основе всех явлений природы. *Объектами* изучения физики являются различные виды материи — вещество, тела, частицы, поля. Они составляют окружающий мир, поэтому их взаимодействия определяют химические, геологические и многие другие явления.

Вам уже известно, что для количественного описания всего многообразия физических объектов, явлений и процессов материального мира используют *физические величины*. Со многими из них вы познакомились при изучении механических, тепловых, электрических и магнитных явлений. В механике это, например, масса, время, сила, механическая работа и энергия и др., в термодинамике — температура, количество теплоты и т. п. Вы узнали также, что законы окружающего нас мира устанавливают, проводя эксперименты и исследуя взаимосвязи между физическими величинами.

Знание этих законов позволяет объяснить явления природы, выявить их причины, понять, как протекают различные процессы в природе. Для этого в науке используют не только *экспериментальные*, но и *теоретические методы* исследования.

Экспериментальные методы исследования связаны с измерением физических величин. Выполняя лабораторные работы на уроках физики, вы пользовались экспериментальным методом исследования физических явлений.

С теоретическим описанием вы познакомились, например, при выводе формулы для расчёта гидростатического давления.

Экспериментальный и теоретический методы исследования используют в физике совместно. Эксперименты, в частности, проводят, чтобы подтвердить выдвинутую гипотезу или проверить, применима ли к реальной ситуации используемая *модель* описания физического явления.

Со многими физическими моделями вы уже имели дело при изучении механики в 7 классе (такими моделями являлись точечное тело и твёрдое тело). В 8 классе при изучении тем «Строение вещества» и «Газовые законы» рассматривались модели молекулы вещества и идеального газа. Удачно построенные *физические модели* позволяют упростить описание сложных явлений природы, открыть *физические законы* и записать их на языке математики. В этом вы убедились, изучая виды движения и взаимодействия наиболее простых моделей — точечных тел. При этом, изучая механику, вы рассматривали только прямолинейное движение и взаимодействие тел, при котором силы были направлены вдоль одной прямой. При изучении электрических взаимодействий вы имели дело только с точечными зарядами, причём расположенными на одной прямой. Всё это позволило использовать доступные вам знания из математики для изучения окружающего мира, понимания основных физических законов.

Чтобы разобраться в более сложных явлениях, например изучить другие виды механического движения, больше узнать о тепловых и электромагнитных явлениях, о строении материи и т. п., необходима определённая подготовка, в том числе по математике. Знания, полученные на уроках алгебры, геометрии и физики в 7 и 8 классах, помогут вам справиться с этой задачей.

Основные физические законы и методы изучения природных явлений, с которыми вы познакомились, пригодятся вам в дальнейшем. Дело в том, что физические законы имеют замечательную особенность: они применимы к совершенно разным природным объектам и лежат в основе многих природных явлений. Таковы, например, закон сохранения механической энергии и законы термодинамики.

Дальнейшее изучение физики убедит вас в том, что уже полученные вами первоначальные знания по механике и другим разделам физики войдут частью в новые для вас знания. Так, самые простые виды движения и взаимодействия тел, изученные в 7 классе, лягут в основу более сложных форм движения, с которыми вам предстоит познакомиться. Поэтому при рассмотрении кинематики и динамики криволинейного движения вы встретите «своих старых знакомых» — законы прямолинейного движения, законы Ньютона, закон сохранения механической энергии и т. д. Таким образом, вы будете использовать уже известные вам формулировки многих определений и законов.

В этом учебном году вам предстоит знакомство и с новыми для вас явлениями, которые изучают в оптике и ядерной физике. Понять эти явления и получить новые знания о строении вещества вам поможет более глубокое изучение механических явлений. Поэтому изучение физики мы продолжим, вновь обратившись к механике.

Глава 1 Кинематика

Кинематика — раздел механики, в котором рассматриваются способы описания механического движения тел без выяснения причин изменения характера движения.

Напомним:

механическим движением называют изменение положения тела или его частей относительно других тел с течением времени.

Для описания механического движения необходимо научиться отвечать на два вопроса: «*Где*, в какой точке пространства, и *когда*, в какой момент времени, находилось, находится или будет находиться тело (части этого тела) в процессе своего движения?»

Любое реальное тело имеет размеры. В общем случае различные его части могут двигаться по-разному. Мы же начнём рассмотрение движения тела со случая, когда нас *не интересует различие в движении его отдельных частей*. Тогда при описании движения тела можно рассматривать движение какой-либо одной его точки. При этом реальное тело заменяют на *модель* — *точечное тело*.

Точечное тело — модель для описания объекта, размерами которого можно пренебречь по сравнению с характерными масштабами решаемой задачи.

Точечное тело в каждый момент времени находится в определённой точке пространства. Реальное тело можно заменить точечным также в случае, если размеры тела много меньше, чем пройденное им расстояние (например, при описании движения автомобиля из одного города в другой). Кроме того, замена реального тела на точечное возможна и в том случае, когда тело движется *поступательно*.

Движение тела называют поступательным, если прямая, проведённая через любые две точки этого тела, в процессе движения не изменяет своей ориентации (остаётся параллельной своему начальному положению).

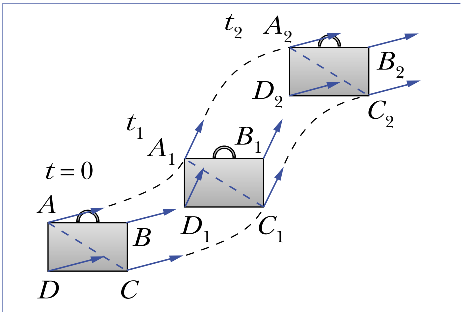


Рис. 1 При поступательном движении тела прямая, проведённая через любые две его точки, не изменяет своей ориентации ($AC \parallel A_1C_1 \parallel A_2C_2$)

Из этого определения следует, что движение всех точек поступательно движущегося тела происходит одинаково (рис. 1), т. е. в любой момент времени все точки тела имеют одинаковые скорости (по модулю и направлению). Поэтому при описании такого движения достаточно описать движение одной точки тела. В тех случаях, когда различие в движении частей тела имеет принципиальное значение (допустим, нас интересует, как движутся ноги велосипедиста во время езды), требуется описание движения каждой точки тела.

§ 1 Способы описания механического движения. Системы отсчёта

Из определения механического движения следует, что для его описания необходимо ввести систему отсчёта. В 7 классе при изучении прямолинейного движения точечного тела мы дали следующее определение системы отсчёта:

совокупность тела отсчёта, с которым связана система координат, и часов называют системой отсчёта.

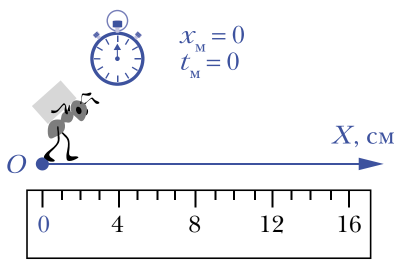


Рис. 2 Положение муравья в выбранной системе отсчёта в момент времени $t = 0$

Напомним на уже известном примере, как вводится система отсчёта, в которой описывают прямолинейное движение тела.

На рис. 2 показан муравей, который с крупинкой сахара в некоторый момент времени начинает бежать по столу вдоль края ученической линейки. В качестве тела отсчёта, относительно которого изменяется положение муравья в пространстве, выбран стол. За начало отсчёта принята точка, в которой муравей схватил крупинку сахара и начал двигаться с ней относительно стола. Ось координат направлена от начала отсчёта параллельно краю линейки в сторону движения муравья. За единицу длины на оси выбран 1 см. Часы (секундомер) включены в момент начала движения муравья.

Результаты измерения координаты прямолинейно движущегося муравья в различные моменты времени можно представить в виде таблицы (табличный способ описания движения). Можно построить график движения (рис. 3) в осях времени и координаты (графический способ описания движения). Можно также представить результаты в виде аналитической зависимости $x(t) = 2t$ (аналитический способ описания движения).

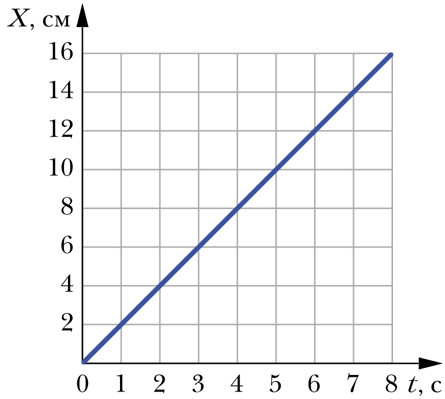


Рис. 3 Непрерывная линия графика описывает положение муравья в любой момент времени

Если известна графическая (в виде непрерывной линии) или аналитическая зависимость координаты прямолинейно движущегося вдоль оси X тела от времени, то говорят, что движение тела в выбранной системе отсчёта описано полностью. В этом случае можно ответить на основные вопросы кинематики:

1) определить координату тела в любой момент времени движения (ответить на вопрос «где?»);

2) определить момент времени, в который тело имело заданную координату (ответить на вопрос «когда?»).

Однако как быть, если в процессе своего движения муравей сошёл с выбранной нами оси X? Например, ему пришлось обходить стоящую на столе чашку или блюдце. В этом случае линия, вдоль которой движется муравей относительно стола, уже не будет прямой.

Линию, в каждой точке которой последовательно находилось, находится или будет находиться движущееся точечное тело, называют траекторией.

Движение, при котором траектория движущегося точечного тела является кривой линией, называют криволинейным движением.

Понятно, что при криволинейном движении муравья его положение относительно стола в разные моменты времени невозможно описать с помощью только одной координаты x.

Из курса математики вы уже знаете, что положение точки на плоскости задают в прямоугольной системе координат двумя координатами: x и y. Поэтому для описания движения точечных тел по плоскости выбирают систему отсчёта с двумя осями: X и Y. Эту систему координат связывают с телом отсчёта таким образом, чтобы оси, во-первых, проходили через выбранное начало отсчёта, во-вторых, лежали в плоскости движения тела. Положительные направления на этих осях и единицы длины выбирают из соображений удобства при решении конкретных задач.

Пример такой системы отсчёта для описания движения точечного тела по плоскости приведён на рис. 4. Телом отсчёта в ней является стол.

Связанная с телом отсчёта система координат состоит из двух перпендикулярных друг другу координатных осей X и Y, которые проходят через начало отсчёта (угол стола) вдоль его сторон.

Положение точечного тела на плоскости (например, муравья относительно стола) в выбранной системе отсчёта в каждый заданный момент времени t можно описать двумя координатами: x и y.

Рассмотрим подробнее, как определяются эти координаты. Пусть в момент времени $t = 3$ с тело находится в точке A (*см.* рис. 4). Опустим из этой точки A перпендикуляр на ось X. Основание этого перпендикуляра — точку с координатой x_A называют *проекцией точки* A на ось X. Видно, что в рассматриваемом примере координата $x_A = 4$ см.

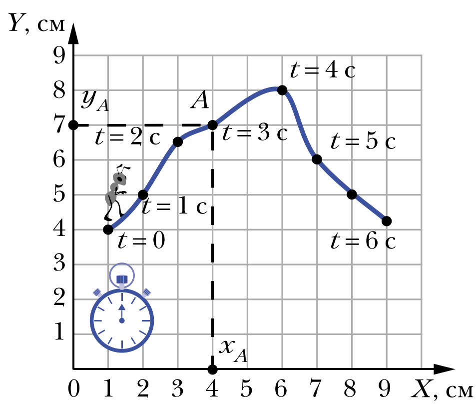


Рис. 4

Аналогичным образом определяется координата точки A по оси Y. Из точки A опустим перпендикуляр на ось Y. В рассматриваемом примере $y_A = 7$ см.

Из приведённого примера ясно, что, в отличие от рассмотренного ранее движения по прямой вдоль координатной оси X, для описания движения по плоскости необходимо приводить два закона движения, т. е. зависимости от времени t обеих координат x и y. **K**

K Кроме табличного и графического способов описания таких зависимостей, возможен и аналитический способ описания движения точечного тела в выбранной системе отсчёта. В этом случае должны быть известны законы движения $x(t)$ и $y(t)$, т. е. зависимости координат x и y от времени t, записанные в аналитической форме (в виде формул).

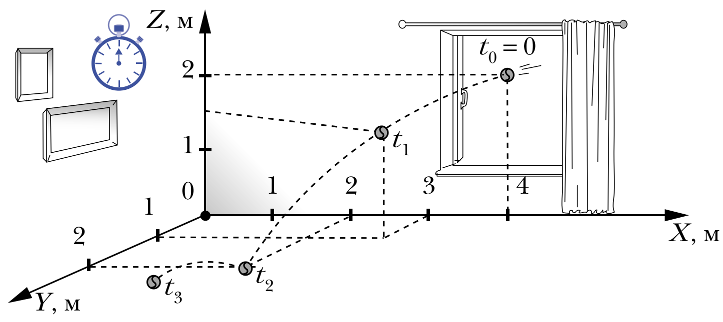


Рис. 5 Система отсчёта для описания движения теннисного мяча

Теперь представим себе, что мы хотим описать движение не муравья, а мяча, влетающего в комнату. В этом случае придётся в любой момент времени описывать положение точечного тела не на плоскости, а в пространстве. Поэтому нам потребуются уже не две, а три координаты: x, y и z. Следовательно, связанная с выбранным телом отсчёта (например, стенами комнаты) система координат должна состоять из трёх взаимно перпендикулярных координатных осей X, Y, Z.

Пример такой системы отсчёта, включающей в себя и прибор для измерения времени (часы), показан на рис. 5. Влетевший в открытое окно теннисный мяч движется относительно пола и стен комнаты. С течением времени в выбранной системе отсчёта изменяются все три координаты мяча: x, y, z. Поэтому для описания его движения в такой системе отсчёта необходимо приводить три закона движения, т. е. зависимости от времени всех трёх координат: $x(t)$, $y(t)$ и $z(t)$. Эти зависимости также могут быть представлены в табличном, графическом или аналитическом видах.

На рис. 6 приведено графическое описание изменения координат теннисного мяча в системе отсчёта, связанной с комнатой.

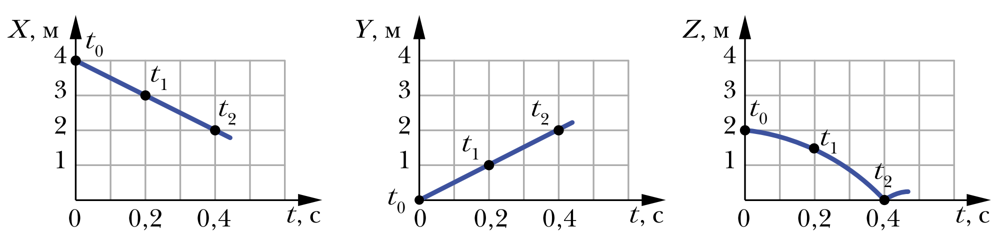


Рис. 6 Изменения координат x, y, z с течением времени в системе отсчёта, связанной с комнатой

Итоги

Совокупность тела отсчёта, с которым связана система координат, и часов называют системой отсчёта.

Для того чтобы механическое движение точечного тела было описано *полностью*, необходимо:
в случае прямолинейного движения — знание закона движения $x(t)$, где x — координата тела по оси X, совпадающей с траекторией движения тела;
в случае движения по плоскости — знание двух законов движения: $x(t)$ и $y(t)$, где x и y — координаты тела соответственно по осям X и Y, которые перпендикулярны друг другу и находятся в плоскости движения тела;
в случае движения в пространстве — знание трёх законов движения: $x(t)$, $y(t)$ и $z(t)$; при этом все три координатные оси X, Y и Z взаимно перпендикулярны друг другу.

Законы движения (зависимости координат тела от времени) могут быть представлены либо в табличном, либо в графическом, либо в аналитическом виде.

Линию, в каждой точке которой последовательно находилось, находится или будет находиться движущееся точечное тело, называют траекторией.

Движение, при котором траектория движущегося точечного тела является кривой линией, называют криволинейным движением.

Вопросы

1. Что называют системой отсчёта?
2. Что называют траекторией движения тела? Приведите примеры прямолинейного и криволинейного движений тел.
3. Какое движение называют: а) прямолинейным; б) криволинейным?
4. Сколько координатных осей потребуется для описания движения: а) свободно падающего из состояния покоя камня; б) парохода, идущего по озеру по криволинейной траектории; в) пчелы, летающей в комнате?
5. Является ли траектория вашего движения от подъезда дома до школы прямолинейной?

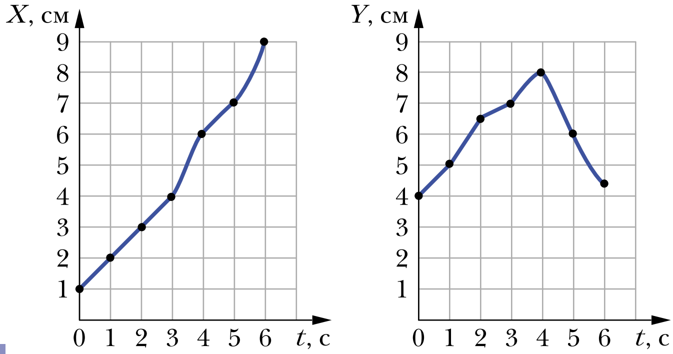


Рис. 7

Упражнения

1 Определите координаты муравья, движение которого показано на рис. 4 в моменты времени 1 с и 4 с.

2 Определите координаты муравья, движение которого описано графиками на рис. 7, в моменты времени 1 с и 4 с. Сравните полученные результаты с результатами из упражнения 1.

3 Определите координаты мяча, движение которого показано на рис. 5, в моменты времени t_0 и t_1.

4 Определите координаты мяча, движение которого описано графиками на рис. 6, в моменты времени 0 с и $0{,}2$ с. Сравните полученные результаты с результатами из упражнения 3.

***5** Как изменяются со временем (увеличиваются или уменьшаются) координаты x, y и z теннисного мяча, изображённого на рис. 5?

✔6 Определите координаты вашего дома и школы. Для этого изобразите траекторию вашего движения от школы до дома. Найдите карту вашего района. Перенесите её на лист формата $A4$. Выберите на карте объект, который будет началом отсчёта. Изобразите карандашом координатные оси X (с запада на восток) и Y (с юга на север). С учётом масштаба карты оцифруйте эти оси.

§ 2 Прямолинейное движение

Прежде чем описывать движение точечного тела на плоскости, напомним, что такое прямолинейное равномерное и прямолинейное равноускоренное движения.

Прямолинейное движение называют равномерным, если тело за любые равные промежутки времени проходит равные расстояния в одном и том же направлении.

Рассмотрим пример такого движения.

Пусть по прямолинейной дороге катится велосипедист (рис. 8). Будем следить за движением велосипедиста, считая его точечным телом. Выберем в качестве тела отсчёта Землю. За начало отсчёта примем дерево на обочине дороги. Координатную ось X направим от выбранного начала отсчёта параллельно дороге в направлении движения велосипедиста. Включим секундомер в тот момент времени, когда велосипедист находится в 10 м от начала отсчёта. В этом случае начальная координата велосипедиста $x_0 = 10$ м.

Пусть велосипедист движется со скоростью, модуль которой равен 5 м/с. Так как в выбранной системе отсчёта направление скорости совпадает с положительным направлением координатной оси X, то значение его скорости положительно и равно $v = 5$ м/с. (Отметим, что если бы скорость была направлена в отрицательном направлении оси X, то её значение было бы отрицательно.)

При заданном значении скорости за каждую секунду координата велосипедиста увеличивается на 5 (м). Поэтому за t (с) его координата увеличится на $5t$ (м). Следовательно, к моменту времени t с учётом того, что $x_0 = 10$ м, координата велосипедиста будет равна:

$$x(t) = x_0 + v \cdot t = 10 + 5t,$$

где x — координата велосипедиста в метрах, t — время в секундах.

Напомним, что выражение, описывающее зависимость координаты x тела от времени, называют **законом движения** вдоль оси X. Если в это выражение подставить конкретное значение времени t, то оно превратится в уравнение, позволяющее вычислить координату тела в этот момент времени.

Например, определим положение велосипедиста через время $t = 20$ с после включения секундомера. Для этого подставим в закон движения значение времени $t = 20$ с:

$$x(t = 20 \text{ с}) = 10 + 5 \cdot 20 = 110 \text{ (м)}.$$

Таким образом, в момент времени $t = 20$ с координата велосипедиста в выбранной системе отсчёта будет равна 110 м.

С помощью закона движения можно решить и обратную задачу: определить момент времени, в который тело будет находиться в точке с заданной координатой.

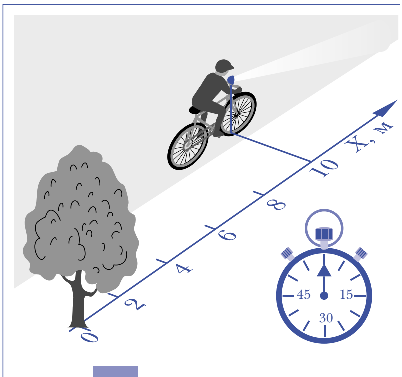


Рис. 8

Например, определим момент времени t_1, когда координата велосипедиста $x(t_1) = 200$ м. Для этого подставим значение $x(t_1) = 200$ м в закон движения велосипедиста $x(t_1) = x_0 + v \cdot t_1$:

$$200 = 10 + 5t_1.$$

Решая это уравнение, получаем:

$$t_1 = \frac{200 - 10}{5} = 38 \text{ (с)}.$$

Таким образом, координата велосипедиста в выбранной системе отсчёта будет равна 200 м в момент времени $t_1 = 38$ с.

При равномерном движении тела вдоль оси X его координата изменяется с течением времени по закону:
$x(t) = x_0 + v \cdot t$,
где x_0 — начальная координата тела в момент $t = 0$, а v — постоянное значение его скорости.

Теперь рассмотрим прямолинейное равноускоренное движение.

Прямолинейное движение тела называют равноускоренным, если в процессе движения ускорение тела остаётся постоянным.

Если тело движется прямолинейно равноускоренно вдоль координатной оси X с начальной скоростью $\vec{v}_0$ и постоянным ускорением $\vec{a}$, то значение его скорости $v(t)$ и координата $x(t)$ в любой момент времени t соответственно равны:

$$v(t) = v_0 + a \cdot t, \qquad (1)$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}. \qquad (2)$$

Приведённые выражения называют законом изменения значения скорости от времени (1) и законом движения (2).

Заметим, что если направления начальной скорости $\vec{v}_0$ и ускорения $\vec{a}$ тела совпадают с положительным направлением выбранной координатной оси, то их значения в выражениях (1) и (2) положительны: $v_0 > 0$ и $a > 0$, в противном случае они отрицательны. Например, если направление начальной скорости $\vec{v}_0$ совпадает с положительным направлением оси X, а направление ускорения противоположно, то в уравнениях (1) и (2) значение v_0 будет положительным ($v_0 > 0$), а значение a — отрицательным ($a < 0$).

Как и в случае равномерного движения, если известны закон изменения значения скорости от времени и закон движения, то можно определить значение скорости и координату тела в любой момент времени t.

Можно решить и обратную задачу — определить момент времени, в который тело будет находиться в точке с заданной координатой (или иметь заданное значение скорости). Для этого надо подставить заданную координату в закон движения или заданное значение скорости в закон изменения значения скорости от времени и решить получившиеся уравнения.

Напомним, как используют закон движения и закон изменения значения скорости от времени, на примере решения задачи о равноускоренном движении.

Задача

Гоночный автомобиль трогается с места и набирает скорость 40 м/с (144 км/ч) за время 10 с. Определите путь, пройденный автомобилем за это время, считая его движение равноускоренным.

Решение.

Воспользуемся схемой, которую мы применяли в 7 классе для решения кинематических задач.

Шаг 1. Выбор системы отсчёта.

Свяжем систему отсчёта с дорогой. Начало отсчёта поместим в то место, откуда автомобиль начинает разгон, и направим координатную ось X по ходу движения автомобиля (рис. 9). Часы включим в момент начала движения.

Шаг 2. Определение начальных координат.

В выбранной системе отсчёта начальная координата автомобиля $x_0 = 0$.

Шаг 3. Определение значений начальной скорости и ускорения.

Начальная скорость автомобиля $v_0 = 0$. Так как направление ускорения совпадает с положительным направлением оси X, то значение ускорения a будет положительным.

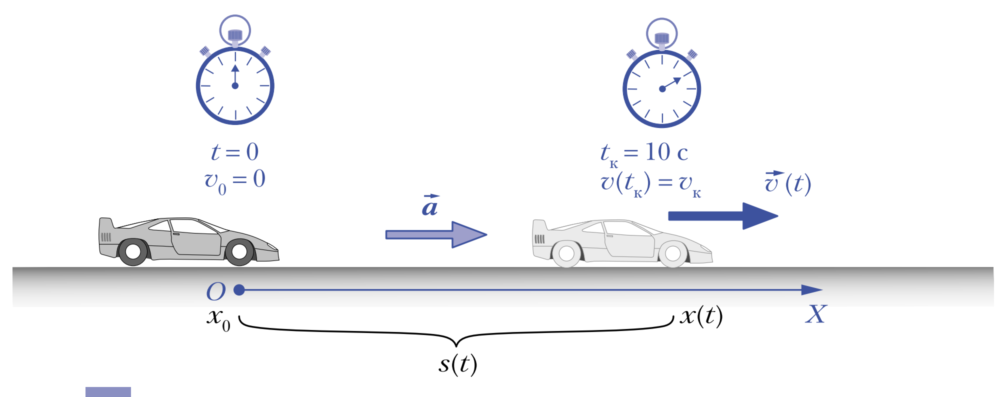


Рис. 9

Шаг 4. Запись закона движения.

Запишем зависимость координаты от времени при прямолинейном равноускоренном движении автомобиля с учётом данных задачи:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 0 + 0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

Шаг 4* (новый). Запись закона изменения значения скорости от времени.

$$v(t) = v_0 + a \cdot t = 0 + a \cdot t.$$

Шаг 5. Запись условия задачи в виде уравнения.

Запишем условие окончания разгона к моменту времени $t_к$ до скорости $v_к$. Для этого подставим заданное значение скорости $v_к$ в закон изменения значения скорости от времени:

$$v(t_к) = v_к.$$

Шаг 6. Объединение уравнений в систему.

$x(t) = \frac{a \cdot t^2}{2}$, (3) (*закон движения автомобиля*)

$v(t) = a \cdot t$, (4) (*закон изменения значения скорости*)

$v(t_к) = v_к$. (5) (*условие окончания разгона*)

Шаг 7. Решение уравнений.

Подставляя уравнение (4) в уравнение (5), получаем: $v_к = a \cdot t_к$.

Отсюда $a = \frac{v_к}{t_к} = \frac{40}{10} = 4$ (м/с^2).

Подставив полученное значение a в уравнение (3), находим:

$$x(t_к) = \frac{a \cdot t_к^2}{2} = \frac{4 \cdot 10^2}{2} = 200 \text{ (м)}.$$

Ответ: искомый путь равен 200 м.

Ещё одним наиболее часто наблюдаемым примером прямолинейного равноускоренного движения является *свободное падение* тела, брошенного вертикально (вверх или вниз) или отпущенного с некоторой высоты без начальной скорости.

Напомним, что *свободным падением называется движение тела под действием только силы тяжести.*

Многочисленные эксперименты показывают, что *свободно падающие тела движутся относительно поверхности Земли с ускорением, направленным вертикально вниз.* Для этого ускорения принято исполь-

Опыты по изучению свободного падения тел проводил итальянский учёный Галилео Галилей (1564—1642). Он сбрасывал предметы одинаковой формы с наклонной Пизанской башни и исследовал, зависит ли время их падения от массы. В результате Галилеем было установлено, что тела независимо от их массы в отсутствие сопротивления воздуха падают на Землю с одинаковым ускорением.

зовать специальное обозначение $\vec{g}$ («же»). Модуль ускорения свободного падения вблизи поверхности Земли примерно равен $g \approx 9{,}81$ м/с^2 и несколько изменяется в зависимости от географического положения места падения тела. Однако для тех задач, которые мы с вами пока будем решать, эта зависимость несущественна. Поэтому будем считать, что *модуль ускорения свободного падения одинаков во всех точках над поверхностью Земли и равен 10 м/с^2.*

Итоги

Прямолинейное движение называют равномерным, если тело за любые равные промежутки времени проходит равные расстояния в одном и том же направлении.

При равномерном движении тела вдоль оси X его координата изменяется с течением времени по закону:

$x(t) = x_0 + v \cdot t$,

где x_0 — начальная координата тела в момент $t = 0$, а v — постоянное значение его скорости.

Прямолинейное движение тела называют равноускоренным, если в процессе движения ускорение тела остаётся постоянным.

Если тело движется прямолинейно равноускоренно вдоль координатной оси X, имея значения начальной скорости v_0 и ускорения a, то значение его скорости $v(t)$ и координата $x(t)$ в любой момент времени t равны:

$$v(t) = v_0 + a \cdot t, \ \ x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2},$$

где x_0 — начальная координата, v_0 — значение начальной скорости.

Вопросы

1. Какое прямолинейное движение называют: а) равномерным; б) равноускоренным?
2. Куда направлена в выбранной системе отсчёта скорость, если её значение положительно ($v > 0$)?
3. Положительно или отрицательно значение ускорения в выбранной системе отсчёта, если ускорение направлено противоположно положительному направлению координатной оси?

Упражнения

1 Законы движения двух тел по оси X имеют вид: $x_1(t) = 3 + 5t$; $x_2(t) = 30 - 2t$, где координату x измеряют в метрах, а t — в секундах. Определите: а) начальные координаты тел; б) значения скоростей этих тел; в) координаты тел в моменты времени 1, 3 и 10 с; г) моменты времени, когда координаты тел будут равны 23 м; д) пути, которые проходят эти тела за 5 с.

2 Постройте графики движения $x(t)$ для тел, законы движения которых заданы в упражнении 1.

3 Закон движения тела по оси X имеет вид: $x(t) = 3 + 5t + 3t^2$, где координату x измеряют в метрах, а t — в секундах. Определите: а) начальную координату тела; б) значения начальной скорости и ускорения тела; в) координаты тела в моменты времени 1, 2 и 5 с; г) момент времени, когда координата x будет равна 71 м; д) путь за 6 с.

4 Стартующий мотоциклист разгоняется прямолинейно равноускоренно, проезжая за 5 с путь, равный 75 м. Определите модуль ускорения мотоциклиста и его конечную скорость.

✔5 Сделайте доклад о современных способах определения положения, скорости, пройденного расстояния и ускорения различных тел.

§ 3 Прямолинейное равномерное движение по плоскости

Чтобы научиться описывать движение точечного тела по плоскости, рассмотрим упрощённый пример. Пусть по прямоугольной поверхности стола бежит муравей. Свяжем систему координат с телом отсчёта — столом. В качестве начала отсчёта выберем один из углов крышки стола. Перпендикулярные друг другу координатные оси X и Y направим от начала отсчёта вдоль сторон прямоугольной поверхности стола.

Допустим, после включения секундомера координаты муравья в выбранной системе отсчёта изменяются по законам:

$$x(t) = 4 + 4t, \qquad (1)$$

$$y(t) = 3 + 3t, \qquad (2)$$

где координаты x и y измеряют в сантиметрах, а время t — в секундах.

Обратим внимание, что закон (1) соответствует известному вам закону равномерного прямолинейного движения точечного тела вдоль оси X:

$$x(t) = x_0 + v \cdot t.$$

Это означает, что при движении точки (муравья) по поверхности стола её проекция на координатную ось X движется равномерно вдоль этой оси.

Вы уже знаете, что физическую величину, численно равную изменению координаты тела за единицу времени, называют значением скорости равномерного прямолинейного движения. Обозначим в законе (1) эту величину v_x (читается «вэ икс» или «вэ по икс»). В данном случае $v_x = 4$ см/с — значение скорости движения проекции точки на ось X вдоль этой оси.

Проекция точечного тела (муравья) на координатную ось Y движется вдоль этой оси по закону прямолинейного движения (2). Обозначим значение скорости этой проекции v_y. Таким образом, $v_y = 3$ см/с — значение скорости движения проекции точки на ось Y вдоль этой оси. K

Итак, мы знаем законы движения точечного тела вдоль координатных осей, но пока не знаем, как движется это тело (муравей) по плоскости стола. Чтобы ответить на этот вопрос, прежде всего определим траекторию тела. Для этого рассчитаем из законов (1) и (2) координаты муравья в начальный и несколько последующих моментов времени (например, при $t = 0; 1; 2; 3; 4$ с). Используя эти данные, составим табл. 1.

Таблица 1

Момент времени t, с	0	1	2	3	4
Координата x, см	4	8	12	16	20
Координата y, см	3	6	9	12	15

Нанесём на координатную сетку XY выбранной системы отсчёта точки с координатами x и y, соответствующие рассмотренным моментам времени (рис. 10).

Полученные точки лежат на одной прямой. Это позволяет выдвинуть гипотезу, что траектория муравья представляет собой прямую линию. C

K В дальнейшем для удобства мы будем говорить «движение вдоль координатной оси», «скорость вдоль координатной оси» и т. п., понимая под этим, что по оси движется проекция точечного тела (точки) на ось. Само тело, конечно же, движется не вдоль оси, а по плоскости.

C Мы можем доказать это, определив, как связаны между собой координаты x и y точек траектории. Для этого выразим из закона (1) величину t через x: $t = \frac{x-4}{4}$. Подставив это выражение в уравнение (2), получим: $y = 3 + 3\frac{x-4}{4} = \frac{3x}{4}$. Из курса математики известно, что соотношение $y = \frac{3x}{4}$ описывает прямую линию. Следовательно, все точки плоскости, координаты которых удовлетворяют законам (1) и (2), лежат на одной прямой.

После того как мы определили вид траектории муравья в выбранной системе отсчёта, необходимо установить, движется ли муравей равномерно, если его координаты по осям X и Y изменяются по законам равномерного движения.

Муравей движется по прямой всё время в одном направлении. Из уравнений (1) и (2) следует, что за каждую секунду его координата x изменяется на $\Delta x = 4$ см (т. е. увеличивается на 4 см), а координата y изменяется на $\Delta y = 3$ см (т. е. увеличивается на 3 см).

Покажем, что за любые равные промежутки времени муравей проходит равные расстояния в одном и том же направлении.

Для этого рассмотрим произвольный промежуток времени Δt и убедимся, что расстояние, которое проходит муравей за это время, зависит только от величины Δt, но не зависит от того, в какой момент времени t этот промежуток начался. В этом случае мы установим, что движение муравья является равномерным по определению.

Найдём изменение координаты Δx муравья за промежуток времени Δt. Оно равно разности конечной координаты $x(t + \Delta t)$ и начальной координаты $x(t)$:

$$\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t) = (4 + 4(t + \Delta t)) - (4 + 4t) = 4\Delta t.$$

Таким образом, изменение координаты Δx зависит только от величины промежутка времени Δt.

Легко увидеть, что изменение координаты Δy за то же время Δt также зависит только от величины Δt:

$$\Delta y = y(t + \Delta t) - y(t) = (3 + 3(t + \Delta t)) - (3 + 3t) = 3\Delta t.$$

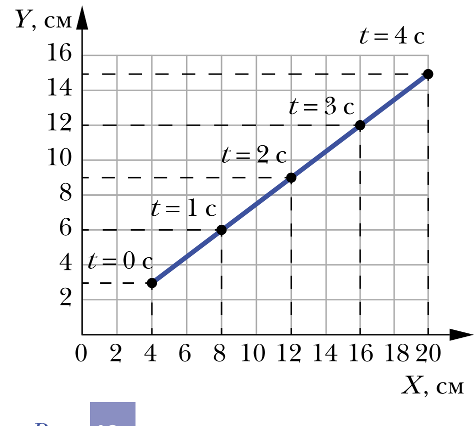


Рис. 10 Траектория муравья на плоскости, полученная с использованием законов изменения его координат $x(t)$ и $y(t)$

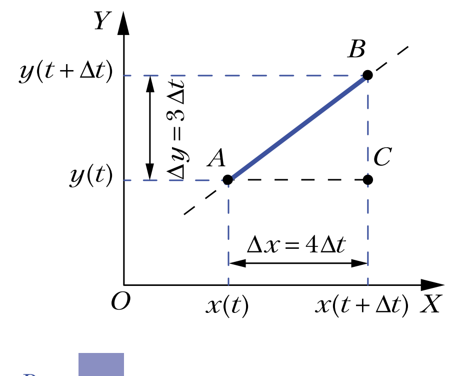


Рис. 11 Расстояние, пройденное муравьём на плоскости, можно найти из законов его движения вдоль координатных осей

На рис. 11 точкой A обозначено положение муравья в момент времени t, а точкой B — его положение в момент времени $t + \Delta t$. Расстояние, пройденное муравьём за время Δt, очевидно, равно длине отрезка AB.

Из рисунков видно, что длина отрезка AC равна изменению координаты Δx муравья за это время: $AC = \Delta x = 4\Delta t$, а длина отрезка BC равна изменению координаты Δy за то же время: $BC = \Delta y = 3\Delta t$.

Треугольник ABC — прямоугольный. Поэтому по теореме Пифагора $AB^2 = AC^2 + BC^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(4\Delta t)^2 + (3\Delta t)^2} = \sqrt{25\Delta t^2} = 5\Delta t. \qquad (3)$$

Таким образом, за любые равные промежутки времени Δt муравей проходит равные расстояния $5\Delta t$ в одном и том же направлении. Значит, он движется равномерно прямолинейно. При этом, например, за $\Delta t = 1$ с муравей проходит расстояние $AB = 5$ см. Понятно, что при таком движении модуль скорости муравья $v = 5$ см/с.

Из курса механики 7 класса вы знаете, что при прямолинейном равномерном движении модуль скорости точечного тела равен отношению пройденного пути ко времени его прохождения. Поэтому модуль v скорости муравья можно определить простым расчётом. Для этого надо разделить пройденный муравьём путь AB на время Δt. Мы установили, что $\Delta x = 4\Delta t$, и поэтому $\Delta x = v_x \cdot \Delta t$. Точно так же из $\Delta y = 3\Delta t$ получаем, что $\Delta y = v_y \cdot \Delta t$. Поэтому из приведённого выше выражения (3) имеем:

$$v = \frac{AB}{\Delta t} = \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{\Delta t} = \sqrt{\frac{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}{(\Delta t)^2}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2} = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}.$$

Полученная формула позволяет вычислить модуль скорости равномерно прямолинейно движущегося тела, если известны значения v_x и v_y скоростей его движения вдоль координатных осей.

Итоги

Если координаты тела по осям изменяются по законам равномерного прямолинейного движения вдоль этих осей (т. е. $x(t) = x_0 + v_x \cdot t$, $y(t) = y_0 + v_y \cdot t$), то в этом случае рассматриваемое тело движется в выбранной системе отсчёта равномерно прямолинейно.

При таком движении модуль скорости тела можно рассчитать по формуле:

$$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}.$$

Вопросы

1 Как движется точечное тело по плоскости, если законы его движения вдоль координатных осей соответствуют законам прямолинейного равномерного движения?

3 Как рассчитать модуль $|\vec{v}|$ скорости равномерно прямолинейно движущегося тела, если известны значения v_x и v_y скоростей его движения вдоль координатных осей?

Упражнения

1 Законы движения тел по осям X и Y имеют вид:
а) $x(t) = 7 + 2t$, $y(t) = 5 + 3t$;
б) $x(t) = 3 - 4t$, $y(t) = 5 + 4t$;
в) $x(t) = -2 + 2t$, $y(t) = 6 - 3t$,
где x и y измеряют в метрах, а t — в секундах.
Определите: 1) начальные координаты тел; 2) значения скоростей этих тел по координатным осям; 3) модули скоростей движения тел; 4) пути, которые проходят эти тела за 5 с.

2 Постройте графики движения $x(t)$ и $y(t)$ для тел, законы движения которых заданы в упражнении 1.

3 Рассчитайте из закона движения тела, данного в упражнении 1, *в*, его координаты в начальный и несколько последующих моментов времени. Нанесите полученные результаты на координатную сетку XY и постройте траекторию движения этого тела.

§ 4 Перемещение при равномерном прямолинейном движении по плоскости

Обратимся ещё раз к примеру равномерного прямолинейного движения муравья по столу, рассмотренному в предыдущем параграфе (рис. 12, *а*).

Пусть за рассматриваемый промежуток времени от t_1 до t_2, равный Δt, муравей переместился из точки A с координатами (x_1, y_1) в точку B с координатами (x_2, y_2). Результат его движения может быть задан векторной величиной – *перемещением* (вектором перемещения). Вам известно, что

перемещением точечного тела за промежуток времени называют вектор, начало которого совпадает с начальным положением тела, а конец — с его конечным положением.

Найдём перемещение муравья за указанный промежуток времени. В соответствии с определением перемещение муравья за время Δt представляет собой вектор $\overrightarrow{AB}$ (*см.* рис. 12, *а*). Обозначим перемещение AB вектором $\Delta\vec{r}$. (С чем связано такое обозначение, вы узнаете чуть позже — в § 10.)

В отличие от прямолинейного движения вдоль оси X, которое мы рассматривали в 7 классе, направление вектора перемещения нашего муравья не совпадает с направлениями координатных осей X и Y.

Выразим перемещение движущегося по плоскости точечного тела через перемещения его проекций на координатные оси X и Y за тот же промежуток времени Δt.

За время движения Δt проекция точечного тела (муравья) на ось X переместилась из точки с меньшей координатой x_1 в точку с большей координатой x_2 в положительном направлении оси X. Поэтому вектор этого перемещения $\Delta\vec{x}_{12}$ направлен в положительном направлении оси X и его модуль $\Delta x = x_2 - x_1$. Этот вектор обозначен на рис. 12, *а* синей стрелкой.

За то же время проекция муравья на ось Y переместилась из точки с меньшей координатой y_1 в точку с большей координатой y_2 в положительном направлении оси Y. Поэтому вектор этого перемещения $\Delta\vec{y}_{12}$ направлен в положительном направлении оси Y и его модуль $\Delta y = y_2 - y_1$. (На рис. 12, *а* он также обозначен синей стрелкой.)

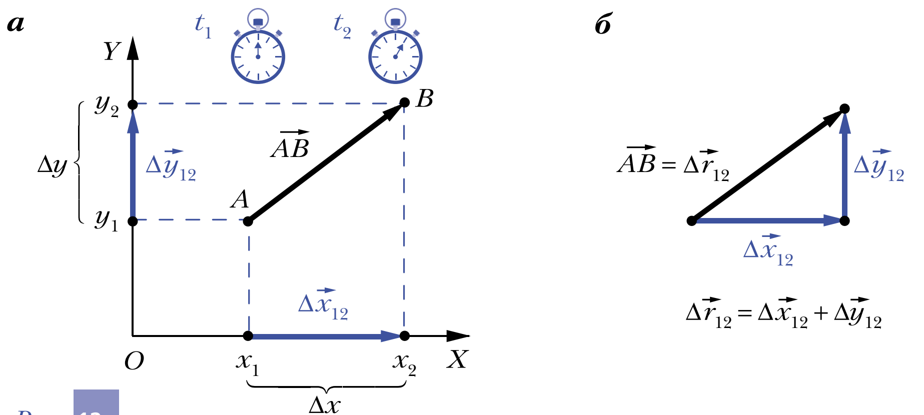


Рис. 12

Напомним, что при прямолинейном движении вдоль оси X модуль вектора перемещения равен модулю изменения координаты тела за рассматриваемый промежуток времени.

Используя известное из геометрии правило сложения векторов (правило треугольника), легко убедиться в том, что перемещение муравья равно сумме перемещений его проекций вдоль координатных осей (рис. 12, *б*):

$$\Delta\vec{r}_{12} = \Delta\vec{x}_{12} + \Delta\vec{y}_{12}.$$

! Перемещение $\Delta\vec{r}$ точечного тела равно векторной сумме перемещений $\Delta\vec{x}$ и $\Delta\vec{y}$ проекций этого тела вдоль координатных осей.

Таким образом, векторную величину – перемещение тела $\Delta\vec{r}$ можно описывать, задавая перемещения $\Delta\vec{x}$ и $\Delta\vec{y}$ вдоль координатных осей X и Y.

Отметим, что модуль перемещения тела Δr, равный $|\Delta\vec{r}|$, можно найти по теореме Пифагора, зная изменения координат Δx и Δy:

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}.$$

Для описания перемещения и других векторных величин удобно использовать понятие *проекции вектора на координатную ось.*

Проекцией вектора перемещения на координатную ось называют длину отрезка между проекциями начала и конца вектора на эту ось, взятую с соответствующим знаком.

Если направление от проекции начала к проекции конца вектора совпадает с положительным направлением координатной оси, то проекция положительна, в противном случае — отрицательна.

Так, в рассмотренном случае движения муравья по крышке стола проекциями вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ за промежуток времени Δt будут длины отрезков, заключённых между точками с координатами x_1 и x_2 (на оси X) и между точками с координатами y_1 и y_2 (на оси Y).

Обе эти проекции положительны, так как для каждой оси направление от проекции начала вектора к проекции конца вектора на эту ось совпадает с положительным направлением оси (*см.* рис. 12, *а*).

Проекции перемещения можно записать через разности координат конца и начала вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ по осям X и Y:

$\Delta x_{12} = x_2 - x_1 > 0$ – для проекции по оси X;

$\Delta y_{12} = y_2 - y_1 > 0$ – для проекции по оси Y.

! Если разность конечной и начальной координат вектора перемещения по какой-либо оси положительна (т. е. координата в процессе движения увеличивается), то и проекция вектора перемещения на эту ось будет положительной.

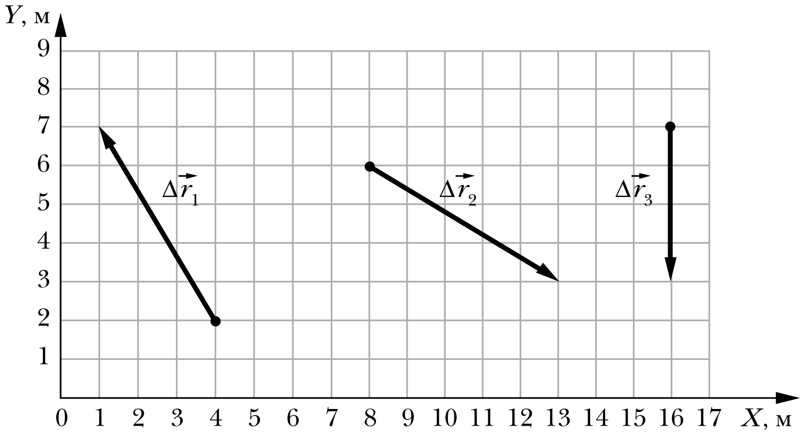


Рис. **13**

Напротив, если разность конечной и начальной координат вектора перемещения по какой-либо оси отрицательна (т. е. координата в процессе движения уменьшается), то и проекция вектора перемещения на эту ось будет отрицательной.
Если же разность конечной и начальной координат вектора перемещения равна нулю (т. е. координата вектора в процессе движения не изменяется), то проекция вектора перемещения на данную ось будет также равна нулю.

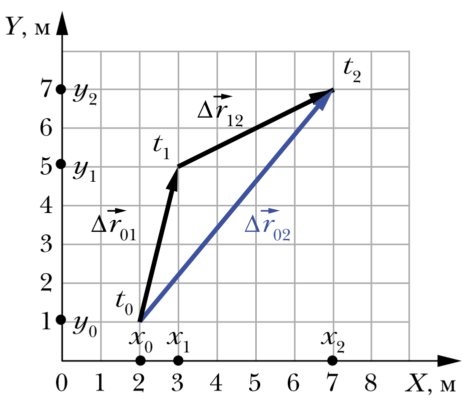


Рис. **14** При сложении перемещений их проекции складываются

Проекции векторов на оси обозначают с помощью индексов. Эти индексы соответствуют той координатной оси, на которую спроецирован вектор. Например, проекцию вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ на ось X обозначают Δr_x, а проекцию того же вектора на ось Y обозначают Δr_y.

Таким образом, проекция Δr_{1x} вектора перемещения $\Delta\vec{r}_1$ (рис. 13) на ось X отрицательна, так как разность его конечной и начальной координат по оси X отрицательна. Отрицательной будет и проекция Δr_{2y} вектора $\Delta\vec{r}_2$ на ось Y.

По известному вектору перемещения $\Delta\vec{r}$ всегда можно определить его проекции Δr_x и Δr_y на координатные оси.

В заключение отметим, что при сложении перемещений их проекции также складываются. Это показано на рис. 14.

! Проекция суммы перемещений на координатную ось равна сумме проекций слагаемых перемещений на ту же ось.

Итоги

Перемещение $\Delta\vec{r}$ точечного тела равно векторной сумме перемещений $\Delta\vec{x}$ и $\Delta\vec{y}$ его проекций вдоль координатных осей:

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{x} + \Delta\vec{y}.$$

Модуль перемещения точечного тела можно найти, зная изменения его координат Δx и Δy, по теореме Пифагора:

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}.$$

Проекцией вектора перемещения на координатную ось называют длину отрезка между проекциями начала и конца вектора на эту ось, взятую с соответствующим знаком.

Если направление от проекции начала к проекции конца вектора совпадает с положительным направлением координатной оси, то проекция положительна, в противном случае — отрицательна.

Вопросы

1. Что называют перемещением точечного тела?
2. Как, зная изменения координат точечного тела, вычислить модуль его перемещения?
3. Как связано перемещение точечного тела с перемещениями его проекций вдоль координатных осей?
4. Что называют проекцией вектора перемещения на координатную ось?
5. В каком случае проекция вектора перемещения на координатную ось: а) положительна; б) отрицательна; в) равна нулю?

Упражнения

1. Определите проекции на координатные оси векторов перемещений, изображённых на рис. 13.

2 Определите модули перемещений, изображённых на рис. 13.

3 Пользуясь рис. 14, проверьте, равна ли в данном случае проекция суммы перемещений на координатную ось сумме проекций слагаемых перемещений на ту же ось (для осей X и Y).

4 Законы движения проекций тел на оси X и Y в СИ имеют вид:
а) $x(t) = 7 + 2t$, $y(t) = 5 - 2t$;
б) $x(t) = 3 - 4t$, $y(t) = 5 + 4t$;
в) $x(t) = -2 + 5t$, $y(t) = 6 + 7t$.
Определите проекции перемещений тел на оси X и Y за 2 с.

§ 5 Скорость при равномерном прямолинейном движении по плоскости

Рассматривая пример равномерного прямолинейного движения точечного тела (муравья) по плоскости (*см.* § 3), мы установили, что модуль скорости v, равный $|\vec{v}|$, может быть выражен через значения скоростей v_x и v_y движения этого тела вдоль координатных осей:

$$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}.$$

С учётом введённого нами обозначения $\Delta\vec{r}$ для вектора перемещения определение скорости, известное вам из курса физика 7 класса, можно сформулировать так.

Скоростью (мгновенной скоростью) тела в момент времени t называют отношение перемещения $\Delta\vec{r}$ тела за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t, к длительности этого промежутка:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

При описании движения, помимо скорости (мгновенной скорости), используют также понятия средней скорости $\vec{v}_{\text{ср}}$ и средней путевой скорости $v_{\text{ср. п}}$.

Средней скоростью называют отношение перемещения $\Delta\vec{r}$, совершённого телом за промежуток времени Δt, к длительности этого промежутка:

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Средней путевой скоростью называют отношение пути s, пройденного телом за промежуток времени Δt, к длительности этого промежутка:

$$v_{\text{ср. п}} = \frac{s}{\Delta t}.$$

Отметим, что скорость и средняя скорость — *векторные величины*, а средняя путевая скорость — *скаляр*.

Напомним, что в качестве *достаточно малого промежутка времени* выбирают такой промежуток, в течение которого движение тела практически неотличимо от равномерного прямолинейного движения. Из сказанного следует, что *промежуток времени можно считать достаточно малым, если при его дальнейшем уменьшении полученные новые значения скорости практически не изменяются*. Данное определение применимо для всех видов движения точечного тела.

Воспользуемся приведённым определением для того, чтобы найти модуль скорости муравья в нашем примере. Рассмотрим достаточно малый промежуток времени Δt. Тогда в соответствии с определением:

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{\Delta t} = \frac{\sqrt{\left(v_x \cdot \Delta t\right)^2 + \left(v_y \cdot \Delta t\right)^2}}{\Delta t} = \sqrt{\frac{\left(v_x \cdot \Delta t\right)^2 + \left(v_y \cdot \Delta t\right)^2}{(\Delta t)^2}} =$$

$$= \sqrt{\left(v_x\right)^2 + \left(v_y\right)^2}.$$

Таким образом, использование определения скорости приводит нас к тому же результату, который мы получили ранее из геометрических соображений в § 3.

Из определения скорости следует, что её направление совпадает с направлением вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ за достаточно малый промежуток времени Δt. При прямолинейном движении направления всех векторов перемещения за различные промежутки времени совпадают. Следовательно, и направление скорости в процессе такого движения будет оставаться неизменным.

Исходя из этого, можно дать новое определение равномерного прямолинейного движения (сравните с определением на с. 12).

Движение тела называют равномерным прямолинейным, если скорость $\vec{v}$ тела не изменяется.

Напомним на примере скорости, как изображают на рисунках векторные величины. Скорость – векторная величина. Её изображают на плоскости в виде направленного отрезка прямой (со стрелочкой на конце). Чем больше модуль скорости, тем больше длина этого отрезка. Единица скорости в СИ – *метр в секунду* (м/с). Поэтому, чтобы изобразить вектор скорости на рисунке, обычно задают соответствующий масштаб изображения с помощью вектора единичной скорости. Например, скорость, модуль которой равен 1 м/с или 1 см/с, изображают в виде направленного отрезка $\vec{v}_е$ определённой длины.

Длина направленного отрезка, изображающего вектор скорости, во столько раз больше (меньше) длины единичного отрезка $\vec{v}_е$, во сколько раз модуль этой скорости больше (меньше) модуля единичной скорости. Приме-

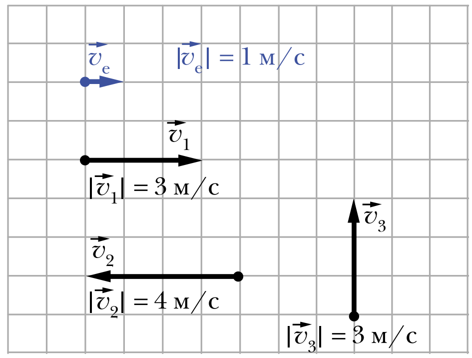


Рис. **15**

ры изображения векторов скоростей показаны на рис. 15.

Можно сказать, что длины направленных отрезков, изображающих скорости, измеряются в единицах скорости (м/с, км/ч, см/с и т. п.).

При движении точечного тела по плоскости для скорости, как и для перемещения, вводят понятие *проекции скорости* на координатную ось.

Проекцией вектора скорости на координатную ось называют длину отрезка (измеренную в единицах скорости) между проекциями начала и конца этого вектора на эту ось, взятую с соответствующим знаком.

Если направление от проекции начала к проекции конца вектора скорости совпадает с положительным направлением координатной оси, то проекция положительна, в противном случае — отрицательна.

Так, в примере с муравьём, который равномерно прямолинейно движется по поверхности стола, проекция его скорости $\vec{v}$ на координатную ось X положительна и равна $v_x = 4$ см/с (рис. 16). Эта проекция равна зна-

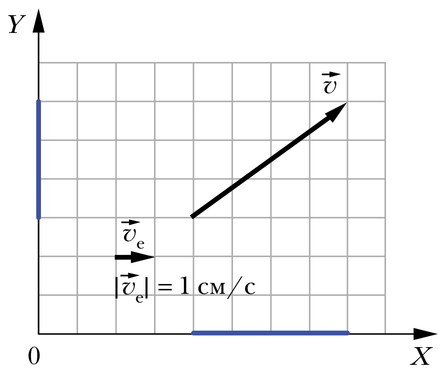


Рис. **16**

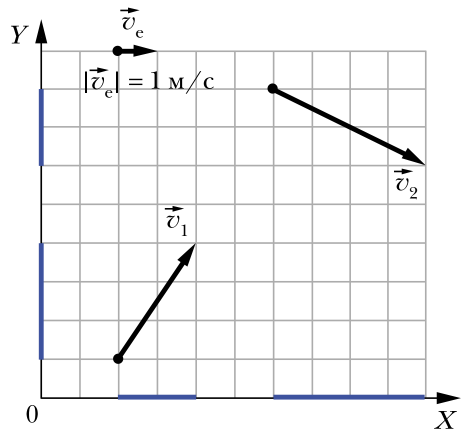


Рис. **17**

чению скорости движения муравья вдоль оси X. В свою очередь, проекция скорости $\vec{v}$ муравья на ось Y также положительна и равна $v_y = 3$ см/с, т. е. равна значению скорости движения муравья вдоль оси Y. Таким образом, именно проекции скорости входят в законы движения $x(t)$ и $y(t)$.

Примеры определения проекций скоростей на координатные оси приведены на рис. 17.

! Понятие проекций на координатные оси можно ввести и для других векторных величин: ускорения, силы, импульса. **К**

При этом на рисунках изображают единичный вектор, т. е. задают масштаб изображения соответствующей величины. Проекцию вектора (длину отрезка с соответствующим знаком) измеряют в тех же единицах, что и модуль самого́ вектора.

Итоги

Скоростью (мгновенной скоростью) тела в момент времени t называют отношение перемещения $\Delta\vec{r}$ тела за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t, к длительности этого промежутка:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Для графического изображения вектора используют единичный вектор, т. е. задают масштаб изображения. Для любого вектора можно ввести понятие его проекции на координатную ось. Проекция вектора (длина отрезка с соответствующим знаком) измеряется в тех же единицах, что и модуль самого́ вектора.

Вопросы

1. Что называют: а) скоростью (мгновенной скоростью) тела; б) проекцией скорости на координатную ось?
2. Как изображают вектор скорости? Какой единичный вектор при этом используют?
3. В каких единицах измеряют проекции скорости, ускорения, силы?
4. Что называют: а) средней скоростью; б) средней путевой скоростью?

К В случае движения рассматриваемых тел вдоль одной координатной оси понятие «значение проекции векторной физической величины» заменяют для краткости на «значение физической величины».

Упражнения

1 Определите по рис. 16 и 17 проекции векторов на оси X и Y.

2 Изобразите на координатной плоскости XY векторы скоростей так, чтобы: а) проекции скорости на оси X и Y были положительны; б) проекции скорости на оси X и Y были отрицательны; в) проекция скорости на ось X была положительна, а на ось Y — отрицательна.

3 Приведите примеры движения точечного тела, когда: а) равны его средняя и мгновенная скорости; б) модуль средней скорости не равен средней путевой скорости.

*4 Докажите равноценность определений равномерного прямолинейного движения, приведённых в § 2 и 5.

✔5 Воспользуйтесь картой к упражнению 6 в § 1. Изобразите на ней вектор перемещения от вашего дома до школы. Рассчитайте его модуль и проекции на координатные оси. Определите время вашего движения от дома до школы. Оцените среднюю скорость перемещения (модуль и направление) при этом движении. Проведите несколько раз эксперимент по определению вашего пути от дома до школы. Для этого рассчитайте среднюю длину своего шага, подсчитав число шагов на участке известной длины, а затем подсчитайте число шагов на пути от дома до школы. Определите по карте с учётом масштаба длину траектории. Сравните это значение с экспериментально полученным средним значением пути. Сравните значение пути с модулем перемещения. Определите вашу среднюю путевую скорость и сравните полученное значение с модулем средней скорости перемещения. Сделайте сообщение в классе.

§ 6 Относительность движения. Сложение движений

В курсе механики 7 класса говорилось, что при переходе из одной системы отсчёта в другую скорость тела и закон его движения, как правило, изменяются. Однако тогда мы ограничились рассмотрением только самых простых случаев движения. Изучим теперь, как может изменяться описание движения тела при переходе из одной системы отсчёта в другую в более сложных случаях.

Для этого решим задачу о движении точечного тела в различных системах отсчёта. Начнём со случая, когда в *качестве тела отсчёта выбирают поверхность, по которой движется тело*.

Задача 1

Заяц перебегает по льду замёрзшую реку шириной $L = 30$ м перпендикулярно берегу (рис. 18). Опишите движение зайца относительно льда реки. Определите время, через которое заяц переберётся на другой берег, если модуль скорости его движения равен 3 м/с.

Решение.

Разумеется, определить время движения в этой задаче несложно. Его можно вычислить устно и сразу получить ответ: 10 с. Однако мы будем решать эту задачу не ради численного ответа, а для описания движения в одной из систем отсчёта. Поэтому сначала введём такую систему отсчёта.

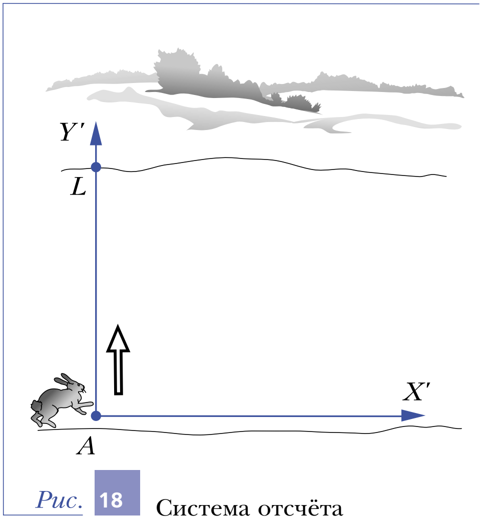


Рис. 18 Система отсчёта для описания движения зайца связана с неподвижным льдом

В качестве тела отсчёта выберем лёд реки. За начало отсчёта примем то место на льду, откуда заяц начинает перебегать реку (точка A на рис. 18). Координатную ось Y' направим в сторону противоположного берега в направлении движения зайца. Ось X' направим от начала отсчёта перпендикулярно оси Y' – вдоль берега, как показано на рисунке. Часы включим в момент начала движения зайца по льду.

Начальные координаты зайца в момент времени $t = 0$ равны $y'_0 = 0$, $x'_0 = 0$.

Направление скорости зайца совпадает с положительным направлением координатной оси Y'. Поэтому проекция скорости зайца на эту ось положительна и равна $v_{y'} = 3$ м/с. Вдоль оси X' заяц не движется. Поэтому $v_{x'} = 0$.

Зависимости координат зайца от времени имеют вид:

$$y'(t) = y'_0 + v_{y'} \cdot t = 0 + 3t, \quad x'(t) = 0.$$

Таким образом, заяц движется равномерно прямолинейно вдоль оси Y'.

По условию задачи в конечный момент времени $t_к$ координата зайца по оси Y' должна стать равной координате L противоположного берега: $y'(t_к) = L$.

Объединим полученные уравнения в систему, присвоив каждому из них номер и название:

$$y'(t) = y'_0 + v_{y'} \cdot t = 3t, \qquad (1)$$ (*закон движения зайца*)

$$y'(t_к) = L. \qquad (2)$$ (*условие окончания движения зайца по льду*)

Решение этой системы уравнений даёт искомый ответ: 10 с.

Ответ: через время $t_к = 10$ с после начала движения заяц переберётся на другой берег.

Задача 2

Теперь представьте, что заяц бежит по льдине не зимой, а весной — во время ледохода. Ширина реки равна 30 м, а поперечный размер льдины почти равен ширине русла реки. Заяц движется относительно льдины равномерно прямолинейно в направлении противоположного берега. Модуль его скорости относительно льдины, как и раньше, равен 3 м/с. При этом льдина движется по течению реки поступательно равномерно прямолинейно относительно берегов (рис. 19). Модуль её скорости $v_л = 4$ м/с. Опишите движение зайца относительно берегов реки. Определите, в каком месте заяц соскочит со льдины на противоположный берег.

Решение.

Воспользуемся уже введённой системой отсчёта $X'Y'$, связанной с льдиной. В этой системе отсчёта движение зайца по льдине описывают такими же законами $x'(t)$ и $y'(t)$, как и в предыдущей задаче:

$$y'(t) = y'_0 + v_{y'} \cdot t = 0 + 3t, \quad x'(t) = 0.$$

Можно сказать, что законы движения зайца в системе отсчёта, связанной со льдиной, не зависят от того, движется ли льдина относительно других тел (например, берега) или покоится. Эти законы определяются только тем, *как* заяц движется по льдине.

Рассмотрим теперь движение льдины в системе отсчёта, *связанной с берегом*. За начало отсчёта примем то место берега, в котором заяц перешёл на льдину (точка O на рис. 19). Ось X направим вдоль берега в направ-

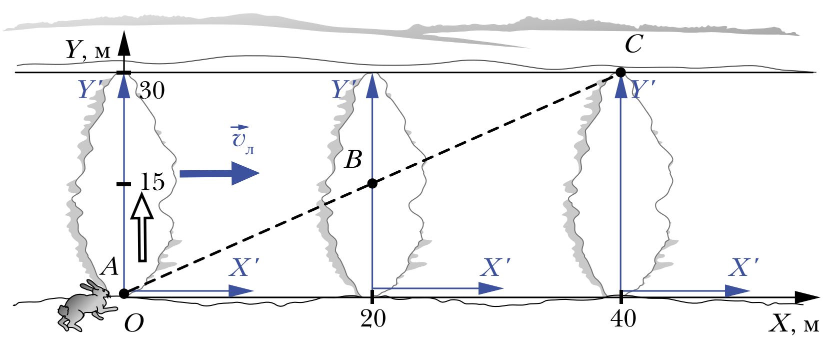


Рис. 19 Система отсчёта $X'Y'$ связана с плывущей по реке льдиной. Система отсчёта XY связана с берегом. Одна система отсчёта движется относительно другой прямолинейно равномерно лении течения реки, а ось Y — перпендикулярно оси X, в направлении противоположного берега. Таким образом, оси выбранной системы отсчёта XY параллельны осям системы отсчета $X'Y'$.

Включим часы в момент перехода зайца с берега (из точки O) на льдину (в точку A), т. е. в момент начала движения $t = 0$, когда начала отсчёта двух систем $X'Y'$ и XY совпадают. С течением времени точка A, как и вся льдина, движется в системе отсчёта XY, т. е. относительно берега. Движение происходит в положительном направлении оси X с постоянной по модулю скоростью $v_л = 4$ м/с. Поэтому закон движения точки A вдоль оси X имеет вид:

$$x_A(t) = v_л \cdot t = 4t.$$

Вместе с точкой A вдоль оси X со скоростью $\vec{v}_л$ движется вся льдина, а значит, и связанная с ней система отсчёта $X'Y'$.

В рассматриваемой задаче одна система отсчёта $X'Y'$ движется относительно другой системы отсчёта XY равномерно прямолинейно.

Теперь рассмотрим движение зайца в системе отсчёта XY, связанной с берегом. Он движется по льдине вдоль оси Y', которая всё время перпендикулярна оси X. Движения вдоль оси X' нет. Поэтому в любой момент времени t его проекция на ось X совпадает с проекцией на эту ось точки A. Следовательно, закон движения зайца вдоль оси X совпадает с законом движения вдоль этой оси точки A:

$$x(t) = x_A(t) = v_л \cdot t = v_x \cdot t = 4t.$$

Из этого выражения следует, что заяц движется вдоль оси X в положительном направлении этой оси равномерно со скоростью, модуль которой $v_л = 4$ м/с. Можно сказать, что *движение зайца вдоль оси X обусловлено только движением льдины.*

Изучим движение бегущего по льдине зайца вдоль оси Y. Оси Y и Y' всё время параллельны друг другу. Кроме того, проекция начала отсчёта по оси Y' (точка A) совпадает с точкой O — началом отсчёта по оси Y. Поэтому проекции движущегося точечного тела (зайца) на эти оси равны. Таким образом, закон движения зайца вдоль осей Y' и Y — один и тот же, т. е. в любой момент времени:

$$y(t) = y'(t) = v_y \cdot t = 3t.$$

Видно, что заяц вдоль оси Y движется равномерно в положительном направлении со скоростью, модуль которой $v_y = 3$ м/с. Можно сказать, что *движение зайца вдоль оси Y обусловлено движением зайца относительно льдины.*

Итак, движение зайца в системе отсчёта XY, связанной с берегом, полностью можно описать двумя законами движения: $x(t)$ и $y(t)$. Каждый из этих законов представляет собой закон равномерного прямолинейного движения вдоль соответствующей координатной оси. Вы уже знаете, что в этом случае движение зайца в системе отсчёта XY будет равномерным прямолинейным, а модуль его скорости будет равен $v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$. Траектория этого движения представляет собой прямую линию, которая изображена на рис. 19 пунктиром, соединяющим точки A и C.

Определим, из чего складывается движение зайца в данной задаче.

Рассмотрим вектор перемещения зайца за некоторый промежуток времени Δt в обеих системах отсчёта. В системе отсчёта $X'Y'$, связанной с льдиной, за время Δt заяц совершает перемещение $\Delta\vec{r}\,'$ относительно льдины вдоль оси Y' (рис. 20, *а*). За это же время льдина (а вместе с ней и ось Y') совершает перемещение $\Delta\vec{r}_л$ вдоль оси X. В результате заяц в системе отсчёта XY перемещается из точки D в точку E. Из рисунка видно, что вектор его перемещения $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_л + \Delta\vec{r}\,'$. Таким образом, *перемещение $\Delta\vec{r}$ зайца относительно берега есть сумма его перемещения $\Delta\vec{r}\,'$ относительно льдины и перемещения льдины $\Delta\vec{r}_л$ относительно берега.*

Движение зайца относительно берега есть сумма (суперпозиция) движений зайца относительно льдины и льдины относительно берега.

Рассмотрим перемещения $\Delta\vec{r}$, $\Delta\vec{r}_л$ и $\Delta\vec{r}\,'$ зайца за достаточно малый промежуток времени Δt. Разделив правую и левую части связывающего их равенства на Δt, получаем:

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{r}_л}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{r}\,'}{\Delta t}.$$

Следовательно, в соответствии с определением скорости:

$$\vec{v} = \vec{v}_л + \vec{v}\,',$$

где $\vec{v}$ — скорость зайца относительно берега (т. е. в системе отсчёта XY), $\vec{v}_л$ — скорость льдины относительно берега (т. е. скорость системы отсчёта $X'Y'$ в системе отсчёта XY), $\vec{v}\,'$ — скорость зайца относительно льдины (т. е. в системе отсчёта $X'Y'$). Отметим, что в рассмотренном примере $v_л = v_x$, а $v' = v_y$. Сложение векторов скоростей показано на рис. 20, *б*.

В заключение определим положение зайца в системе отсчёта XY в тот момент времени $t_к$, когда он соскакивает с льдины на противоположный берег. В момент соскока координата зайца по оси Y равна координате по оси Y' противоположного берега $y(t_к) = L = 30$ м. Для определения координаты места соскока по оси X подставим в закон движения $x(t)$ время соско-

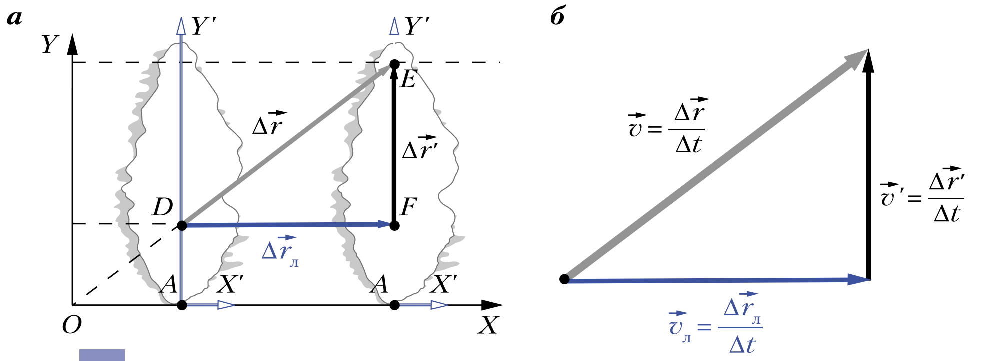


Рис. **20** Перемещение зайца относительно берега складывается из его перемещения относительно льдины и перемещения самой льдины относительно берега

ка (*см.* задачу 1): $x(t_к) = v_x \cdot t_к = 4 \cdot 10 = 40$ (м). Следовательно, координаты зайца в системе отсчёта XY в момент его соскока на берег (точка C на рис. 19) $x = 40$ м, $y = 30$ м.

Ответ: в системе отсчёта XY заяц соскочит на противоположный берег в точке с координатами $x = 40$ м, $y = 30$ м.

Полученные нами при рассмотрении данного примера результаты сложения перемещений и скоростей можно сформулировать и для общего случая.

Пусть система отсчёта $X'Y'$ движется поступательно относительно системы отсчёта XY. Тогда перемещение $\Delta\vec{r}$ точечного тела в системе отсчёта XY равно сумме перемещения $\Delta\vec{r}'$ этого тела в системе отсчёта $X'Y'$ и перемещения $\Delta\vec{r}_{отн}$ начала системы отсчёта $X'Y'$ относительно системы отсчёта XY:

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}' + \Delta\vec{r}_{отн}.$$

Скорость $\vec{v}$ точечного тела в системе отсчёта XY равна сумме скорости $\vec{v}'$ этого тела в системе отсчёта $X'Y'$ и скорости $\vec{v}_{отн}$, с которой система отсчёта $X'Y'$ движется относительно системы отсчёта XY:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{отн}.$$

Итоги

Если система отсчёта $X'Y'$ движется поступательно относительно системы отсчёта XY, то перемещение $\Delta\vec{r}$ точечного тела в системе отсчёта XY равно сумме перемещения $\Delta\vec{r}'$ этого тела в системе отсчёта $X'Y'$ и перемещения $\Delta\vec{r}_{отн}$ начала системы отсчёта $X'Y'$ относительно системы отсчёта XY:
$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}' + \Delta\vec{r}_{отн}$.

При этом скорость $\vec{v}$ точечного тела в системе отсчёта XY равна сумме скорости $\vec{v}'$ этого тела в системе отсчёта $X'Y'$ и скорости $\vec{v}_{\text{отн}}$, с которой система отсчёта $X'Y'$ движется относительно системы отсчёта XY:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{\text{отн}}.$$

Вопросы

1 Может ли измениться закон движения тела при переходе из одной системы отсчёта в другую?

2 Может ли измениться скорость тела при переходе из одной системы отсчёта в другую?

3 Покажите, что закон сложения скоростей следует из закона сложения перемещений.

*4 Как должно двигаться тело в движущейся поступательно относительно поверхности Земли системе отсчёта $X'Y'$, чтобы покоиться в системе отсчёта XY, связанной с Землёй?

*5 Как движется тело в системе отсчёта XY, связанной с Землёй, если оно покоится в движущейся поступательно относительно поверхности Земли системе отсчёта $X'Y'$?

Упражнения

1 Как должен двигаться заяц относительно льдины, которая плывёт по реке на юг со скоростью, модуль которой равен 2 м/с, чтобы оставаться неподвижным относительно берега?

2 Как должен двигаться заяц относительно льдины, которая плывёт по реке на юг со скоростью, модуль которой равен 2 м/с, чтобы двигаться относительно берега на север со скоростью, модуль которой равен 1 м/с?

*3 Как должен двигаться заяц относительно льдины, которая плывёт по реке на юг со скоростью, модуль которой равен 3 м/с, чтобы двигаться относительно берега на восток со скоростью, модуль которой равен 4 м/с?

4 В произвольном случае формула расчёта модуля скорости, полученная при сложении двух скоростей, согласно теореме косинусов, имеет вид: $v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 \cdot v_2 \cdot \cos\alpha$, где α — угол между векторами скоростей $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Проведите анализ этого выражения. Рассмотрите частные случаи: а) скорости параллельны; б) скорости перпендикулярны. Проанализируйте изменение модуля суммарной скорости при изменении угла α от 0 до $180°$.

§ 7 Примеры решения задач на сложение движений

Задача 1

Мальчик переплывает реку на моторной лодке так, что проекции скорости $\vec{v}'$ лодки относительно воды на координатные оси системы отсчёта XY, связанной с берегом, равны соответственно $v'_x = -2$ м/с и $v'_y = 2$ м/с (рис. 21). Скорость $\vec{u}$ течения во всех местах реки одинакова, а её модуль равен 3 м/с. Ширина реки $L = 6$ м. Определите: а) время, за которое лодка достигнет противоположного берега; б) путь, который пройдёт лодка в системе отсчёта XY, связанной с берегом.

Отметим, что все кинематические задачи могут быть решены по одинаковой схеме, аналогично тому, как это делалось в 7 классе.

Решение.

Шаг 1. Система отсчёта XY задана в условии задачи на рис. 21. В качестве тела отсчёта выбран берег. За начало отсчёта принята точка O — место старта. Часы включают в момент старта.

Шаг 2. Начальные координаты лодки: $x_0 = 0$, $y_0 = 0$.

Шаг 3. Определим проекции скорости движения лодки v_x и v_y в выбранной системе отсчёта.

Отметим, что лодка движется со скоростью $\vec{v}'$ относительно воды. Вода, в свою очередь, движется со скоростью $\vec{u}$ относительно берега (т. е. относительно системы отсчёта XY). Такое движение лодки подобно рассмотренному в § 6 (задача 2) движению зайца. Поэтому, как и в случае с зайцем, скорость $\vec{v}$ лодки относительно берега равна сумме скоростей лодки относительно воды $\vec{v}'$ и воды относительно берега $\vec{u}$. Таким образом, в выбранной системе отсчёта XY в любой момент времени выполняется соотношение:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}.$$

Вы уже знаете, что проекция суммы векторов равна сумме проекций слагаемых. По-

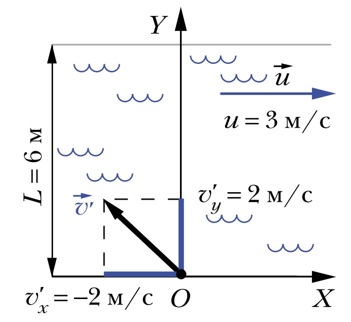


Рис. 21

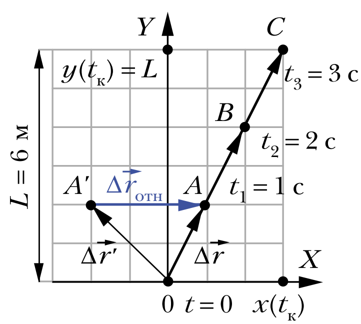


Рис. 22

этому для проекций скорости лодки на координатные оси получаем:

$$v_x = v'_x + u_x, \quad v_y = v'_y + u_y.$$

Из рис. 21 видно, что проекция скорости $\vec{v}'$ на ось X отрицательна и равна $v'_x = -2$ м/с. Проекция $\vec{v}'$ на ось Y положительна и равна $v'_y = 2$ м/с. Так как $\vec{u}$ направлена в положительном направлении оси X, то её проекция на эту ось положительна и равна её модулю: $u_x = 3$ м/с. Проекция $\vec{u}$ на ось Y равна нулю: $u_y = 0$, так как скорость перпендикулярна оси Y.

Подставляя значения проекций, получаем:

$$v_x = -2 + 3 = 1 \text{ (м/с)}, \quad v_y = 2 + 0 = 2 \text{ (м/с)}.$$ К

Шаг 4. Запишем законы движения проекций лодки на координатные оси с учётом результатов, полученных в шагах 2 и 3:

$$x(t) = x_0 + v_x \cdot t = 0 + 1t,$$

$$y(t) = y_0 + v_y \cdot t = 0 + 2t.$$

Шаг 5. Представим в виде уравнения условие задачи. В конечный момент времени $t_к$ координата $y(t_к)$ лодки по оси Y станет равна координате L противоположного берега: $y(t_к) = L$. Обозначим координату окончания переправы на оси X как $x(t_к)$. Поэтому пройденный лодкой путь $s = \sqrt{x^2(t_к) + L^2}$.

Шаг 6. Сведём полученные уравнения в систему, присвоив каждому из них название и номер:

$x(t) = 1t,$ (1) (*закон движения по оси X*)

$y(t) = 2t,$ (2) (*закон движения по оси Y*)

К Полученные результаты — значения проекций скорости лодки v_x и v_y относительно берега — можно также объяснить, рассмотрев перемещение лодки в системах отсчёта, связанных с берегом и водой. Рассмотрим перемещение лодки в системе отсчёта XY за время t от начала движения. Пусть $t = t_1 = 1$ с. Если бы вода в реке была неподвижна относительно берега, то за 1 с лодка совершила бы перемещение $\Delta\vec{r}'$ и оказалась бы в точке A' (рис. 22). Поскольку $v'_x = -2$ м/с, то координата лодки по оси X изменилась бы на $\Delta x' = v'_x \cdot t_1 = -2$ м, т. е. уменьшилась бы на 2 м. Соответственно, координата лодки по оси Y изменилась бы на $\Delta y' = v'_y \cdot t_1 = 2$ м, т. е. увеличилась бы на 2 м.

Однако вода движется относительно берега. Поэтому за время $t_1 = 1$ с место, где должна была бы оказаться лодка, сместится вдоль оси X вместе с водой на $\Delta\vec{r}_{отн}$, т. е. на $\Delta x_{отн} = u \cdot t_1 = 3$ м. Таким образом, через время $t_1 = 1$ с после начала движения лодка окажется в точке A. При этом по сравнению с начальным положением изменения координат лодки будут равны: $\Delta x = \Delta x' + \Delta x_{отн} = -2 + 3 = 1$ (м), $\Delta y = \Delta y' = 2$ м.

В последующие моменты времени характер движения лодки не изменится. С каждой секундой её координата x будет увеличиваться на 1 м, а координата y — на 2 м (*см.* рис. 22).

$$y(t_к) = L, \qquad (3)\ (\textit{условия окончания переправы})$$

$$s = \sqrt{x^2(t_к) + L^2}. \qquad (4)\ (\textit{выражение для пути})$$

Шаг 7. Решим полученную систему.

Подставив уравнение (2) в уравнение (3), имеем: $2 \cdot t_к = L$, т. е. $t_к = \frac{L}{2} = 3$ (с).

Подставим найденное время $t_к$ в закон движения (1) и найдём:

$$x(t_к) = 1 \cdot t_к = 3\ (м), \qquad s = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5} \approx 6{,}7\ (м).$$

Ответ: время переправы равно 3 с, пройденный путь ≈ 6,7 м.

Задача 2

Пловец переплывает реку с параллельными берегами, направляясь со скоростью $\vec{v}'$ относительно воды под углом α к берегу, как показано на рис. 23. Ширина реки равна L. Скорость течения реки одинакова во всех местах и равна по модулю u. Определите, на какое расстояние l вдоль берега переместится пловец (по сравнению с местом напротив старта) к тому моменту, когда переплывёт реку.

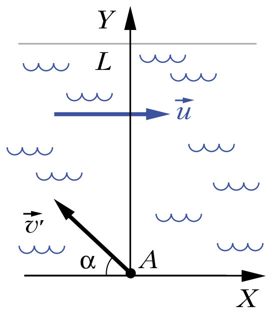


Рис. 23

Решение.

Шаг 1. Выбирая систему отсчёта, в качестве тела отсчёта возьмём берег, от которого стартует пловец. За начало отсчёта примем точку A — место старта. Оси X и Y направим так, как показано на рис. 23. Часы включим в момент старта.

Шаг 2. Запишем начальные координаты пловца: $x_0 = 0$, $y_0 = 0$.

Шаг 3. Определим проекции v_x и v_y скорости движения пловца на координатные оси выбранной системы отсчёта.

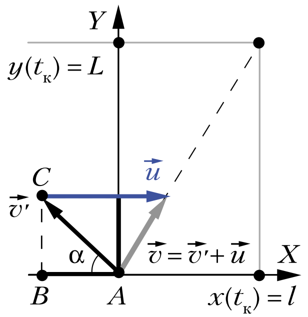


Рис. 24

Пловец движется со скоростью $\vec{v}'$ относительно воды. Вода, в свою очередь, движется со скоростью $\vec{u}$ относительно берега (т. е. относительно системы отсчёта XY). Поэтому скорость $\vec{v}$ пловца относительно берега равна сумме скоростей $\vec{v}'$ пловца относительно воды и скорости $\vec{u}$ воды: $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$.

Проекция суммы векторов равна сумме проекций слагаемых. Поэтому для проекций скорости $\vec{v}$ пловца на координатные оси получаем: $v_x = v'_x + u_x$, $v_y = v'_y + u_y$. Из рис. 24 видно, что проекция скорости $\vec{v}'$ на ось X отрицательна. Её значение определяется из соотношения сторон и углов прямоугольного треугольника ABC. Так как $\cos\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{|v'_x|}{v'}$, то $v'_x = -v' \cdot \cos\alpha$. Проекция $\vec{v}'$ на ось Y положительна и равна $v'_y = v' \cdot \sin\alpha$, поскольку из того же треугольника ABC $\sin\alpha = \frac{v'_y}{v'}$.

Скорость $\vec{u}$ направлена в положительном направлении оси X, и её проекция на эту ось положительна, поэтому $u_x = u$. Проекция $\vec{u}$ на ось Y равна нулю: $u_y = 0$, так как скорость $\vec{u}$ перпендикулярна оси Y. Подставляя полученные значения проекций, получаем: $v_x = -v' \cdot \cos\alpha + u$; $v_y = v' \cdot \sin\alpha$.

Шаг 4. Запишем законы движения пловца вдоль координатных осей с учётом результатов шагов 2 и 3:

$$x(t) = x_0 + v_x \cdot t = 0 + (-v' \cdot \cos\alpha + u) \cdot t,$$

$$y(t) = y_0 + v_y \cdot t = 0 + (v' \cdot \sin\alpha) \cdot t.$$

Шаг 5. Представим в виде уравнения условие задачи. В конечный момент времени $t_к$ координата $y(t_к)$ пловца по оси Y станет равна координате L противоположного берега: $y(t_к) = L$.

Величина l «сноса пловца» по течению реки равна его координате x в момент времени $t_к$, т. е. $x(t_к) = l$ (*см.* рис. 24).

Шаг 6. Объединим полученные уравнения в систему, присвоив каждому из них номер и название:

$x(t) = (-v' \cdot \cos\alpha + u) \cdot t$, (5) (*закон движения по оси X*)

$y(t) = (v' \cdot \sin\alpha) \cdot t$, (6) (*закон движения по оси Y*)

$y(t_к) = L$, (7) (*условия окончания переправы*)

$x(t_к) = l$. (8) (*выражение для «сноса пловца»*)

Шаг 7. Решим систему уравнений. Чтобы найти момент времени окончания переправы, подставим выражение (6) в (7):

$$(v' \cdot \sin\alpha) \cdot t_к = L, \text{ т. е. } t_к = \frac{L}{v' \cdot \sin\alpha}.$$

Подставив найденное время $t_к$ в закон движения (5), найдём с учётом (8) искомое расстояние l:

$$l = x(t_к) = (-v' \cdot \cos\alpha + u) \cdot t_к = (-v' \cdot \cos\alpha + u) \cdot \frac{L}{v' \cdot \sin\alpha}. \quad (9)$$

Шаг 8. Проведём анализ полученного результата. Из выражения (9) видно, что чем больше ширина реки L, тем на большее расстояние l снесёт пловца. Кроме того, если модуль u скорости течения реки больше модуля $v' \cdot \cos\alpha$ проекции скорости пловца относительно воды, то $-v' \cdot \cos\alpha + u > 0$. В этом случае пловец окажется ниже по течению относительно места старта (*см.* рис. 24). Напротив, если $v' \cdot \cos\alpha > u$, то $-v' \cdot \cos\alpha + u < 0$. В этом случае пловец выйдет на берег в месте, расположенном выше по течению относительно места старта.

Упражнения

1 Пловец переплывает реку с параллельными берегами, направляясь со скоростью $\vec{v}'$ относительно воды под углом $45°$ к берегу (*см.* рис. 21). Ширина реки $L = 40$ м. Проекции скорости $\vec{v}'$ пловца относительно воды на координатные оси системы отсчёта XY, связанной с берегом, равны $v'_x = -0{,}5$ м/с и $v'_y = 0{,}5$ м/с. Модуль скорости течения реки $u = 1$ м/с. Определите: а) время, за которое пловец достигнет противоположного берега; б) путь, проделанный пловцом в системе отсчёта, связанной с берегом.

***2** Лодочник переправляется через реку шириной $L = 240$ м. Он направляет лодку так, что попадает в точку противоположного берега, расположенную напротив места старта. Лодка движется относительно воды со скоростью, модуль которой $v' = 1{,}8$ км/ч. Скорость течения реки постоянна, а её модуль $u = 0{,}3$ м/с. Сколько времени потребуется на переправу?

3 Рыбак плывёт на лодке строго против течения реки. Когда он проплывал под мостом, с лодки упал деревянный багор. Пропажу багра рыбак заметил через $0{,}5$ ч. Он быстро повернул назад. Багор рыбак обнаружил в 5 км от моста. Определите скорость течения реки, считая, что рыбак всё время грёб одинаково.

§ 8 Криволинейное движение

В рассмотренном ранее примере из § 6 (задача 2) движение зайца по льдине и движение льдины относительно берега происходило равномерно прямолинейно. В результате сложения этих двух движений заяц относительно берега двигался равномерно прямолинейно.

Изучим, как изменится результат сложения двух прямолинейных движений, если *одно из них останется равномерным, а другое будет равноускоренным*.

Систему отсчёта в уже известной задаче (*см.* § 6) свяжем с берегом, выбрав за начало отсчёта то место на берегу, где заяц соскочил на льдину (точка

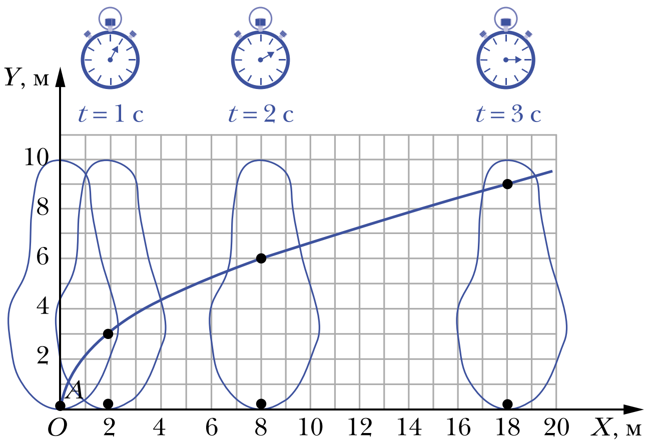


Рис. **25** Результат сложения двух прямолинейных движений, одно из которых равномерное, а другое равноускоренное

O). Ось X направим вдоль берега в направлении движения льдины, а ось Y, вдоль которой бежит заяц, – перпендикулярно оси X в направлении противоположного берега, как показано на рис. 25. Часы включим в момент соскока зайца с берега (из точки O) на льдину (в точку A).

Заяц, как и прежде, бежит равномерно прямолинейно относительно льдины в направлении противоположного берега со скоростью, модуль которой равен 3 м/с. Пусть в начальный момент времени скорость льдины равна нулю и она начинает двигаться поступательно относительно параллельных друг другу берегов реки с ускорением, модуль которого $a = 4$ м/с^2.

Прежде всего определим закон движения льдины (её точки A) в выбранной системе отсчёта. Вдоль оси X она движется равноускоренно прямолинейно. Так как начальные координата и скорость точки A равны нулю ($x_0 = 0$, $v_0 = 0$), закон движения проекции точки A вдоль оси X имеет вид:

$$x_A(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{4t^2}{2}.$$

Определим законы движения зайца в проекциях на координатные оси выбранной системы отсчёта. Начнём с оси X. В любой момент времени координата зайца по оси X совпадает с координатой точки A, так как *заяц движется по льдине только вдоль оси Y*. Поэтому закон движения зайца вдоль оси X тот же, что и закон движения проекции точки A:

$$x(t) = x_A(t) = \frac{4t^2}{2}. \qquad (1)$$

Таким образом, заяц движется вдоль оси X в положительном направлении с ускорением, модуль которого $a = 4$ м/с^2. Понятно, что такое движение обусловлено движением льдины.

По условию задачи заяц бежит по льдине в направлении противоположного берега с *постоянной* скоростью, модуль которой равен 3 м/с. Поэтому заяц движется вдоль оси Y равномерно в положительном направлении и закон его движения имеет вид:

$$y(t) = 3t. \tag{2}$$

Это движение обусловлено движением зайца относительно льдины.

Рассмотрим движение зайца более подробно. Для этого рассчитаем из полученных законов движения (1) и (2) координаты зайца в несколько последующих моментов времени и заполним табл. 2.

Таблица 2

Момент времени t, с	0	1	2	3
Координата x, см	0	2	8	18
Координата y, см	0	3	6	9

Нанесём на координатную сетку системы отсчёта XY точки, в которых будет находиться заяц в рассмотренные моменты времени (*см.* рис. 25).

Видно, что полученные точки лежат на кривой линии. Таким образом, в рассмотренном примере траектория зайца является кривой линией, а его движение — криволинейным движением.

! Если при движении точечного тела по плоскости в выбранной системе отсчёта его проекция движется вдоль одной из осей равномерно, а вдоль другой равноускоренно, то движение тела будет криволинейным.

До сих пор, как и в 7 классе, мы говорили об ускорении только для прямолинейного движения. Теперь можно дать определение ускорения для общего случая.

Ускорением тела в момент времени t называют отношение изменения $\Delta\vec{v}$ скорости тела за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t, к длительности этого промежутка:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

! При криволинейном движении тело всегда имеет ускорение, отличное от нуля.

Определим, как связаны между собой координаты x и y точек траектории. Для этого выразим из уравнения (2) величину t через координату y: $t = \frac{y}{3}$. Подставив этот результат в уравнение (1), получим:

$$x = \frac{4t^2}{2} = \frac{4\left(\frac{y}{3}\right)^2}{2} = \frac{4y^2}{2 \cdot 9} = \frac{2}{9}y^2.$$

Из курса математики известно, что такое соотношение описывает *параболу*. Следовательно, траектория зайца в выбранной системе отсчёта представляет собой одну из ветвей параболы.

Определим зависимости проекций скорости v_x и v_y от времени. Вдоль оси X заяц движется равноускоренно: $a_x = 4$ м/с^2. Его начальная скорость равна нулю.

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x \cdot t = 0 + 4t = 4t. \qquad (3)$$

Вдоль оси Y он движется равномерно, следовательно, $a_y = 0$.

$$v_y(t) = v_{0y} + a_y \cdot t = 3 + 0 \cdot t = 3. \qquad (4)$$

Из полученных зависимостей видно, что с течением времени модуль скорости вдоль оси X возрастает, а скорость вдоль оси Y не изменяется. Таким образом, с течением времени вектор скорости $\vec{v}(t)$ зайца также будет изменяться. *При этом будет изменяться не только модуль, но и направление вектора* $\vec{v}(t)$.

! При криволинейном движении изменяется направление вектора скорости тела.

Чтобы убедиться в этом, рассчитаем значения проекций скорости на оси X и Y и модуля скорости движения зайца в начальный и несколько последующих моментов времени.

Полученные данные занесём в табл. 3.

Таблица 3

Момент времени t, с	0	1	2	3
Проекция вектора скорости на ось X: $v_x = 4t$, м/с	0	4	8	12
Проекция вектора скорости на ось Y: $v_y = 3$, м/с	3	3	3	3
Модуль вектора скорости $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, м/с	3	$\sqrt{4^2 + 3^2}$	$\sqrt{8^2 + 3^2}$	$\sqrt{12^2 + 3^2}$

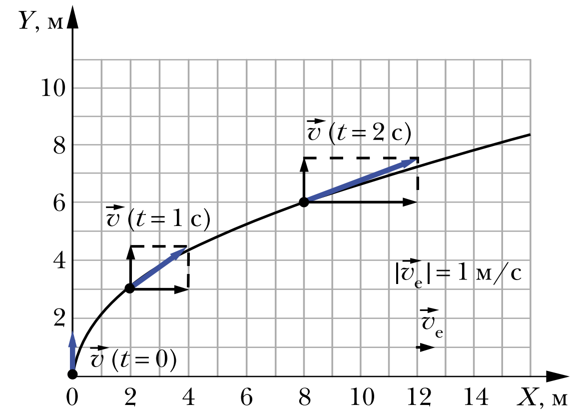


Рис. **26** Вектор скорости в каждой точке траектории направлен по касательной к ней

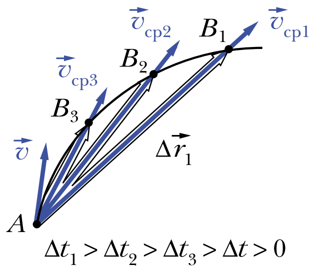


Рис. **27**

Для указанных в таблице моментов времени изобразим векторы скоростей, используя их проекции на оси X и Y (рис. 26). Видно, что *направление каждого вектора скорости совпадает с касательной к траектории, проведённой через данную точку*. Это не случайное совпадение.

Действительно, рассмотрим движение точечного тела по криволинейной траектории (рис. 27). Пусть в момент времени t тело находится в точке A, а в момент времени $t + \Delta t_1$ – в точке B_1. Из определения средней скорости следует, что направление вектора средней скорости $\vec{v}_{ср1}$ совпадает с направлением вектора перемещения $\Delta\vec{r}_1$. Этот вектор лежит на хорде AB_1. При уменьшении длительности рассматриваемого промежутка времени Δt длина хорды, соединяющей начальное и конечное положения тела, уменьшается, а направление вектора средней скорости $\vec{v}_{ср}$ стремится к направлению касательной к траектории в точке A. Если длительность Δt становится достаточно малой, то хорда «стягивается» в точку, а средняя скорость становится мгновенной скоростью.

! Мгновенная скорость тела всегда направлена по касательной к траектории в той её точке, где находится тело.

Криволинейное движение – очень распространённый вид механического движения. По криволинейным траекториям движутся, например, все точки автомобиля, совершающего поворот, концы стрелок часов, снаряд, вылетающий из пушки под углом к горизонту, и т. п. Все эти тела движутся с ускорением, и вектор скорости каждого из них изменяет направление во время движения.

Итоги

Если при движении тела по плоскости в выбранной системе отсчёта его проекция движется вдоль одной из осей равномерно, а вдоль другой равноускоренно, то движение тела будет *криволинейным*. Траектория точки в этом случае представляет собой ветвь параболы.

Если проекции тела на координатные оси выбранной системы отсчёта движутся с разными по модулю ускорениями, то движение тела будет *криволинейным*.

При криволинейном движении тело всегда имеет ускорение, отличное от нуля. При этом изменяется *направление вектора скорости тела*.

Мгновенная скорость тела всегда направлена по касательной к траектории в той её точке, где находится тело.

Вопросы

1 Какое движение называют криволинейным?

2 Может ли движение точечного тела в выбранной системе отсчёта XY быть криволинейным, если проекции тела на оси координат движутся равномерно?

*3 Будет ли движение точечного тела в выбранной системе отсчёта XY криволинейным, если проекции тела движутся равноускоренно с разными по модулю ускорениями?

4 Куда направлена скорость точечного тела при криволинейном движении?

5 Может ли быть равным нулю ускорение тела, движущегося по криволинейной траектории? Обоснуйте ответ.

Упражнение

Пусть заяц (*см.* задачу в параграфе) начинает бежать равноускоренно прямолинейно относительно льдины в направлении противоположного берега. Модуль его ускорения равен 2 м/с^2. При этом льдина движется относительно берегов реки поступательно с постоянной скоростью, модуль которой равен 4 м/с. Система отсчёта связана с берегом. За начало отсчёта выбрано то место берега, где заяц соскочил на льдину. Ось X системы отсчёта направлена вдоль берега в направлении движения льдины, ось Y

перпендикулярна ей и направлена к противоположному берегу. Часы включены в момент соскока зайца на льдину.

Выполните задания:

а) напишите законы движения зайца по координатным осям;

б) напишите зависимости проекций скорости зайца на координатные оси от времени;

в) определите координаты и проекции скорости зайца в моменты времени: 0, 1, 2, 3, 4 с и составьте соответствующую таблицу;

г) нанесите на координатную сетку точки, в которых находился заяц в моменты времени: 0, 1, 2, 3, 4 с;

д) получите уравнение траектории зайца и установите вид траектории. Изобразите её на координатной сетке;

*е) используя результаты, полученные в пункте «в», изобразите на координатной сетке проекции и векторы скоростей зайца в моменты времени: 0, 1, 2, 3, 4 с в соответствующем масштабе.

Для дополнительного изучения

§ 9 Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Движение тел, брошенных под углом к горизонту, знакомо каждому. Примерами такого движения являются полёт брошенного камня или вылетевшего из ствола пушки снаряда. Про такие тела говорят, что они движутся по баллистической (от *греч.* βάλλειν — «бросать») траектории. В случае, если брошенное тело обладает достаточно большой плотностью и одновременно малыми размерами, при описании его полёта обычно пренебрегают сопротивлением воздуха и движение считают *свободным падением* (*см.* § 2).

Рассмотрим свободное падение камня, который бросили с горизонтальной площадки с известной начальной скоростью $\vec{v}_0$ под углом α к горизонту (рис. 28). Определим расстояние L по горизонтали от точки бросания камня до места его падения.

Будем считать, что во время полёта на камень действует только сила тяжести. Поэтому в любой момент времени его ускорение направлено вертикально вниз и по модулю равно g ($g = 10$ м/с^2).

Рассмотрим движение камня, решая задачу по известной вам схеме.

Шаг 1. Систему отсчёта свяжем с Землёй. Начало отсчёта поместим в точку бросания. Ось X направим горизонтально в направлении точки падения. Ось Y направим вертикально вверх. Часы включим в момент бросания.

Шаг 2. Начальные координаты камня известны: $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$.

Шаг 3. Пусть проекции $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$ и $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$ известной нам начальной скорости $\vec{v}_0$ камня равны соответственно $v_{0x} = 10$ м/с и $v_{0y} = 20$ м/с.

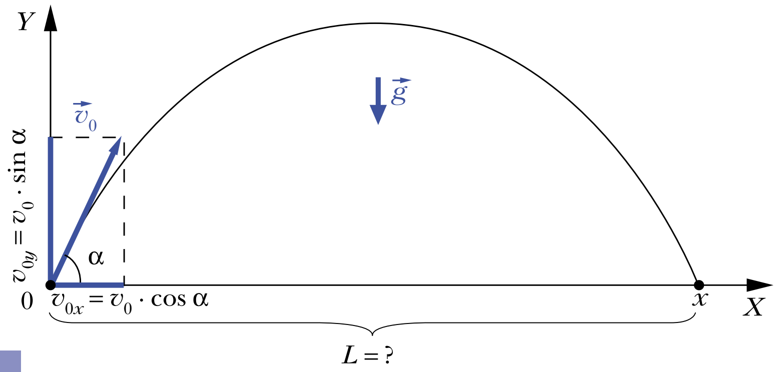


Рис. **28** Траектория тела, брошенного под углом к горизонту

Шаг 4. Ускорение $\vec{a}$ камня в любой момент времени равно $\vec{g}$ и направлено вертикально вниз, т. е. в отрицательном направлении оси Y. Следовательно, проекция a_y ускорения камня на ось Y равна модулю ускорения свободного падения, взятому со знаком минус: $a_y = -g$. Поэтому камень вдоль оси Y движется равноускоренно с отрицательным значением ускорения. Следовательно, модуль скорости v_y будет уменьшаться с течением времени, пока не станет равным нулю. Другими словами, камень будет подниматься всё медленнее, пока не достигнет верхней точки. После этого координата y камня начнёт уменьшаться. Проекция его скорости на ось Y станет отрицательной, а её модуль будет непрерывно увеличиваться вплоть до момента падения камня на площадку.

Таким образом, движение камня вдоль оси Y является равноускоренным с отрицательным значением ускорения. Поэтому координата y камня изменяется по закону равноускоренного прямолинейного движения:

$$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = 0 + 20t - \frac{10t^2}{2} = 20t - 5t^2.$$

Проекция a_x ускорения камня на ось X равна нулю, так как ускорение свободного падения перпендикулярно этой оси. Поэтому движение камня вдоль оси X является равномерным, а координата x камня изменяется по закону равномерного прямолинейного движения:

$$x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t = 0 + 10t = 10t.$$

Напомним, что в приведённых выражениях координаты x и y измеряются в метрах, а время t — в секундах.

Шаг 4*. При определении расстояния L этот шаг решения не используется. Однако мы определим зависимости от времени проекций скорости камня на координатные оси, так как они потребуются нам в дальнейшем для анализа движения камня.

Проекция скорости $\vec{v}$ камня на ось X не изменяется с течением времени:

$$v_x(t) = v_{0x} = 10 \text{ м/с}.$$

Проекция скорости $\vec{v}$ камня на ось Y изменяется со временем, уменьшаясь с каждой секундой:

$$v_y(t) = v_{0y} - g \cdot t = 20 - 10t.$$

Шаг 5. В момент $t_\text{п}$ падения камня на Землю его координата по оси Y станет равной нулю. Поэтому условие падения имеет вид:

$$y(t_\text{п}) = 0.$$

Шаг 6. Объединим полученные уравнения в систему, присвоив каждому номер и название:

$x(t) = 10t,$ (1) (*закон движения по оси* X)

$y(t) = 20t - 5t^2,$ (2) (*закон движения по оси* Y)

$y(t_\text{п}) = 0.$ (3) (*условие падения*)

Шаг 7. Для решения системы подставим уравнение (2) в (3), получим уравнение, из которого можно определить время полёта камня:

$$20t_\text{п} - 5t_\text{п}^2 = 0,$$

или $5(4t_\text{п} - t_\text{п}^2) = 0,$

откуда $(4 - t_\text{п})t_\text{п} = 0.$

Уравнение имеет два решения. Первое решение $t_\text{п} = 0$ соответствует начальному моменту времени, когда камень начинал свой полёт с поверхности площадки и его координата по оси Y равнялась нулю. Нас же интересует второе решение: $t_\text{п} = 4$ с. В этот момент времени координата камня по оси Y снова стала равной нулю. Это означает, что камень упал на площадку.

Таким образом, время полёта камня $t_\text{п} = 4$ с.

Определим искомое расстояние L. Для этого подставим время падения $t_\text{п}$ в закон движения (1):

$$L = x(t_\text{п}) = 10t_\text{п} = 10 \cdot 4 = 40 \text{ (м)}.$$

Теперь определим время $t_\text{в}$, в течение которого камень поднимался до верхней точки траектории. В этой точке проекция скорости камня на ось Y становится равной нулю. Поэтому для определения $t_\text{в}$ решим уравнение:

$$v_y(t_\text{в}) = v_{0y} - g \cdot t_\text{в} = 0.$$

Следовательно,

$$t_\text{в} = \frac{v_{0y}}{g} = 2 \text{ (с)}.$$

Отметим, что это время в 2 раза меньше времени полёта камня.

Время подъёма камня с поверхности Земли до максимальной высоты равно времени его падения из верхней точки до поверхности Земли.

Знание значения $t_в$ позволяет определить максимальную высоту подъёма камня во время полёта. Подставив значение $t_в$ в уравнение (2), получим:

$$H = y(t_в) = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 20 \text{ (м)}.$$

Если бы мы решали задачу в общем виде, то для времени $t_п$ полёта камня и искомого расстояния L мы получили бы выражения:

$$t_п = 2\frac{v_{0y}}{g} = 2\frac{v_0}{g} \cdot \sin\alpha,$$

$$L = v_{0x} \cdot t_п = 2\frac{v_{0x} \cdot v_{0y}}{g} = 2\frac{v_0^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha.$$

Анализ этих выражений позволяет сделать следующие выводы.

1. Чем больше проекция v_{0y} начальной скорости на ось Y, тем больше время $t_п$ полёта камня.

2. Чем больше произведение проекций v_{0x} и v_{0y} начальной скорости $\vec{v}_0$ на координатные оси X и Y, тем больше расстояние L между точками бросания и падения. Максимальным это расстояние будет при $\alpha = 45°$.

3. Время подъёма камня до максимальной высоты равно половине времени его полёта. Это время и высота подъёма камня будут максимальны, если камень брошен вертикально вверх, т. е. при $\alpha = 90°$.

В заключение, используя законы движения (1) и (2), а также зависимости проекций скорости $\vec{v}$ камня от времени, определим координаты x и y камня и проекции v_x и v_y его скорости в различные моменты движения. Занесём полученные данные в табл. 4.

Таблица 4

Момент времени t, с	0	1	2	3	4
Координата x, м	0	10	20	30	40
Координата y, м	0	15	20	15	0
Проекция скорости v_x, м/с	10	10	10	10	10
Проекция скорости v_y, м/с	20	10	0	–10	–20

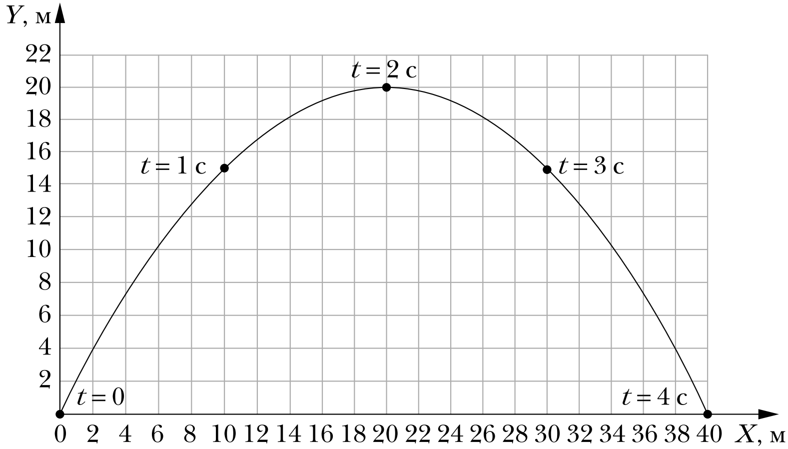


Рис. **29** Траектория, построенная с использованием законов движения $x(t)$ и $y(t)$, представляет собой параболу

Нанесём полученные значения координат x и y на координатную сетку выбранной нами системы отсчёта (рис. 29). Легко убедиться в том, что все точки, в которых побывал камень в процессе полёта, ложатся на параболу, а вектор скорости в соответствующих точках траектории направлен по касательным к ней (рис. 30).

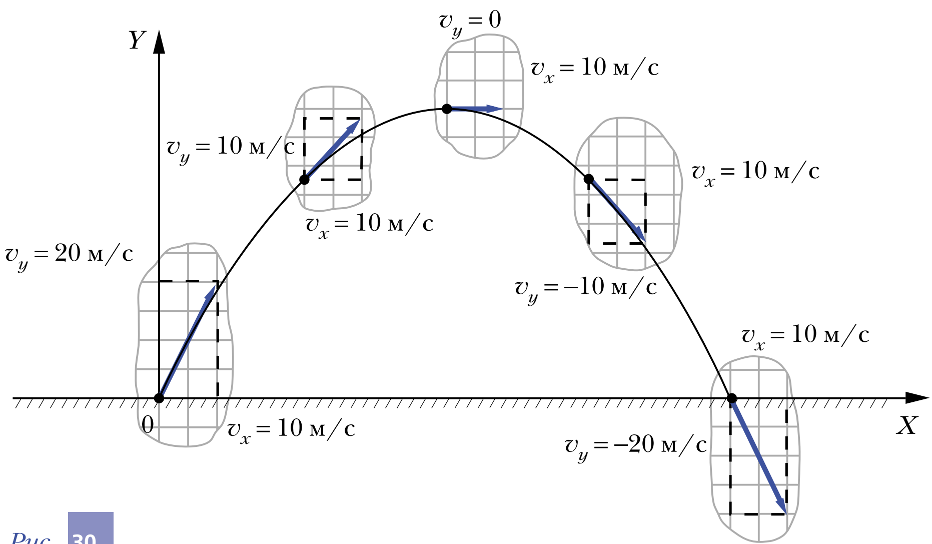


Рис. **30**

Итоги

Движение тела, брошенного под углом к горизонту, можно рассматривать как совокупность двух независимых движений: вдоль горизонтальной и вертикальной осей.

Если не учитывать сопротивление воздуха, то движение тела в горизонтальном направлении будет равномерным:
$x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t$;

движение в вертикальном направлении будет равноускоренным с ускорением свободного падения $\vec{g}$:

$$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}.$$

Время полёта тела $t_п$ определяется из уравнения $y(t_п) = 0$:

$$t_п = 2\frac{v_{0y}}{g} = 2\frac{v_0}{g} \cdot \sin\alpha.$$

Дальность полёта тела L определяется из выражения:

$$L = v_{0x} \cdot t_п = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha.$$

Максимальная дальность полёта достигается, если тело брошено под углом 45° к горизонту.

Максимальная высота подъёма тела H достигается в момент времени $t_в = \frac{v_0}{g} \cdot \sin\alpha$: $H = y(t_в) = \frac{(v_0 \cdot \sin\alpha)^2}{2g}$.

Высота подъёма максимальна, если тело брошено вертикально вверх.

Вопросы

1 Какое движение называют свободным падением?
2 В какой системе отсчёта обычно рассматривают движение тела, брошенного под углом к горизонту?
3 По какой траектории движется тело, брошенное под углом к горизонту?
4 Из какого условия находят: а) время полёта тела; б) дальность полёта тела; в) максимальную высоту подъёма тела?
5 Куда направлен вектор скорости при криволинейном движении?

Упражнения

1 Камень бросили с горизонтальной площадки под углом к горизонту так, что проекции начальной скорости $\vec{v}_0$ камня равны $v_{0x} = 20$ м/с и $v_{0y} = 30$ м/с. Ось X проведена горизонтально в направлении места падения камня, а ось Y — вертикально вверх. Определите время полёта камня и расстояние L по горизонтали от точки бросания камня до места его падения на площадку.

2 Определите, используя данные из упражнения 1, время и максимальную высоту подъёма камня.

*3 Камень бросили с горизонтальной площадки с начальной скоростью $\vec{v}_0$ под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Определите время полёта камня и расстояние L по горизонтали от точки его бросания до места падения на площадку, если модуль его начальной скорости равен 20 м/с.

*4 Два камня (1 и 2) бросили с горизонтальной площадки с одинаковыми по модулю начальными скоростями соответственно под углами $\alpha_1 = 30^\circ$ и $\alpha_2 = 60^\circ$ к горизонту. Определите, какой из камней пролетит большее расстояние по горизонтали от точки бросания до точки падения.

✔5 Пустите в ванной воду из лейки душа так, чтобы начальная скорость воды в струйках была направлена под некоторым углом к горизонту. Рассмотрите траектории струек. Можно ли их считать параболическими? Для ответа на этот вопрос сфотографируйте (придётся обратиться за помощью, например, к однокласснику) текущие из лейки душа струйки и напечатайте фотографию. Нанесите на фотографию систему координат, определите координаты десяти точек одной из струек. Как проверить, является ли форма данной струйки параболой? По результатам исследования сделайте сообщение в классе.

§ 10 Равномерное движение по окружности. Угловая скорость. Период и частота вращения

Вначале дадим определение движения по окружности для точечного тела (точки).

Движение точечного тела, при котором его траектория в выбранной системе отсчёта представляет собой окружность, называют движением по окружности.

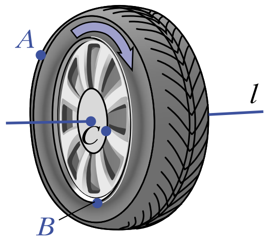


Рис. **31** Каждая точка вращающегося колеса движется по окружности, центр которой находится на оси вращения

Рис. **32** Вращение Земли

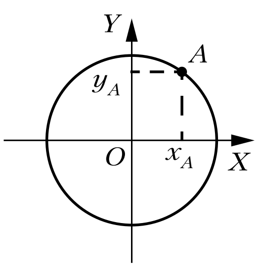


Рис. **33**

Движение по окружности широко распространено. Например, все точки колеса, вращающегося вокруг неподвижной относительно наблюдателя оси l (рис. 31), движутся по окружностям, центры которых лежат на этой оси. Тоже можно сказать о движении точек поверхности Земли в системе отсчёта, связанной с наблюдателем, относительно которого ось вращения Земли неподвижна (рис. 32).

Важно отметить, что нельзя путать движение точечного тела по окружности с *вращательным движением* тела, имеющего конечные размеры.

Движение тела, имеющего размеры, называют вращательным, если все точки этого тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, неподвижной в рассматриваемой системе отсчёта. Эту прямую называют осью вращения тела.

Для того чтобы в каждый момент времени определять положение точечного тела A, движущегося по окружности, можно было бы ввести координатные оси X и Y так, как это сделано на рис. 33. При таком способе описания движения точечного тела используют, как вы знаете, законы его движения в проекциях на координатные оси. (Именно таким образом мы описывали прямолинейное движение тела по плоскости в § 4.) При этом зависимости $x_A(t)$ и $y_A(t)$, описывающие движение тела по окружности, имеют достаточно сложный вид (они представляют собой функции, которые вам ещё не знакомы). Поэтому мы воспользуемся другим способом описания.

Помимо координатного, в физике существует ещё один способ описания положения тела в пространстве — *векторный*. При его использовании положение тела в любой момент времени t описывают вектором $\vec{r}(t)$. Его называют *радиусом-вектором*. Начало

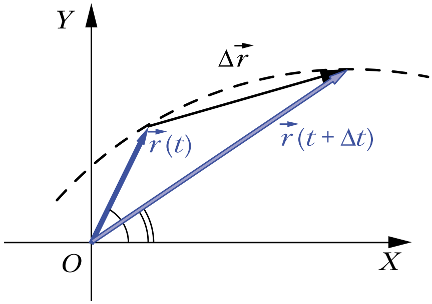


Рис. 34 При криволинейном движении положение точечного тела в любой момент времени задаётся радиусом-вектором $\vec{r}(t)$

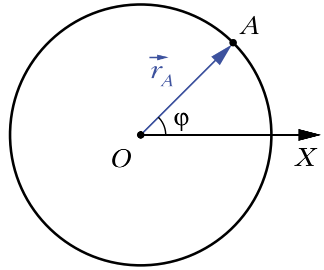


Рис. 35 При движении по окружности точечного тела A его положение определяется углом φ между радиусом-вектором $\vec{r}_A$ и осью X

радиуса-вектора всегда совпадает с началом отсчёта системы координат (при движении точечного тела по окружности — с центром окружности). Его конец совпадает с той точкой, в которой находится в данный момент времени t рассматриваемое точечное тело. Например, на рис. 34 радиус-вектор $\vec{r}(t)$ определяет положение тела в момент времени t. При движении тела по криволинейной траектории радиус-вектор изменяет своё направление и модуль. В частном случае при движении по окружности, будет изменяться только направление радиуса-вектора, так как его модуль равен радиусу этой окружности.

Таким образом, положение точечного тела A на окружности определяется углом φ между радиусом-вектором $\vec{r}_A$ и осью X (рис. 35). Если угол φ равен нулю, то радиус-вектор сонаправлен с осью X.

При движении тела A по окружности радиус-вектор $\vec{r}_A$ поворачивается. Поэтому угол φ, характеризующий положение тела на окружности, изменяется с течением времени (рис. 36). В результате, если нам известна зависимость угла φ от времени t, мы можем сказать, что движение тела по окружности описано полностью. В этом случае мы можем ответить на вопросы:

1. В какой точке окружности находится тело в заданный момент времени?
2. В какой момент времени тело находится в заданной точке окружности?

Угол можно измерять в хорошо известных вам единицах — градусах. Однако во многих случаях удобнее пользоваться другой единицей (рис. 37). Эту единицу называют *радиан* (рад).

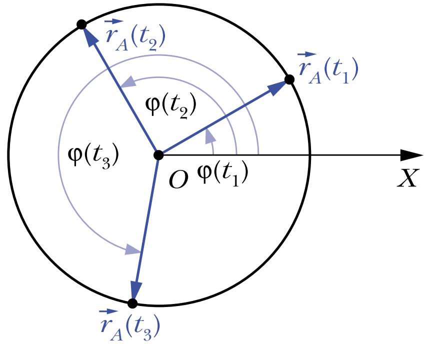


Рис. **36**

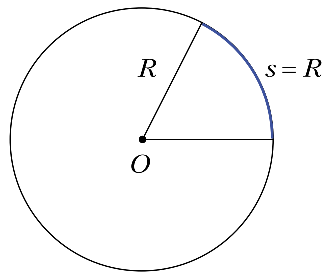


Рис. **37**

Один радиан — это величина центрального угла окружности, опирающегося на дугу, длина которой равна радиусу окружности.

Вы уже знаете, что длина окружности равна $2\pi R$, где R – радиус окружности. Поэтому полный угол, величина которого равна 360°, больше угла в 1 рад в 2π раз. Следовательно, 1 рад $= \dfrac{360^\circ}{2\pi} \approx \dfrac{360^\circ}{2 \cdot 3{,}14} \approx 57^\circ$.

Теперь, когда мы установили единицу угла φ между радиусом-вектором и осью X, рассмотрим пример движения точечного тела A по окружности (*см.* рис. 35). Пусть закон его движения имеет вид:

$$\varphi(t) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}t,$$

где t измеряется в секундах, а φ — в радианах.

Заметим, что этот закон движения с точностью до обозначений совпадает с известным вам законом равномерного прямолинейного движения тела вдоль координатной оси: $x(t) = x_0 + v \cdot t$. Величина $\frac{\pi}{2}$ соответствует начальной координате x_0 и определяет начальное положение радиуса-вектора. Величина $\frac{\pi}{4}$ соответствует значению скорости v тела при равномерном

Значения часто встречающихся углов, выраженные в градусах и радианах.

Полный угол	360°	2π
Развёрнутый угол	180°	π
Прямой угол	90°	$\pi/2$
Углы равностороннего треугольника	60°	$\pi/3$
Половина прямого угла	45°	$\pi/4$

прямолинейном движении и определяет изменение угла φ за единицу времени.

Рассчитаем положения точечного тела A на окружности (т. е. определим углы между радиусом-вектором и осью X) для нескольких последующих моментов времени. Например, в момент времени $t_0 = 0$ с получаем $\varphi(t_0) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \cdot 0 = \frac{\pi}{2}$; в момент времени $t_1 = 1$ с имеем $\varphi(t_1) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \cdot 1 = \frac{3}{4}\pi$ и т. д. Результаты расчётов сведены в табл. 5.

Таблица 5

Момент времени t, с	0	1	2	3	4	5
Угол φ, рад	$\pi/2$	$3\pi/4$	π	$5\pi/4$	$3\pi/2$	$7\pi/4$

Нанесём на окружность точки, соответствующие положениям тела A в рассмотренные моменты времени (рис. 38). Видно, что при $t_0 = 0$ угол φ равен $\frac{\pi}{2}$, т. е. первому слагаемому в законе движения. Угол между радиусом-вектором $\vec{r}_A$ и осью X, соответствующий начальному моменту времени, называют начальным углом и обозначают φ_0. Таким образом, в приведённом законе $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.

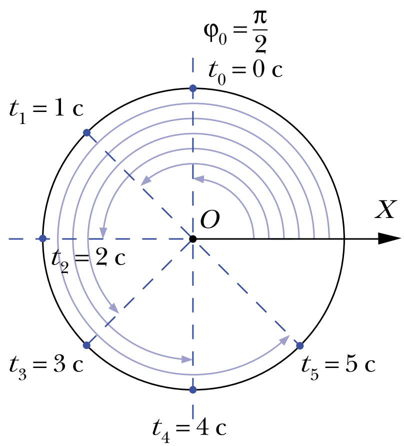


Рис. 38 За каждую секунду движения угол φ увеличивается на одинаковую величину

За каждую следующую секунду угол φ увеличивается на одинаковую величину $\frac{\pi}{4}$. Эта величина характеризует *быстроту изменения угла* φ. Для её характеристики вводят физическую величину — *угловую скорость*, которую обозначают греческой буквой ω (читается «омега»).

Угловой скоростью в момент времени t движущегося по окружности точечного тела называют физическую величину, равную отношению угла поворота Δφ его радиуса-вектора за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t, к длительности этого промежутка:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Так как единица угла поворота радиуса-вектора — радиан, то единица угловой скорости в СИ — *радиан в секунду* (рад/с).

В рассмотренном примере угловая скорость движущегося по окружности тела A не изменяется с течением времени:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\pi}{4}\ (\text{рад/с}).$$

Движение точечного тела по окружности называют равномерным, если его угловая скорость не изменяется с течением времени.

Таким образом, из определения следует, что тело A движется по окружности равномерно.

В соответствии с введёнными обозначениями закон равномерного движения по окружности для любого точечного тела можно записать в виде:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega \cdot t,$$

где φ_0 — начальный угол, а ω — постоянная угловая скорость.

! Если угловая скорость ω не изменяется, то угол поворота радиуса-вектора за время Δt равен: $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$. Поэтому при равномерном движении точечного тела по окружности за любые равные промежутки времени Δt его радиус-вектор поворачивается на равные углы $\Delta\varphi$ в одном и том же направлении.

Рассмотрим точечное тело, движущееся равномерно по окружности. Пусть за время $\Delta t = 2$ с радиус-вектор совершает $N = 10$ полных оборотов. Следовательно, за каждую секунду тело совершает $\frac{N}{\Delta t} = 5$ полных оборотов.

Число оборотов точечного тела по окружности за единицу времени называют частотой обращения:

$$\nu = \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{\Delta t}}.$$

Частоту обозначают греческой буквой ν (читается «ню»). Единица частоты в СИ — *секунда в минус первой степени*: $\frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1}$.

Угол одного полного оборота равен 2π. Поэтому угол поворота радиуса-вектора за промежуток времени Δt составляет $\Delta\varphi = 2\pi \cdot N$.

Частота ν и угловая скорость ω связаны между собой соотношением:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot N}{\Delta t} = 2\pi \cdot \nu.$$

Понятно, что величина, обратная частоте и равная $\frac{\Delta t}{N}$, соответствует времени, за которое точечное тело совершает не N, а один оборот.

Время T, за которое точечное тело совершает один оборот, называют периодом обращения.

Для расчёта периода обращения T можно использовать формулы:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\Delta t}{N}.$$

Понятия частоты ν и периода T вводят не только для равномерно движущегося по окружности точечного тела, но и для тела, имеющего размеры и равномерно вращающегося (*см.* рис. 31 и 32). В этом случае говорят о частоте и периоде *вращения*.

Число оборотов вращающегося тела за единицу времени называют частотой его вращения.
Время T, за которое вращающееся тело совершает один оборот, называют периодом вращения.

Таким образом, приведённые формулы справедливы для частоты и периода вращения.

Итоги

Движение точечного тела, при котором его траектория в выбранной системе отсчёта представляет собой окружность, называют движением по окружности.

Движение тела, имеющего размеры, называют вращательным, если все точки этого тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, неподвижной в рассматриваемой системе отсчёта. Эту прямую называют осью вращения тела.

Угловой скоростью в момент времени t движущегося по окружности точечного тела называют физическую величину, равную отношению угла поворота $\Delta\varphi$ его радиуса-вектора за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t, к длительности этого промежутка времени:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Движение точечного тела по окружности называют равномерным, если его угловая скорость не изменяется с течением времени.

Число оборотов точечного тела по окружности за единицу времени называют частотой обращения:

$$\nu = \frac{N}{\Delta t}.$$

Частота ν и угловая скорость ω связаны между собой соотношением:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot N}{\Delta t} = 2\pi \cdot \nu.$$

Время T, за которое точечное тело совершает один оборот, называют периодом обращения.

Число оборотов вращающегося тела за единицу времени называют частотой его вращения.

Время T, за которое вращающееся тело совершает один оборот, называют периодом вращения.

Вопросы

1. Какое движение называют: а) движением по окружности; б) вращательным?
2. Какими способами можно описать движение точечного тела по окружности?
3. Что называют угловой скоростью? В каких единицах её измеряют в СИ?
4. Какое движение по окружности называют равномерным?
5. Что называют: а) частотой обращения; б) периодом обращения?
6. Как называют единицу частоты обращения в СИ?

Упражнения

1. Определите угловую скорость обращения и период обращения концов секундной, минутной и часовой стрелок часов.
2. Определите угловую скорость вращения и частоту вращения Земли вокруг своей оси.
3. На корпусе электрической кофемолки стоит надпись: «1800 оборотов в минуту». Найдите в справочной литературе, значение какой физической величины указано. Выразите эту физическую величину в единицах СИ. Найдите по этим данным период вращения и угловую скорость вращения вала кофемолки.

4 Точечное тело совершает за один час $N = 360$ оборотов, двигаясь по окружности равномерно. Определите период T, угловую скорость ω и частоту обращения ν этого тела.

5 Определите угловую скорость обращения Земли вокруг Солнца.

✔6 Выберите прямолинейный участок дороги и измерьте его длину. По очереди прокатитесь на велосипеде по этому участку, измеряя каждый раз время движения. Оцените среднюю скорость движения каждого из учеников. Проведите все необходимые измерения для того, чтобы определить в каждом случае среднюю частоту вращения: а) колеса велосипеда; б) ведомой звёздочки; в) ведущей звёздочки. Сравните полученные результаты и сформулируйте выводы. Оцените погрешности результатов. Сделайте сообщение в классе.

§ 11 Скорость и ускорение при равномерном движении по окружности

Как и при всяком криволинейном движении, вектор $\vec{v}$ скорости точечного тела, движущегося по окружности, в любой момент времени направлен по касательной к этой окружности (рис. 39). Из геометрии известно, что касательная к окружности в любой её точке перпендикулярна радиусу, проведённому в данную точку. Поэтому скорость $\vec{v}$ тела в любой момент времени перпендикулярна радиусу-вектору $\vec{r}$, определяющему положение тела на окружности.

В том, что при движении по окружности скорость направлена по касательной к этой окружности, можно убедиться на опыте (рис. 40).

Определим модуль $|\vec{v}|$ скорости точечного тела, движущегося равномерно по окружности. Для этого вначале определим его среднюю путевую скорость $v_{\text{ср. п}}$ за некоторый промежуток времени Δt. Пусть угловая скорость тела равна ω. Тогда за рассматриваемый промежуток времени угол поворота его радиуса-вектора $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$ (рис. 41). Путь s, пройденный телом за время Δt, равен длине дуги, отмеченной синим цветом. Длина дуги окружности равна произведению угла поворота $\Delta\varphi$ на радиус r окружности: $s = r \cdot \Delta\varphi$. По определению средняя путевая скорость равна отношению пути, пройденного

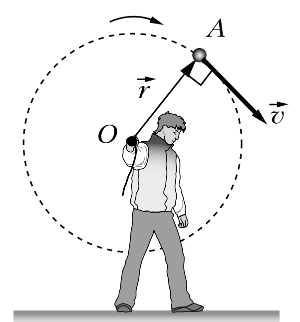


Рис. 39

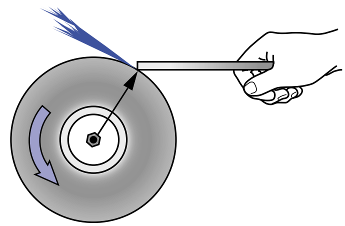


Рис. **40** Траектории вылетающих искр при затачивании направлены по касательной к точилу в точке касания его инструментом

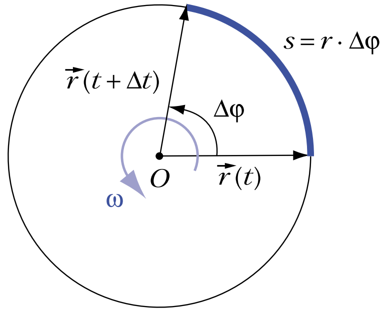


Рис. **41**

телом за рассматриваемый промежуток времени, к длительности этого промежутка. Следовательно, $v_{\text{ср. п}} = \dfrac{s}{\Delta t}$. Подставив в это соотношение выражения для s и $\Delta\varphi$, получим:

$$v_{\text{ср. п}} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{r \cdot \Delta\varphi}{\Delta t} = \omega \cdot r.$$

Средняя путевая скорость равномерно движущегося по окружности тела не изменяется с течением времени и равна произведению его угловой скорости на радиус окружности:

$$v_{\text{ср. п}} = \omega \cdot r.$$

Будем уменьшать промежуток времени Δt. При этом различие между модулем $|\Delta\vec{r}|$ перемещения тела и пройденным им путём s (т. е. между хордой и дугой) будет становиться всё меньше и меньше. Когда промежуток времени Δt станет достаточно малым, можно считать, что $|\Delta\vec{r}| = s$. Поэтому модуль v скорости (мгновенной скорости) равен:

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{s}{\Delta t} = v_{\text{ср. п}} = \omega \cdot r.$$

! **Модуль v скорости равномерно движущегося по окружности тела (как и его средняя путевая скорость) равен произведению угловой скорости ω на радиус окружности r:**
$v = \omega \cdot r$.

Модуль скорости равномерно движущегося по окружности точечного тела не изменяется с течением времени. Однако направление вектора $\vec{v}$

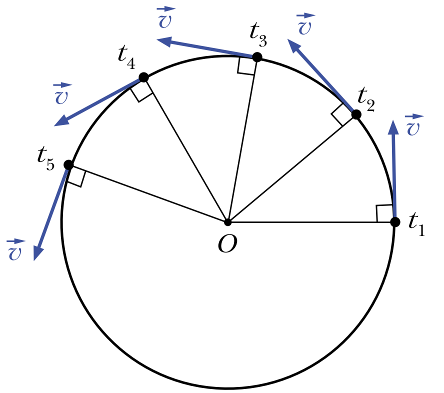


Рис. **42** Направление вектора скорости $\vec{v}$ непрерывно изменяется. Поэтому вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$ отличен от нуля

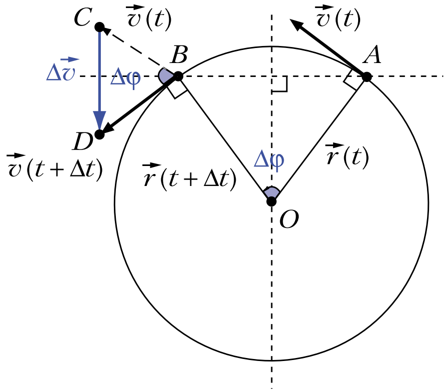


Рис. **43** Вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$ направлен к центру окружности

изменяется непрерывно (рис. 42). Поэтому вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$ за время Δt *отличен от нуля*. Следовательно,

! равномерно движущееся по окружности тело имеет отличное от нуля ускорение.

Определим направление ускорения $\vec{a}$. Из рис. 43 видно, что угол поворота $\Delta\varphi$ радиуса-вектора за время Δt равен углу поворота вектора $\vec{v}$ скорости за то же время. Вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$ (синяя стрелка на рис. 43) за время Δt перпендикулярен отрезку AB, соединяющему точки A и B, в которых находилось тело в начальный и конечный моменты времени. Для нахождения ускорения в момент времени t (*мгновенного ускорения*) будем уменьшать промежуток времени Δt, пока он не станет достаточно малым. При этом точка B на окружности будет приближаться к точке A, а вектор $\Delta\vec{v}$, перпендикулярный отрезку AB, окажется направленным к центру окружности. В результате вектор ускорения $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ окажется также направленным к центру O окружности.

! При равномерном движении точечного тела по окружности его ускорение в любой момент времени направлено к её центру. Поэтому такое ускорение называют *центростремительным*.

Определим модуль $a_{цс}$ центростремительного ускорения. Для этого рассмотрим равнобедренные треугольники OAB и BCD, показанные на рис. 43. Поскольку $\angle AOB$, равный $\Delta\varphi$, и $\angle DBC$ равны между собой, то эти треугольники подобны. Из подобия треугольников следует пропорциональность их соответствующих сторон: $\frac{CD}{AB}=\frac{BC}{OA}$, или $\frac{\Delta v}{AB}=\frac{v}{r}$.

При уменьшении Δt до достаточно малого промежутка длина дуги окружности, по которой движется тело, стремится к длине отрезка AB. Поэтому можно считать, что $AB = v \cdot \Delta t$. В результате полученное соотношение примет вид:

$$\frac{\Delta v}{v \cdot \Delta t} = \frac{v}{r}, \text{ или } \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}.$$

! Модуль центростремительного ускорения равен: $a_{цс} = \frac{v^2}{r}$.

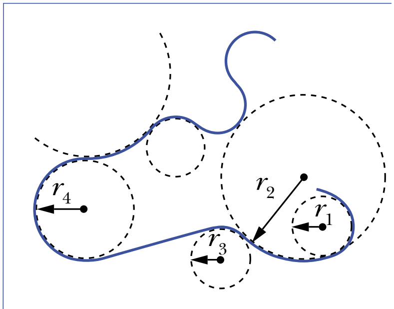


Рис. **44**

Поскольку при равномерном движении по окружности $v = \omega \cdot r$, то для расчёта модуля центростремительного ускорения можно также использовать формулы:

$$a_{цс} = \frac{v^2}{r} = v \cdot \omega = \omega^2 \cdot r.$$

В заключение отметим, что любое криволинейное движение в течение достаточно малых промежутков времени можно рассматривать как движение по дугам окружностей разных радиусов (рис. 44).

Итоги

Скорость точечного тела при его движении по окружности направлена по касательной к этой окружности. Поэтому она всегда *перпендикулярна радиусу-вектору тела*.

Модуль скорости равномерно движущегося по окружности точечного тела не изменяется с течением времени и равен $v = \omega \cdot r$.

Равномерно движущееся по окружности точечное тело имеет отличное от нуля ускорение, направленное к центру окружности. Это ускорение называют *центростремительным*. Оно «отвечает» за изменение направления вектора скорости.

Модуль центростремительного ускорения равен:

$$a_{цс} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r.$$

Любое криволинейное движение в течение достаточно малых промежутков времени можно рассматривать как движение по дугам окружностей разных радиусов.

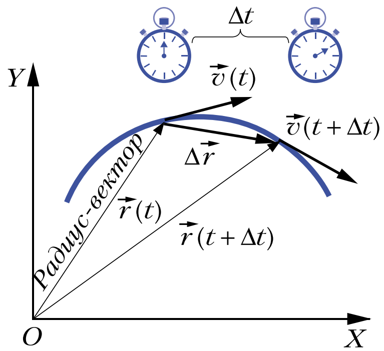
Вопросы

1. Куда направлена скорость движущегося по окружности тела?
2. Как соотносятся угловая скорость и модуль скорости точечного тела, движущегося по окружности?
3. Почему точечное тело, равномерно движущееся по окружности, движется с ускорением?
4. Куда направлен вектор ускорения точечного тела, которое равномерно движется по окружности?
5. Какие формулы для расчёта модуля центростремительного ускорения вам известны?

Упражнения

1. Определите модули скорости и центростремительного ускорения точки обода велосипедного колеса радиусом 60 см, вращающегося с угловой скоростью 10 рад/с.
2. Определите модули скорости и центростремительного ускорения человека, стоящего на экваторе Земли, обусловленные её вращением вокруг своей оси. Радиус Земли считайте равным $R = 6400$ км.
3. Определите модули скорости и центростремительного ускорения Луны, движущейся вокруг Земли. Радиус орбиты Луны считайте равным $R = 384 \cdot 10^3$ км, а период её обращения $T = 28$ сут.
4. Определите модули скорости и центростремительного ускорения Земли при её движении вокруг Солнца. Радиус орбиты Земли считайте равным $R = 1{,}5 \cdot 10^8$ км.
5. ✔ Используя результаты, полученные в упражнении 6 § 10, определите модуль центростремительного ускорения точек: а) обода колеса велосипеда; б) внешней границы ведомой звёздочки; в) внешней границы ведущей звёздочки. Оцените погрешности результатов. Сделайте сообщение в классе.

КИНЕМАТИКА



Системой отсчёта называют совокупность тела отсчёта, связанной с ним системы координат и часов.

Траектория — линия, в каждой точке которой последовательно находилось, находится или будет находиться движущееся точечное тело.

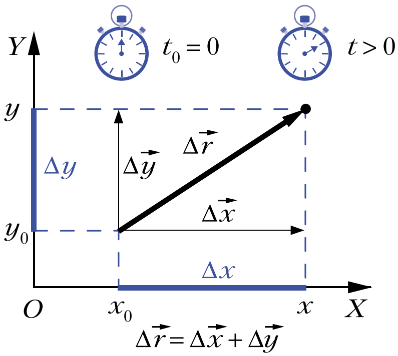
Перемещением точечного тела за промежуток времени называют вектор, начало которого совпадает с начальным положением тела, а конец — с его конечным положением.

Скоростью (мгновенной скоростью) тела в момент времени t называют физическую величину, равную отношению перемещения $\Delta\vec{r}$ тела за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t, к длительности этого промежутка:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Ускорением тела в момент времени t называют физическую величину, равную отношению изменения $\Delta\vec{v}$ скорости тела за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t, к длительности этого промежутка:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$



Равномерное прямолинейное движение по плоскости

> Законы прямолинейного равномерного движения:
> $x(t) = x_0 + v_x \cdot t,$
> $y(t) = y_0 + v_y \cdot t.$

Δx, Δy — проекции вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ на координатные оси X и Y.

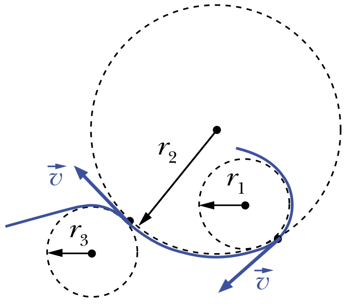
Проекции имеют знак «+», если $\Delta\vec{x} \uparrow\uparrow OX$, $\Delta\vec{y} \uparrow\uparrow OY$.

Проекции имеют знак «–», если $\Delta\vec{x} \uparrow\downarrow OX$, $\Delta\vec{y} \uparrow\downarrow OY$.

При прямолинейном равномерном движении скорость постоянна по модулю и направлению.

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{\Delta t} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2} = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}.$$

$v_x = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$, $v_y = \dfrac{\Delta y}{\Delta t}$ — проекции вектора скорости на координатные оси X и Y.



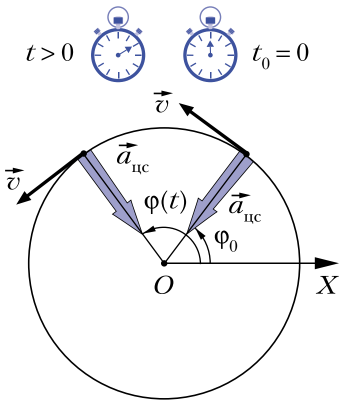
Криволинейное движение

Если проекции тела на координатные оси выбранной системы отсчёта движутся с разными по модулю ускорениями, то его движение будет *криволинейным*.

При криволинейном движении ускорение тела всегда отлично от нуля.

Мгновенная скорость тела всегда направлена по касательной к траектории в той её точке, где находится тело.

Любое криволинейное движение в течение достаточно малых промежутков времени можно рассматривать как движение по дугам окружностей разных радиусов.



Равномерное движение по окружности

Закон равномерного движения по окружности:

$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega \cdot t,$

где φ_0 — начальный угол, а ω — постоянная угловая скорость.

Угловая скорость:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Единица — *радиан в секунду* (рад/с).

Частота ν — число оборотов за единицу времени:

$$\nu = \frac{N}{\Delta t}.$$

Период T — время, за которое совершается один оборот:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\Delta t}{N}.$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \nu, \qquad v = \omega \cdot r.$$

Равномерно движущееся по окружности точечное тело имеет ускорение. В любой момент времени оно направлено к центру окружности. Поэтому его называют *центростремительным*.

$$a_{цс} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r.$$

Глава 2 Динамика

В предыдущей главе мы научились описывать движение точечного тела. Теперь нам предстоит выяснить: почему в одних случаях тело движется равномерно прямолинейно или покоится, а в других — движется с ускорением? Ответ на этот вопрос и составляет содержание раздела механики, который называют динамикой.

Динамика — раздел механики, в котором рассматривают причины изменения характера движения тел.

В этой главе при рассмотрении движения реальных тел мы по-прежнему будем заменять их моделями — точечными телами. Напомним, что это можно делать в том случае, если при движении реального тела различие в движении отдельных его частей не имеет значения или если все части тела движутся одинаково (при поступательном движении).

Одной из основных физических величин, характеризующих свойства реального тела, является его *масса*.

Масса — это физическая величина, количественно характеризующая инертность тела.

Под инертностью тела, как вы уже знаете, понимают его свойство препятствовать изменению скорости под действием приложенной силы. Чем медленнее изменяется скорость первого тела в сравнении со скоростью второго при одном и том же действии на них, тем больше инертность первого тела (его масса) в сравнении с инертностью второго.

При замене протяжённого тела массой m точечным телом его массу считают равной m.

Точечное тело, имеющее массу, называют *материальной точкой*.

Понятно, что в природе не существует точечных тел, имеющих массу. Материальная точка — это модель, которой мы будем пользоваться при решении задач динамики. В курсах физики 7 и 8 классов вы уже познакомились с моделями, заменяющими реальные физические объекты: твёрдое тело (вместо реального деформируемого тела), идеальный газ (вместо реального газа), точечный электрический заряд (вместо заряженного тела малых размеров) и др. Вы также знаете, что процесс замены реального объекта на модель называют *выбором модели*. Насколько удачен выбор модели при решении конкретной задачи, можно определить, только сравнив результаты решения задачи с экспериментальными данными. Эксперименты показывают, что в тех задачах, которые мы будем решать в данном курсе, замена реальных тел на материальные точки вполне допустима.

§ 12 Инерциальная система отсчёта. Первый закон Ньютона. Сила

Причины изменения характера движения тел мы будем рассматривать в специальных системах отсчёта — *инерциальных*. Это связано с тем, что выяснить, действуют ли на изучаемое тело другие тела, можно только при правильном выборе системы отсчёта. В такой системе отсчёта выполняется *закон инерции*, т. е. относительно неё свободное (удалённое от всех других объектов и, следовательно, не испытывающее действия с их стороны) тело движется равномерно прямолинейно или покоится. Только в инерциальной системе отсчёта (ИСО) можно установить наличие механического действия на тело по факту изменения его скорости (появления у тела ускорения). В других (неинерциальных) системах отсчёта тело, на которое не действуют другие тела, может двигаться с ускорением.

Систему отсчёта называют инерциальной, если в ней свободная (удалённая от всех других объектов) материальная точка покоится или движется равномерно и прямолинейно.

Можно ли найти в природе инерциальные системы отсчёта, существуют ли они? Эксперименты показывают, что в различных системах отсчёта закон инерции выполняется с разной степенью точности. Так, для многих задач, с которыми вы встретитесь, неподвижную относительно поверхности Земли систему отсчёта можно считать инерциальной. С ещё большей точностью соблюдается закон инерции в системе отсчёта, центр которой совпадает с центром Солнца, а её оси направлены на удалённые звёзды.

В современной физике постулируется, что

инерциальные системы отсчёта существуют.

В честь великого английского физика Исаака Нью́тона (1643–1727) это утверждение называют **первым законом Ньютона**. Этот закон является фундаментальным законом природы. С точки зрения современной науки в первом

К этому выводу впервые пришёл Галилей при изучении скатывающихся тяжёлых шаров по разным наклонным плоскостям (*см.* § 27, учебник «Физика. 7 класс»).

законе Ньютона говорится, что *всегда можно найти систему отсчёта, которую с требуемой степенью точности можно считать инерциальной.*

Для тех задач, которые мы с вами пока будем решать, систему отсчёта, жёстко связанную с Землёй, можно считать инерциальной. Инерциальной можно также считать любую систему отсчёта, жёстко связанную с протяжённым телом, которое движется прямолинейно и равномерно (или покоится) относительно Земли. После того как введена ИСО, можно судить о наличии (или отсутствии) механического действия на тело со стороны другого тела или тел.

Признаком наличия механического действия на материальную точку является изменение её скорости (появление отличного от нуля ускорения) в инерциальной системе отсчёта.

В дальнейшем механическое действие для краткости будем называть действием. Для количественной характеристики действия вводят векторную величину — *силу*.

Силой в механике называют векторную физическую величину, характеризующую действие одного тела на другое, в результате которого это другое тело получает ускорение в ИСО.

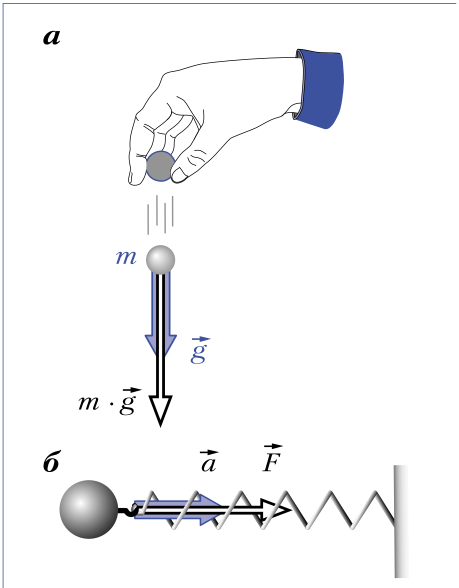


Рис. 45 Направление силы совпадает с направлением ускорения материальной точки в ИСО

В 7 классе вы подробно познакомились с тем, как измеряют массы тел и силы. Напомним, что при действии на материальную точку только одной силы направление этой силы совпадает с направлением ускорения материальной точки в ИСО (рис. 45).

В СИ модуль силы и её проекции на координатные оси измеряют в *ньютонах* (Н). При изображении сил на рисунке выбирают масштаб изображения вектора силы. Иногда для этого рисуют вектор единичной силы $\vec{F}_e$, модуль которой равен 1 Н.

Если сила известна (т. е. известны её модуль и направление), то в выбранной системе отсчёта можно определить проекции силы на координатные оси (рис. 46). Можно выполнить и обратную операцию: по известным проекциям силы на координатные оси определить модуль и направление

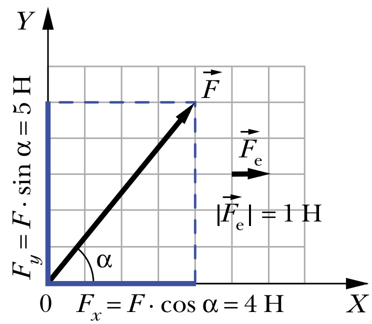


Рис. **46** Определение проекций силы на координатные оси выбранной системы отсчёта

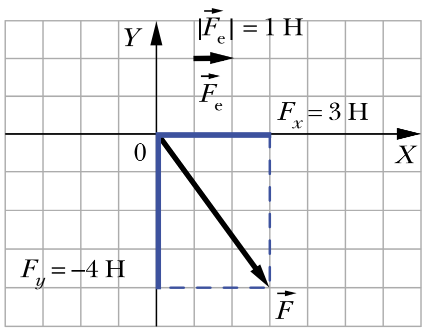


Рис. **47** Построение вектора силы по известным проекциям

силы. Пример построения вектора силы $\vec{F}$ по известным её проекциям $F_x = 3$ Н и $F_y = -4$ Н показан на рис. 47.

Если на материальную точку действуют несколько сил, то её ускорение в ИСО совпадает с направлением вектора суммы всех действующих на неё сил.

Действующие на материальную точку силы (векторные величины) складываются по правилам сложения векторов (рис. 48) и могут быть заменены одной силой.

Силу, равную сумме всех действующих на материальную точку сил, называют равнодействующей этих сил.

Как и для любой суммы векторов, проекции равнодействующей силы на координатные оси равны суммам проекций слагаемых на эти оси. Например, если $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, то проекция F_x равнодействующей $\vec{F}$ равна сумме проекций F_{1x} и F_{2x}: $F_x = F_{1x} + F_{2x}$. Соответственно, $F_y = F_{1y} + F_{2y}$ (рис. 49).

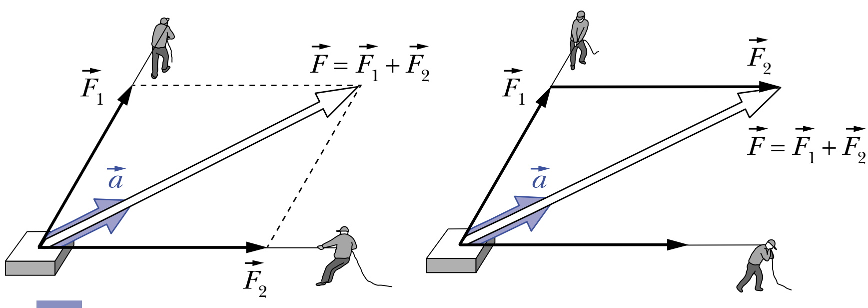


Рис. **48** Действующие на материальную точку силы складываются по правилам сложения векторов

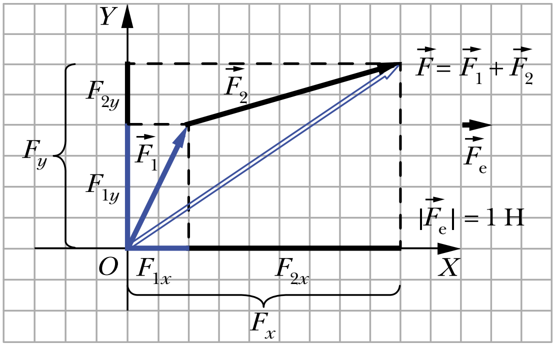


Рис. **49** Проекции равнодействующей силы на координатные оси равны суммам проекций действующих на материальную точку сил

! Обратим внимание, что в общем случае равнодействующая оказывает на тело такое же действие, какое оказывают на это тело все действующие на него силы.

Понятие равнодействующей силы мы ввели только для *материальной точки*. В случае же, если тело имеет размеры, для поиска равнодействующей силы необходимо использовать специальные приёмы (вы познакомитесь с ними позднее). Более того, в отдельных случаях равнодействующей может и не быть. Например, рассмотрим упругую нить, которую растягивают две равные по модулю, но противоположно направленные силы, приложенные к её концам (рис. 50). Понятно, что создаваемое этими силами растяжение нити невозможно получить, действуя на нить одной силой.

В заключение приведём таблицу «Силы в механике», уже знакомую вам из курса 7 класса (табл. 6).

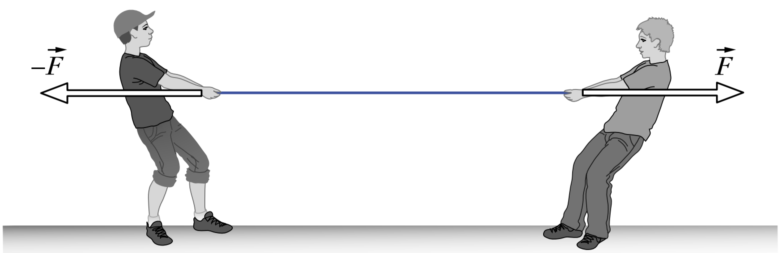


Рис. **50** Действие этих двух сил нельзя заменить действием одной силы

Таблица 6

Название силы	Обозначение	На какое тело действует	Какое тело действует	Чему равна по модулю	Куда направлена	Проявление действия силы
Сила тяжести	$m \cdot \vec{g}$	На тело у поверхности Земли	Земля	$m \cdot g$	Вертикально вниз	Притягивает тело к Земле
Сила упругости	$\vec{F}_{упр}$	На тело, вызвавшее деформацию	Деформированное тело	Пропорциональна деформации: $k \cdot \Delta l$	В сторону, противоположную деформации	Стремится сдвинуть деформирующее тело
Сила реакции горизонтальной опоры	$\vec{N}$	На тело, лежащее на горизонтальной опоре	Горизонтальная опора	Силе тяжести тела	Вертикально вверх	Уравновешивает силу тяжести
Вес тела, лежащего на опоре	$\vec{P}$	На опору	Тело, лежащее на опоре	Силе реакции опоры	Вертикально вниз	Деформирует опору
Вес тела на подвесе	$\vec{P}$	На подвес	Висящее тело	Силе упругости подвеса	Вертикально вниз	Растягивает подвес
Сила сухого трения скольжения	$\vec{F}_{тр}$	На тело, скользящее по поверхности	Поверхность, по которой скользит тело	$\mu \cdot N$	В сторону, противоположную движению тела	Препятствует относительному движению
Сила Архимеда	$\vec{F}_{А}$	На тело, погружённое в жидкость (газ)	Окружающая жидкость (газ)	$\rho \cdot g \cdot V$	Вертикально вверх	Выталкивает тело

Итоги

Масса — физическая величина, количественно характеризующая инертность тела.

Точечное тело, имеющее массу, называют *материальной точкой*.

Систему отсчёта называют инерциальной, если в ней свободная (удалённая от всех других объектов) материальная точка покоится или движется равномерно и прямолинейно.

Первый закон Ньютона.
Инерциальные системы отсчёта существуют.

Силой в механике называют векторную физическую величину, характеризующую действие одного тела на другое, в результате которого это другое тело получает ускорение в ИСО.

Силу, равную сумме всех действующих на материальную точку сил, называют равнодействующей этих сил.

Вопросы

1. Что называют материальной точкой?
2. Что называют выбором модели? Приведите примеры известных вам моделей.
3. Какую систему отсчёта называют инерциальной? Приведите примеры ИСО.
4. Сформулируйте первый закон Ньютона.
5. Что является признаком наличия механического действия на материальную точку?
6. Что называют силой? Приведите примеры известных вам сил.
7. Что называют равнодействующей сил, действующих на материальную точку?

*8. Всегда ли существует равнодействующая сил, действующих на тело, имеющее размеры? Приведите примеры.

Упражнения

1. Тело движется равномерно прямолинейно в ИСО в положительном направлении её оси Y' со скоростью, модуль которой равен 2 м/с. Определите скорость этого тела в ИСО, которая движется

относительно первой системы отсчёта в том же направлении с постоянной скоростью, модуль которой равен 1 м/с.

*2 Тело движется равномерно прямолинейно в ИСО в положительном направлении её оси Y' со скоростью, модуль которой равен 3 м/с. Определите проекции скорости этого тела на координатные оси в ИСО, которая движется относительно первой системы отсчёта в положительном направлении её оси X' с постоянной скоростью, модуль которой равен 4 м/с.

3 Определите проекции на координатные оси сил, изображённых на рис. 49. Используя полученные результаты, проверьте правила сложения проекций.

4 Постройте в тетради векторы сил, если известны их проекции на координатные оси X и Y, соответственно: 2 Н и 5 Н; 3 Н и -2 Н; -1 Н и -7 Н.

5 Определите равнодействующую суммы сил (модуль и направление), указанных в задании 4.

✔6 Приведите примеры таких ситуаций, когда действие на тело нескольких сил можно заменить действием одной силы и когда этого сделать нельзя. Объясните, почему возможна или невозможна такая замена. Сделайте сообщение в классе.

§ 13 Второй закон Ньютона. Решение задач о движении тела под действием нескольких сил

Если известна сумма всех действующих на материальную точку сил, то можно определить её ускорение в ИСО, используя **второй закон Ньютона**.

В инерциальной системе отсчёта ускорение $\vec{a}$ материальной точки равно отношению суммы $\vec{F}$ всех действующих на неё сил к её массе m:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Второй закон Ньютона позволяет решить и обратную задачу: по известному ускорению $\vec{a}$ материальной точки массой m можно определить сумму $\vec{F}$ всех действующих на неё сил:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}.$$

Из равенства векторов $m \cdot \vec{a}$ и $\vec{F}$ следует равенство их проекций на координатные оси:

$$m \cdot a_x = F_x,\ \ m \cdot a_y = F_y,\ \ m \cdot a_z = F_z. \qquad (1)$$

Уравнения (1) являются записью второго закона Ньютона в проекциях на координатные оси или *уравнениями движения* по координатным осям. Физический смысл каждого из уравнений (1) состоит в том, что *в ИСО произведение массы материальной точки на проекцию её ускорения на координатную ось равно сумме проекций на эту ось всех действующих на точку сил.*

! Таким образом, в ИСО проекция ускорения материальной точки на координатную ось зависит от суммы проекций всех действующих на материальную точку сил *только на эту ось* и не зависит от проекций этих же сил на другие оси.

Иначе говоря, если известна проекция на данную координатную ось ИСО суммы всех действующих на материальную точку сил, то можно определить проекцию её ускорения на эту ось. И наоборот: по известной проекции ускорения материальной точки на координатную ось можно определить проекцию суммы всех действующих на неё сил на ту же ось.

Теперь рассмотрим, как можно использовать уравнения движения по координатным осям для решения задачи динамики движения одного тела (материальной точки), на которое действуют несколько сил. Отметим, что все задачи динамики движения материальной точки решаются по одинаковой схеме.

Задача 1

На горизонтальной поверхности стола, неподвижного относительно Земли, лежит брусок массой $m = 5$ кг. В некоторый момент времени на брусок начинает действовать горизонтально направленная сила $\vec{F}$ (рис. 51), модуль которой равен 20 Н. В результате брусок начинает двигаться поступательно в направлении силы $\vec{F}$. Определите ускорение бруска, если коэффициент трения μ между ним и поверхностью стола равен 0,3.

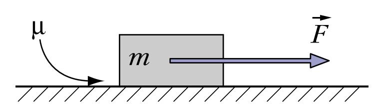


Рис. 51

Решение.

Шаг 0. Выбор модели.

По условию задачи брусок движется поступательно. Следовательно, все его части движутся одинаково. Поэтому брусок можно считать материальной точкой.

Шаг 1. Выбор ИСО.

Выберем в качестве тела отсчёта стол. Ось X направим горизонтально в направлении действия силы $\vec{F}$, ось Y – вертикально вверх (рис. 52). Часы включим в момент начала действия силы $\vec{F}$.

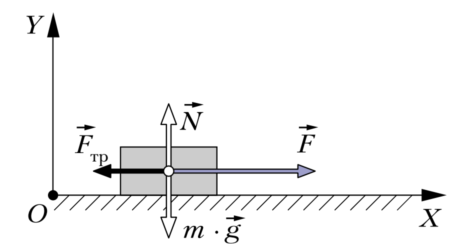


Рис. 52

Шаг 2. Запись действующих сил.

Изобразим на рисунке силы, действующие на брусок (материальную точку): силу тяжести $m \cdot \vec{g}$ со стороны Земли, силу реакции опоры $\vec{N}$, силу $\vec{F}$, тянущую брусок, силу трения $\vec{F}_{тр}$, препятствующую движению со стороны поверхности стола.

Шаг 3. Определение проекций на координатные оси действующих на тело сил (с учётом их направлений).

Рассмотрим вначале проекции сил на ось Y. Силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_{тр}$ перпендикулярны этой оси, поэтому их проекции на ось Y равны нулю.

Направление силы $\vec{N}$ совпадает с положительным направлением оси Y. Поэтому её проекция на эту ось положительна и равна модулю этой силы: $N_y = N$. Напротив, направление силы тяжести $m \cdot \vec{g}$ противоположно положительному направлению оси Y. Поэтому её проекция на ось Y отрицательна и равна $m \cdot g_y = -m \cdot g$.

Таким образом, сумма проекций на ось Y всех сил, действующих на брусок, равна $N - m \cdot g$.

Теперь рассмотрим проекции сил на ось X. Проекция силы $\vec{F}$ на эту ось положительна и равна модулю этой силы: $F_x = F$. Проекция силы $\vec{F}_{тр}$ на ось X отрицательна и равна $F_{трx} = -F_{тр}$. Проекции сил $\vec{N}$ и $m \cdot \vec{g}$ на ось X равны нулю, так как они перпендикулярны этой оси.

Следовательно, сумма проекций на ось X всех действующих на брусок сил равна $F - F_{тр}$.

Шаг 4. Запись уравнений движения по координатным осям.

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на координатные оси.

$$F - F_{тр} = m \cdot a_x, \qquad \textit{(по оси X)}$$

$$N - m \cdot g = m \cdot a_y. \qquad \textit{(по оси Y)}$$

Шаг 5. Использование индивидуальных свойств сил.

На этом шаге в виде уравнений записывают выражения для сил, которые известны. В данном случае этим уравнением будет выражение, связывающее модуль силы трения скольжения $\vec{F}_{тр}$ с модулем силы реакции опоры $\vec{N}$. Так как брусок движется, то $F_{тр} = \mu \cdot N$.

Шаг 6. Уравнения кинематических связей.

На этом шаге в виде уравнений записывают условия для проекций ускорения (кинематических величин) тела, которые следуют из условия задачи. Эти уравнения принято называть уравнениями кинематических связей. В данной задаче проекция $a_y = 0$, так как в выбранной системе отсчёта брусок движется только вдоль оси X. *Отметим, что шаги 5 и 6 не всегда используют при решении задач. Необходимость применения этих шагов определяется условием каждой конкретной задачи.*

Шаг 7. Составление системы уравнений.

Сведём полученные уравнения в систему и присвоим каждому из них номер и название:

$N - m \cdot g = m \cdot a_y$, (2) (*проекция второго закона Ньютона на ось Y*)

$F - F_{тр} = m \cdot a_x$, (3) (*проекция второго закона Ньютона на ось X*)

$F_{тр} = \mu \cdot N$, (4) (*выражение для силы трения скольжения*)

$a_y = 0$. (5) (*отсутствие перемещения бруска вдоль оси Y*)

Шаг 8. Решение системы уравнений.

Подставив уравнение (5) в уравнение (2), получим: $N - m \cdot g = 0$. Таким образом, знание проекции a_y ускорения позволяет определить проекцию суммы сил на ось Y. Это, в свою очередь, позволяет рассчитать модуль N силы реакции опоры: $N = m \cdot g$. Теперь из уравнения (4) мы можем определить модуль силы трения скольжения: $F_{тр} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$.

Используя это значение $F_{тр}$, перепишем уравнение (3):

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a_x.$$

Знание проекции суммы всех сил на ось X позволяет определить проекцию a_x ускорения на эту ось:

$$a_x = \frac{F}{m} - \mu \cdot g.$$

Шаг 9. Анализ результата и расчёт численного ответа.

Из полученного выражения для a_x видно, что при увеличении модуля силы $\vec{F}$ ускорение бруска будет увеличиваться. Напротив, при увеличении массы m бруска или коэффициента трения μ ускорение будет уменьшаться. Полученные выводы соответствуют здравому смыслу и нашему жизненному опыту. Таким образом, полученный ответ имеет физический смысл.

По условию задачи брусок начинает двигаться в положительном направлении оси X. Следовательно, проекция a_x должна быть положительной:

$$a_x = \frac{F}{m} - \mu \cdot g > 0.$$

Другими словами, модуль силы $\vec{F}$, масса m бруска и коэффициент трения μ должны удовлетворять написанному неравенству. В противном случае задача не имеет решения. В нашем случае $a_x = \frac{F}{m} - \mu \cdot g = \frac{20}{5} - 0{,}3 \cdot 10 = 1$ (м/с^2).

Ответ: брусок движется в направлении действия силы $\vec{F}$ с ускорением, модуль которого равен 1 м/с^2.

Задача 2

По плоскости, образующей с горизонтом угол α, соскальзывает вниз брусок массой m. Найдите ускорение бруска, если известно, что коэффициент трения бруска о плоскость равен μ.

Решение.

Шаг 0. Будем считать, что брусок движется поступательно. Тогда его можно считать материальной точкой.

Шаг 1. Выберем в качестве тела отсчёта наклонную плоскость. Оси X и Y направим так, как показано на рис. 53.

Шаг 2. Изобразим действующие на брусок силы: силу тяжести $m \cdot \vec{g}$, силу реакции опоры $\vec{N}$ и силу трения скольжения $\vec{F}_{тр}$.

Шаг 3. Определим проекции сил на координатные оси.

Начнём с оси X. Проекция силы реакции опоры $\vec{N}$ равна нулю, так как она перпендикулярна оси X. Проекция силы тяжести положительна и равна $m \cdot g_x = m \cdot g \cdot \sin\alpha$. Проекция силы трения отрицательна и равна $F_{трx} = -F_{тр}$. Таким образом, сумма проекций на ось X всех действующих на брусок сил равна $m \cdot g \cdot \sin\alpha - F_{тр}$.

Теперь определим проекции сил на ось Y. Проекция силы реакции опоры $\vec{N}$ положительна, поэтому $N_y = N$. Проекция силы трения равна нулю, так как она перпендикулярна оси Y. Проекция силы тяжести $m \cdot \vec{g}$ отрицательна и равна $m \cdot g_y = -m \cdot g \cdot \cos\alpha$. Следовательно, сумма проекций сил на ось Y равна $N - m \cdot g \cdot \cos\alpha$.

Шаг 4. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на координатные оси:

$$N - m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot a_y,$$
$$m \cdot g \cdot \sin\alpha - F_{тр} = m \cdot a_x.$$

Шаг 5. По условию задачи брусок скользит вниз по наклонной плоскости. Следовательно, сила трения $F_{тр}$ является силой трения скольжения. Поэтому $F_{тр} = \mu \cdot N$.

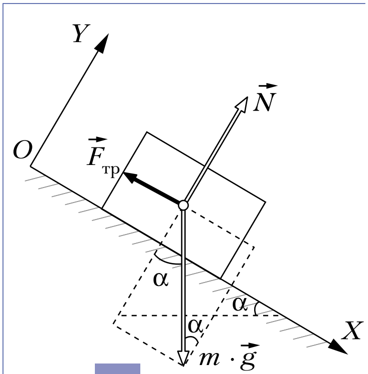


Рис. 53

Шаг 6. По условию задачи в выбранной нами системе отсчёта брусок движется только вдоль оси X. Поэтому $a_y = 0$.

Шаг 7. Система уравнений имеет вид:

$$N - m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot a_y, \qquad (6)$$

$$m \cdot g \cdot \sin\alpha - F_{тр} = m \cdot a_x, \qquad (7)$$

$$F_{тр} = \mu \cdot N, \qquad (8)$$

$$a_y = 0. \qquad (9)$$

Шаг 8. Решая уравнения, подставим уравнение (9) в уравнение (6). Получим: $N = m \cdot g \cdot \cos\alpha$. Подставляя найденное выражение для N в уравнение (8), получаем: $F_{тр} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$. Подставляя $F_{тр}$ в уравнение (7), имеем:

$$m \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot a_x.$$

Следовательно, после деления обеих частей уравнения на m:

$$a_x = g \cdot (\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha).$$

Шаг 9. Проведём анализ полученного результата. Из ответа следует, что с увеличением угла α его синус будет возрастать до 1, а его косинус уменьшаться до нуля. Поэтому с увеличением α модуль a_x ускорения также будет увеличиваться. Если α достигнет 90°, то ускорение будет равно: $a_x = g \cdot (\sin 90° - \mu \cdot \cos 90°) = g$. Другими словами, при угле наклона 90° брусок перестанет взаимодействовать с плоскостью ($N = 0$, $F_{тр} = 0$) и его движение будет свободным падением.

Полученное выражение позволяет также найти значение угла α, при котором брусок будет находиться в состоянии покоя или равномерного движения, т. е. когда $a_x = 0$. Определим этот угол, обозначив его $\alpha_{кр}$. Решив уравнение $\sin\alpha_{кр} - \mu \cdot \cos\alpha_{кр} = 0$, получим: $\operatorname{tg}\alpha_{кр} = \mu$.

Таким образом, *при угле наклона плоскости, тангенс которого равен коэффициенту трения бруска об эту плоскость, ускорение бруска равно нулю*. Другими словами, при угле $\alpha_{кр}$ брусок будет двигаться с постоянной скоростью или *покоиться*.

В заключение заметим, что формулу $\operatorname{tg}\alpha_{кр} = \mu$ можно использовать для экспериментального определения коэффициента трения μ. Для этого тело кладут на горизонтально расположенную плоскость. Затем медленно увеличивают угол α наклона этой плоскости к горизонту до тех пор, пока тело не начнёт соскальзывать с плоскости (т. е. пока угол α не станет чуть больше $\alpha_{кр}$). Измерив таким образом угол $\alpha_{кр}$, определяют μ.

Понятно, что при дальнейшем уменьшении угла α (меньше, чем $\alpha_{кр}$) ускорение ранее двигавшегося бруска a_x станет отрицательным. Брусок будет тормозиться, пока не остановится. После остановки сила трения $F_{тр}$ будет уже не силой трения скольжения, а силой трения покоя. Её модуль можно определить исходя из того, что $a_x = 0$.

Итоги

Второй закон Ньютона.

В инерциальной системе отсчёта ускорение $\vec{a}$ материальной точки равно отношению суммы $\vec{F}$ всех действующих на неё сил к её массе m:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Из равенства векторов $m \cdot \vec{a}$ и $\vec{F}$ следует равенство их проекций на координатные оси:

$$m \cdot a_x = F_x,\ m \cdot a_y = F_y,\ m \cdot a_z = F_z.$$

Эти уравнения принято называть записью второго закона Ньютона в проекциях на координатные оси или *уравнениями движения* по координатным осям.

В ИСО проекция ускорения материальной точки на координатную ось зависит от суммы проекций всех действующих на материальную точку сил *только на эту ось* и не зависит от проекций этих же сил на другие оси.

Вопросы

1. Сформулируйте второй закон Ньютона.
2. От чего зависит проекция ускорения материальной точки на координатную ось?
3. Можно ли определить проекцию на координатную ось суммы всех сил, действующих на материальную точку, если известны масса этой материальной точки и проекция её ускорения на данную ось?

Упражнения

1. На горизонтальной крышке стола лежит учебник массой $m = 0{,}5$ кг. В некоторый момент времени на него начинает действовать горизонтально направленная сила $\vec{F}$, модуль которой равен 2 Н. В результате учебник начинает двигаться поступательно. Определите ускорение учебника, если коэффициент трения μ между ним и поверхностью стола равен $0{,}3$.

*2. Как изменится ответ в упражнении 1, если сила $\vec{F}$, действующая на учебник, будет направлена не горизонтально, а под углом 30° к горизонту: а) вверх; б) вниз?

3 По плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 60^\circ$, соскальзывает вниз кирпич, двигаясь поступательно. Найдите ускорение кирпича, если известно, что коэффициент его трения о плоскость $\mu = 0{,}2$.

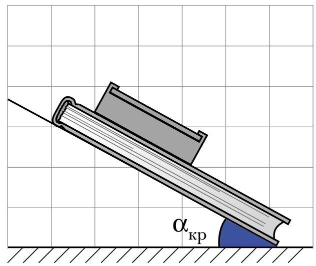


Рис. **54**

4 Определите коэффициент трения между пеналом и учебником, если известно, что пенал начинает скользить по учебнику, когда угол между плоскостью учебника и горизонтом увеличивают до $\alpha_{кр}$ (рис. 54).

5 Проанализируйте формулировку второго закона Ньютона. Как вы думаете, можно ли сформулировать второй закон Ньютона не для материальной точки, а для тела, имеющего размеры (т. е. способного вращаться, изменять свою форму и размеры)? Сделайте сообщение в классе.

§ 14 Взаимодействие тел. Третий закон Ньютона. Решение задач о движении взаимодействующих тел

Вы уже знаете, что силы в природе всегда возникают парами. Если первое тело действует на второе, то второе тело всегда действует на первое. Про такие тела говорят, что они *взаимодействуют* друг с другом.

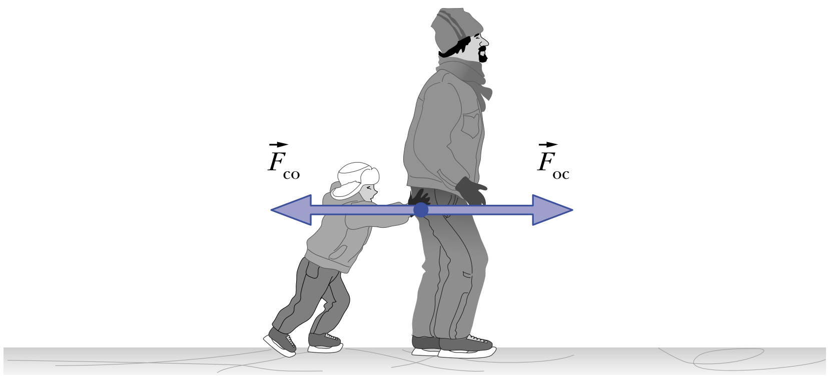


Рис. **55** Сила $\vec{F}_{ос}$, действующая на отца со стороны сына, равна по модулю и противоположна по направлению силе $\vec{F}_{со}$, действующей на сына со стороны отца

Пример взаимодействующих тел приведён на рис. 55. Силы взаимодействия двух тел подчиняются **третьему закону Ньютона**.

Два тела взаимодействуют друг с другом с силами:
1) равными по модулю;
2) противоположными по направлению;
3) лежащими на одной прямой.

Особо отметим, что *силы взаимодействия двух тел всегда являются силами одной природы*. Например, известные вам из курса физики 8 класса силы взаимодействия (притяжения или отталкивания) двух электрических зарядов являются силами электромагнитной природы. О природе других сил мы поговорим позднее.

Силы взаимодействия, о которых говорится в третьем законе Ньютона, приложены к разным телам и поэтому не могут уравновешивать друг друга.

Итак, третий закон Ньютона описывает взаимодействие тел. Второй закон Ньютона определяет динамику движения каждого тела. Их совместное использование позволяет решать задачи о движении взаимодействующих друг с другом тел.

Отметим, что схема решения задач о движении нескольких тел очень похожа на схему решения задачи динамики одного тела из предыдущего параграфа. Однако появляется и нечто новое. Во-первых, теперь уравнения, представляющие собой запись второго закона Ньютона в проекциях на координатные оси, и уравнения кинематических связей надо писать *для каждого из тел*. Во-вторых, появляется дополнительный (новый) шаг, в котором будет использован третий закон Ньютона для сил взаимодействия тел.

Поясним на примерах, как используют законы Ньютона при решении задач.

Задача 1

На наклонённой под углом α к горизонту плоскости удерживают два бруска *1* и *2* так, как показано на рис. 56. Масса каждого бруска равна m. Коэффициент трения о поверхность первого бруска равен μ. Второй брусок гладкий. После отпускания бруски начинают поступательно скользить вниз по наклонной плоскости. Определите модуль силы, с которой второй брусок будет давить на первый.

Прежде чем переходить к решению задачи, постараемся понять, почему второй брусок будет давить на первый после их отпускания.

Если бы бруски скользили раздельно, то второй (гладкий) брусок скользил бы быстрее, чем первый. Но первый брусок стоит впереди и не пропускает второй. Поэтому второй брусок будет давить на первый, стараясь ра-

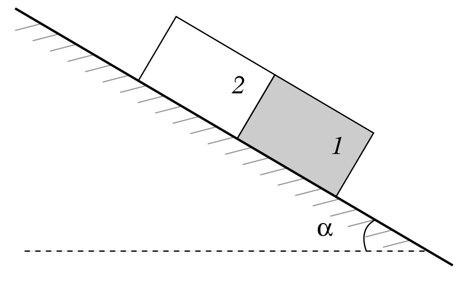


Рис. 56

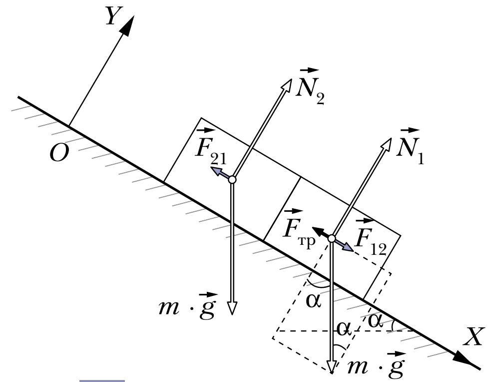


Рис. 57

зогнать его. В свою очередь (по третьему закону Ньютона), первый брусок будет действовать на второй, стараясь затормозить его. Именно эту силу взаимодействия брусков мы должны определить в задаче.

Решение.

Шаг 0. Поскольку по условию оба бруска движутся поступательно, будем считать их материальными точками.

Шаг 1. Выберем инерциальную систему отсчёта, связав её с наклонной плоскостью. Ось X направим параллельно наклону плоскости, а ось Y — перпендикулярно плоскости (рис. 57).

Шаг 2. Изобразим на рисунке силы, действующие на бруски: силы тяжести $m \cdot \vec{g}$, силы реакции опоры $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$, силу трения скольжения $\vec{F}_{тр}$, силу $\vec{F}_{12}$, действующую на первый брусок со стороны второго, и силу $\vec{F}_{21}$, действующую на второй брусок со стороны первого.

Шаг 3. Определим проекции на координатные оси сумм сил, действующих на каждый из брусков.

Сумма проекций на ось X всех сил, действующих на первый брусок, равна $m \cdot g \cdot \sin\alpha - F_{тр} + F_{12}$, а сумма проекций всех сил, действующих на второй брусок, равна $m \cdot g \cdot \sin\alpha - F_{21}$.

Сумма проекций на ось Y всех сил, действующих на первый брусок, равна $N_1 - m \cdot g \cdot \cos\alpha$; на второй брусок равна $N_2 - m \cdot g \cdot \cos\alpha$.

Шаг 4. Второй закон Ньютона в проекциях на координатные оси для брусков имеет вид:

$$N_1 - m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot a_{1y}, \quad (1)$$

$$m \cdot g \cdot \sin\alpha - F_{тр} + F_{12} = m \cdot a_{1x}, \quad (2)$$

$$N_2 - m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot a_{2y}, \quad (3)$$

$$m \cdot g \cdot \sin\alpha - F_{21} = m \cdot a_{2x}. \quad (4)$$

Шаг 4* (новый). По третьему закону Ньютона модули сил взаимодействия брусков равны. Обозначив их через F, имеем: $F_{12} = F_{21} = F$.

Шаг 5. Бруски скользят, поэтому $F_{тр} = \mu \cdot N_1$.

Шаг 6. В выбранной системе отсчёта бруски движутся *только* вдоль оси X. Следовательно, $a_{1y} = a_{2y} = 0$. Кроме того, бруски движутся вместе. Поэтому проекции их ускорений на ось X равны друг другу. Обозначив их через a, имеем: $a_{1x} = a_{2x} = a$.

Шаг 7. Перепишем уравнения (1)–(4) с учётом результатов предыдущих шагов.

$$N_1 - m \cdot g \cdot \cos\alpha = 0, \qquad (5)$$

$$m \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu \cdot N_1 + F = m \cdot a, \qquad (6)$$

$$N_2 - m \cdot g \cdot \cos\alpha = 0, \qquad (7)$$

$$m \cdot g \cdot \sin\alpha - F = m \cdot a. \qquad (8)$$

Шаг 8. Из уравнения (5) найдём модуль силы реакции опоры $\vec{N}_1$: $N_1 = m \cdot g \cdot \cos\alpha$. Это значение подставим в уравнение (6). Получим:

$$m \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha + F = m \cdot a.$$

Подставим в полученное соотношение выражение для $m \cdot a$ из уравнения (8):

$$m \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha + F = m \cdot g \cdot \sin\alpha - F.$$

Так как $F = F_{21}$, после преобразования получаем:

$$F_{21} = 0{,}5\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha.$$

Ответ: модуль искомой силы $F_{21} = 0{,}5\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$.

Проведём эксперимент. Положим на парту рабочую тетрадь, а сверху — учебник физики (рис. 58). Аккуратно потянем рабочую тетрадь с малой силой в горизонтальном направлении. Лежащий сверху учебник начнёт перемещаться вместе с тетрадью в том же направлении. Почему? Дело в том, что со стороны сдвигающейся тетради на учебник будет действовать сила трения, которая воспрепятствует смещению учебника относительно тетради и «потянет» учебник следом. Если вы будете тянуть тетрадь с незначительной силой, т. е. двигать её с малым ускорением, то действующая на учебник сила трения будет силой трения покоя. Её будет достаточно для того, чтобы учебник двигался с тем же незначительным ускорением вместе с тетрадью. Однако модуль силы трения покоя не может быть больше, чем $\mu \cdot N$. Поэтому если вы подействуете на тетрадь с существенно большей силой, то силы трения

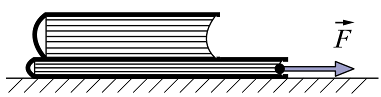


Рис. 58

покоя будет недостаточно для придания учебнику ускорения, равного ускорению тетради. В результате учебник соскользнёт с тетради.

Попробуем определить, с какой минимальной по модулю силой надо действовать на тело, чтобы выдернуть его из-под лежащего на нём груза. Для этого решим следующую задачу.

Задача 2

Доска массой M лежит на гладкой горизонтальной поверхности. На доске лежит брусок массой m (рис. 59). Коэффициент трения между бруском и доской равен μ. Определите, с какой минимальной по модулю горизонтально направленной силой $\vec{F}$ надо подействовать на доску, чтобы в процессе начавшегося движения брусок начал скользить по доске.

Решение.

Шаг 0. Будем считать, что брусок и доска движутся поступательно. Поэтому заменим их материальными точками.

Шаг 1. Инерциальную систему отсчёта XY свяжем с горизонтальной поверхностью. Ось X проведём в направлении действия силы $\vec{F}$ (*см.* рис. 59). Ось Y направим вертикально вверх.

Шаг 2. Изобразим силы, действующие на брусок: силу тяжести $m \cdot \vec{g}$, силу реакции опоры $\vec{N}_1$ и силу трения $\vec{F}_{тр1}$ со стороны доски, которая разгоняет брусок. Изобразим силы, действующие на доску: силу тяжести $M \cdot \vec{g}$, силу $\vec{P}$ (вес бруска), силу реакции опоры $\vec{N}_2$ со стороны поверхности, силу $\vec{F}$, разгоняющую доску, и тормозящую её силу трения $\vec{F}_{тр2}$ со стороны бруска.

Шаг 3. Определим проекции сил на координатные оси.

Начнём с оси Y. Проекции сил реакции опоры $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ положительны и равны модулям этих сил: $N_{1y} = N_1$, $N_{2y} = N_2$. Проекции сил тяжести $m \cdot \vec{g}$ и $M \cdot \vec{g}$, а также силы $\vec{P}$ отрицательны, поэтому:

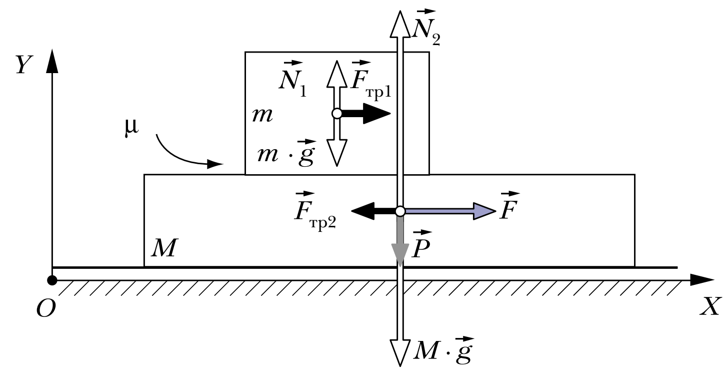


Рис. **59**

$$m \cdot g_y = -m \cdot g, \;\; M \cdot g_y = -M \cdot g, \;\; P_y = -P.$$

Теперь определим проекции сил на ось X. Проекция силы $\vec{F}$ положительна и равна модулю силы: $F_x = F$. Проекция силы трения $\vec{F}_{тр2}$, действующей на доску, отрицательна, поэтому $F_{тр2x} = -F_{тр2}$. Проекция силы трения $\vec{F}_{тр1}$, действующей на брусок, положительна: $F_{тр1x} = F_{тр1}$.

Шаг 4. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на координатные оси для доски и бруска:

$$F - F_{тр2} = M \cdot A_x,$$
$$F_{тр1} = m \cdot a_x,$$
$$N_1 - m \cdot g = m \cdot a_y,$$
$$N_2 - M \cdot g - P = M \cdot A_y,$$

где A_x и A_y — проекции ускорения доски, a_x и a_y — проекции ускорения бруска.

Шаг 4* (новый). По *третьему закону Ньютона* модули сил взаимодействия бруска и доски вдоль оси X (т. е. модули сил трения) равны. Поэтому запишем: $F_{тр1} = F_{тр2} = F_{тр}$. Отметим, что по третьему закону Ньютона равны и модули сил взаимодействия вдоль оси Y бруска и доски: $P = N_1$.

Шаг 5. То, что брусок начинает скользить по доске, означает, что сила трения покоя достигла своего максимального значения: $F_{тр} = \mu \cdot N_1$.

Шаг 6. В выбранной системе отсчёта доска и брусок движутся только вдоль оси X. Следовательно, $a_y = A_y = 0$.

Теперь внимание! Мы ищем минимальную по модулю силу $\vec{F}$, при которой брусок только начинает скользить. Поэтому при действии такой силы проекции ускорений бруска и доски можно считать приблизительно одинаковыми и равными a, т. е. $a_x = A_x = a$.

Шаг 7. С учётом результатов предыдущих шагов система уравнений принимает вид:

$$F - \mu \cdot N_1 = M \cdot a, \tag{9}$$
$$\mu \cdot N_1 = m \cdot a, \tag{10}$$
$$N_1 - m \cdot g = 0, \tag{11}$$
$$N_2 - M \cdot g - P = 0. \tag{12}$$

Шаг 8. Из уравнения (11) следует, что $N_1 = m \cdot g$. Поэтому уравнение (10) принимает вид: $\mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$. Следовательно, $a = \mu \cdot g$.

Таким образом, для того чтобы брусок начал скользить, необходимо, чтобы модули ускорений доски и бруска стали равны $\mu \cdot g$. Поэтому из уравнения (9) получаем, что модуль искомой силы равен:

$$F = M \cdot \mu \cdot g + \mu \cdot m \cdot g = \mu \cdot (M + m) \cdot g.$$

Ответ: $F = \mu \cdot (M + m) \cdot g$.

Итоги

Третий закон Ньютона.

Два тела взаимодействуют друг с другом с силами:
1) равными по модулю;
2) противоположными по направлению;
3) лежащими на одной прямой.

Силы взаимодействия двух тел всегда являются силами одной природы.

Силы взаимодействия, о которых говорится в третьем законе Ньютона, приложены к разным телам и поэтому *не могут уравновешивать друг друга*.

При решении задач динамики, в которых взаимодействуют два и более тел, появляется дополнительный шаг, в котором требуется записать *для каждой пары взаимодействующих тел* третий закон Ньютона.

Вопросы

1. Про какие тела говорят, что они взаимодействуют?
2. Сформулируйте третий закон Ньютона.
3. Могут ли силы взаимодействия уравновесить друг друга?
4. Какой дополнительный шаг появляется при решении задачи динамики о движении взаимодействующих тел по сравнению с задачей о динамике движения одного тела?

Упражнения

1. Проведите анализ ответа, полученного в задаче 1 этого параграфа.
2. На наклонённой под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту плоскости удерживают два бруска так, как показано на рис. 56. Масса каждого бруска равна $m = 1$ кг. Коэффициент трения первого бруска о плоскость равен $\mu = 0{,}3$. Второй брусок гладкий. Определите, с какой по модулю силой второй брусок будет давить на первый после их одновременного отпускания.
3. Рабочая тетрадь массой $M = 0{,}3$ кг лежит на гладкой горизонтальной поверхности стола. На тетради лежит учебник массой $m = 0{,}5$ кг. Коэффициент трения между учебником и тетрадью

$\mu = 0{,}3$. Определите, с какой минимальной по модулю горизонтально направленной силой $\vec{F}$ надо подействовать на тетрадь, чтобы в процессе начавшегося движения учебник стал бы скользить по тетради.

4 На наклонённой под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту плоскости удерживают два одинаковых гладких бруска так, как показано на рис. 56. Бруски отпускают и одновременно на нижний брусок начинают действовать постоянной силой, направленной вверх вдоль наклонной плоскости. Модуль этой силы равен 100 Н. Определите модуль сил взаимодействия брусков, если масса каждого из них равна 5 кг.

✔5 Подготовьте реферат на тему «Движение тела в ускоряющемся лифте», используя справочники, учебные энциклопедии, § 37 учебника «Физика. 7 класс». Сформулируйте определения силы реакции опоры, веса тела, перегрузки и невесомости. Сделайте сообщение в классе.

Для дополнительного изучения

§ 15 Решение задач о движении связанных тел

Задача 1

На горизонтальной поверхности стола удерживают два маленьких гладких бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг. Бруски связаны друг с другом лёгкой нерастяжимой нитью, которая натянута. В некоторый момент времени бруски отпускают. Одновременно на первый брусок начинает действовать сила $\vec{F}$ так, как показано на рис. 60. В результате бруски начинают поступательно двигаться в направлении действия этой силы. Определите ускорения брусков, если модуль силы $\vec{F}$ равен 6 Н.

Решение.

Шаг 0. Поскольку бруски движутся поступательно, будем считать их материальными точками.

Шаг 1. В качестве тела отсчёта выберем стол. Ось X проведём горизонтально в направлении действия силы $\vec{F}$, ось Y — вертикально вверх.

Шаг 2. На рис. 60 изображены силы, действующие на бруски (все силы, действующие на первый брусок, имеют индекс «1», силы, действующие на второй брусок, — индекс «2»). Имеем: силы тяжести $m_1 \cdot \vec{g}$ и $m_2 \cdot \vec{g}$, силы реакции опоры $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$, силу $\vec{F}$, силу упругости $\vec{T}_1$, с которой нить действует на первый брусок, и силу $\vec{T}_2$, с которой нить действует на второй брусок.

Шаг 3. Нас интересует движение брусков вдоль оси X. Поэтому определим проекции на ось X сил, действующих на бруски.

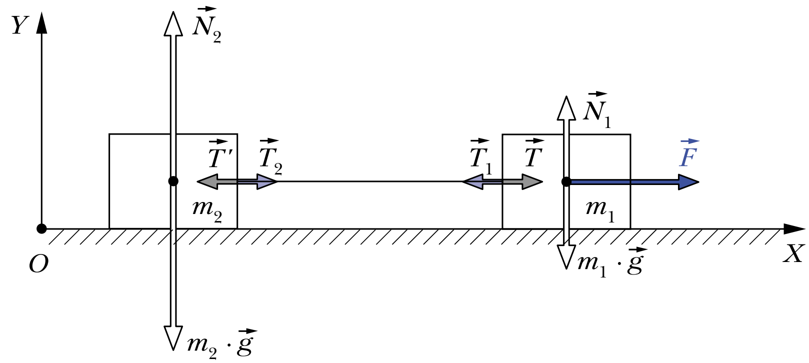


Рис. 60

Проекция силы $\vec{F}$ на ось X положительна и равна $F_x = F$, проекция силы упругости $\vec{T}_1$ отрицательна и равна её модулю со знаком «–»: $T_{1x} = -T_1$. Проекция силы упругости $\vec{T}_2$ равна $T_{2x} = T_2$. Проекции остальных сил на ось X равны нулю, так как они перпендикулярны этой оси. Следовательно, проекция на ось X суммы всех сил, действующих на первый брусок, равна $F - T_1$, а на второй брусок равна T_2.

Шаг 4. Запишем *второй закон Ньютона* для обоих брусков в проекциях на ось X:

$$F - T_1 = m_1 \cdot a_{1x},$$
$$T_2 = m_2 \cdot a_{2x}.$$

Шаг 4* (новый). Отметим, что первый и второй бруски не взаимодействуют непосредственно друг с другом. Однако первый брусок взаимодействует с натянутой нитью. Нить, в свою очередь, взаимодействует со вторым бруском. Рассмотрим более подробно взаимодействие первого бруска и нити. Нить действует на этот брусок с силой $\vec{T}_1$, направленной в отрицательном направлении оси X. Следовательно, *по третьему закону Ньютона* первый брусок действует на нить с такой же по модулю, но противоположно направленной силой $\vec{T}$ (*см.* рис. 60). Сила $\vec{T}$ действует в положительном направлении оси X. Поэтому её проекция на эту ось положительна и равна модулю силы $\vec{T}_1$:

$$T = T_1.$$

Нить действует на второй брусок с силой $\vec{T}_2$. Следовательно, *по третьему закону Ньютона* второй брусок действует на нить с силой $\vec{T}'$, которая равна по модулю силе $\vec{T}_2$, но направлена в противоположную сторону. Сила $\vec{T}'$ действует в отрицательном направлении оси X. Поэтому её проекция на эту ось отрицательна и равна модулю силы $\vec{T}_2$ со знаком «–»:

$$T' = -T_2.$$

Таким образом, на нить действуют две силы: одна — со стороны первого бруска, другая — со стороны второго. Первый брусок тянет нить с силой $\vec{T}$ в положительном направлении оси X. Одновременно второй брусок тянет её с силой $\vec{T'}$ в противоположном направлении (в отрицательном направлении оси X).

Если бы масса нити была равна m, а проекция на ось X её ускорения равна a_x, то второй закон Ньютона для нити в проекции на ось X имел бы вид: $T - T' = m \cdot a_x$. По условию задачи масса нити пренебрежимо мала по сравнению с массами брусков. Поэтому можно считать, что $m = 0$, и тогда $T - T' = m \cdot a_x = 0 \cdot a_x = 0$. Следовательно, модули сил $\vec{T}$ и $\vec{T'}$ равны:

$$T = T'.$$

Так как модуль силы $\vec{T}$ равен модулю силы $\vec{T_1}$, а модуль силы $\vec{T'}$ равен модулю силы $\vec{T_2}$, получается, что:

$$T = T' = T_1 = T_2.$$

Если натянутую нить считать невесомой, то силы упругости (натяжения) в различных её частях одинаковы по модулю.

Шаг 5. Не используется.

Шаг 6. По условию задачи нить нерастяжима, поэтому $a_{1x} = a_{2x}$. Обозначим их значения через a.

Шаг 7. С учётом полученных результатов система уравнений, записанная в шаге 4, имеет вид:

$$F - T = m_1 \cdot a,$$

$$T = m_2 \cdot a.$$

Шаг 8. Сложив эти уравнения, получим:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 2\,(\text{м/с}^2).$$

Ответ: $a = 2$ м/с^2.

Теперь на примере решения задачи 2 исследуем натяжения массивной нити в разных её частях, когда эта нить движется с ускорением.

Задача 2

Вертикально расположенную нерастяжимую верёвку массой $m = 1$ кг тянут рукой за её верхний конец с силой $\vec{F}$, модуль которой равен 60 Н. К нижнему концу верёвки прикреплён груз массой $M = 4$ кг. Определите ускорения груза и верёвки. Рассчитайте и сравните модули сил упругости $\vec{T_1}$,

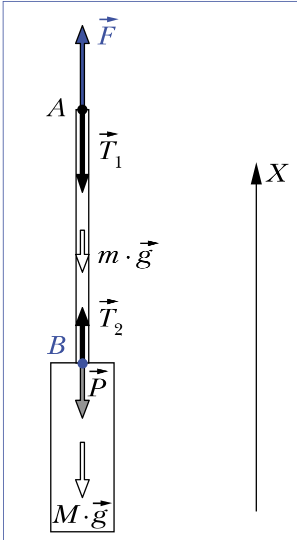


Рис. 61

с которой верёвка действует на руку, и $\vec{T}_2$, с которой верёвка действует на груз.

Решение.

Шаг 0. Верёвка нерастяжима. Будем считать, что все точки верёвки и груза движутся одинаково. Поэтому груз и верёвку заменим материальными точками и применим к ним законы Ньютона.

Шаг 1. Выберем инерциальную систему отсчёта, связанную с Землёй. Ось X направим вертикально вверх.

Шаг 2. Изобразим силы (рис. 61), *действующие на верёвку*: силу $\vec{F}$ со стороны руки, силу тяжести $m \cdot \vec{g}$, силу $\vec{P}$ (вес) со стороны груза.

Изобразим силы, *действующие на груз*: силу тяжести $M \cdot \vec{g}$ и силу упругости (натяжения) $\vec{T}_2$ со стороны верёвки.

Изобразим также силу $\vec{T}_1$, с которой верёвка действует на руку.

Шаг 3. Определим проекции сил на координатную ось X.

Проекции сил $\vec{F}$ и $\vec{T}_2$ положительны:

$$F_x = F \text{ и } T_{2x} = T_2.$$

Проекции сил $\vec{T}_1$, $m \cdot \vec{g}$, $\vec{P}$ и $M \cdot \vec{g}$ отрицательны и соответственно равны:

$$T_{1x} = -T_1,\ \ m \cdot g_x = -m \cdot g,\ \ P_x = -P,\ \ M \cdot g_x = -M \cdot g.$$

Таким образом, сумма проекций на ось X всех сил, действующих на верёвку, равна:

$$F - m \cdot g - P.$$

Сумма проекций на ось X всех сил, действующих на груз, равна:

$$T_2 - M \cdot g.$$

Шаг 4. С учётом шага 3 уравнения движения в проекциях на ось X для верёвки и груза имеют вид:

$$F - m \cdot g - P = m \cdot a_x,$$

$$T_2 - M \cdot g = M \cdot A_x,$$

где a_x — проекция ускорения верёвки, A_x — проекция ускорения груза.

Шаг 4* (новый). По третьему закону Ньютона модуль силы $\vec{F}$, с которой рука действует на верёвку, равен модулю силы $\vec{T}_1$, с которой верёвка действует на руку: $F = T_1$. Также по третьему закону Ньютона модуль силы $\vec{T}_2$, с которой верёвка тянет груз, равен модулю силы $\vec{P}$, с которой груз действует на верёвку: $T_2 = P$.

Шаг 5. Не используется.

Шаг 6. Верёвка не растяжима, поэтому ускорения верёвки и груза равны: $a_x = A_x$. Обозначим их через a.

Шаг 7. В результате система уравнений принимает вид:

$$F - m \cdot g - T_2 = m \cdot a, \qquad (1)$$

$$T_2 - M \cdot g = M \cdot a, \qquad (2)$$

$$F = T_1. \qquad (3)$$

Шаг 8. Сложив уравнения (1) и (2), получаем:

$$a = \frac{F - (m + M) \cdot g}{M + m} = \frac{F}{M + m} - g = 2 \ (\text{м/с}^2).$$

Теперь определим модули T_1 и T_2 сил натяжения. Из уравнения (3) получаем:

$$T_1 = F = 60 \ (\text{Н}).$$

Из уравнения (2) имеем: $T_2 = M \cdot (g + a) = \dfrac{M \cdot F}{M + m} = 48$ (Н).

Таким образом, модуль силы натяжения $\vec{T}_1$ больше модуля силы натяжения $\vec{T}_2$ на величину $T_1 - T_2 = F - \dfrac{M \cdot F}{M + m} = \dfrac{m \cdot F}{M + m} = 12$ (Н).

Из полученного выражения видно, что чем меньше масса m верёвки, тем меньше разность $T_1 - T_2$. Если же масса верёвки будет равна нулю, то и модули сил натяжения $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ станут равными, как это было в задаче 1.

Ответ: $a = 2$ м/с^2, $T_1 = 60$ Н, $T_2 = 48$ Н.

Задача 3

Через неподвижный относительно Земли блок перекинута гладкая лёгкая нерастяжимая нить, которая может скользить по блоку. К концам нити прикрепляют грузы, массы которых равны m_1 и m_2 (рис. 62). Определите ускорения грузов после их одновременного отпускания.

Решение.

Шаг 0. Будем считать, что грузы движутся поступательно. Поэтому заменим их материальными точками с такими же массами m_1 и m_2.

Шаг 1. Инерциальную систему отсчёта свяжем с Землёй, направив координатную ось Y вертикально вниз, как показано на рис. 62.

Шаг 2. Изобразим на рисунке силы, действующие на грузы: силы тяжести $m_1 \cdot \vec{g}$ и $m_2 \cdot \vec{g}$, а также силы натяжения нити $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$.

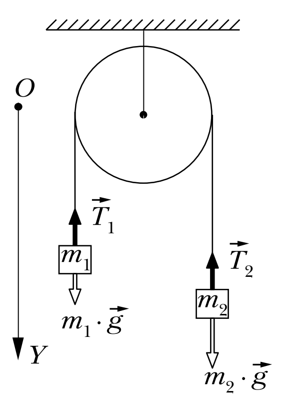


Рис. 62 Модули сил натяжения нити во всех её точках одинаковы

Шаг 3. Отметим, что все эти силы действуют вдоль оси Y. Определим проекции сил на эту координатную ось. Проекции сил тяжести положительны и соответственно равны:

$$m_1 \cdot g_y = m_1 \cdot g, \; m_2 \cdot g_y = m_2 \cdot g.$$

Проекции сил натяжения отрицательны и равны соответственно модулям этих сил, взятым со знаком «–»:

$$T_{1y} = -T_1, \; T_{2y} = -T_2.$$

Шаг 4. Второй закон Ньютона в проекциях на координатную ось Y для первого и второго грузов имеет вид:

$$m_1 \cdot g - T_1 = m_1 \cdot a_1,$$

$$m_2 \cdot g - T_2 = m_2 \cdot a_2,$$

где a_1 и a_2 — проекции на ось Y ускорений первого и второго грузов.

Шаг 4* (новый). По условию задачи нить лёгкая, т. е. её массу можно принять равной нулю. Кроме того, она гладкая. Поэтому нить скользит по блоку без трения. В этом случае, используя второй и третий законы Ньютона, можно доказать, что *модули сил натяжения такой нити во всех её точках одинаковы*. Следовательно, $T_1 = T_2$. Обозначим эти модули через T.

Шаг 5. Не используется.

Шаг 6. Нить по условию не растяжима. Поэтому модули перемещений грузов одинаковы: на сколько поднимется один груз — на столько же опустится другой. Следовательно, модули ускорений грузов также равны. Но так как при опускании одного из грузов другой поднимается, то проекции ускорений грузов на ось Y будут иметь противоположные знаки. Поэтому $a_{1y} = -a_{2y}$. K

Шаг 7. Запишем систему уравнений с учётом полученных результатов.

$$m_1 \cdot g - T = m_1 \cdot a_{1y}, \qquad (4)$$

$$m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a_{2y}, \qquad (5)$$

$$a_{1y} = -a_{2y}. \qquad (6)$$

K Отметим, что в условии задачи не сказано, какой из грузов более тяжёлый, поэтому заранее мы можем лишь предполагать, какой из грузов будет опускаться (т. е. какой груз будет иметь положительную проекцию ускорения на ось Y).

Шаг 8. Вычитая уравнение (5) из уравнения (4), с учётом уравнения (6) получим:

$$a_{1y} = \frac{(m_1 - m_2) \cdot g}{m_1 + m_2}.$$

Шаг 9. Проведём анализ результата. Видно, что если $m_1 > m_2$, то проекция a_{1y} ускорения первого груза положительна. То есть более тяжёлый груз m_1 опускается, а более лёгкий груз m_2 поднимается. В случае $m_2 = 0$ ускорение первого груза станет равным ускорению свободного падения: $a_{1y} = g$. Другими словами, первый груз будет свободно падать. Напротив, если $m_1 < m_2$, то проекция a_{1y} ускорения первого груза будет отрицательна. В этом случае более лёгкий груз m_1 поднимается, а более тяжёлый груз m_2 опускается. Если же $m_1 = m_2$, то $a_{1y} = 0$. Таким образом, при равенстве масс грузы будут двигаться с нулевым ускорением, т. е. равномерно, или будут покоиться.

Все полученные выводы соответствуют здравому смыслу и нашему жизненному опыту. В этом случае говорят, что полученный ответ имеет физический смысл.

Упражнения

1. На горизонтальной поверхности стола удерживают три маленьких гладких бруска (рис. 63, *а*). Масса каждого бруска равна $m = 1$ кг. Бруски связаны друг с другом лёгкими нерастяжимыми нитями, которые натянуты. В некоторый момент времени бруски отпускают. Одновременно на первый брусок начинает действовать сила $\vec{F}$ так, как показано на рисунке. В результате бруски начинают поступательно двигаться в направлении действия этой силы. Определите все силы, с которыми нити действуют на каждый из брусков, если модуль силы $\vec{F}$ равен 9 Н.
2. Определите модуль силы натяжения в середине нити из задачи 2, рассмотренной в параграфе.
3. Два тела с одинаковыми массами $m = 2$ кг соединены невесомой нитью и поднимаются вертикально вверх под действием силы $\vec{F}$, приложенной к одному из них. Нить между грузами обрывается, если модуль силы натяжения становится больше $T = 30$ Н. При какой минимальной по модулю силе $\vec{F}$ это произойдёт?
4. Два тела с массами соответственно $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг соединены невесомой пружиной жёсткостью $k = 1500$ Н/м. Их поднимают вертикально вверх, приложив к первому (верхнему) телу силу, модуль которой $F = 30$ Н. Определите удлинение пружины, если тела движутся поступательно равноускоренно.

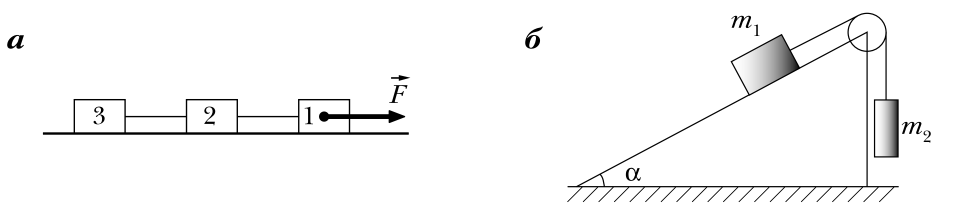


Рис. **63**

***5** На наклонной плоскости (рис. 63, *б*) под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту покоится тело массой m_1. К телу прикреплена невесомая гладкая нить, перекинутая через блок. Чтобы сдвинуть тело m_1 вверх вдоль наклонной плоскости, к другому концу нити прикрепляют груз массой $m_2 = 1{,}7$ кг. Коэффициент трения тела m_1 о плоскость равен $\mu = 0{,}4$. Найдите максимальное значение массы m_1 первого тела, при котором оно будет подниматься. Считайте, что все тела движутся поступательно.

§ 16 Динамика равномерного движения материальной точки по окружности

Рассмотрим динамику равномерного движения материальной точки по окружности. Для этого воспользуемся знаниями, которые вы получили при изучении равномерного движения тела по окружности (*см.* § 11). Напомним, что при этом модуль v скорости материальной точки остаётся всё время неизменным. Однако направление вектора скорости $\vec{v}$ непрерывно изменяется. По этой причине центростремительное ускорение $\vec{a}_{\text{цс}}$ равномерно движущегося по окружности тела (рис. 64) отлично от нуля. Как вы знаете, это ускорение в любой момент времени направлено к центру окружности, по которой движется материальная точка. Кроме того, модуль центростремительного ускорения не изменяется с течением времени и может быть рассчитан по формулам:

$$a_{\text{цс}} = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R},$$

где ω – угловая скорость, R – радиус окружности.

В соответствии со вторым законом Ньютона в инерциальной системе отсчёта сумма $\vec{F}$ всех сил, действующих на материальную точку, равна произведению её массы на ускорение: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Следовательно,

! если в ИСО материальная точка равномерно движется по окружности, то сумма $\vec{F}$ всех действующих на неё сил в любой момент времени равна произведению её массы m на её центростремительное ускорение $\vec{a}_{\text{цс}}$:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}_{\text{цс}}.$$

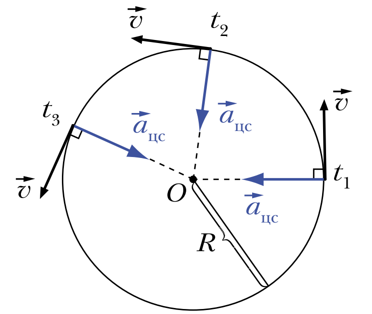


Рис. **64** При равномерном движении по окружности модуль скорости материальной точки остаётся неизменным, а направление вектора скорости изменяется

Таким образом, при равномерном движении материальной точки по окружности радиусом R сумма $\vec{F}$ всех действующих на неё сил в любой момент времени должна удовлетворять двум условиям (рис. 65):

1) сумма $\vec{F}$ всех сил направлена к центру окружности, по которой движется материальная точка;

2) модуль суммы $\vec{F}$ всех действующих сил должен быть равен:

$$F = m \cdot a_{\text{цс}} = m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot v \cdot \omega = m \cdot \frac{v^2}{R}.$$

При выборе ИСО для рассмотрения динамики движения точечного тела по окружности за начало отсчёта удобно выбрать центр O этой окружности (*см.* рис. 65). Координатную ось X проводят через центр этой окружности и точку A окружности, в которой в *данный момент времени* находится рассматриваемое тело. За положительное направление оси X обычно принимают направление *от точки A к центру O окружности.*

При таком выборе системы отсчёта проекция центростремительного ускорения на ось X в данный момент времени положительна и равна $a_{\text{цс}x} = |\vec{a}_{\text{цс}}|$. Проекции ускорения тела на другие координатные оси равны нулю. Поэтому проекция на ось X суммы $\vec{F}$ всех сил, действую-

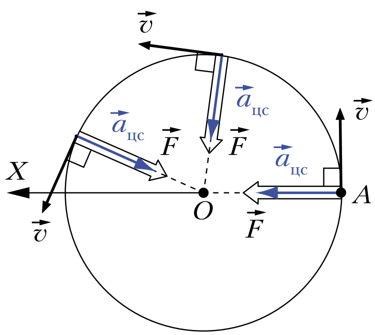


Рис. **65** Сумма $\vec{F}$ всех действующих на материальную точку сил направлена к центру окружности и $F = m \cdot \omega^2 \cdot R$

щих на тело в этот же момент времени, также положительна и равна $F_x = \left|\vec{F}\right| = m \cdot a_{\text{цс}} = m \cdot \omega^2 \cdot R$. При этом проекции $\vec{F}$ на другие координатные оси равны нулю.

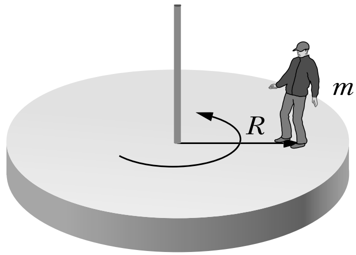


Рис. **66**

Рассмотрим пример решения задачи динамики равномерного движения материальной точки по окружности.

Задача 1

На равномерно вращающейся вокруг вертикальной оси карусели стоит человек массой m (рис. 66). Угловая скорость вращения карусели равна ω. Расстояние от оси вращения до человека равно R. Определите силу трения покоя, которая действует на человека со стороны поверхности карусели.

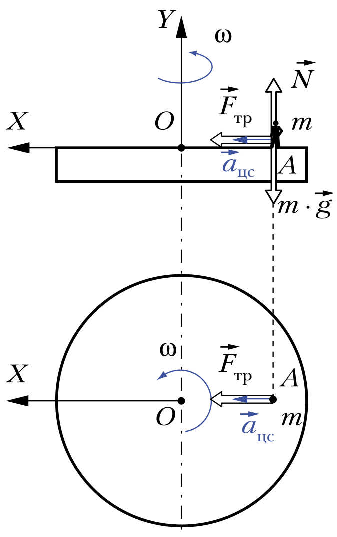


Рис. **67** Центростремительное ускорение $\vec{a}_{\text{цс}}$ обеспечивает равномерное движение человека по окружности, при котором непрерывно изменяется направление скорости $\vec{v}$

Решение.

Шаг 0. Так как нас не интересуют различия в движении разных точек тела человека, примем его за материальную точку.

Шаг 1. Выберем инерциальную систему отсчёта, связав её с Землёй. За начало отсчёта примем неподвижный относительно Земли центр карусели (точку O). Координатную ось X проведём через начало отсчёта и точку A, в которой в рассматриваемый момент времени находится человек. За положительное направление оси X примем направление от точки A к точке O. Ось Y направим вертикально вверх (рис. 67).

Шаг 2. Изобразим силы, действующие на человека: силу тяжести $m \cdot \vec{g}$, силу реакции опоры $\vec{N}$ со стороны поверхности карусели и силу трения покоя $\vec{F}_{\text{тр}}$, *которая создаёт центростремительное ускорение человека.*

Шаг 3. Определим проекции сил на координатные оси.

Проекция силы $\vec{F}_{тр}$ на ось Y равна нулю, так как сила перпендикулярна этой оси. Проекция на эту ось силы реакции опоры $\vec{N}$ положительна и равна её модулю: $N_y = N$. Проекция на ось Y силы тяжести $m \cdot \vec{g}$ отрицательна и равна её модулю со знаком «–», т. е. $m \cdot g_y = -m \cdot g$.

Вдоль оси X действует только сила трения покоя $\vec{F}_{тр}$. Её проекция на ось X положительна и равна модулю этой силы: $F_{трx} = F_{тр}$.

Шаг 4. Запись второго закона Ньютона в проекциях на координатные оси имеет вид:

$$N - m \cdot g = m \cdot a_y,$$
$$F_{тр} = m \cdot a_x.$$

Шаг 5. Отметим, что $\vec{F}_{тр}$ — сила трения покоя. Поэтому её модуль должен удовлетворять условию: $F_{тр} \leqslant \mu \cdot N$.

Шаг 6. Человек вместе с диском карусели равномерно движется по окружности с центром в точке O. Поэтому в выбранной системе отсчёта проекция его ускорения на ось X положительна и равна модулю его центростремительного ускорения:

$$a_x = a_{цс} = \omega^2 \cdot R.$$

Вдоль оси Y человек не движется, поэтому $a_y = 0$.

Шаг 7. С учётом результатов шагов 4 и 6 система уравнений принимает вид:

$$N - m \cdot g = 0, \qquad (1)$$
$$F_{тр} = m \cdot \omega^2 \cdot R. \qquad (2)$$

Шаг 8. Таким образом, при равномерном движении по окружности *на человека со стороны карусели всё время действует сила трения покоя.* Эта сила удовлетворяет двум условиям: во-первых, в любой момент времени она направлена к центру O окружности, по которой движется человек; во-вторых, её модуль не меняется с течением времени и равен $F_{тр} = m \cdot \omega^2 \cdot R$.

Ответ: $F_{тр} = m \cdot \omega^2 \cdot R$.

! **Действие силы $\vec{F}_{тр}$ приводит к тому, что у человека есть центростремительное ускорение $\vec{a}_{цс}$. Это ускорение и обеспечивает равномерное движение человека по окружности, при котором непрерывно изменяется направление его скорости.**

Модуль силы трения покоя должен удовлетворять условию: $F_{тр} \leqslant \mu \cdot N$. С учётом уравнения (2) имеем: $m \cdot \omega^2 \cdot R \leqslant \mu \cdot m \cdot g$. Поэтому угловая скорость вращения карусели должна удовлетворять неравенству:

$$\omega^2 \leqslant \mu \cdot \frac{g}{R}. \qquad (3)$$

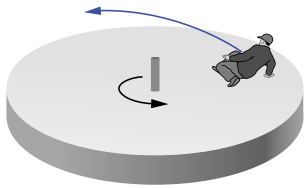


Рис. 68 Когда силы трения покоя недостаточно для создания центростремительного ускорения, человек не может двигаться по окружности вместе с вращающейся каруселью и соскальзывает с неё

Обозначим величину $\mu \cdot \dfrac{g}{R} = \omega^2_{кр}$. Тогда $\omega_{кр} = \sqrt{\mu \cdot \dfrac{g}{R}}$.

Следовательно, если угловая скорость карусели будет больше критического значения $\omega_{кр} = \sqrt{\mu \cdot \dfrac{g}{R}}$, то человек *не сможет равномерно двигаться по окружности, оставаясь неподвижным относительно карусели*. В этом случае силы трения покоя будет недостаточно для создания у человека необходимого центростремительного ускорения. В результате человек не может удержаться на карусели и соскальзывает с её поверхности (рис. 68).

Проведём анализ полученного выражения для $\omega_{кр}$. Видно, что чем больше коэффициент трения μ, тем с большей угловой скоростью ω может вращаться человек на карусели, оставаясь неподвижным относительно неё. Чем дальше находится человек от оси вращения (т. е. чем больше величина R), тем меньше $\omega_{кр}$. Следовательно, чтобы удержаться на вращающейся карусели, надо стараться, во-первых, увеличить коэффициент трения μ, а во-вторых, приблизиться к оси вращения, уменьшив тем самым величину R.

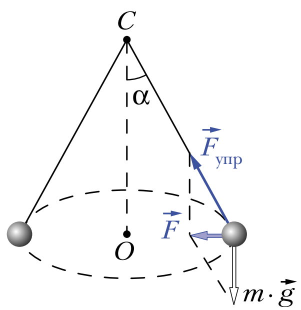


Рис. 69

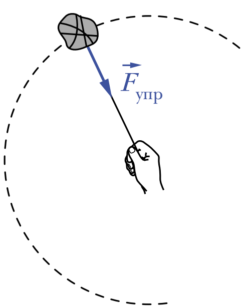


Рис. 70

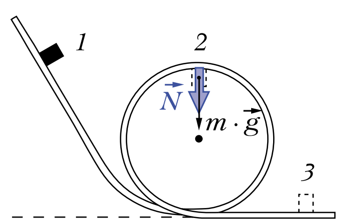


Рис. 71

В заключение отметим, что создать центростремительное ускорение у равномерно движущегося по окружности тела может и сумма нескольких сил. Примеры различных сил, которые обеспечивают движущимся по окружности телам центростремительное ускорение, приведены на рис. 69–71.

Итоги

При равномерном движении материальной точки массой m по окружности радиусом R, сумма $\vec{F}$ всех действующих на неё сил направлена к центру окружности, а её модуль равен:
$F = m \cdot \omega^2 \cdot R$, где ω — угловая скорость.

При решении задач динамики равномерного движения материальной точки по окружности систему отсчёта выбирают так, чтобы начало отсчёта совпадало с неподвижным относительно Земли центром окружности. Ось координат (ось X) направляют от точки окружности, в которой в данный момент находится движущееся тело, к центру окружности.

При этом проекция на эту ось суммы $\vec{F}$ всех сил, действующих на данную материальную точку, равна $F_x = m \cdot a_{цс}$.

Вопросы

1. Куда направлено центростремительное ускорение?
2. По каким формулам рассчитывают модуль центростремительного ускорения?
3. Куда направлена сумма всех сил, действующих на материальную точку, равномерно движущуюся по окружности?
4. Чему равен модуль суммы всех сил, действующих на равномерно движущуюся по окружности материальную точку?
5. Приведите примеры сил, которые могут обеспечивать телу центростремительное ускорение.

Упражнения

1. На горизонтальном диске, равномерно вращающемся вокруг вертикальной оси, на расстоянии 10 см от этой оси лежит маленький кубик. Ось вращения неподвижна относительно Земли. Модуль скорости кубика равен $0{,}6$ м/с. Определите возможные значения коэффициента трения кубика о диск.

*2. На горизонтальной поверхности стола закреплён обруч диаметром 20 см. К внутренней поверхности этого обруча прижали маленький гладкий шарик массой 10 г. Затем по этому шарику ударили так, что он стал двигаться по столу, всё время касаясь обруча. Модуль скорости шарика равен 1 м/с. Определите модуль силы, с которой движущийся шарик действует на обруч.

Для дополнительного изучения

§ 17 Решение задач динамики равномерного движения по окружности

Рассмотрим несколько примеров решения задач динамики равномерного движения тел по окружности.

Задача 1. Движение тела на поворотах

Водитель, не сбавляя скорости, устанавливает руль так, что автомобиль на повороте движется по дуге окружности радиусом R с центром в точке O (рис. 72). Коэффициент трения между колёсами автомобиля и дорогой равен μ. Определите максимально возможный модуль скорости $\vec{v}$ автомобиля, при которой он не соскользнёт с трассы.

Решение.

Шаг 0. Будем считать автомобиль материальной точкой.

Шаг 1. Систему отсчёта свяжем с Землёй. За начало отсчёта примем центр O окружности, по дуге которой движется автомобиль. Ось X направим от точки дороги, где находится в данный момент времени автомобиль, к центру O окружности (рис. 73). Ось Y направим вертикально вверх.

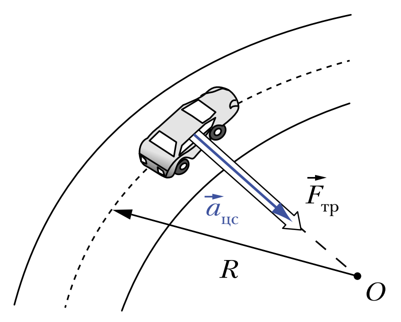


Рис. 72

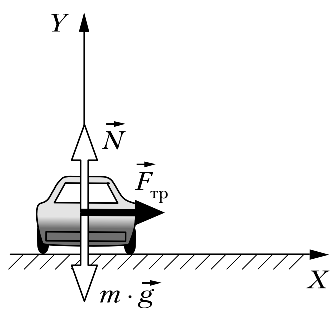


Рис. 73 При движении автомобиля по дуге окружности сила трения $\vec{F}_{тр}$ обеспечивает ему центростремительное ускорение

Шаг 2. Изобразим силы, действующие на автомобиль: силу тяжести $m \cdot \vec{g}$, силу реакции опоры $\vec{N}$ и силу трения $\vec{F}_{тр}$, которая придаёт автомобилю центростремительное ускорение.

Шаг 3. В выбранной системе отсчёта сумма проекций сил на ось Y равна $N - m \cdot g$, а на ось X равна $F_{трx} = F_{тр}$.

Шаг 4. Второй закон Ньютона в проекциях на оси координат имеет вид:

$$N - m \cdot g = m \cdot a_y,$$

$$F_{тр} = m \cdot a_x.$$

Шаг 5. Так как по условию автомобиль не соскальзывает с дороги, то $\vec{F}_{тр}$ — это сила трения покоя. Поэтому её модуль $F_{тр} \leqslant \mu \cdot N$.

Шаг 6. В выбранной системе отсчёта проекция ускорения автомобиля на ось X равна модулю его центростремительного ускорения: $a_{цс} = \dfrac{v^2}{R}$. Проекция ускорения автомобиля на ось Y равна нулю: $a_y = 0$.

Шаг 7. С учётом результатов шагов 4–6 получаем систему, состоящую из уравнений и неравенства:

$$N - m \cdot g = 0, \qquad (1)$$

$$F_{тр} = m \cdot \frac{v^2}{R}, \qquad (2)$$

$$F_{тр} \leqslant \mu \cdot N. \qquad (3)$$

Шаг 8. Из уравнения (1) следует, что $N = m \cdot g$. Подставляя в уравнение (3) выражение для N и выражение (2), получаем:

$$m \cdot \frac{v^2}{R} \leqslant \mu \cdot m \cdot g, \text{ откуда } v \leqslant \sqrt{\mu \cdot g \cdot R}.$$

Таким образом, для того чтобы автомобиль, движущийся по дуге окружности, не соскальзывал с дороги, необходимо, чтобы модуль его скорости не превышал максимально возможного значения $v_{max} = \sqrt{\mu \cdot g \cdot R}$.

Ответ: максимально возможный модуль скорости автомобиля

$$v_{max} = \sqrt{\mu \cdot g \cdot R}.$$

Из выражения для v_{max} видно, что чем меньше коэффициент трения μ между шинами автомобиля и дорогой, тем меньше модуль максимально допустимой скорости автомобиля. Поэтому *при движении по обледенелой дороге в целях безопасности следует двигаться с небольшой скоростью.*

Кроме того, с уменьшением радиуса R закругления дороги (при более крутом повороте) модуль v_{max} максимально допустимой скорости также уменьшается. Поэтому *перед поворотом с малым радиусом закру-*

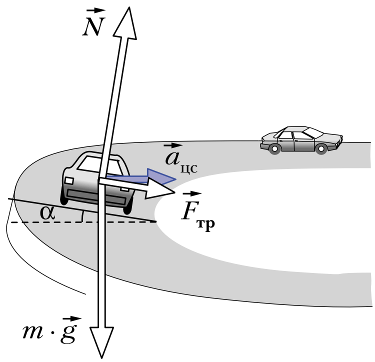


Рис. **74** Для движения на повороте с бóльшими скоростями этот участок трассы делают наклонным

гления водителю следует сбросить скорость ещё до начала поворота.

Для того чтобы автомобили могли двигаться на поворотах с большими скоростями, участки трассы в местах поворотов делают наклонными (рис. 74). В этом случае центростремительное ускорение автомобиля создаёт не только сила трения его колёс о дорогу, но и *проекция силы реакции опоры* на горизонтально направленную ось X (от точки дороги, в которой находится автомобиль, к центру окружности).

Задача 2. Движение автомобиля по мосту

Автомобиль массой m = 1 т движется по выпуклому мосту, представляющему собой дугу окружности радиусом r = 100 м. Модуль скорости автомобиля постоянен и равен v = 72 км/ч. Определите модуль силы $\vec{P}$, с которой автомобиль действует на мост в его верхней точке.

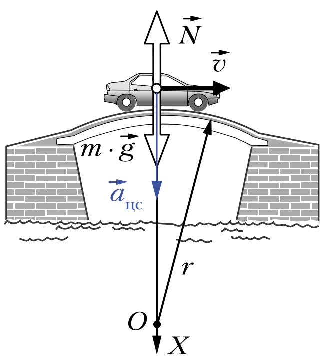


Рис. **75** Равномерное движение автомобиля по выпуклому мосту может быть представлено движением материальной точки по окружности

Решение.

Шаг 0. Будем считать автомобиль материальной точкой.

Шаг 1. Систему отсчёта свяжем с Землёй. За начало отсчёта примем центр O окружности, по дуге которой движется автомобиль. Направление от верхней точки моста к центру O окружности (рис. 75) примем за направление оси X.

Шаг 2. Изобразим силы, действующие на автомобиль: силу тяжести $m \cdot \vec{g}$ и силу реакции опоры $\vec{N}$ со стороны моста.

Шаг 3. В выбранной системе отсчёта сумма проекций сил на ось X равна $m \cdot g - N$.

Шаг 4. Запись второго закона Ньютона в проекции на ось координат X имеет вид:

$$m \cdot g - N = m \cdot a_x.$$

Шаг 4* (новый). По третьему закону Ньютона модуль силы $\vec{P}$, с которой автомобиль давит на мост в его верхней точке (вес автомобиля), равен модулю силы $\vec{N}$ реакции опоры, с которой мост действует на автомобиль: $P = N$.

Шаг 5. Не используется.

Шаг 6. Автомобиль движется равномерно по окружности радиусом r с центром в точке O, совпадающей с началом отсчёта. Поэтому в выбранной системе отсчёта проекция ускорения автомобиля на ось X равна модулю его центростремительного ускорения: $a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{r}$.

Шаг 7. С учётом результатов шагов 4 и 6 решения задачи получаем систему уравнений:

$$m \cdot g - N = m \cdot \frac{v^2}{r}, \qquad (4)$$

$$P = N. \qquad (5)$$

Шаг 8. Выразим N из уравнения (4) и подставим его в уравнение (5):

$$P = m \cdot \left(g - \frac{v^2}{r} \right) = 6 \ (\text{кН}).$$

Шаг 9. Из полученного выражения для P видно, что вес автомобиля, движущегося равномерно по мосту, меньше веса неподвижного автомобиля (10 кН), стоящего на том же мосту. Чем больше модуль скорости $\vec{v}$ автомобиля, тем меньше модуль P его веса. Понятно, что при этом уменьшается также и вес находящихся в автомобиле пассажиров и багажа.

Ответ: модуль силы, с которой автомобиль действует на мост в его верхней точке, равен 6 кН.

Рассчитаем модуль критической скорости $v_{\text{кр}}$ автомобиля, при достижении которой автомобиль перестаёт давить на мост в его верхней точке. Для этого решим уравнение:

$$P = m \cdot \left(g - \frac{v_{\text{кр}}^2}{r} \right) = 0.$$

$$g - \frac{v_{\text{кр}}^2}{r} = 0, \quad g = \frac{v_{\text{кр}}^2}{r}, \quad v_{\text{кр}}^2 = g \cdot r.$$

Следовательно, $v_{\text{кр}} = \sqrt{g \cdot r}$.

Таким образом, при достижении автомобилем критической скорости, модуль которой $v_{\text{кр}} = \sqrt{g \cdot r}$, вес автомобиля с пассажирами и багажом становится равным нулю. Все эти тела оказываются в состоянии невесомости.

А что произойдёт, если модуль скорости автомобиля превысит $v_{кр}$? В этом случае автомобиль оторвётся от поверхности моста (т. е. сойдёт с окружности радиусом r) и полетит как любое свободно падающее тело, брошенное под углом к горизонту.

Упражнения

1. Определите, с какой максимальной по модулю скоростью автомобиль, не проскальзывая, может двигаться по дуге окружности радиусом $R = 25$ м, если коэффициент трения между его шинами и дорогой $\mu = 0{,}4$.
2. Рассчитайте модуль $v_{кр}$ для автомобиля из задачи 2.
3. Автомобиль массой $m = 1$ т движется по вогнутому мосту, представляющему собой дугу окружности радиусом $r = 100$ м. Модуль его скорости постоянен и равен $v = 72$ км/ч. Определите силу $\vec{P}$, с которой автомобиль действует на мост в его нижней точке.
4. ✔ Прокатитесь на велосипеде равномерно по дороге, представляющей собой дугу окружности. Проведите все необходимые измерения для того, чтобы оценить силу трения, обеспечивающую центростремительное ускорение велосипедиста. Сделайте сообщение в классе.

§ 18 Силы всемирного тяготения. Закон всемирного тяготения

Из курса механики 7 класса вы узнали, что на любое тело массой m, находящееся вблизи поверхности Земли, всегда действует *сила тяжести* $\vec{F}_т = m \cdot \vec{g}$. Эта сила в основном обусловлена притяжением Земли. Таким образом, Земля действует на тело, притягивая его к себе.

Следовательно, по третьему закону Ньютона *тело тоже притягивает к себе Землю с такой же по модулю силой*. Другими словами, Земля и тело, находящееся вблизи её поверхности, *притягиваются друг к другу*. Ньютон первым догадался (а потом и доказал), что не только Земля и любое тело вблизи её поверхности, но и все тела во Вселенной притягиваются друг к другу.

! Все тела во Вселенной притягиваются друг к другу. Силы этого притяжения называют *силами всемирного тяготения* или *гравитационными силами*.

Попробуем, следуя логике Ньютона, определить, от чего зависят гравитационные силы взаимодействия двух тел.

Вначале рассмотрим знакомую вам силу тяжести $\vec{F}_т = m \cdot \vec{g}$, действующую на тело массой m вблизи поверхности Земли. Её модуль всегда пропорционален массе того тела, на которое она действует: $F_т \sim m$.

Следовательно, можно сделать вывод, что гравитационная сила всегда пропорциональна массе того тела, на которое она действует. Однако гравитационная сила — это сила взаимодействия *двух* тел. По третьему закону Ньютона со стороны тела массой m на Землю действует такая же по модулю сила притяжения. Значит, эта сила должна быть пропорциональна и массе Земли M, т. е. пропорциональна массе второго тела, участвующего в гравитационном взаимодействии: $F \sim M$.

Таким образом, мы приходим к выводу, что если в гравитационном взаимодействии участвуют два тела массами m и M, то модуль силы этого взаимодействия пропорционален произведению масс этих тел: $F \sim m \cdot M$.

Теперь исследуем зависимость модуля гравитационной силы $\vec{F}$ от расстояния между телами. Чтобы понять вид этой зависимости, Ньютон предположил, что движение Луны вокруг Земли происходит под действием силы тяготения $\vec{F}_т$ со стороны Земли. Другими словами, Земля действует на Луну с гравитационной силой, как и на любое тело, летящее вблизи её поверхности. В результате гравитационного действия со стороны Земли и тело (например, камень), и Луна приобретают ускорения. Однако модули этих ускорений различны. Можно предположить, что это обусловлено существенным различием в расстояниях от центра Земли до камня и до центра Луны.

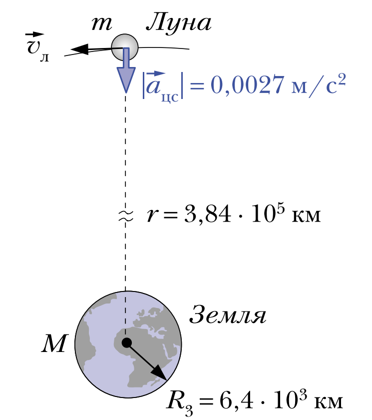


Рис. 76 Модуль ускорения, которое сообщает телу гравитационная сила Земли, убывает обратно пропорционально квадрату расстояния R от центра Земли до тела

Ускорение, приобретаемое камнем, — это известное вам ускорение свободного падения $\vec{g}$. **К**

Ускорение Луны можно определить, зная траекторию её движения. Во времена Ньютона траектория Луны была хорошо известна из астрономических наблюдений. Это позволило определить её ускорение (рис. 76). Его модуль оказался примерно

К Строго говоря, ускорение камня относительно поверхности Земли в результате притяжения Земли лишь приблизительно равно ускорению свободного падения. Это связано с вращением Земли вокруг своей оси и движением Земли по своей орбите. Частично этот вопрос мы рассмотрим в конце параграфа.

в 3600 раз меньше, чем модуль $\vec{g}$ ускорения свободного падения вблизи поверхности Земли. Расстояние от центра Земли до центра Луны приблизительно в 60 раз больше расстояния от центра Земли до её поверхности. Следовательно, увеличение расстояния в 60 раз приводит к уменьшению ускорения, сообщаемого гравитационной силой, в 3600 раз. Сопоставление этих двух чисел ($60^2 = 3600$) позволило Ньютону предположить, что модуль ускорения, которое сообщает телу гравитационная сила Земли, *убывает обратно пропорционально квадрату расстояния* R от центра Земли до центра рассматриваемого тела.

Следовательно, в соответствии со вторым законом Ньютона модуль силы гравитационного взаимодействия двух тел также убывает обратно пропорционально квадрату расстояния между ними: $F \sim \frac{1}{R^2}$.

Таким образом, Ньютон пришёл к выводу: модуль гравитационной силы взаимодействия Земли и любого тела (материальной точки) прямо пропорционален произведению их масс и обратно пропорционален квадрату расстояния от центра Земли до этого тела: $F \sim \frac{m \cdot M}{R^2}$.

Ньютон проанализировал известный из астрономических наблюдений характер движения планет вокруг Солнца. В результате он получил подтверждение своего вывода о том, что *все тела во Вселенной притягиваются друг к другу силами всемирного тяготения*. Им было установлено, что гравитационная сила, действующая на каждую планету со стороны Солнца, пропорциональна произведению массы $m_п$ этой планеты и массы $M_С$ Солнца и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F \sim \frac{m_п \cdot M_С}{R^2}.$$

Всё это позволило Ньютону в 1687 г. открыть **закон всемирного тяготения**. В настоящее время этот закон формулируют следующим образом.

Две материальные точки массами m_1 и m_2 притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$|\vec{F}| = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}.$$

В этой записи коэффициент пропорциональности G – универсальная константа, которую называют *гравитационной постоянной*. Она одинакова для всех тел.

Обратите внимание, что закон всемирного тяготения сформулирован для случая, когда взаимодействующие тела являются материальными точками. Другими словами, для реальных тел закон в таком виде применим, если их размеры много меньше расстояния между ними.

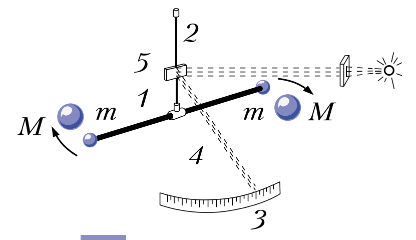


Рис. **77** Схема эксперимента Кавендиша по определению гравитационной постоянной

Ньютон доказал, что приведённая формула справедлива не только для материальных точек, но и для шарообразных тел, плотность вещества которых распределена симметрично относительно их центров. В этом случае R — расстояние между центрами шаров. Для тел более сложной формы расчёт силы гравитационного взаимодействия требует привлечения специальных математических приёмов.

Экспериментально гравитационная постоянная впервые была измерена английским физиком Генри Кавендишем (1731–1810) более чем через сто лет после открытия Ньютона — в 1798 г. Опыты проводились с использованием уже знакомых вам крутильных весов. Схема опыта показана на рис. 77. На концах лёгкого коромысла *1*, подвешенного на тонкой упругой проволоке *2*, были закреплены два маленьких (свинцовых) шарика массами m. Рядом были неподвижно закреплены два тяжёлых шара массами M. Под влиянием сил взаимного притяжения коромысло поворачивается и закручивает проволоку. В результате поворачивается закреплённое на проволоке зеркальце *5*. Отражённый от зеркальца луч света *4* попадает на шкалу *3*, по которой определяют угол поворота коромысла.

В настоящее время значение гравитационной постоянной принято равным $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг².

Отметим, что ускорения свободного падения в различных точках у поверхности Земли отличаются как по модулю, так и по направлению. Ближе к экватору модуль ускорения свободного падения меньше. Одной из причин

Рассчитаем массу Земли по известным значениям гравитационной постоянной и модуля ускорения свободного падения. Пусть тело массой m находится вблизи поверхности Земли на её полюсе. Модуль $F_т$ действующей на тело силы тяжести равен модулю силы гравитационного притяжения Земли: $m \cdot g = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{R^2}$, где M — масса Земли, R — расстояние от центра Земли до её поверхности. Поэтому $M = \dfrac{g \cdot R^2}{G}$. С учётом того, что $R \approx 6400$ км и $g \approx 9{,}8$ м/с², получаем $M \approx 6 \cdot 10^{24}$ кг.

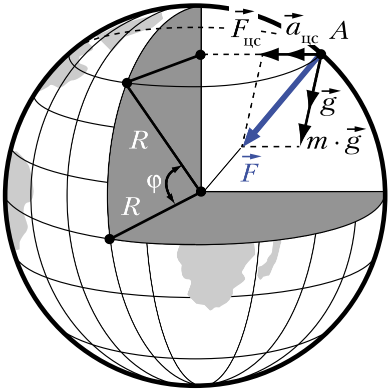


Рис. 78 Модуль ускорения свободного падения зависит от широты, на которой находится тело

этого является вращение Земли вокруг своей оси, неподвижной относительно ИСО. В результате такого вращения все тела вблизи поверхности Земли (за исключением тел на полюсах) движутся относительно ИСО равномерно по окружностям с одинаковым периодом T = 24 ч. Радиусы этих окружностей различны. Например, тело, находящееся на экваторе, равномерно движется по окружности радиусом $R_{экв}$, а тело на широте φ — по окружности радиусом $R_{\varphi} = R_{экв} \cdot \cos \varphi$ (рис. 78). Как известно, все тела, движущиеся равномерно по окружностям, имеют центростремительное ускорение. Поэтому ускорение, которое сила гравитационного притяжения Земли сообщает любому телу, находящемуся вблизи её поверхности, можно представить в виде суммы центростремительного ускорения и ускорения свободного падения. Центростремительное ускорение зависит от радиуса окружности R_{φ}, т. е. от широты φ. Поэтому и *ускорение свободного падения также зависит от широты*.

Ещё одна причина — это отличие формы Земли от шарообразной. Земной шар немного сплюснут у полюсов. Поэтому расстояние от центра Земли до её поверхности на полюсах меньше, чем на экваторе.

Итоги

Все тела во Вселенной притягиваются друг к другу. Силы этого притяжения называют *силами всемирного тяготения* или *гравитационными силами*.

Закон всемирного тяготения.
Две материальные точки массами m_1 и m_2 притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$|\vec{F}| = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}.$$

Гравитационная постоянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг².

Вопросы

1. От чего зависит сила гравитационного взаимодействия двух материальных точек?
2. Сформулируйте закон всемирного тяготения.
3. Чему равна гравитационная постоянная?
4. От чего зависит сила гравитационного взаимодействия двух однородных шарообразных тел?

*5. Почему ускорение свободного падения тела зависит от его географического положения?

Упражнения

1. Определите модуль силы, с которой Земля притягивает Луну. Считайте, что расстояние от Луны до Земли приблизительно равно $3{,}6 \cdot 10^5$ км, а масса Луны равна $7{,}4 \cdot 10^{22}$ кг. Массу Земли возьмите из справочных данных.
2. Определите модуль силы гравитационного взаимодействия Земли и Солнца. Считайте, что расстояние от Солнца до Земли равно $1{,}5 \cdot 10^8$ км, а масса Солнца равна $2 \cdot 10^{30}$ кг.
3. Оцените модуль силы гравитационного взаимодействия двух учеников 9 класса, находящихся на расстоянии 10 м друг от друга. Считайте, что ученики представляют собой два однородных шара по 50 кг каждый.

*4. Докажите, используя закон всемирного тяготения, что ускорение свободного падения одинаково для всех тел, находящихся на полюсе у поверхности Земли, т. е. не зависит от массы тел.

✔5. Подготовьте реферат на тему «Физическая природа приливов и отливов», используя справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурса http://gotourl.ru/7162. Сделайте сообщение в классе.

§ 19 Движение планет. Искусственные спутники

Движение планет Солнечной системы удобно рассматривать в системе отсчёта, связанной с Солнцем (в гелиоцентрической системе отсчёта). Начало этой системы отсчёта совпадает с центром Солнца, а координатные оси направлены на удалённые звёзды. В такой системе отсчёта наша планета движется вокруг Солнца. Кроме Земли, вокруг Солнца движется ещё семь планет: Меркурий, Венера, Марс, Сатурн, Юпитер, Уран и

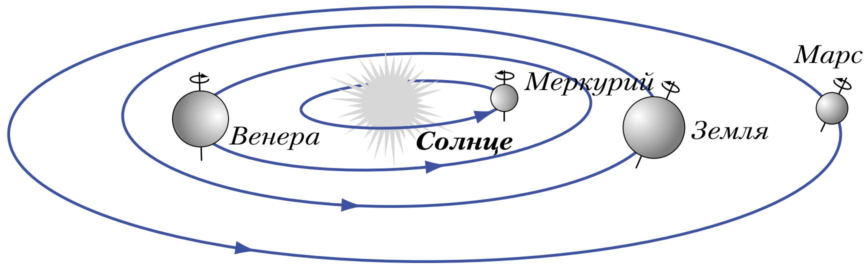


Рис. 79 Ближайшие к Земле планеты Солнечной системы

Нептун. Ближайшие к Земле планеты – Меркурий, Венеру и Марс называют планетами земной группы (рис. 79).

Траектории движения планет Солнечной системы представляют собой *эллипсы*. Однако при приблизительных расчётах можно считать, что все планеты движутся равномерно по окружностям, центром которых является центр Солнца.

Как вы уже знаете (*см.* § 12), гелиоцентрическую систему отсчёта с высокой степенью точности можно считать инерциальной. Поэтому в ней применимы законы Ньютона.

Теперь, когда вы вооружены знанием закона всемирного тяготения и законов динамики движения по окружности, вы можете производить расчёты различных кинематических и динамических характеристик, определяющих движение этих планет в гелиоцентрической системе отсчёта.

Прежде чем рассматривать движение планет вокруг Солнца, отметим, что вокруг некоторых планет Солнечной системы движутся их естественные спутники (подобно тому, как сами планеты движутся вокруг Солнца). Самым известным примером такого спутника является Луна – естественный спутник Земли.

Движение спутника удобно рассматривать в системе отсчёта, начало которой совпадает с центром планеты, а оси направлены на удалённые звёзды. Например, Луна в такой системе отсчёта, начало которой совпадает с центром Земли, движется по эллиптической орбите. Приблизительно можно считать, что в этой системе отсчёта Луна движется равномерно по окружности, в центре которой расположена Земля. Таким образом, движение Луны в системе от-

Эллипс представляет собой замкнутую плоскую кривую, имеющую две оси симметрии. В отличие от окружности, которая имеет единственный центр, эллипс имеет два «центра» — фокусы. Одна из особенностей этой кривой состоит в том, что сумма расстояний от фокусов эллипса до любой точки на этой кривой есть величина постоянная (как и радиус окружности).

счёта, связанной с Землёй, подобно движению любой из планет Солнечной системы в гелиоцентрической системе отсчёта. Эту систему отсчёта для решения рассмотренных здесь задач также можно считать инерциальной.

Рассмотрим несколько задач, связанных с вычислением некоторых кинематических и динамических характеристик небесных тел.

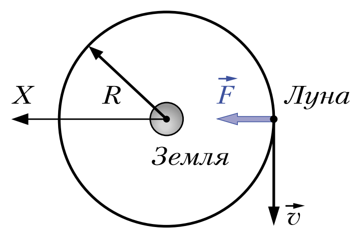


Рис. **80** Выбор системы отсчёта для определения модуля скорости движения Луны по круговой орбите

Задача 1

Определите модуль v скорости движения Луны относительно Земли, а также период T её обращения вокруг Земли, считая известными массу Земли $M_З$ и среднее расстояние R от Земли до Луны.

Решение.

Шаг 0. Будем считать Землю и Луну материальными точками. Кроме того, будем считать, что Луна движется равномерно по окружности радиусом $R = 60R_З$, в центре которой находится Земля (рис. 80).

Шаг 1. Инерциальную систему отсчёта свяжем с Землёй и удалёнными звёздами. За положительное направление оси X выберем направление от Луны к Земле.

Шаг 2. Изобразим на рисунке единственную действующую на Луну силу $\vec{F}$ – силу гравитационного притяжения со стороны Земли.

Шаг 3. Проекция силы $\vec{F}$ на ось X положительна: $F_x = F$.

Шаг 4. Второй закон Ньютона в проекции на ось X для Луны имеет вид $F = m_Л \cdot a$, где $m_Л$ – масса Луны, a – проекция на ось X центростремительного ускорения Луны.

Шаг 5. Модуль силы $\vec{F}$ равен:

$$F = G \cdot \frac{m_Л \cdot M_З}{R^2},$$

где $M_З$ – масса Земли, R – расстояние от Земли до Луны.

Шаг 6. Луна движется равномерно по окружности с постоянной по модулю скоростью. Поэтому модуль ускорения Луны равен модулю её центростремительного ускорения: $a = \dfrac{v^2}{R}$.

Шаг 7. С учётом результатов предыдущих шагов запишем второй закон Ньютона для равномерно движущейся по окружности Луны и закон всемирного тяготения:

$$F = m_Л \cdot \frac{v^2}{R}, \qquad (1)$$

$$F = \frac{G \cdot m_Л \cdot M_З}{R^2}. \qquad (2)$$

Шаг 8. Подставляя уравнение (1) в уравнение (2), получаем:

$$m_Л \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{G \cdot m_Л \cdot M_З}{R^2}.$$

Отсюда $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_З}{R}}$. (3)

За время T полного оборота Луны вокруг Земли она проходит путь s, равный длине окружности радиусом R. Следовательно, $s = 2\pi \cdot R$.

Так как Луна движется равномерно, то период T равен:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2\pi \cdot R}{\sqrt{\frac{G \cdot M_З}{R}}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot M_З}}. \qquad (4)$$

Ответ: $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_З}{R}}$, $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot M_З}}$.

Проведём анализ полученного ответа. Из выражений (3) и (4) видно, что ни модуль скорости $\vec{v}$, ни период T обращения Луны не зависят от её массы. Модуль скорости $\vec{v}$ Луны и период T её обращения зависят только от гравитационной постоянной G, массы Земли $M_З$ и радиуса орбиты R. Следовательно, если бы вместо Луны по её орбите под действием гравитационного притяжения Земли двигался другой объект, то модуль его скорости и период его обращения были бы такими же, как у Луны.

Таким образом, мы приходим к очень важному выводу.

! При движении любого объекта по окружности радиусом R вокруг Земли под действием силы гравитационного притяжения со стороны Земли модуль скорости этого объекта и период его обращения равны:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_З}{R}}, \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot M_З}}.$$

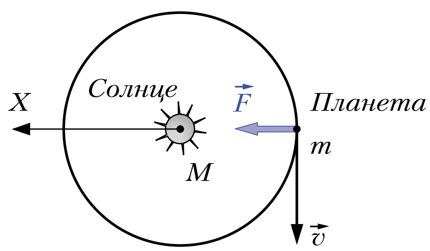


Рис. 81

Из приведённых формул видно, что чем больше радиус R окружности, по которой движется тело вокруг Земли, тем меньше модуль его скорости. Напротив, период T его обращения с увеличением расстояния до центра Земли увеличивается.

Рассмотрим теперь движение планеты вокруг Солнца (рис. 81). Обозначим массу планеты – m, а массу Солнца – M. Пусть радиус окружности, по которой движется планета в системе отсчёта, связанной с Солнцем, равен R. Определим модуль скорости движения этой планеты и период её обращения. Понятно, что решение этой задачи будет аналогично предыдущей (сравните рис. 80 и 81). Однако теперь во втором законе Ньютона для равномерно движущейся по окружности планеты вместо массы Луны будет стоять масса планеты m. В свою очередь, в законе всемирного тяготения будет стоять произведение масс Солнца и планеты:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{R}, \ F = \frac{G \cdot m \cdot M}{R^2}.$$

Решение приводит к формулам, аналогичным выражениям (3) и (4):

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}, \ T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot M}}.$$

Эти результаты позволяют обобщить выводы, полученные ранее при рассмотрении движения тела вокруг Земли.

! При движении тела по окружности вокруг тела массой M под действием только силы гравитационного притяжения с его стороны модуль скорости движущегося тела и период его обращения T определяются радиусом R этой окружности и массой M тела.

Задача 2

Известно, что модуль скорости движения Земли вокруг Солнца $v = 30$ км/с, а период её обращения $T = 1$ год. Оцените среднее расстояние от Земли до Солнца.

Решение.

Если считать, что Земля движется по окружности радиусом R, то за период T она проходит путь s, равный длине этой окружности: $s = 2\pi \cdot R$. Поэтому модуль скорости её движения $v = \frac{s}{T} = 2\pi \cdot \frac{R}{T}$. Откуда:

$$R = \frac{v \cdot T}{2\pi} \approx \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}{2 \cdot 3{,}14} \approx 1{,}5 \cdot 10^{11} \text{ (м)},$$

так как в году 365 суток по 24 часа, а в каждом часе по $60 \cdot 60$ секунд.

Рассчитанное нами расстояние R от Земли до Солнца имеет специальное название – *астрономическая единица* (1 а. е. $\approx 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м).

Ответ: среднее расстояние от Земли до Солнца равно $1{,}5 \cdot 10^{11}$ м.

Задача 3

Зная, что среднее расстояние от Земли до Солнца равно 1 а. е., а модуль скорости движения Земли по орбите $v = 30$ км/с, оцените массу Солнца.

Решение.

Поскольку $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$, радиус орбиты Земли $R = 1$ а. е. $\approx 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м, гравитационная постоянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг², масса Солнца

$$M = \frac{v^2 \cdot R}{G} \approx \frac{(30 \cdot 10^3)^2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}}{6{,}67 \cdot 10^{-11}} \approx 2 \cdot 10^{30}\ (\text{кг}).$$

Ответ: масса Солнца составляет $2 \cdot 10^{30}$ кг.

Приведём некоторые данные о планетах Солнечной системы, которые могут потребоваться вам при решении задач (табл. 7).

Таблица 7

Планета	Удаление от Солнца, а. е.	Период обращения, год	Модуль скорости движения по орбите, км/с
Меркурий	0,4	0,24	47,8
Венера	0,7	0,62	35,0
Земля	1,0	1,00	29,8
Марс	1,5	1,88	24,1
Юпитер	5,2	11,86	13,1
Сатурн	9,5	29,5	9,64
Уран	19,2	84,0	6,80
Нептун	30,1	165	5,4

Теперь рассмотрим движение искусственных спутников Земли. Так называют созданные людьми объекты, которые движутся вокруг Земли под действием её гравитационной силы.

Ещё Ньютон задавался вопросом о возможности создания искусственного спутника Земли. Как он рассуждал? Рассмотрим движение брошенного с высокой горы камня (рис. 82). Пусть камень брошен параллельно поверхности Земли. Под действием силы тяжести он опишет кривую траекторию и упадёт на Землю. Однако чем больше будет начальная скорость камня, тем дальше он упадёт от места броска. Понятно, что если бы не было сопротив-

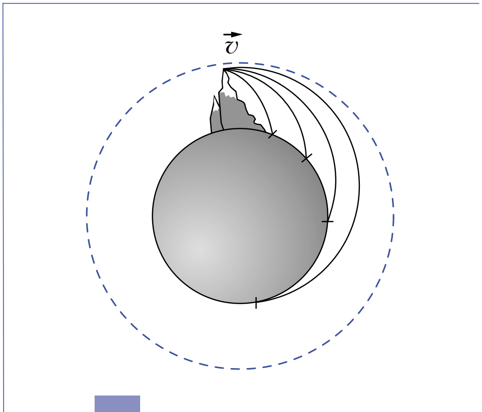


Рис. 82 Траектории камня, брошенного параллельно поверхности Земли, в зависимости от его начальной скорости

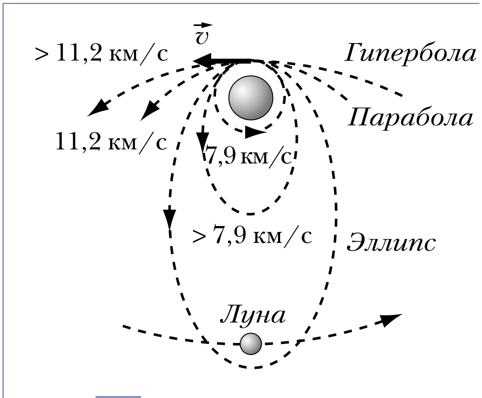


Рис. 83 Траектории движения тел, имеющих первую космическую скорость (*окружность*); скорость, большую первой космической (*эллипс*); вторую космическую скорость (*парабола*)

ления воздуха, то можно было бы бросить камень с такой скоростью, что он никогда бы не достиг поверхности Земли. В этом случае камень двигался бы вокруг Земли подобно Луне, став спутником нашей планеты.

Было установлено, что существует минимальная скорость, которую необходимо сообщить любому брошенному с поверхности Земли телу, чтобы оно стало двигаться по орбите вокруг Земли. Эта скорость получила специальное название *первая космическая скорость* и обозначение: v_{I}.

Первая космическая скорость для Земли — модуль минимальной скорости, которую надо сообщить телу, чтобы оно двигалось вокруг Земли по круговой орбите вблизи её поверхности только под действием силы гравитационного притяжения Земли.

Для расчёта модуля v_{I} можно воспользоваться формулой (3), которая определяет для любого объекта скорость его движения вокруг Земли. Учитывая, что модуль ускорения свободного падения вблизи поверхности Земли $g = \dfrac{G \cdot M_З}{R_З^2} \approx 9{,}8$ м/с^2, формулу (3) можно представить в виде:

$$v_{\mathrm{I}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_З}{R_З}} = \sqrt{\left(\frac{G \cdot M_З}{R_З^2}\right) \cdot R_З} = \sqrt{g \cdot R_З} \approx \sqrt{9{,}8 \cdot 6400 \cdot 10^3} \approx 7{,}9 \text{ (км/с)}.$$

Разумеется, во времена Ньютона разогнать какое-либо тело до такой скорости не представлялось возможным. Впервые в истории человечества успешно запустить искусственный спутник Земли удалось учёным и инженерам нашей страны в 1957 г. С тех пор русское слово «спутник» вошло во все языки мира. В настоящее время искусственные спутники обеспечивают различные виды связи между всеми районами мира, ведут наблюдение за погодой; с их помощью учёные исследуют космическое пространство. Все они обращаются по круговым или эллиптическим (вытянутым) орбитам вокруг Земли (рис. 83).

Если модуль скорости $\vec{v}$ (*см.* рис. 83) больше первой космической, но меньше v_{II} = 11,2 км/с (это — *вторая космическая скорость для Земли*), то спутник будет двигаться не по круговой, а по эллиптической орбите. При этом чем большую по модулю скорость сообщают спутнику, тем более вытянутой будет его орбита. Если модуль скорости превысит значение v_{II}, то тело перестанет быть искусственным спутником Земли. Такое тело удалится от Земли, преодолев силу её тяготения, и улетит в космос. Скорость, бóльшую второй космической, необходимо сообщать космическим кораблям, которые отправляются к другим планетам Солнечной системы (например, к Марсу или Венере).

Итоги

Модуль минимальной скорости, которую надо сообщить телу, чтобы оно двигалось вокруг Земли по круговой орбите вблизи её поверхности только под действием силы гравитационного притяжения Земли, называют первой космической скоростью для Земли.

Модуль первой космической скорости для Земли:

$$v_{\text{I}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{З}}}{R_{\text{З}}}} = \sqrt{g \cdot R_{\text{З}}} \approx 7{,}9 \text{ км/с}.$$

Модуль минимальной скорости, которую надо сообщить телу, чтобы оно, преодолев силу гравитационного притяжения Земли, улетело в космос, называют второй космической скоростью для Земли.

Модуль второй космической скорости для Земли:

$v_{\text{II}} =$ 11,2 км/с.

Вопросы

1. Действием какой силы обусловлено движение Луны вокруг Земли?
2. Что представляет собой траектория Луны в системе отсчёта, связанной с Землёй?

3 Действием каких сил обусловлено движение планет Солнечной системы вокруг Солнца?

4 Что представляют собой траектории планет Солнечной системы в системе отсчёта, связанной с Солнцем?

5 Что называют искусственным спутником Земли?

6 Чем определяется: а) модуль скорости движения спутника по круговой орбите; б) период обращения спутника по круговой орбите?

7 Что называют: а) первой космической скоростью для Земли; б) второй космической скоростью для Земли?

Упражнения

1 Определите период обращения и модуль скорости движения искусственного спутника Земли, радиус круговой орбиты которого равен четырём радиусам Земли.

2 Известно, что геостационарным спутником называют искусственный спутник Земли, период обращения которого равен периоду вращения Земли вокруг своей оси — 24 ч. Поэтому такой спутник находится всё время над одной и той же точкой поверхности Земли. Рассчитайте радиус круговой орбиты геостационарного спутника.

*3 Выполните следующие упражнения, используя данные таблицы 7: а) определите центростремительные ускорения Земли, Венеры, Марса и Юпитера в системе отсчёта, связанной с Солнцем; б) определите модули сил гравитационного действия Солнца на Землю, Венеру, Марс и Юпитер;

в) рассчитайте отношение квадрата периода обращения к кубу радиуса орбиты $\left(\frac{T^2}{R^3}\right)$ для каждой из указанных выше планет. Сравнив эти значения, вы получите утверждение, которое называют *третьим законом Кеплера*;

г) из каких законов физики следует результат, полученный в пункте «в»?

✔4 Подготовьте реферат на тему «Законы Кеплера и движение планет Солнечной системы». Используйте энциклопедии, справочники, материалы интернет-ресурса http://gotourl.ru/7163.

§ 20 История развития представлений о Вселенной

Как устроен окружающий нас мир? Почему Солнце встаёт всегда на востоке, а заходит на западе? Почему сменяют друг друга времена года? Почему светящиеся на ночном небе звёзды и планеты движутся по-разному? Люди искали ответы на эти вопросы с древнейших времён. Однако современное понимание устройства Вселенной пришло не сразу.

Картина ночного неба всегда привлекала людей. Первые известные нам наблюдения за движением Солнца на небе относятся к 4–3-му тысячелетию до н. э. В те времена шумерские астрономы определяли начало каждого года по дню весеннего равноденствия. Впоследствии они занимались наблюдениями за небесными телами и явлениями — солнечными и лунными затмениями, составляли календари.

В Древней Греции уже было известно, что звёзды на небе кажутся неподвижными друг относительно друга и вращаются вместе с небесным сводом. Кроме того, греки знали семь небесных объектов, которые движутся по небу среди звёзд по собственным траекториям. Первые два из них —

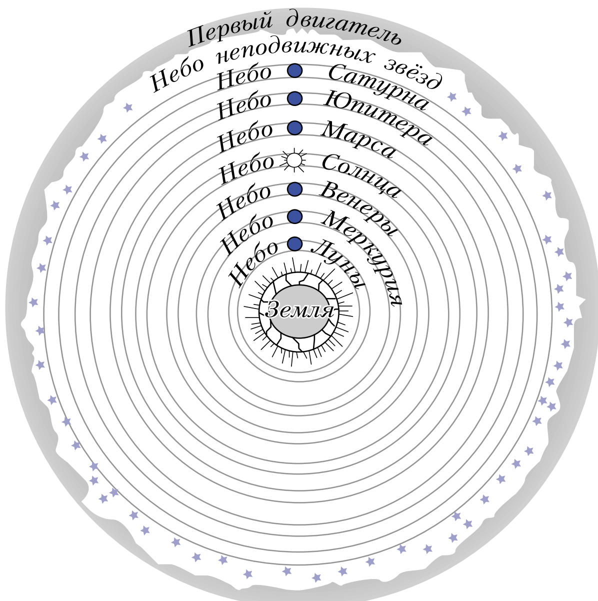


Рис. 84 Аристотелевская система мира

Солнце и Луна движутся по окружностям, а остальные пять — Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн перемещаются на фоне звёздного неба, описывая сложные по форме петли и зигзаги. Поэтому их назвали *планетами* (от *греч.* πλανήτης — «блуждающая звезда»).

Наблюдая за движением Солнца, Луны и планет, древние астрономы смогли определить периоды их обращения — промежутки времени, через которые эти небесные тела проходят одну и ту же точку на небесной сфере. Однако наблюдателям не были известны ни массы небесных тел, ни расстояния до Земли, ни законы движения. Они лишь знали, что быстрее всего на небесном своде движется Меркурий, потом Венера, Солнце и т. д. Значит, считали астрономы, в такой последовательности они и удалены от Земли (рис. 84).

Таким образом, древнегреческие мыслители, объясняя устройство Вселенной, исходили лишь из чувственного опыта и видимого движения небесных объектов. Аристотель (384–322 до н. э.) первым выстроил все полученные об окружающем мире знания в систему. Вселенная ограничивалась у него сферой, так как сфера — самая совершенная форма, а небо по происхождению — совершенно и божественно. Поэтому небесные тела должны двигаться только по окружностям и равномерно. В отличие от звёзд, планеты Аристотель считал менее совершенными телами, они могли менять направление своего кругового движения. Всё тяжёлое и несовершенное располагается ближе к центру Вселенной, поэтому тяжёлая Земля находится в центре в состоянии покоя (не вращается). Аристотель считал, что движение мира возможно, когда существует единственная точка покоя, на которую движение «опирается».

Такое представление о мире называют *геоцентризмом* (от *греч.* γη — «Земля»). Чтобы объяснить видимое движение небесных тел, Аристотель утверждал, что вокруг Земли равномерно вращаются сферы, центры которых совпадают с центром мира (*см.* рис. 84). На внешней сфере располагаются звёзды. К вложенным в неё меньшим сферам прикреплены планеты. Для объяснения неравномерного движения по небесному своду Солнца и планет были введены дополнительные, вращающиеся под разными углами и с разной скоростью сферы. Всего Аристотелю понадобилось 56 таких сфер.

Учение Аристотеля просуществовало почти два тысячелетия. Однако оно всё же не позволяло *рассчитать* движение планет. Дело в том, что планеты, перемещаясь на фоне звёзд, описывают петли, т. е. наблюдается обратное движение планет. При этом планета проходит через точки стояния, в которых изменяется направление её движения (рис. 85).

Чтобы вычислить положение планеты в любой момент времени, древнегреческим учёным Клавдием Птолемеем спустя четыре столетия после Аристотеля (около 130 н. э.) была разработана *система эпициклов* (дополнительных кругов).

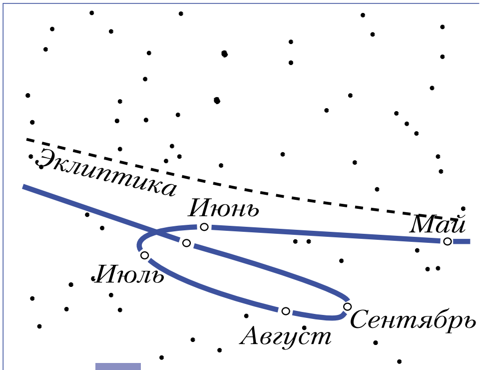


Рис. 85 Видимое движение планеты Марс среди звёзд

В основе птолемеевской системы лежало учение Аристотеля о том, что все небесные движения — это равномерные круговые движения. Поэтому видимое перемещение планеты должно складываться из таких движений. Птолемей поместил на круговую траекторию планеты (деферент) центр дополнительной маленькой окружности (эпицикл). На этой маленькой равномерно вращающейся окружности и закреплена планета (рис. 86, *а*). В результате центр маленькой окружности равномерно движется по деференту, и одновременно с этим происходит движение планеты по маленькой окружности. При сложении этих движений планета будет описывать для наблюдателя на Земле петли, изменяя скорость и направление движения.

Система эпициклов Птолемея со временем уточнялась, дополнялась и в результате стала очень громоздкой. Если одного эпицикла для объяснения движения планеты не хватало, вводились дополнительные. (Их количество к XIII в. возросло до 75.) Известна даже фраза одного из испанских коро-

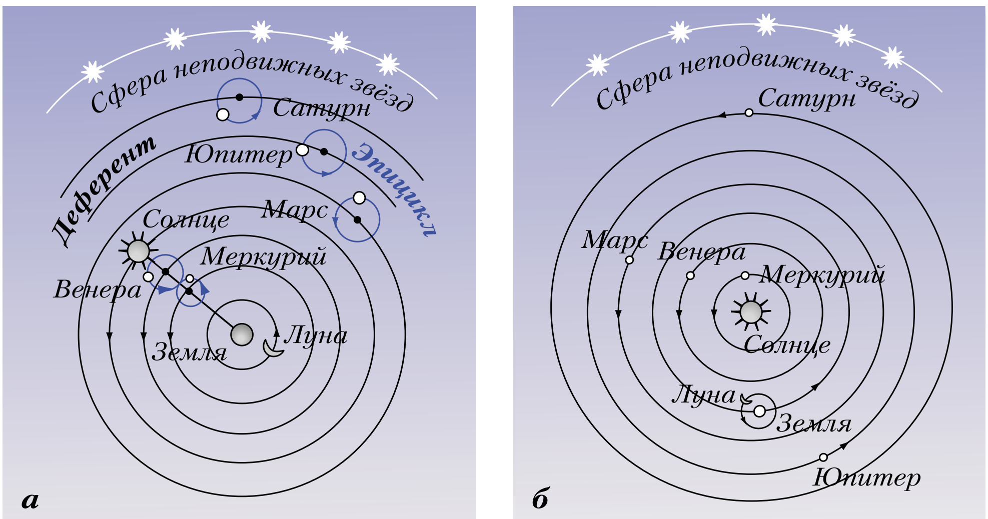


Рис. 86 Системы мира по Птолемею (*а*) и по Копернику (*б*) лей, поклонника астрономии: «Если бы Господь Бог при сотворении мира спросил моего совета, я бы предложил Ему устроить мир проще». Однако система Птолемея была достаточно хорошо подогнана под известные в те времена данные о движении планет.

Сложившееся со времён Аристотеля представление об устройстве Вселенной было опровергнуто польским учёным Николаем Коперником (1473–1543). Его труд «О круговращениях небесных тел», посвящённый теории движения планет вокруг Солнца, вышел в 1543 г. Учёный работал над ним почти 40 лет. Коперник утверждал, что *большинство видимых небесных движений являются кажущимися и обусловлены вращением Земли вокруг своей оси и движением Земли вокруг Солнца*.

По теории Коперника Земля является одной из планет и вращается вокруг Солнца, как и другие планеты. Вокруг Земли вращается только Луна (рис. 86, *б*).

Такое представление об устройстве мира было названо *гелиоцентризмом* (от *греч.* Ἥλιος — «Солнце»).

Теория Коперника была существенно нагляднее птолемеевой, но главное — в неё укладывались практически все полученные астрономами факты (исключение — неравномерное движение планет по эллиптическим орбитам, которые Коперник принимал за круговые).

Взгляды Коперника оказали огромное влияние на развитие научного мировоззрения и стали основой для астрономических исследований Г. Галилея, датского астронома Тихо Браге (1546–1601) и немецкого учёного Иоганна Кеплера (1571–1630). Последователь учения Коперника, итальянский религиозный философ Джордано Бруно (1548–1600) в одном из своих трактатов выдвинул гипотезу о бесконечности Вселенной, её материальном единстве и множественности миров. Это был уже прямой вызов церкви и её доктрине сотворения мира. В 1600 г. Джордано Бруно по приговору католической инквизиции был сожжён.

21 августа 1609 г. Галилей впервые наблюдал ночное небо в изобретённый им телескоп. Обнаруженные Галилеем спутники Юпитера, фазы Венеры, лунные горы, а также другие открытия доказывали, что Земля не является центром Вселенной. После опубликования Галилеем фундаментальной книги «Диалог о двух системах мира птолемеевой и коперниковой» учёный привлекался к суду инквизиции.

В эти же годы пражский астроном Кеплер опубликовал свои труды, в которых изложил три закона движения планет. Это были первые законы в истории физики. Созданная Кеплером геометрическая картина движения известных в его время планет впоследствии позволила Ньютону открыть закон всемирного тяготения.

Таким образом, развитие науки окончательно подтвердило несостоятельность геоцентрической картины мира и доказало правоту Коперника.

Триумфом небесной механики, основанной на законе всемирного тяготения, стало теоретическое (т. е. сделанное на основе расчётов) предсказание существования неизвестной до этого планеты, которую позже назвали Нептун.

В 1781 г. английский астроном Уильям Гершель (1738–1822) путём наблюдений открыл ещё одну планету Солнечной системы — Уран. Однако последующие наблюдения астрономов показали, что Уран движется не так, как должен был бы двигаться в соответствии с законами динамики Ньютона. Расчёты, проведённые британским астрономом Джоном Адамсом (в 1845 г.) и французским математиком Урбеном Леверье (в 1846 г.) показали, что возмущения орбитального движения Урана вызваны его гравитационным взаимодействием с неизвестной в то время планетой. Проведённые вычисления позволили предсказать положение этой планеты. Используя эти результаты, немецкий астроном Иоганн Галле в первый же вечер наблюдений увидел эту планету в телескоп. Поэтому про открытие Нептуна говорят, что оно сделано «на кончике пера».

Итоги

Представление о Вселенной, по которому Земля покоится в центре мира, а все остальные небесные тела равномерно вращаются вокруг неподвижного центра по круговым орбитам, называют *геоцентризмом*.

По теории Коперника Земля является одной из планет и движется вокруг Солнца, как и другие планеты. Вокруг Земли движется только Луна. Такое представление об устройстве мира было названо *гелиоцентризмом*.

Вопросы

1. Какое представление о мире называют геоцентризмом?
2. Что такое гелиоцентрическая система мира? В чем её принципиальное отличие от геоцентрических систем Аристотеля и Птолемея?
3. Какие наблюдения подтверждают, что Земля движется вокруг Солнца?

Упражнение

✔ Подготовьте реферат на тему «Геоцентрическая и гелиоцентрическая системы». Для сообщения используйте материалы интернет-ресурсов http://gotourl.ru/7164, http://gotourl.ru/7165. Сделайте сообщение в классе.

§ 21 Солнечная система. Физическая природа Солнца и других звёзд

Как же устроена Солнечная система с точки зрения современной науки?

Вы уже знаете, что движение небесных тел, входящих в Солнечную систему, удобно рассматривать в гелиоцентрической системе отсчёта. Начало отсчёта этой системы совпадает с центром Солнца, а координатные оси направлены на удалённые звёзды. В этой системе отсчёта Солнце вращается вокруг собственной оси, а каждая из восьми планет совершает движение, которое можно представить в виде суперпозиции двух движений: вращения вокруг собственной оси и движения по эллиптической орбите.

Направления обращения планет вокруг Солнца совпадают с направлением вращения Солнца вокруг собственной оси. Орбиты всех планет Солнечной системы близки к окружностям и расположены практически в одной плоскости. Направления вращения всех планет, за исключением Венеры и Урана, вокруг собственных осей совпадают с направлением вращения Солнца.

В настоящее время все планеты Солнечной системы по физическим свойствам принято делить на две группы: *планеты земной группы* и *планеты-гиганты*. В первую группу входят ближайшие к Солнцу планеты: Меркурий, Венера, Земля и Марс. Эти планеты имеют твёрдую поверхность — литосферу и состоят в основном из тяжёлых химических элементов.

В группу планет-гигантов входят Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун. Все эти планеты представляют собой огромные газовые шары, имеющие небольшое твёрдое ядро, окружённое веществом в жидком состоянии и атмосферой.

Например, ядро Юпитера составляет 4 % от массы всей планеты. Ядро окружает слой водорода в металлическом состоянии. Следующий слой состоит из жидкой смеси гелия и молекулярного водорода. В состав атмосферы Юпитера входят: водород (86 %), гелий (14 %) и следы других химических элементов. Подобную по составу атмосферу (водород, гелий, метан и следы других элементов) имеют и остальные планеты-гиганты.

Характерной особенностью планет-гигантов является наличие у них спутников и так называемых колец. Эти кольца состоят из мелких каменистых тел неправильной формы, кусков льда и пыли.

Помимо восьми планет, вокруг Солнца обращаются карликовые планеты (например, Плутон) и огромное число малых небесных тел неправильной формы, имеющих твёрдую каменистую структуру. Это *астероиды*. Орбиты большей части астероидов расположены между орбитами Марса и Юпитера на расстоянии ~2,5 а. е. от Солнца. Эту зону называют *поясом астероидов*. Размер самого большого из астероидов (Паллады) примерно равен 532 км.

Кроме того, в Солнечную систему входят *кометы – «хвостатые звёзды»*. Под действием гравитационных сил со стороны Солнца они движутся по очень вытянутым эллиптическим орбитам, пересекающим плоскости планетарных орбит. Кометы состоят из льда, застывших газов и мелких частиц. По мере приближения к Солнцу лёд начинает испаряться, образуя вокруг ядра кометы протяжённую газовую оболочку – *ко́му*.

В межпланетном пространстве Солнечной системы также движется множество *метеоров* – твёрдых тел, которые образовались, вероятно, из распавшихся комет. Большинство метеоров, влетающих в атмосферы планет, нагреваются из-за трения и сгорают, не достигая поверхности.

Масса Солнца составляет примерно 99 % от массы всей Солнечной системы. Радиус Солнца более чем в 100 раз превышает радиус Земли. Исследование излучения Солнца позволило установить, что водород составляет ~73 % его массы, гелий ~25 % массы, на остальные элементы (их более 70) приходится ~2 % массы.

Солнце состоит из *ядра* радиусом $\sim 1{,}4 \cdot 10^5$ км и окружающих его слоёв. Температура ядра близка к 14 млн градусов. Давление в ядре достигает 100 млрд атм. Плотность вещества в ядре ~0,1 кг/см^3.

В ядре Солнца протекают термоядерные реакции (*см.* § 58), в результате которых выделяется огромное количество энергии. Энергия, генерируемая в ядре Солнца, выходит на его поверхность очень медленно. Для этого требуется в среднем ~10 млн лет. Дело в том, что ядро окружено так называемой *зоной радиации, в которой не протекают ядерные реакции, а перенос энергии осуществляется в основном за счёт излучения*. Эта зона окружена *зоной конвекции*. Количество теплоты, получаемое конвективной зоной от зоны радиации, столь велико, что оно не может быть передано следующему слою – *фотосфере* только за счёт излучения и теплопроводности. Поэтому в этой зоне возникают конвекционные потоки, обеспечивающие дополнительный перенос энергии. Поднимающееся к внешней границе конвективной зоны разогретое вещество охлаждается, а затем опускается внутрь.

Толщина фотосферы не превышает 400 км. Именно фотосфера видна с Земли. Наружную границу фотосферы называют *поверхностью Солнца*. Плотность фотосферы в сотни раз меньше плотности атмосферы вблизи поверхности Земли.

Фотосферу окружает *хромосфера*. Её толщина равна $\sim 10^4$ км, а температура достигает $2 \cdot 10^4$ градусов. Над хромосферой находится сильно разряженная газовая оболочка – *солнечная корона*. Температура в короне может быть более 1,5 млн градусов. Разогрев хромосферы и солнечной короны происходит за счёт процессов в более глубоких областях Солнца.

Согласно принятой на сегодняшний день гипотезе, Солнце и связанные с ним планеты образовались примерно 4,6 млрд лет назад из холодной газопылевой туманности, которая состояла в основном из водорода и гелия с небольшой примесью других веществ. За счёт действия гравитационных сил к центру этого облака стягивались всё бóльшие и бóльшие массы туманности, формируя протозвезду — прообраз будущего Солнца. По мере возрастания плотности гравитационные силы, с одной стороны, всё больше усиливали процесс расслоения туманности, а с другой — вызывали всё больший разогрев формирующейся протозвезды. Сопровождающее перераспределение вещества медленное вращение туманности придало ей форму диска, разделяющегося на отдельные кольца. Этим объясняется то, что плоскости всех орбит планет в Солнечной системе практически совпадают.

Наконец, за счёт увеличения массы прообраза будущего Солнца температура и давление в его центральной части стали такими, что там начались термоядерные реакции, сопровождаемые выделением огромного количества энергии. Под действием потоков частиц и мощного светового излучения формирующегося Солнца лёгкие атомы водорода и гелия отбрасывались за орбиту Марса. Это и обусловило разный химический состав планет земной группы и планет-гигантов. Постепенно вещество в кольцах группировалось в прообразы будущих планет и их спутников.

Солнце — ближайшая к нам звезда. Расстояния же до других звёзд существенно больше и варьируются в очень широких пределах. В широких пределах варьируются и размеры звёзд. Согласно полученным данным, среди звёзд встречаются такие гиганты, как звезда Бетельгейзе в созвездии Ориона, диаметр которой больше диаметра орбиты Марса (~3 а. е.). Большинство же звёзд имеют размеры, сопоставимые с размерами Солнца ($R_С = 696 \cdot 10^3$ км). Вместе с тем встречаются звёзды-карлики. Самые маленькие из обычных звёзд имеют радиус, сравнимый с радиусом Земли ($R_З = 6{,}37 \cdot 10^3$ км). Нейтронные звёзды могут иметь диаметр всего лишь около 20 км.

В значительно меньших пределах варьируются массы звёзд. Расчёты и косвенные методы определения масс звёзд приводят к удивительному результату: при различии по объёму в миллиарды миллиардов раз массы M звёзд удовлетворяют следующему неравенству:

$$0{,}01M_С < M < 100M_С, \tag{1}$$

где $M_С$ — масса Солнца.

При этом средняя плотность вещества звёзд варьируется в очень широких пределах. Например, у звёзд-гигантов $\rho < 10^{-3}$ кг/м^3, а у нейтронных звёзд ρ достигает значения 10^{18} кг/м^3.

Нижняя граница в неравенстве (1) обусловлена тем, что при меньшей общей массе гравитационные силы не могут вызвать за счёт сжатия газопылевого облака нагрев его центральной части, достаточный для начала термоядерных реакций. Поэтому объекты с массой, меньшей сотой доли массы Солнца, оказываются (подобно Юпитеру) несамосветящимися телами.

По мере увеличения массы формирующейся звезды под действием гравитационных сил увеличивается её плотность и происходит разогрев центральной части. В результате при достаточно большой массе звезды в её недрах начинаются термоядерные реакции. Гравитационное сжатие прекращается, как только выделяющаяся при этих реакциях энергия становится равной потерям на излучение. После этого звезда переходит в стационарное состояние, в котором она может пребывать длительное время. Установлено, что мощность светового излучения L звезды пропорциональна кубу её массы M:

$$L \sim M^3. \qquad (2)$$

Следовательно, мощность светового излучения звезды, масса которой, например, в 50 раз больше массы Солнца, должна быть больше мощности светового излучения Солнца в 125 000 раз. При столь интенсивном выделении энергии действие сжимающих вещество гравитационных сил ещё может уравновесить действие сил светового давления, стремящихся разрушить звезду. При массе же звезды, превышающей массу Солнца более чем в 100 раз, она разрушается.

Положения максимумов в спектрах излучения (*см.* § 53) звёзд, соответствующие температуре и цвету их поверхности, изменяются в достаточно широких пределах. Большинство звёзд по виду их спектра можно отнести к одному из семи спектральных классов. В таблице 8 приведены обозначения спектральных классов, температуры и цвет поверхностей звёзд каждого из классов, а также примеры относящихся к этим классам звёзд.

Таблица 8

Спектральный класс	Температура поверхности, К	Цвет поверхности	Пример звезды (созвездие)
O	26 000–35 000	Голубой	Беллатрикс (Орион)
B	12 000–25 000	Бело-голубой	Регул (Лев)
A	8000–11 000	Белый	Сириус (Б. Псы)
F	6200–7900	Жёлто-белый	Альтаир (Орёл)
G	5000–6100	Жёлтый	Солнце
K	3500–4900	Оранжевый	Альдебаран (Телец)
M	2600–3400	Красный	Бетельгейзе (Орион)

Видно, что Солнце, являющееся жёлтой звездой, не попадает ни в класс самых горячих, ни в класс самых холодных звёзд.

Итоги

Все планеты Солнечной системы по физическим свойствам делят на две группы: *планеты земной группы* (Меркурий, Венера, Земля, Марс) и *планеты-гиганты* (Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун).

Планеты земной группы имеют твёрдую поверхность и состоят в основном из тяжёлых химических элементов.

Планеты-гиганты представляют собой огромные газовые шары, имеющие небольшое твёрдое ядро, окружённое веществом в жидком состоянии. Характерной особенностью этих планет является наличие у них большого количества спутников и так называемых колец.

Вопросы

1. В какой системе отсчёта удобно рассматривать движение небесных тел Солнечной системы?
2. Перечислите планеты Солнечной системы. На какие группы их разделяют?
3. Что представляют собой траектории движения планет в гелиоцентрической системе отсчёта?
4. Что называют: а) астероидами; б) кометами; в) метеорами; г) метеоритами?
5. Опишите принятую на сегодняшний день гипотезу происхождения Солнечной системы.
6. В каких пределах варьируются: а) размеры звёзд; б) их массы; в) плотности?
7. Какие спектральные классы вам известны? Приведите примеры звёзд, принадлежащих этим классам.

Упражнения

1. Проведите астрономические наблюдения по обнаружению суточного вращения звёзд. Сформулируйте гипотезу о виде траекторий звёзд на небесной сфере в результате такого вращения.
2. Проведите астрономические наблюдения лунного диска, используя подзорную трубу и карту поверхности Луны.
3. ✔ Соберите информацию из различных источников: а) о планетах Солнечной системы; б) о различных гипотезах происхождения Солнечной системы; в) об открытиях в астрономии. Сделайте сообщение в классе.

§ 22 Строение и эволюция Вселенной

Только в 20-е гг. XX в. человечество осознало, что Солнечная система, к которой принадлежит наша Земля, является частью огромной звёздной системы — *Галактики*.

Наша Галактика содержит около 200 млрд звёзд. Они движутся по эллиптическим орбитам вокруг центра Галактики — её ядра. Примерно половина этих звёзд образует утолщённый в центре диск и отходящие от него спиральные ветви. Радиус нашей Галактики приблизительно равен 50 000 св. лет (т. е. свет, который движется в вакууме со скоростью примерно 300 000 км/с, преодолевает это расстояние за 50 000 лет). Расстояние от центра Галактики до Солнца равно 26 000 св. лет. Расстояние до ближайшей к нам звезды Проксима Центавра более 4 св. лет. (Для сравнения скажем, что расстояние от Солнца до Земли в 150 млн км свет преодолевает за 8,3 мин.)

Видимую с поверхности Земли совокупность звёзд диска Галактики называют *Млечным Путём*. На ночном безоблачном небе вы можете наблюдать тёмные разрывы вдоль всего Млечного Пути, делающие его похожим на сгустки молока. Они объясняются наличием в диске Галактики газопылевых туманностей, поглощающих свет.

В 1923 г. американский астроном Эдвин Хаббл (1889–1953) наблюдал звёздные скопления вне нашей Галактики. Одно из таких скоплений — галактика М33 — показано на рис. 87.

Наша Галактика вместе с тремя десятками других звёздных скоплений входит в устойчивую систему, которую называют *Местной группой*. Самая крупная галактика Местной группы — спиральная галактика М31 в созвездии Андромеды. Она находится от нас на расстоянии $7{,}5 \cdot 10^4$ св. лет. В то же время Местная группа является небольшим уплотнением почти на краю *Местного сверхскопления* галактик. Диаметр последнего составляет примерно 100 млн св. лет.

Рис. 87 Спиральная галактика М33

Из многих тысяч фрагментов Вселенной, полученных с помощью современных телескопов, была составлена карта распределения галактик во Вселенной. Оказалось, что такое распределение имеет ячеистую структуру. Подсчёты показывают, что если разбить объём Вселенной на кубы с размером стороны ~$6 \cdot 10^{21}$ км, то в таких масштабах распределение материи оказывается однородным. Этот факт в настоящее время называют *космологическим принципом*:

! крупномасштабное распределение материи во Вселенной однородно.

В 1922 г. советский учёный Александр Александрович Фридман (1888–1925) пришёл к выводу, что Вселенная не может оставаться стационарной: она должна либо сжиматься, либо расширяться.

В 1929 г. Э. Хаббл, изучая спектры излучения галактик, пришёл к выводу, что *все галактики удаляются друг от друга*. Причём это происходит тем быстрее, чем дальше друг от друга они находятся. Это утверждение называют **законом Хаббла** и записывают в виде:

$$v = H \cdot r, \tag{1}$$

где v — модуль скорости удаления галактики, r — радиус её удаления, H — *постоянная Хаббла*. В настоящее время считают, что H = (13 млрд лет)$^{-1}$.

Расширение Вселенной означает, что наблюдателю, находящемуся в любой галактике, *кажется*, что разбегание галактик происходит именно от него.

Из модели Фридмана и закона Хаббла следует, что Вселенная зародилась 13 млрд лет $\left(T = \frac{1}{H}\right)$ назад. Именно тогда вся материя начала стремительно раздвигаться из «одной точки». Ученик Фридмана советский физик Георгий Антонович Гамов (1904–1968) в 1946 г. выдвинул гипотезу возникновения Вселенной в результате так называемого *Большого взрыва*.

Согласно этой гипотезе, в начальный момент радиус Вселенной составлял ~10^{-35} м, а её температура была ~10^{33} К. Через 10^{-6} с началось образование протонов, нейтронов и их античастиц. Одновременно пошли процессы аннигиляции частиц и их античастиц. Плотность излучения в это время в 1 млрд раз превышала плотность вещества. К концу первой секунды температура упала до 10^{10} К, а средняя плотность вещества стала меньше плотности ядер (<10^7 кг/м^3). К этому моменту радиус Вселенной достиг 10^{15} м. Примерно через 10^6 лет средняя плотность вещества во Вселенной уменьшилась до 10^{-19} кг/м^3, а её радиус достиг 10^{24} м. При этом температура понизилась до 3000 К. На этом этапе началось образование атомов водорода и гелия.

Согласно гипотезе Гамова, должен существовать ещё один «продукт» остывания Вселенной — фотоны, равномерно заполняющие всё пространство. Эти фотоны назвали *реликтовым излучением*. К настоящему времени температура реликтового излучения, согласно теории, должна уменьшиться до ~3 К.

В 1965 г. американские радиоастрономы А. Пензиас и Р. Вильсон обнаружили, что на Землю со всех сторон и в любое время суток приходит очень слабое микроволновое излучение, спектр которого соответствует температуре, несколько меньшей 3 К. С использованием космических аппаратов позже было установлено, что степень однородности этого излучения исключительно высока — относительные отклонения не превышают сотых долей процента.

! Однородность и постоянство во времени реликтового излучения позволяют связать с ним систему отсчёта, относительно которой удобно описывать движение различных небесных тел.

В этой системе отсчёта центр нашей Галактики движется со скоростью, модуль которой близок к 500 км/с, а Земля — в направлении созвездия Льва со скоростью, модуль которой равен ~300 км/с.

В заключение отметим, что существуют и другие теории возникновения Вселенной, однако они менее разработаны.

Итоги

Солнечная система, к которой принадлежит наша Земля, является частью огромной звёздной системы — *Галактики*. Наша Галактика содержит около 200 млрд звёзд.

Наша Галактика вместе с тремя десятками других входит в устойчивую систему — *Местную группу*.

Крупномасштабное распределение материи во Вселенной однородно.

Согласно **закону Хаббла**, галактики удаляются друг от друга тем быстрее, чем дальше они друг от друга находятся ($v = H \cdot r$, где v — модуль скорости удаления галактики, r — радиус её удаления, H = (13 млрд лет)$^{-1}$ — *постоянная Хаббла*). Разбегание галактик означает, что *Вселенная расширяется*.

Вопросы

1. Что такое Млечный Путь?
2. Что называют Местной группой и Местным сверхскоплением?
3. Сформулируйте космологический принцип.
4. Сформулируйте закон Хаббла и оцените возраст Вселенной.
5. Опишите эволюцию Вселенной согласно гипотезе Большого взрыва.

ДИНАМИКА

Первый закон Ньютона

Инерциальные системы отсчёта существуют.

Систему отсчёта называют инерциальной, если в ней свободная (удалённая от всех других объектов) материальная точка покоится или движется равномерно и прямолинейно.

Силой в механике называют векторную физическую величину, характеризующую действие одного тела на другое, в результате которого оно получает ускорение в инерциальной системе отсчёта.

Второй закон Ньютона

В инерциальной системе отсчёта ускорение $\vec{a}$ материальной точки равно отношению суммы $\vec{F}$ всех действующих на неё сил к её массе m:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Третий закон Ньютона

Два тела взаимодействуют друг с другом с силами:

1) равными по модулю;

2) противоположными по направлению;

3) лежащими на одной прямой.

Силы взаимодействия двух тел всегда являются *силами одной природы*.

Силы взаимодействия приложены к разным телам и поэтому *не могут уравновешивать друг друга*.

Закон всемирного тяготения

Все тела во Вселенной притягиваются друг к другу. Силы этого притяжения называют *силами всемирного тяготения* или *гравитационными силами*.

Две материальные точки массами m_1 и m_2 притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$|\vec{F}| = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}.$$

Гравитационная постоянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м^2/кг^2.

Глава **3**

Импульс. Закон сохранения импульса

В предыдущей главе мы установили, что если известны все действующие на тела силы, то можно определить ускорения этих тел в инерциальной системе отсчёта. Так как обычно начальные координаты и скорости тел известны, то в этом случае можно найти законы движения этих тел. А как быть, если какие-то из действующих сил неизвестны? Можно ли определить, как будут двигаться тела? Оказывается, при определённых условиях это можно сделать. Для этого используют закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии. Начнём с закона сохранения импульса.

§ 23 Импульс. Изменение импульса материальной точки. Система тел. Закон сохранения импульса

Представим себе материальную точку массой m, которая движется в инерциальной системе отсчёта со скоростью $\vec{v}$. По определению

импульсом $\vec{p}$ материальной точки называют произведение её массы m на её скорость $\vec{v}$:
$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}.$$

Из определения следует, что *импульс является вектором, направление которого совпадает с направлением вектора скорости*. Чем больше масса материальной точки и модуль её скорости, тем больше модуль её импульса.

Импульс в СИ измеряют в *килограмм-метрах в секунду* (кг · м/с).

Определим, что является причиной изменения импульса материальной точки. Изменение импульса материальной точки, очевидно, связано с быстротой изменения её скорости $\vec{v}$, т. е. с её ускорением $\vec{a}$. В соответствии со вторым законом Ньютона ускорение $\vec{a}$ материальной точки массой m в ИСО определяется суммой $\vec{F}$ всех действующих на неё сил: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$.

По определению,

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_к - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t},$$

где Δt — достаточно малый промежуток времени, а $\vec{v}_к - \vec{v}_0 = \Delta \vec{v}$ — изменение скорости материальной точки за этот промежуток времени.

Изменение импульса материальной точки за указанный промежуток времени равно разности конечного $\vec{p}_к$ и начального $\vec{p}_0$ импульсов:

$$\vec{p}_к - \vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_к - m \cdot \vec{v}_0.$$

Поэтому

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{\vec{v}_к - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{m \cdot \vec{v}_к - m \cdot \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_к - \vec{p}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}.$$

Следовательно,

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t. \qquad (1)$$

Подведём итог.

! В инерциальной системе отсчёта изменение $\Delta \vec{p}$ импульса материальной точки за промежуток времени Δt равно произведению постоянной суммы $\vec{F}$ всех действующих на неё сил на длительность этого промежутка времени Δt:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t.$$

Это утверждение называют *законом изменения импульса материальной точки в ИСО*.

Произведение постоянной силы $\vec{F}$ на время её действия Δt называют импульсом силы.

Импульс силы в СИ измеряют в Н · с.

Величина $\vec{F} \cdot \Delta t$, стоящая в правой части уравнения (1), *является импульсом суммы $\vec{F}$ всех действующих на материальную точку сил.*

С учётом введённого понятия импульса силы закон изменения импульса материальной точки можно сформулировать по-другому:

изменение импульса материальной точки в ИСО за достаточно малый промежуток времени Δt равно импульсу постоянной суммы всех действующих на эту точку сил.

Отметим, что при выводе соотношения (1) мы предполагали, что сумма $\vec{F}$ всех действующих на материальную точку сил в течение промежутка времени Δt не изменялась.

В случае если сумма $\vec{F}$ всех сил изменяется со временем в течение рассматриваемого промежутка, то этот промежуток времени разбивают на достаточно малые промежутки так, что на каждом из них $\vec{F}$ можно считать постоянной. Изменения импульса материальной точки за каждый такой промежуток времени рассчитывают по формуле (1).

После этого все рассчитанные изменения импульса материальной точки и импульсы сил суммируют. В результате *общее изменение импульса материальной точки равно сумме импульсов всех сил за все рассматриваемые промежутки времени*.

Подчеркнём, что закон изменения импульса материальной точки представляет собой известный вам второй закон Ньютона, записанный в иной форме. Поэтому его применение к одной материальной точке не может привести к каким-либо принципиально новым результатам. Однако если его применить к нескольким телам, объединённым в *систему тел*, то это позволит упростить решение многих задач. Получить те же самые результаты, используя второй закон Ньютона в привычной форме, будет значительно сложнее. Поясним сказанное на примере.

Пусть мы имеем дело с двумя взаимодействующими друг с другом телами. Например, это могут быть два сталкивающихся биллиардных шара, пушка и вылетающий из неё снаряд, орбитальная станция и стыкующийся с ней космический корабль.

Отметим, что силы, с которыми взаимодействует пара подобных тел, нам не известны. Так, например, мы не знаем, как изменяются с течением времени силы упругости, возникающие при столкновении биллиардных шаров.

Использование соотношения (1) *для обоих взаимодействующих тел* при определённых условиях позволяет выяснить, как будут двигаться эти тела после взаимодействия. Для этого взаимодействующие друг с другом тела прежде всего необходимо объединить в *систему тел*. Иначе говоря, их надо рассматривать как *нечто целое*. В этом случае все действующие на тела силы можно разделить на два вида: *внутренние* и *внешние*.

Силы взаимодействия между телами, принадлежащими системе, называют внутренними силами.

Силы, действующие на тела системы со стороны тел, не входящих в эту систему, называют внешними силами.

Внешние силы принято обозначать индексом «*ex*» (от *англ.* external — «внешний»).

Приведём наглядный пример. На рис. 88 изображён спортсмен, поднимающий гирю и при этом действующий на неё силой $\vec{F}_{\text{гс}}$. В свою очередь, гиря действует на спортсмена силой $\vec{F}_{\text{сг}}$. Если мы будем считать спортсмена и гирю системой тел, то силы их взаимодействия $\vec{F}_{\text{гс}}$ и $\vec{F}_{\text{сг}}$ будут *внутренними*. Эти силы изображены на рисунке голубыми стрелками.

Кроме спортсмена, на гирю действует сила тяжести $m \cdot \vec{g}$ со стороны Земли. На человека действуют сила тяжести $M \cdot \vec{g}$ со стороны Земли и сила реакции опоры $\vec{N}$ со стороны помоста, на котором он стоит. Так как Земля и помост не входят в выбранную нами систему тел, то все эти силы будут *внешними*.

Итак, будем рассматривать два взаимодействующих друг с другом тела *1* и *2* (рис. 89) как единую систему тел.

Рассмотрим силы, действующие на тела системы. $\vec{F}_{12}$ – сила, действующая на тело *1* со стороны тела *2*. $\vec{F}_{21}$ – сила, действующая на тело *2* со стороны тела *1*. По определению это внутренние силы. На рисунке они показаны синим цветом. Сумму всех внешних сил, действующих на первое тело, обозначим $\vec{F}_{1ex}$. Соответственно, сумму всех внешних сил, действующих на второе тело, обозначим $\vec{F}_{2ex}$. Эти силы показаны на рисунке контурными стрелками.

Таким образом, на тело *1* действуют силы $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{1ex}$. На тело *2* действуют силы $\vec{F}_{21}$ и $\vec{F}_{2ex}$. В результате действия этих сил в течение промежутка времени Δt изменения импульсов тел *1* и *2* равны:

$$\Delta \vec{p}_1 = \left(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{1ex}\right) \cdot \Delta t,$$

$$\Delta \vec{p}_2 = \left(\vec{F}_{21} + \vec{F}_{2ex}\right) \cdot \Delta t.$$

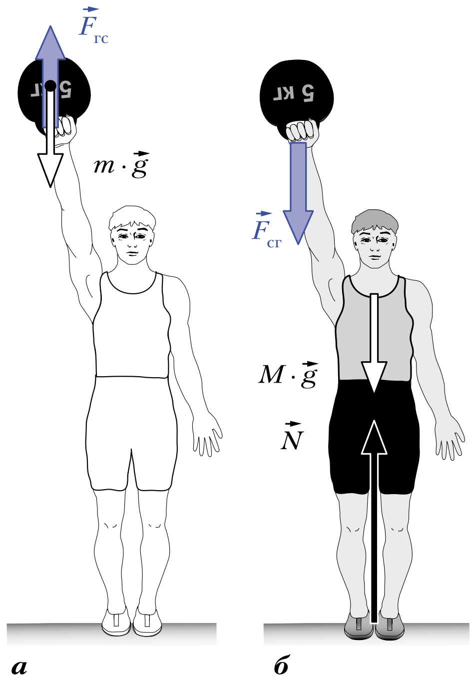


Рис. 88 Силы, действующие на систему тел «гиря – спортсмен»: *а* – силы, действующие на гирю; *б* – силы, действующие на спортсмена

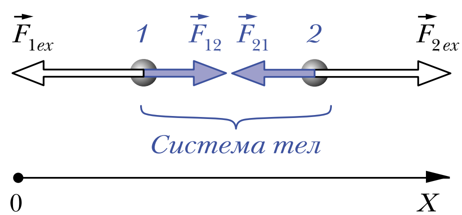


Рис. 89 Внутренние и внешние силы, действующие на систему тел *1* и *2*

Отметим, что

импульсом $\vec{p}$ системы тел называют сумму импульсов всех тел, входящих в эту систему.

В нашем случае $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$. Поэтому изменение импульса $\Delta\vec{p}$ нашей системы равно сумме изменений импульсов тел *1* и *2*:

$$\Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \left(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{1ex} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{2ex}\right) \cdot \Delta t.$$

Силы взаимодействия $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ тел нашей системы по третьему закону Ньютона равны по модулю и направлены в противоположные стороны. Следовательно, их сумма равна нулю. Поэтому

$$\Delta\vec{p} = \left(\vec{F}_{1ex} + \vec{F}_{2ex}\right) \cdot \Delta t. \qquad (2)$$

! Таким образом, изменение импульса системы тел в ИСО равно произведению постоянной суммы всех внешних сил на время их действия (импульсу всех внешних сил).

Это утверждение называют **законом изменения импульса системы тел в ИСО**.

Из закона изменения импульса следует, что если $\vec{F}_{1ex} + \vec{F}_{2ex} = 0$, то $\Delta\vec{p} = 0$.

В результате получаем **закон сохранения импульса**.

Если сумма всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, то импульс системы тел в инерциальной системе отсчёта не изменяется с течением времени (сохраняется).

При решении задач закон сохранения импульса обычно формулируют в иной форме: если сумма всех внешних сил равна нулю, то начальный импульс $\vec{p}_0$ системы взаимодействующих тел равен конечному импульсу $\vec{p}_к$ этой системы:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_к. \qquad (3)$$

Из равенства векторов начального и конечного импульсов системы следует равенство их проекций на координатные оси: $p_{0x} = p_{кx}$, $p_{0y} = p_{кy}$, $p_{0z} = p_{кz}$. В таком виде обычно применяют закон сохранения импульса при решении задач.

В некоторых случаях импульс системы тел не сохраняется. Однако при определённых условиях может сохраняться его проекция на одну из координатных осей. Определим условия, при которых это имеет место.

Рассмотрим закон изменения импульса в проекциях на координатные оси ИСО. Из равенства векторов, стоящих в правой и левой частях формулы (2), следует равенство их проекций на любую координатную ось ИСО. Например, при проецировании на ось X из уравнения (2) получаем:

$$\Delta p_x = (F_{1ex_x} + F_{2ex_x}) \cdot \Delta t. \quad (4)$$

Таким образом, проекция изменения импульса системы тел на ось X ИСО равна произведению проекции на ту же ось суммы всех действующих на систему внешних сил на время их действия. Поэтому если $F_{1ex_x} + F_{2ex_x} = 0$, то $\Delta p_x = 0$.

В результате мы приходим к утверждению, которое называют **законом сохранения проекции импульса на координатную ось ИСО**.

Если проекция на координатную ось ИСО суммы всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, то проекция импульса системы тел на эту ось не изменяется с течением времени (сохраняется).

В заключение подчеркнём ещё раз, что изменение проекции импульса на координатную ось определяется проекцией суммы всех внешних сил на ту же ось. Поэтому изменение проекции импульса, например, на ось X никак не связано с изменением проекции импульса на другие координатные оси.

Итоги

Импульсом $\vec{p}$ материальной точки называют произведение её массы m на её скорость $\vec{v}$:
$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$.

Произведение постоянной силы $\vec{F}$ на время её действия Δt называют импульсом силы.

Закон изменения импульса материальной точки.
В инерциальной системе отсчёта изменение $\Delta\vec{p}$ импульса материальной точки за промежуток времени Δt равно произведению постоянной суммы $\vec{F}$ всех действующих на неё сил на длительность этого промежутка времени Δt:
$\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$.

Закон изменения импульса системы тел.
Изменение импульса системы тел в ИСО равно произведению постоянной суммы всех внешних сил на время их действия (импульсу всех внешних сил).

Закон сохранения импульса.
Если сумма всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, то импульс системы тел в ИСО не изменяется с течением времени (сохраняется).

Закон сохранения проекции импульса.
Если проекция на координатную ось ИСО суммы всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, то проекция импульса системы тел на эту ось не изменяется с течением времени (сохраняется).

Вопросы

1 Что называют импульсом материальной точки? От чего зависит модуль импульса?
2 В каких единицах измеряют импульс материальной точки в СИ?
3 Что называют импульсом силы? В каких единицах измеряют импульс силы в СИ?
4 Что такое система тел? Приведите примеры систем тел.
5 Какие силы называют внешними по отношению к системе тел? Приведите пример системы из двух тел и действующих на эти тела внешних сил.
6 Какие силы называют внутренними по отношению к системе тел? Приведите пример системы из двух тел и действующих на эти тела внутренних сил.
7 Что является причиной изменения импульса материальной точки в ИСО?
8 Что является причиной изменения импульса системы тел?
9 Сформулируйте закон сохранения импульса.

Упражнения

1 Материальная точка массой 10 кг движется в ИСО в положительном направлении оси X со скоростью, модуль которой равен 5 м/с. Определите проекции её импульса на координатные оси X, Y и Z.
2 Материальная точка массой 1 кг движется в ИСО в положительном направлении оси Y со скоростью, модуль которой равен 10 м/с. В некоторый момент времени на неё в направлении движения начинает действовать постоянная сила, модуль которой

равен 5 Н. Определите проекции импульса и скорости точки на ось Y через 10 с после начала действия силы.

3 Мальчик массой 50 кг стоит на равномерно вращающейся карусели. Модуль скорости мальчика равен 2 м/с. Найдите модуль изменения импульса мальчика за одну четверть периода; за целый период. Считайте мальчика материальной точкой. Какие силы изменяют импульс мальчика?

4 Проанализируйте формулировку и вывод закона сохранения импульса. Будет ли сохраняться импульс системы тел, если на тела системы: а) не действуют внешние силы; б) внешние силы действуют, при этом их сумма не равна нулю? Приведите примеры.

§ 24 Применение закона сохранения импульса при решении задач

Задача 1. «Выстрел»

Представим себе, что стоящая на гладкой горизонтальной поверхности пушка производит выстрел таким образом, что вылетающий из неё в горизонтальном направлении снаряд массой $m = 10$ кг сразу после выстрела имеет относительно Земли скорость, модуль которой $|\vec{v}| = 500$ м/с (рис. 90). Масса пушки $M = 1000$ кг.

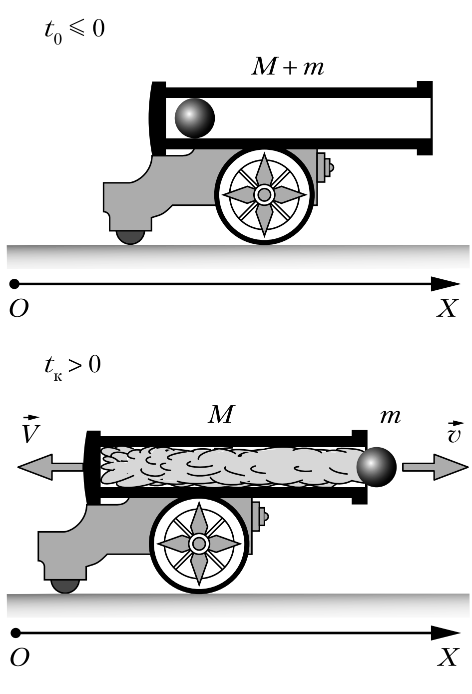


Рис. 90

Опыт подсказывает, что после такого выстрела пушка не останется стоять на месте неподвижно относительно Земли. Однако мы не можем ответить на вопрос, какие силы действовали на пушку во время выстрела и заставили её двигаться. Мы не знаем, каковы были эти силы и как они изменялись в течение того времени, пока происходил выстрел, т. е. во время движения снаряда в стволе.

Тем не менее если воспользоваться законом сохранения импульса, то можно найти скорость пушки после выстрела.

Решение.

Шаг 1. Введём инерциальную систему отсчёта, ось X которой показана на рис. 90.

Шаг 2. Выберем систему тел, состоящую из пушки и снаряда. *Во время выстрела* сумма внешних сил, действующих на тела выбранной системы вдоль оси X, была равна нулю. Действительно, на пушку и снаряд вдоль оси X не действовали никакие внешние силы (пушка стоит на гладкой горизонтальной поверхности, действием воздуха на вылетающий снаряд пренебрегаем). Таким образом, на снаряд и пушку вдоль оси X действовали только силы их взаимодействия.

Шаг 3. Так как сумма внешних сил по X равна нулю, начальный импульс $\vec{p}_0$ системы (импульс в момент времени $t_0 \leqslant 0$, до выстрела) по закону сохранения импульса должен быть равен конечному импульсу $\vec{p}_\text{к}$ системы (импульсу в момент времени $t_\text{к}$, сразу после вылета снаряда из пушки):

$$p_0 = p_\text{к}. \qquad (1)$$

Шаг 4. Запишем выражения для начального $\vec{p}_0$ и конечного $\vec{p}_\text{к}$ импульсов системы тел. Так как пушка и снаряд до выстрела покоились, то начальное значение импульса системы тел

$$p_0 = (M + m) \cdot v_0 = (M + m) \cdot 0 = 0. \qquad (2)$$

После выстрела скорость снаряда относительно Земли по условию задачи равна $\vec{v}$ и направлена в положительном направлении оси X. Поэтому значение импульса снаряда после выстрела будет положительным и равным $m \cdot v$. Значение неизвестной нам скорости пушки после выстрела обозначим как V. Отметим, что если в результате решения задачи значение скорости V окажется положительным, то это будет означать, что пушка покатится в положительном направлении оси X. Напротив, если V будет отрицательным, то пушка покатится в отрицательном направлении оси X.

Значение импульса пушки после выстрела равно $M \cdot V$. Тогда конечное значение импульса системы «пушка — снаряд»

$$p_\text{к} = m \cdot v + M \cdot V. \qquad (3)$$

Шаг 5. Решение уравнений. Подставим в уравнение (1) значения начального и конечного импульсов системы тел из уравнений (2) и (3):

$$(M + m) \cdot 0 = m \cdot v + M \cdot V,$$

$$M \cdot V = -m \cdot v,$$

$$V = -\frac{m \cdot v}{M},$$

$$V = -\frac{10\text{ кг} \cdot 500\text{ м/с}}{1000\text{ кг}} = -5\text{ (м/с)}.$$

Шаг 6. Проведём анализ полученного результата.

1) Знак «минус» в выражении для V означает, что пушка покатится в отрицательном направлении оси X.

2) Увеличение массы снаряда m или значения его скорости v приведёт к увеличению числителя дроби. Следовательно, в этом случае (при неизменном значении массы пушки M) увеличится модуль скорости отката пушки. Если массу снаряда или его скорость, напротив, уменьшить, то модуль скорости пушки уменьшится.

3) Если увеличить только массу пушки M, то увеличится знаменатель дроби и модуль скорости отката уменьшится. То есть чем больше масса пушки, тем меньше модуль скорости её отката.

Всё это соответствует экспериментальным данным. Следовательно, полученный ответ имеет физический смысл.

Ответ: модуль скорости пушки после выстрела равен 5 м/с.

Теперь представим себе, что пушка сразу после первого выстрела производит второй, затем третий и т. д. С каждым выстрелом будет увеличиваться по модулю отрицательный импульс пушки и она будет двигаться всё быстрее в отрицательном направлении оси X. Это связано с тем, что пушка при выстрелах отбрасывает от себя снаряды, каждый из которых «уносит» импульс, направленный в положительном направлении оси X. Следовательно, с каждым выстрелом модуль скорости пушки будет увеличиваться.

По такому же принципу движутся ракеты в космическом пространстве, ведь в космосе нет тел, от которых можно оттолкнуться. Поэтому ракета движется вперёд, отбрасывая от себя в противоположную сторону (назад) часть своей массы в виде сгорающего топлива (рис. 91). Чем большую массу и с большей скоростью отбрасывает от себя ракета, тем большую скорость она приобретает.

Движение тела, возникающее за счёт отталкивания от себя части своего вещества, называют реактивным движением.

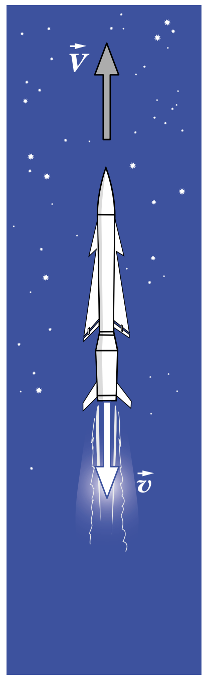


Рис. 91

Таким образом, действие всех реактивных двигателей основано на законе сохранения импульса.

Задача 2. «Стыковка»

К межпланетной космической станции массой M, покоящейся относительно некоторой инерциальной системы отсчёта вдали от небесных тел, пристыковывается космический корабль массой m. Скорость корабля относительно станции достаточно мала по модулю и равна v. Найдите скорость $\vec{V}$ станции с пристыковавшимся к ней кораблём.

Решение.

Шаг 1. Будем решать задачу в инерциальной системе отсчёта, в которой скорость станции до стыковки с кораблём равна нулю. Ось X этой системы отсчёта направим параллельно вектору скорости корабля, как показано на рис. 92.

Шаг 2. Рассмотрим систему тел «станция – корабль». Поскольку на станцию и корабль не действуют внешние силы (другие космические тела находятся вдали от станции и корабля), то можно применить закон сохранения импульса.

Шаг 3. Начальный импульс системы до стыковки равен конечному сразу после стыковки:

$$p_0 = p_к. \qquad (4)$$

Шаг 4. Станция до стыковки покоилась. Значение скорости корабля в выбранной ИСО было равно v. Поэтому значение начального импульса системы равно:

$$p_0 = M \cdot 0 + m \cdot v. \qquad (5)$$

После стыковки станция и корабль движутся как единое целое. Если значение их скорости обозначить V, то значение конечного импульса системы тел будет равно:

$$p_к = (m + M) \cdot V. \qquad (6)$$

Шаг 5. Подставив значения начального и конечного импульсов системы тел в уравнение (4), получим:

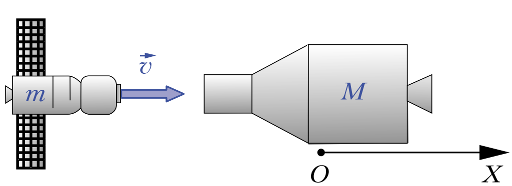


Рис. **92**

$$M \cdot 0 + m \cdot v = (m + M) \cdot V,$$

$$V = \frac{m}{m + M} \cdot v.$$

Из этого выражения следует, что после стыковки станция с кораблём будут двигаться в выбранной ИСО в ту сторону, в которую двигался корабль до стыковки. Поэтому окончательный ответ можно записать в виде:

Ответ: $\vec{V} = \dfrac{m}{m + M} \cdot \vec{v}$.

Задача 3

Брусок массой $M = 0{,}99$ кг скользит по гладкому горизонтальному полу со скоростью, модуль которой $V = 1$ м/с. Пуля массой $m = 10$ г подлетает к бруску со скоростью, модуль которой $v = 99$ м/с. Направление скорости пули горизонтально и перпендикулярно направлению скорости бруска (рис. 93). Определите модуль и направление скорости $\vec{u}$ бруска с застрявшей в нём пулей, если после попадания пули брусок движется поступательно.

Решение.

Шаг 0. Будем считать брусок и пулю материальными точками.

Шаг 1. Инерциальную систему отсчёта свяжем с Землёй. Ось X проведём в направлении начальной скорости бруска, ось Y — в направлении начальной скорости пули (рис. 94).

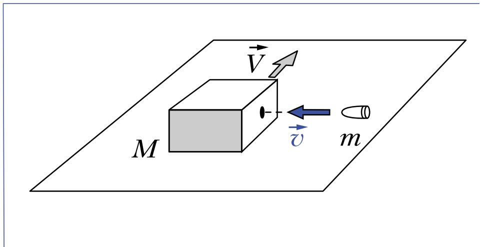


Рис. **93**

Шаг 2. Рассмотрим систему тел «брусок — пуля».

Шаг 3. Проекции внешних сил, действующих на брусок и пулю (силы тяжести и силы реакции опоры), на оси координат X и Y равны нулю. Трения нет. Поэтому проекции начального импульса системы (до попадания пули в брусок) равны соответствующим проекциям конечного импульса системы (после того, как пуля застрянет в бруске):

$$p_{0x} = p_{\text{к}x}, \qquad (7)$$

$$p_{0y} = p_{\text{к}y}. \qquad (8)$$

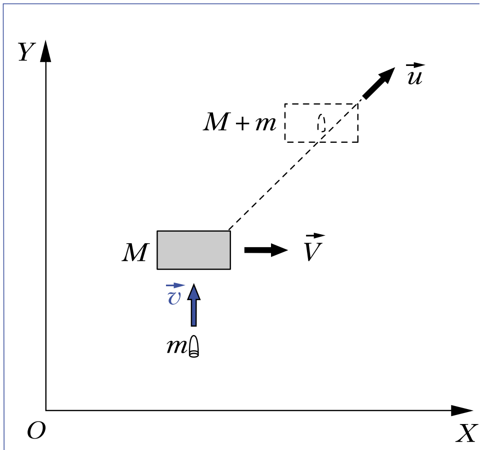


Рис. **94**

Шаг 4. До попадания пули в брусок её скорость $\vec{v}$ была перпендикулярна оси X. Поэтому проекция начального импульса пули на эту ось равна нулю. Проекция начального импульса бруска на ось X равна его модулю. Следовательно, проекция на ось X начального импульса выбранной системы тел равна:

$$p_{0x} = M \cdot V + m \cdot 0 = M \cdot V.$$

До начала взаимодействия тел скорость бруска была перпендикулярна оси Y. Поэтому проекция на эту ось начального импульса бруска равна нулю. Напротив, проекция на ось Y начального импульса пули отлична от нуля и равна его модулю. Следовательно, проекция начального импульса выбранной системы тел на ось Y равна:

$$p_{0y} = M \cdot 0 + m \cdot v = m \cdot v.$$

После того как пуля застрянет в бруске, они вместе движутся как единое целое со скоростью $\vec{u}$. Поэтому проекция конечного импульса системы тел на ось X равна: $p_{\text{к}x} = (M + m) \cdot u_x$, а на ось Y равна: $p_{\text{к}y} = (M + m) \cdot u_y$, где u_x и u_y — проекции скорости $\vec{u}$ на координатные оси X и Y.

Шаг 5. С учётом результатов, полученных в шаге 4, уравнения (7) и (8) принимают вид:

$$M \cdot V = (M + m) \cdot u_x, \tag{9}$$

$$m \cdot v = (M + m) \cdot u_y. \tag{10}$$

Следовательно,

$$u_x = \frac{M \cdot V}{m + M} = \frac{0,99 \cdot 1}{0,99 + 0,01} = 0,99 \ (\text{м/с}),$$

$$u_y = \frac{m \cdot v}{m + M} = \frac{0,01 \cdot 99}{1} = 0,99 \ (\text{м/с}).$$

Таким образом,

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{0,99^2 + 0,99^2} = 0,99 \cdot \sqrt{2} \approx 1,4 \ (\text{м/с}).$$

Поскольку $u_x = u_y$, скорость направлена по биссектрисе угла, образованного положительными направлениями координатных осей X и Y.

Ответ: $u = 1,4$ м/с.

Задача 4

Стоящая на гладкой горизонтальной поверхности пушка производит выстрел так, что снаряд массой $m = 10$ кг вылетает из её ствола под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Модуль скорости снаряда относительно поверхности Земли сразу после выстрела равен $|\vec{v}| = 1000$ м/с. Масса пушки $M = 1$ т. Во время выстрела снаряд взаимодействует с пушкой. Поэтому и изменяются их скорости. Определите скорость пушки после выстрела.

Решение.

Шаг 1. Инерциальную систему отсчёта свяжем с Землёй так, как показано на рис. 95.

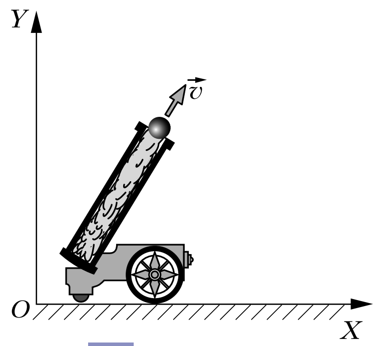


Рис. 95

Шаг 2. Выберем систему тел, состоящую из пушки и снаряда. В течение интересующего нас промежутка времени (*во время выстрела*) на снаряд и пушку вдоль оси X действовали только силы их взаимодействия. Поэтому проекция суммы всех внешних сил на эту ось равна нулю.

Шаг 3. Из шага 2 по закону сохранения проекции импульса следует, что проекция на ось X начального импульса $\vec{p}_0$ системы (в момент времени $t_0 \leqslant 0$, до выстрела) равна проекции на ту же ось конечного импульса $\vec{p}_к$ системы (в момент времени $t_к$, сразу после вылета снаряда из пушки):

$$p_{0x} = p_{кx}. \quad (11)$$

Шаг 4. Запишем выражения для проекций на ось X начального и конечного импульсов системы тел. Так как пушка и снаряд до выстрела покоились, то

$$p_{0x} = (M + m) \cdot v_0 = (M + m) \cdot 0 = 0. \quad (12)$$

После выстрела скорость снаряда относительно Земли по условию задачи направлена под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Поэтому проекция импульса снаряда на ось X сразу после выстрела равна $m \cdot v \cdot \cos\alpha$.

Обозначим проекцию неизвестной скорости пушки после выстрела V_x. Тогда проекция конечного значения импульса системы «пушка — снаряд»:

$$p_{кx} = m \cdot v \cdot \cos\alpha + M \cdot V_x. \quad (13)$$

Шаг 5. Решая систему полученных уравнений, подставим уравнения (12) и (13) в уравнение (11):

$$(M + m) \cdot 0 = m \cdot v \cdot \cos\alpha + M \cdot V_x,$$

$$V_x = -\frac{m \cdot v \cdot \cos\alpha}{M} = -\frac{10 \cdot 1000 \cdot 0{,}5}{1000} = -5 \left(\frac{м}{с}\right).$$

Ответ: скорость пушки после выстрела в выбранной системе отсчёта равна –5 м/с.

Шаг 6. Проведём анализ полученного результата.

1) Знак «–» в выражении для V_x означает, что после выстрела пушка покатится в отрицательном направлении оси X.

2) Увеличение массы снаряда или модуля его скорости приведёт к увеличению числителя дроби. Следовательно, увеличится модуль скорости от-

ката пушки. Если массу снаряда или его скорость, напротив, уменьшать, то модуль скорости отката пушки уменьшится.

3) Если увеличить массу пушки M, то увеличится знаменатель дроби и модуль скорости отката уменьшится. То есть чем больше масса пушки, тем меньше модуль скорости её отката.

4) Увеличение угла наклона ствола приведёт к уменьшению косинуса этого угла. Поскольку косинус угла стоит в числителе, то при этом скорость отката уменьшится по модулю.

Полученные выводы соответствуют экспериментальным данным. Следовательно, ответ имеет физический смысл.

Вопросы

1. На чём основано действие реактивных двигателей?
2. В каких системах отсчёта решают задачи на закон сохранения импульса?
3. Куда должен быть направлен вектор скорости выбрасываемых из ракеты продуктов горения топлива (*см.* рис. 91), чтобы затормозить ракету?

Упражнения

1. Мальчик массой $M = 60$ кг, стоящий на гладком горизонтальном льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m = 5$ кг. Модуль скорости камня относительно поверхности льда равен 6 м/с. Определите скорость движения мальчика относительно льда сразу после броска.
2. В стоящие на гладком горизонтальном льду санки массой $m = 30$ кг прыгает с разбегу человек массой $M = 70$ кг (рис. 96). Определите, с какой скоростью поедут санки с человеком, если скорость чело-

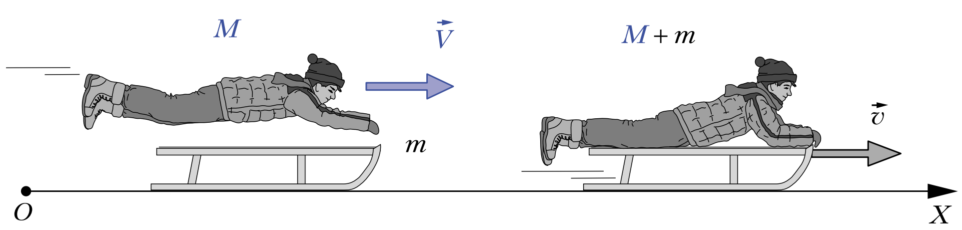


Рис. **96**

века в момент касания санок была направлена горизонтально и равна $V = 5$ м/с.

3 Солдат, удерживая неподвижным автомат, стреляет в горизонтальном направлении, делая 300 выстрелов в минуту. Пули из автомата вылетают со скоростью, модуль которой $v = 300$ м/с. Масса пули $m = 10$ г. С какой горизонтально направленной силой действует солдат на автомат?

***4** К космической станции массой M, летящей с выключенными двигателями со скоростью $\vec{V}$ относительно некоторой инерциальной системы отсчёта вдали от небесных тел, причаливает грузовой корабль массой m. Скорость корабля в той же системе отсчёта равна $\vec{v}$ и направлена навстречу движению станции. Найдите скорость станции с пристыковавшимся к ней кораблём.

***5** На поверхности озера на некотором расстоянии друг от друга лежат два одинаковых надувных матраса. На этих матрасах сидят два брата, взявшись за концы слегка натянутой тонкой верёвки (рис. 97). В некоторый момент старший брат начинает тянуть верёвку, перебирая её руками. С какой скоростью будет двигаться матрас с младшим братом в тот момент, когда скорость матраса со старшим братом станет равной $v_1 = 2$ км/ч? Массы старшего и младшего братьев равны $M_1 = 48$ кг и $M_2 = 23$ кг, а масса каждого из матрасов равна $m = 2$ кг. Сопротивлением воды движению матрасов можно пренебречь.

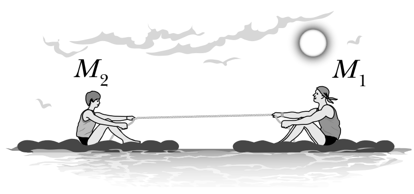


Рис. **97**

6 Ядро массой 10 кг летит вниз под углом $30°$ к вертикали. Оно попадает в стоящую на гладкой горизонтальной площадке платформу с песком и застревает в песке. Модуль скорости ядра в момент падения равен 400 м/с. Масса платформы равна 1 т. Определите модуль скорости платформы с застрявшим в песке ядром.

✔7 Сделайте доклад в классе на одну из следующих тем: «Работы К. Э. Циолковского и И. В. Мещерского по изучению движения ракет», «Реактивное движение живых организмов». При подготовке используйте справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурса http://gotourl.ru/7166.

ИМПУЛЬС. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Импульс материальной точки в ИСО:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}.$$

Импульс системы из двух материальных точек:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.$$

Изменение импульса материальной точки в ИСО (как следствие второго закона Ньютона):

$$\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t,$$

где $\vec{F}$ — сумма всех действующих на тело сил, Δt — время их действия.

Изменение суммарного импульса системы из двух материальных точек в ИСО:

$$\Delta\vec{p} = \left(\vec{F}_{1ex} + \vec{F}_{2ex}\right) \cdot \Delta t,$$

где $\vec{F}_{1ex} + \vec{F}_{2ex}$ — сумма всех внешних сил, так как сумма внутренних сил по третьему закону Ньютона равна нулю.

Закон сохранения импульса

Если сумма всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, то импульс системы тел в ИСО не изменяется с течением времени (сохраняется).

Если $\vec{F}_{1ex} + \vec{F}_{2ex} = 0$, то $\Delta\vec{p} = 0$.

Закон сохранения проекции импульса

Если проекция на координатную ось ИСО суммы всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, то проекция импульса системы тел на эту ось не изменяется с течением времени (сохраняется).

Движение тела, возникающее за счёт отталкивания от себя части своего вещества, называют *реактивным движением*.

Глава **4**

Механическая работа. Механическая энергия. Закон сохранения механической энергии

В 7 классе вы познакомились с понятиями «механическая работа» и «механическая энергия», выяснили их физический смысл и научились использовать эти понятия при решении задач. Однако тогда мы ограничились случаем прямолинейного движения тел. Теперь вы узнаете, как определяют эти понятия в общем случае. Это поможет решению более сложных и интересных задач.

§ 25 Общее определение механической работы. Мощность

Напомним, что в 7 классе понятие механической работы силы было введено для постоянной силы $\vec{F}$, действующей на движущееся прямолинейно в положительном направлении оси X точечное тело (материальную точку). При этом определение работы было дано только для силы, направление которой *параллельно* перемещению материальной точки. Мы рассмотрели тогда два частных случая.

В первом случае направление действующей на материальную точку постоянной силы $\vec{F}$ совпадает с направлением перемещения $\Delta\vec{x}$ этой точки. Работа такой силы положительна и равна произведению модулей силы и перемещения:

$$A = F \cdot \Delta x. \qquad (1)$$

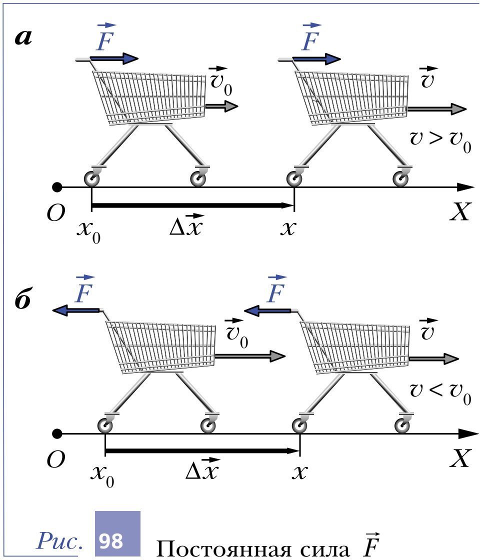


Рис. **98** Постоянная сила $\vec{F}$ совершает: положительную работу, разгоняя тележку (*а*); отрицательную работу, тормозя тележку (*б*)

Во втором случае направление действующей на материальную точку постоянной силы $\vec{F}$ противоположно направлению перемещения $\Delta\vec{x}$ этой точки. Работа такой силы отрицательна и равна произведению модулей силы и перемещения, взятому со знаком «–»:

$$A = -F \cdot \Delta x. \qquad (2)$$

В СИ единица работы — *джоуль* (Дж). Один джоуль — это работа постоянной по модулю силы, равной одному ньютону, при перемещении материальной точки на 1 м в направлении действия силы.

Чтобы вспомнить физический смысл механической работы, проведём анализ выражений (1) и (2). Рассмотрим движущееся поступательно тело (рис. 98, *а*). Будем считать его материальной точкой, над которой сила $\vec{F}$ совершает положительную работу. Если при этом на точку не действуют другие силы (или их суммарная работа равна нулю), то в результате действия силы $\vec{F}$ материальная точка в ИСО будет разгоняться.

! **При совершении над материальной точкой положительной работы скорость этой материальной точки в ИСО увеличивается.**

Теперь рассмотрим движущуюся материальную точку, над которой сила $\vec{F}$ совершает отрицательную работу (рис. 98, *б*). Если при этом на неё не действуют другие силы (или их суммарная работа равна нулю), то в результате действия силы $\vec{F}$ материальная точка в ИСО будет тормозиться.

! **При совершении над материальной точкой отрицательной работы скорость этой материальной точки в ИСО уменьшается.**

Из уравнений (1) и (2) также следует, что чем больше модули действующей силы и перемещения, тем больше будет модуль работы. Поэтому тем больше будет увеличение скорости материальной точки при положительной работе или уменьшение её скорости — при отрицательной работе.

В общем случае направление действующей на материальную точку силы может быть и не параллельным перемещению. Например, рассмотрим дви-

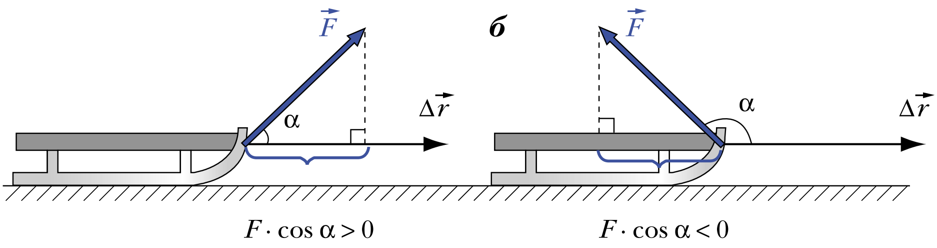


Рис. **99** Величина $F \cdot \cos\alpha$ – проекция силы $\vec{F}$ на направление перемещения $\Delta\vec{r}$. Работа A этой силы равна произведению модуля перемещения Δr и проекции этой силы $F \cdot \cos\alpha$ на направление перемещения

жущиеся по гладкой горизонтальной поверхности санки (рис. 99). Угол α между направлением силы натяжения верёвки и направлением перемещения санок может изменяться от 0 до 180°. Как определяют работу силы в этом случае?

Пусть материальная точка (например, санки) совершает перемещение $\Delta\vec{r}$ при действии на неё постоянной силы $\vec{F}$. Направление этой силы составляет угол α с направлением перемещения $\Delta\vec{r}$.

Работой постоянной силы $\vec{F}$ при перемещении $\Delta\vec{r}$ называют произведение модулей силы и перемещения, умноженное на косинус угла α между ними:

$$\boldsymbol{A = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha.} \qquad (3)$$

Теперь воспользуемся понятием проекции вектора. По определению, величина $F \cdot \cos\alpha$ – проекция силы $\vec{F}$ на направление перемещения $\Delta\vec{r}$. Поэтому *работа A силы равна произведению модуля перемещения Δr и проекции этой силы $F \cdot \cos\alpha$ на направление перемещения.*

Проведём анализ формулы (3) для расчёта работы на примере санок, показанных на рис. 99.

Если угол α между направлениями силы $\vec{F}$ и перемещения $\Delta\vec{r}$ санок меньше 90°, то $\cos\alpha > 0$ (рис. 99, *а*). В этом случае проекция силы $\vec{F}$ на направление перемещения положительна. Поэтому и работа A этой силы положительна. Результатом работы силы натяжения верёвки в этом случае будет увеличение скорости санок в ИСО.

Если же угол α больше 90°, то $\cos\alpha < 0$ (рис. 99, *б*). Проекция силы $\vec{F}$ на направление перемещения $\Delta\vec{r}$ отрицательна. Поэтому и работа A этой силы отрицательна. Результатом работы силы в этом случае будет уменьшение скорости санок в ИСО.

Понятно, что если сила $\vec{F}$ будет направлена перпендикулярно перемещению санок, то угол $\alpha = 90°$, а $\cos\alpha = 0$. Проекция силы $\vec{F}$ на направление перемещения равна нулю. Поэтому и работа $A = 0$. При таком направлении силы $\vec{F}$ скорость санок в ИСО не будет меняться под действием этой силы. В таких случаях говорят, что сила $\vec{F}$ не совершает работы.

Отметим, что на санки действуют также сила тяжести и сила реакции опоры. Направления этих сил перпендикулярны направлению перемещения санок. Следовательно, проекции этих сил на направление перемещения равны нулю. Поэтому работа каждой из этих сил равна нулю. В результате действие этих сил не приводит к изменению скорости санок. К

Теперь рассмотрим ситуацию, когда на материальную точку действуют две постоянные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, сумма которых равна $\vec{F}$. Выберем систему отсчёта таким образом, чтобы перемещение материальной точки совпадало с положительным направлением оси X. Тогда согласно определению работа первой силы $A_1 = F_{1x} \cdot \Delta x$, а работа второй силы $A_2 = F_{2x} \cdot \Delta x$.

Вы уже знаете, что сумма проекций сил на ось X равна проекции на эту ось их суммы: $F_{1x} + F_{2x} = F_x$. Умножим правую и левую части этого равенства на Δx:

$$F_{1x} \cdot \Delta x + F_{2x} \cdot \Delta x = F_x \cdot \Delta x.$$

Используя определение работы, получаем:

$$A_1 + A_2 = A,$$

где A_1 — работа силы F_1, A_2 — работа силы F_2, A — работа суммы этих сил.

! **Сумма работ действующих на материальную точку сил равна работе суммы этих сил.**

Подчеркнём, что мы дали определение работы только *постоянной силы*, для которой модуль и направление (угол α) не изменяются. А как быть, если требуется рассчитать работу силы, изменяющейся с течением времени как по модулю, так и по направлению? Например, если материальная точка движется криволинейно, то даже при постоянной силе углы между направлением силы и перемещениями точки за разные промежутки времени будут отличаться.

К Подчеркнём, что приведённое определение работы в общем случае включает в себя определение работы, данное в 7 классе, как частный случай. Действительно, если направления силы $\vec{F}$ и перемещения $\Delta\vec{x}$ совпадают, то угол $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$. Проекция силы на направление перемещения равна её модулю. Поэтому из общей формулы (3) получается формула (1): $A = F \cdot \Delta x \cdot \cos 0 = F \cdot \Delta x$. Если же направления силы $\vec{F}$ и перемещения $\Delta\vec{x}$ противоположны, то угол $\alpha = 180°$, $\cos\alpha = -1$. Проекция силы на направление перемещения равна модулю силы со знаком «–». Поэтому из (3) получаем (2): $A = F \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = -F \cdot \Delta x$.

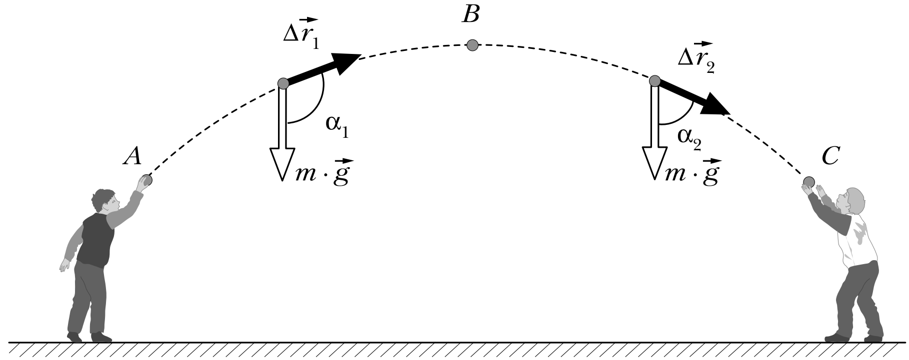


Рис. **100** При движении мяча угол α между направлением силы тяжести и перемещениями мяча за различные промежутки времени изменяется

Рассмотрим, например, брошенный под углом к горизонту мяч (рис. 100). На мяч действует постоянная сила тяжести. Но в процессе движения угол α между направлением силы тяжести и перемещениями мяча за различные промежутки времени меняется. Как рассчитывают работу силы в подобных случаях?

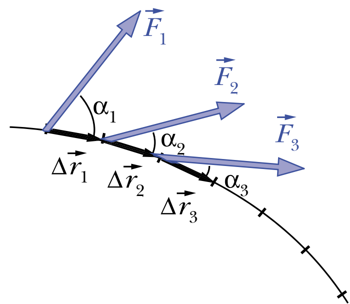


Рис. **101** На протяжении каждого из достаточно малых перемещений модуль силы и угол α постоянны

Ответ прост. Перемещение $\Delta\vec{r}$ материальной точки (рис. 101) разбивают на достаточно малые перемещения $\Delta\vec{r}_1$, $\Delta\vec{r}_2$, $\Delta\vec{r}_3$ и т. д. так, чтобы на протяжении каждого из этих малых перемещений выполнялись следующие два условия:

1) на данном перемещении модуль силы, совершающей работу, можно считать постоянным;

2) на данном перемещении угол между векторами силы и перемещения можно считать постоянным.

Тогда на каждом из этих перемещений работу вычисляют по уже известной формуле (3):

$$A_1 = F_1 \cdot \Delta r_1 \cdot \cos \alpha_1, \;\; A_2 = F_2 \cdot \Delta r_2 \cdot \cos \alpha_2 \ldots$$

Затем для расчёта полной работы A суммируют работы на всех перемещениях: $A = A_1 + A_2 + \ldots$.

В заключение напомним, что в 7 классе для характеристики быстроты совершения работы было введено понятие мощности. Что называют мощностью?

Одна и та же работа над данным телом может быть совершена разными источниками силы. Например, человек, используя силу своих мышц, может с помощью лопаты выкопать траншею (поднять грунт на поверхность Земли) за несколько дней. Эту же траншею экскаватор может выкопать за час. Таким образом, экскаватор может выполнить ту же работу во много раз быстрее. Поэтому говорят, что экскаватор имеет бóльшую мощность, чем человек.

! Мощность силы — физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы этой силы.

Для определения средней мощности силы необходимо работу A этой силы поделить на время Δt, за которое была совершена работа:

$$N = \frac{A}{\Delta t}.$$

Если нас интересует мгновенная мощность (т. е. мощность в данный момент времени, или просто мощность) силы, то рассматриваемый промежуток времени Δt должен быть достаточно мал. Иначе говоря, он должен быть таким, чтобы при его уменьшении значение мощности N не изменялось.

В СИ единица мощности – *ватт* (Вт).

1 Вт = 1 Дж/1 с.

Итоги

Работой постоянной силы $\vec{F}$ над материальной точкой при её перемещении $\Delta\vec{r}$ называют произведение модулей силы и перемещения, умноженное на косинус угла α между ними: $A = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$.

Сумма работ действующих на материальную точку сил равна работе суммы этих сил.

Если требуется рассчитать работу силы, изменяющейся с течением времени, то перемещение материальной точки разбивают на достаточно малые перемещения, чтобы на каждом из этих перемещений модуль силы и угол между векторами силы и перемещения можно было считать постоянными. После этого вычисляют работу на каждом из этих перемещений и находят сумму работ.

Мощность силы — физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы этой силы.
Для определения средней мощности силы необходимо работу A этой силы поделить на время Δt, за которое была совершена работа:

$$N = \frac{A}{\Delta t}.$$

Вопросы

1 Что называют работой постоянной силы?

2 Определите: положительна, отрицательна или равна нулю работа постоянной силы для каждого из приведённых ниже случаев:
а) проекция силы на направление перемещения материальной точки отрицательна;
б) проекция силы на направление перемещения материальной точки положительна;
в) сила перпендикулярна направлению перемещения материальной точки;
г) направление силы составляет с направлением перемещения материальной точки угол $30°$;
д) направление силы составляет с направлением перемещения материальной точки угол $120°$.

3 Как определить работу суммы всех сил, действующих на материальную точку, если известны работы каждой из сил по отдельности?

4 Будет ли разгоняться или тормозиться материальная точка в инерциальной системе отсчёта, если работа суммы всех действующих на неё сил:
а) положительна;
б) отрицательна;
в) равна нулю?
Приведите примеры.

5 Как рассчитать работу изменяющейся силы, которая действует на движущуюся материальную точку?

*6 Какой знак имеет работа силы тяжести над летящим мячом на участках AB, BC, AC, представленных на рис. 100?

*7 Можно ли рассчитать работу постоянной силы, умножив её модуль на проекцию перемещения на направление действия этой силы?

8 Зависит ли работа силы от выбора системы отсчёта?

Упражнения

1 Определите работу, которую совершает сила тяжести, действующая на груз массой 5 кг при его падении с высоты 10 м.

2 Определите работу, которую совершит сила натяжения верёвки санок (*см.* рис. 99, a) при их разгоне в горизонтальном направлении, если модуль этой силы равен 20 Н, а модуль перемещения санок равен 5 м. Сила направлена под углом 60° к горизонту.

***3** Санки массой m съезжают с горы высотой H под углом α к горизонту (рис. 102). Коэффициент трения между полозьями санок и горой на всём пути одинаков и равен μ. Определите проекции на направление движения санок: а) силы тяжести; б) силы реакции опоры; в) силы трения. Определите работу каждой из этих сил и работу суммы этих сил за время съезда санок с горы.

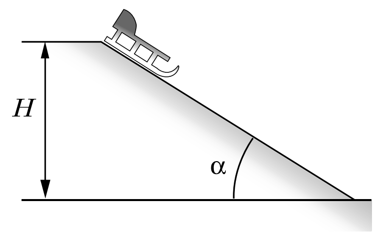


Рис. **102**

4 Оцените работу, которую вы совершаете, поднимаясь равномерно по лестнице на один этаж. Измерьте промежутки времени, за которые вы совершите эту работу, если будете двигаться медленно, быстрее и максимально быстро. В каждом из случаев: а) рассчитайте вашу среднюю мощность, выразите её в лошадиных силах; б) используя рассчитанное значение мощности, определите среднюю работу при подъёме на одну и десять ступенек. Сделайте сообщение в классе и сравните ваши результаты с результатами ваших товарищей.

§ 26 Кинетическая энергия

В предыдущем параграфе мы отмечали, что при совершении работы над материальной точкой её скорость в инерциальной системе отсчёта изменяется. Исследуем, как связана работа с изменением скорости материальной точки.

Пусть в положительном направлении координатной оси ИСО движется материальная точка массой m с начальной скоростью $\vec{v}_0$ (рис. 103). В момент времени $t = 0$ на неё в направлении её перемещения начинает действовать постоянная сила $\vec{F}$. В результате материальная точка будет двигаться с ускорением $\vec{a}$. Проекция ускорения на ось X по второму закону Ньютона равна:

$$a = \frac{F}{m}. \qquad (1)$$

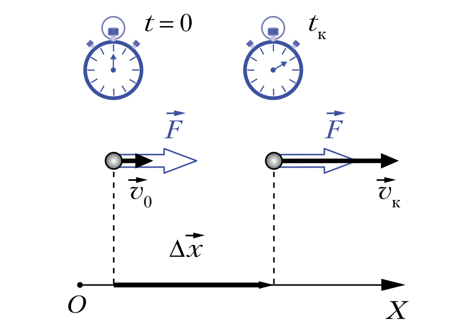


Рис. **103** Сила $\vec{F}$ совершает положительную работу, изменяя скорость материальной точки в ИСО

К моменту времени $t_к$ проекция скорости материальной точки на ось X станет равна:

$$v_к = v_0 + a \cdot t_к, \qquad (2)$$

а модуль её перемещения будет равен:

$$\Delta x = v_0 \cdot t_к + \frac{a \cdot t_к^2}{2}. \qquad (3)$$

Выразив $t_к$ из уравнения (2) и подставив в уравнение (3), получим:

$$t_к = \frac{v_к - v_0}{a},$$

$$\Delta x = \frac{v_0 \cdot (v_к - v_0)}{a} + \frac{a \cdot (v_к - v_0)^2}{2a^2} = \frac{2v_0 \cdot (v_к - v_0)}{2a} + \frac{(v_к - v_0)^2}{2a}.$$

Откуда

$$\Delta x = \frac{v_к^2 - v_0^2}{2a}. \qquad (4)$$

Умножив левую и правую части равенства (4) на F, получим:

$$A = F \cdot \Delta x = F \cdot \frac{v_к^2 - v_0^2}{2a} = m \cdot a \cdot \frac{v_к^2 - v_0^2}{2a} = \frac{m \cdot v_к^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2},$$

$$A = \frac{m \cdot v_к^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2}.$$

Физическую величину $K = \frac{m \cdot v^2}{2}$ называют кинетической энергией материальной точки массой m, движущейся в инерциальной системе отсчёта со скоростью $\vec{v}$.

С использованием понятия «кинетическая энергия» полученный результат формулируют следующим образом.

Работа A силы $\vec{F}$, действующей на материальную точку в направлении её перемещения, равна изменению её кинетической энергии в инерциальной системе отсчёта:
$A = K_к - K_0$.

Это соотношение можно переписать иначе: $K_0 + A = K_к$.

Получается, что в ИСО сумма начальной кинетической энергии K_0 материальной точки и работы A, совершённой силой в направлении перемещения, равна конечной кинетической энергии $K_к$ материальной точки.

Таким образом, если $A > 0$, то $K_к > K_0$. В этом случае скорость точки будет увеличиваться (материальная точка будет разгоняться).

Напротив, если $A < 0$, то $K_к < K_0$, и скорость материальной точки будет уменьшаться в результате торможения. Другими словами, *знак совершённой над материальной точкой работы определяет, увеличивается или уменьшается её кинетическая энергия.*

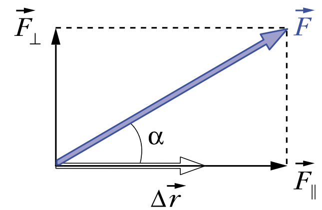


Рис. **104** Проекция силы $\vec{F}_\parallel$ на направление перемещения $\Delta\vec{r}$ равна проекции на это же направление силы $\vec{F}$

А как изменится полученное соотношение, если направление силы $\vec{F}$ образует с направлением перемещения $\Delta\vec{r}$ угол α, отличный от нуля (рис. 104)? Оказывается, оно останется прежним. Докажем это.

Любую действующую на материальную точку силу $\vec{F}$ можно представить в виде суммы двух сил, одна из которых $\vec{F}_\parallel$ направлена вдоль перемещения материальной точки, а вторая $\vec{F}_\perp$ — перпендикулярна ему (*см.* рис. 104).

Проекция силы $\vec{F}_\parallel$ на направление перемещения $\Delta\vec{r}$ равна проекции на это же направление силы $\vec{F}$. Поэтому их работы равны: $A = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = F_\parallel \cdot \Delta r$. Таким образом, именно сила $\vec{F}_\parallel$ изменяет модуль скорости материальной точки в ИСО.

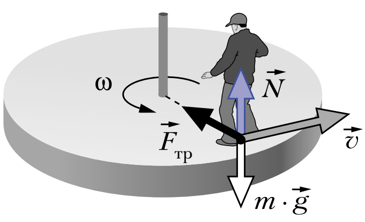


Рис. **105** Все действующие на человека силы перпендикулярны его скорости $\vec{v}$. Модуль скорости не изменяется с течением времени

Напротив, проекция силы $\vec{F}_\perp$ на направление перемещения равна нулю. Следовательно, совершённая ею работа также равна нулю. Поэтому её действие не изменяет кинетической энергии материальной точки. Из предыдущих глав вы уже знаете, что перпендикулярная перемещению материальной точки сила $\vec{F}_{\perp}$ перпендикулярна её скорости. Такая сила не изменяет модуля скорости, а изменяет только её направление.

Подведём итог.

В выражение для работы A постоянной суммы $\vec{F}$ всех действующих на материальную точку сил входит только проекция суммы сил на направление перемещения.

Таким образом, при любом направлении $\vec{F}$

изменение кинетической энергии материальной точки в инерциальной системе отсчёта равно совершённой над ней работе:
$\boldsymbol{K_к - K_0 = A}$.

Полученное выражение называют *теоремой о кинетической энергии*. Использование этой теоремы позволяет выяснить физический смысл кинетической энергии.

Пусть начальная скорость материальной точки в ИСО равна нулю. Тогда её начальная кинетическая энергия равна нулю: $K_0 = 0$. Если над этой материальной точкой совершить работу A, то её кинетическая энергия в соответствии с доказанной теоремой будет равна этой работе: $A = K_к$.

Таким образом,

! кинетическая энергия материальной точки равна работе A, которую надо совершить, чтобы разогнать материальную точку из состояния покоя до скорости $\vec{v}$ в ИСО.

Однако если над движущейся в ИСО материальной точкой совершить отрицательную работу, равную по модулю её начальной кинетической энергии, то её конечная кинетическая энергия станет равна нулю. При этом сама материальная точка совершит над тормозящими её телами такую же по модулю положительную работу. Следовательно,

К Пример сил, действующих на материальную точку в направлениях, перпендикулярных её перемещению, показан на рис. 105. Человек на вращающейся карусели равномерно движется по окружности. Модуль v его скорости не изменяется с течением времени. Поэтому не изменяется и его кинетическая энергия: $K_к = K_0$. Все действующие на человека силы (сила тяжести, сила реакции опоры и сила трения, создающая центростремительное ускорение человека) в любой момент времени перпендикулярны его скорости $\vec{v}$. Следовательно, они перпендикулярны и каждому его малому перемещению $\Delta\vec{r}$. Поэтому работа каждой из этих сил равна нулю: $A = K_к - K_0 = 0$.

кинетическая энергия материальной точки в ИСО равна работе, которую она может совершить над другими телами при уменьшении своей скорости до нуля.

Понимание физического смысла кинетической энергии материальной точки позволяет определить кинетическую энергию системы материальных точек. Пусть такая система состоит из N материальных точек (N — натуральное число). В инерциальной системе отсчёта каждая из материальных точек системы обладает массой и скоростью, а следовательно, и кинетической энергией. Кинетическая энергия первой материальной точки $K_1 = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2}$, второй — $K_2 = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2}$ и т. д. При остановке первой материальной точки она может совершить работу $A_1 = K_1$, при остановке второй материальной точки она может совершить работу $A_2 = K_2$ и т. д. Поэтому при торможении до нулевой скорости всех материальных точек системы они все вместе могут совершить работу $A = A_1 + A_2 + \ldots + A_N = K_1 + K_2 + \ldots + K_N$. Эта работа A равна кинетической энергии K всей системы.

Кинетическая энергия системы N материальных точек равна сумме их кинетических энергий:
$K = K_1 + K_2 + \ldots + K_N$.

В заключение рассмотрим пример решения задачи с использованием теоремы о кинетической энергии.

Задача

Девятиклассник Алексей тянет по гладкому горизонтальному льду санки с младшей сестрой Катей (рис. 106). Угол между верёвкой и горизонтальной поверхностью $\alpha = 60°$. Масса санок вместе с Катей равна $m = 25$ кг. Определите модуль F постоянной силы натяжения верёвки, если после перемещения санок на 4 м модуль их скорости увеличился от 1 до 3 м/с.

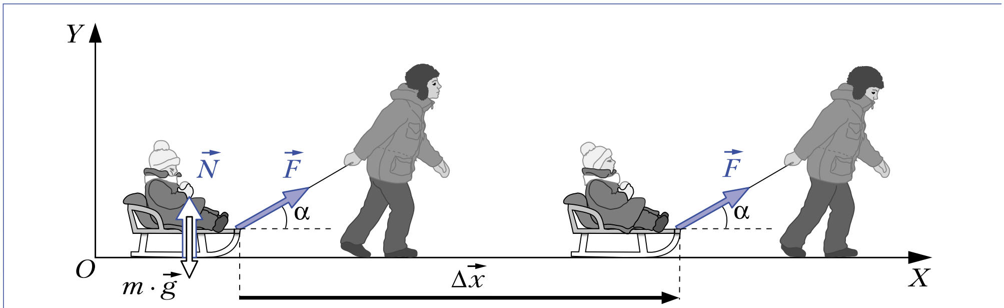


Рис. 106

Решение.

Шаг 0. Будем считать санки с Катей материальной точкой.

Шаг 1. Систему отсчёта свяжем с Землёй так, как показано на рис. 106.

Шаг 2. Рассмотрим силы, действующие на санки с Катей: силу тяжести $m \cdot \vec{g}$, силу реакции опоры $\vec{N}$ и силу натяжения верёвки $\vec{F}$.

Шаг 3. Определим проекции сил на направление перемещения санок. Силы тяжести и реакции опоры перпендикулярны перемещению санок. Поэтому их проекции на направление перемещения равны нулю. Проекция силы $\vec{F}$ натяжения верёвки положительна и равна $F_x = F \cdot \cos\alpha$.

Шаг 4. Запишем выражение для работы суммы всех сил, действующих на санки: $A = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha$.

Запишем выражения для начальной и конечной кинетических энергий санок с Катей: $K_0 = \dfrac{m \cdot v_0^2}{2}$, $K_{\text{к}} = \dfrac{m \cdot v_{\text{к}}^2}{2}$.

Шаг 5. Используем теорему о кинетической энергии для санок с Катей. С учётом результатов шага 4 имеем:

$$K_0 + A = K_{\text{к}}, \text{ или}$$

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} + F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = \frac{m \cdot v_{\text{к}}^2}{2}.$$

Шаг 6. Решим полученное уравнение:

$$F = \frac{m \cdot (v_{\text{к}}^2 - v_0^2)}{2\Delta x \cdot \cos\alpha} = \frac{25 \cdot (3^2 - 1^2)}{2 \cdot 4 \cdot 0{,}5} = 50 \text{ (Н)}.$$

Ответ: модуль силы натяжения верёвки равен 50 Н.

Итоги

Физическую величину $K = \dfrac{m \cdot v^2}{2}$ называют кинетической энергией материальной точки массой m, движущейся в инерциальной системе отсчёта со скоростью $\vec{v}$.

Изменение кинетической энергии материальной точки в инерциальной системе отсчёта равно совершённой над ней работе:
$K_{\text{к}} - K_0 = A$.

Кинетическая энергия системы N материальных точек равна сумме их кинетических энергий: $K = K_1 + K_2 + \ldots + K_N$.

Вопросы

1 Что называют кинетической энергией? Может ли кинетическая энергия быть отрицательной? Ответ обоснуйте.

2 Сформулируйте теорему о кинетической энергии.

3 Какую работу надо совершить в ИСО над материальной точкой массой m, чтобы из состояния покоя разогнать её до скорости $\vec{v}$?

4 Как изменяется кинетическая энергия материальной точки, если работа суммы всех действующих на неё сил: а) положительна; б) отрицательна; в) равна нулю?

5 Какую работу может совершить система из двух материальных точек массами m и $2 \cdot m$, движущихся в ИСО со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, при их торможении до нулевой скорости?

Упражнения

1 Определите работу, которую надо совершить над телом массой $m = 5$ кг, чтобы из состояния покоя разогнать его до скорости $v = 10$ м/с в ИСО.

2 Определите работу, которую надо совершить над автомобилем массой $m = 1$ т, движущимся поступательно относительно Земли со скоростью 108 км/ч, чтобы полностью затормозить его.

3 Вычислите кинетическую энергию свободно падающего с высоты $h = 5$ м камня массой $m = 5$ кг в момент его удара о Землю. Найдите скорость камня в этот момент времени.

4 Начальная кинетическая энергия материальной точки массой 1 кг равна 100 Дж. Определите её конечные кинетическую энергию и модуль скорости, если над этой точкой совершили работу, равную: а) 100 Дж; б) -68 Дж.

5 На брусок массой 10 кг, покоящийся на гладкой горизонтальной плоскости, начинают действовать с силой $\vec{F}$, направленной под углом 60° к горизонту. Модуль силы равен 20 Н. Определите кинетическую энергию бруска и модуль его скорости после перемещения на 50 м.

✔6 Оцените кинетическую энергию поступательного движения инерционного автомобильчика на том участке пути, где это движение можно считать равномерным. Проведите все необходимые для этого измерения. Оцените погрешность результата. Сделайте сообщение в классе.

§ 27 Потенциальная энергия

В 7 классе мы установили, что работа, которую могут совершить тела системы, определяется не только их кинетической энергией. Между телами системы обычно существуют силы взаимодействия (притяжения или отталкивания). Поэтому при *изменении взаимного расположения тел системы эти силы могут совершать работу*.

Вы уже знаете, что пружина жёсткостью k, растянутая или сжатая на Δl, при возвращении в недеформированное состояние может совершить работу $A = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}$. Вам также известно, что поднятый над поверхностью Земли на небольшую высоту h камень массой m при падении может совершить работу $A = m \cdot g \cdot h$.

Работа, совершаемая подобными силами, приводит к изменению *потенциальной энергии системы взаимодействующих тел*.

Потенциальной энергией $\varPi$ системы тел называют энергию, которая определяется взаимным расположением тел системы или их частей и потенциальными силами взаимодействия между ними.

К потенциальным силам относят известные вам силы упругости, силы гравитационного взаимодействия (следовательно, и силу тяжести) и силы электростатического взаимодействия зарядов.

Потенциальную энергию так же, как работу и кинетическую энергию, измеряют в джоулях (Дж).

! Потенциальная энергия системы тел равна работе, которую совершают потенциальные силы взаимодействия её тел при переходе системы из данного состояния в состояние, потенциальная энергия которого принята за нуль.

Напомним, как мы рассчитывали в 7 классе потенциальную энергию системы «тело – Земля», когда тело находится вблизи поверхности Земли.

Пусть масса тела равна m и в начальный момент времени оно находится на высоте h от поверхности Земли. **К**

При вертикальном опускании тела на поверхность Земли действующая на него сила тяжести $m \cdot \vec{g}$ совершит работу $A = m \cdot g \cdot h$. Будем считать,

К Как вы уже знаете, с удалением от поверхности Земли сила её гравитационного притяжения уменьшается. Однако если высота h много меньше радиуса Земли, то этим изменением можно пренебречь. Другими словами, для таких высот можно считать, что ускорение свободного падения будет одинаково во всех точках.

что потенциальная энергия рассматриваемой системы «тело — Земля» в конечном состоянии (когда тело оказалось на поверхности Земли) равна нулю: $П_к = 0$. Тогда потенциальная энергия системы $П_0$ в начальном состоянии (когда тело находилось на высоте h) равна работе, совершаемой силой тяжести при опускании тела: $П_0 = m \cdot g \cdot h$.

Теперь рассмотрим общий случай. Пусть материальная точка массой m перемещается вблизи поверхности Земли из точки A в точку B по произвольной траектории (рис. 107). Высота точки A над поверхностью Земли равна h_0, высота точки B равна $h_к$. Поэтому начальная потенциальная энергия системы «тело — Земля» равна $П_0 = m \cdot g \cdot h_0$, а конечная равна $П_к = m \cdot g \cdot h_к$.

Исследуем, как связано изменение потенциальной энергии рассматриваемой системы с работой $A_п$ потенциальной силы взаимодействия (силы тяжести) между телами системы в этом случае. Пусть вначале тело перемещается из точки A в точку B вдоль отрезка AB. В этом случае работа силы тяжести $A_п = m \cdot g \cdot AB \cdot \cos\alpha$.

Но $AB \cdot \cos\alpha = AC = h_0 - h_к$. Следовательно,

$$A_п = m \cdot g \cdot (h_0 - h_к) = m \cdot g \cdot h_0 - m \cdot g \cdot h_к = П_0 - П_к.$$

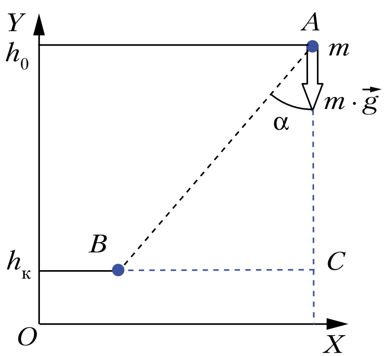


Рис. **107** Тело массой m перемещается вблизи поверхности Земли из точки A в точку B по произвольной траектории. Начальная потенциальная энергия системы «тело — Земля» равна $П_0 = m \cdot g \cdot h_0$, конечная равна $П_к = m \cdot g \cdot h_к$

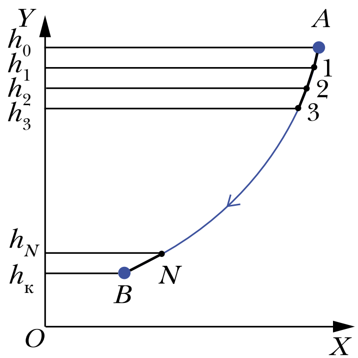


Рис. **108** При движении тела по криволинейной траектории для вычисления работы силы тяжести эту траекторию разбивают на достаточно малые прямолинейные участки и вычисляют работу на каждом из них

Таким образом, можно предположить, что работа силы тяжести определяется только разностью начальной и конечной высот. Докажем это. Пусть тело движется из точки A в точку B по криволинейной траектории (рис. 108). Для вычисления работы силы тяжести следует: 1) разбить эту траекторию на достаточно малые прямолинейные участки; 2) вычислить работу на каждом из них; 3) сложить результаты:

$$A_п = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_N = m \cdot g \cdot (h_0 - h_1) + m \cdot g \cdot (h_1 - h_2) + \\ + m \cdot g \cdot (h_2 - h_3) + \ldots + m \cdot g \cdot (h_N - h_к).$$

После раскрытия скобок получаем тот же самый результат:

$$A_п = П_0 - П_к. \qquad (1)$$

Подведём итог.

Работа силы тяжести не зависит от формы траектории движения тела и всегда равна произведению модуля силы тяжести на разность высот в начальном и конечном положениях.

В технике и в быту при подъёме грузов на необходимую высоту используют один из простых механизмов — *наклонную плоскость* (рис. 109). При равномерном подъёме груза по гладкой наклонной плоскости, в отличие от вертикального подъёма, требуется сила, модуль которой меньше модуля силы тяжести, действующей на груз. Заметим, что модуль перемещения груза при этом больше, чем при вертикальном подъёме.

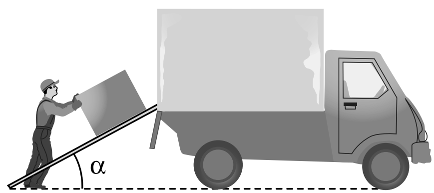


Рис. 109 Подъём груза на высоту с использованием наклонной плоскости

В результате *совершённые работы в обоих случаях (при вертикальном подъёме и при подъёме по гладкой наклонной плоскости) одинаковы и равны увеличению потенциальной энергии груза.*

Выражение $A_п = П_0 - П_к$ справедливо для любых систем взаимодействующих тел.

Данное утверждение справедливо, если ускорение свободного падения во всех точках траектории можно считать практически неизменным.

При наличии трения между грузом и плоскостью работа, совершённая при подъёме груза по плоскости, будет больше изменения потенциальной энергии системы «груз — Земля». Таким образом, коэффициент полезного действия наклонной плоскости в реальном случае всегда меньше единицы.

Разность начальной $П_0$ и конечной $П_к$ потенциальных энергий системы тел равна работе всех внутренних потенциальных сил системы.

! Обратим особое внимание на то, что, в отличие от формулы для изменения кинетической энергии ($A = K_к - K_0$), изменение потенциальной энергии (т. е. разность конечной и начальной потенциальных энергий) равно работе всех внутренних потенциальных сил системы, взятой со знаком «–»:

$$П_к - П_0 = -A_п. \qquad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) следует, что при увеличении потенциальной энергии системы (т. е. при $П_к > П_0$) работа $A_п$ внутренних потенциальных сил системы отрицательна: $A_п < 0$. В этом случае тела системы (или их части) совершают перемещения, направления которых противоположны направлению действующих на них внутренних потенциальных сил. Это возможно, только если над телами совершают работу *внешние силы* или если уменьшается кинетическая энергия тел системы. Например, поднятый над поверхностью Земли камень может подниматься, только если на него действуют какие-либо направленные вверх внешние силы или (если нет внешних сил) за счёт имеющейся у камня и направленной вверх скорости (при этом кинетическая энергия камня будет уменьшаться).

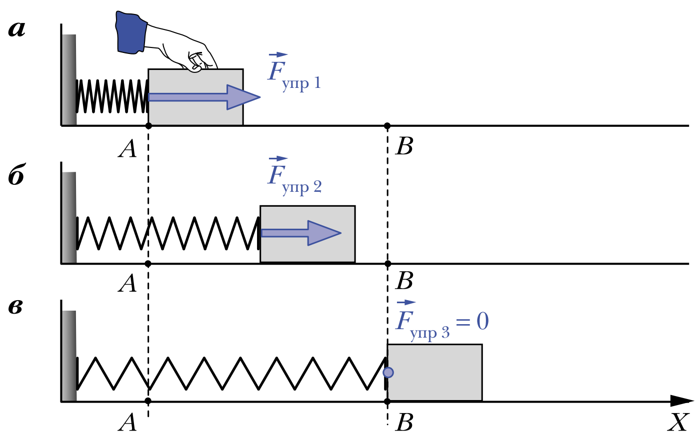


Рис. **110** Потенциальная сила упругости пружины совершает положительную работу $A_п$, переводя систему в состояние с нулевой потенциальной энергией

Воспользуемся соотношением (1) для вывода известной вам формулы потенциальной энергии деформированной пружины.

Пусть сжатую на Δl пружину жёсткостью k удерживают в деформированном состоянии с помощью бруска (рис. 110). В этом случае на брусок со стороны пружины действует сила упругости $\vec{F}_{упр}$, модуль которой $F_{упр} = k \cdot \Delta l$. После отпускания бруска пружина будет толкать его, пока не вернётся в недеформированное состояние. В результате потенциальная сила упругости пружины совершит работу $A_п$. Обозначим искомую начальную потенциальную энергию пружины $П_0$, а её конечную потенциальную энергию в недеформированном состоянии обозначим $П_к$. В соответствии с уравнением (1) $A_п = П_0 - П_к$.

Будем, как обычно, считать, что потенциальная энергия недеформированной пружины равна нулю. Тогда $П_к = 0$ и соотношение (2) принимает вид $A_п = П_0$. Таким образом, для определения искомой энергии $П_0$ сжатой пружины необходимо рассчитать работу $A_п$ силы упругости по перемещению бруска от точки A до точки B (*см.* рис. 110, *в*).

В процессе перемещения бруска модуль силы упругости пружины будет уменьшаться пропорционально уменьшению её деформации (*см.* рис. 110) от максимального значения $k \cdot \Delta l$ (при максимальной деформации Δl в точке A) до нуля (при нулевой деформации в точке B). Зависимость модуля силы упругости $F_{упр}$ пружины от модуля x перемещения бруска показана на рис. 111, *а* прямой синей линией. Вы уже знаете, что при изменяющейся силе для расчёта работы перемещение тела разбивают на достаточно малые перемещения. На каждом из них силу можно считать постоянной. Разобьём отрезок AB на большое число таких достаточно малых отрезков Δx_0, Δx_1, Δx_2, Δx_3... (*см.* рис. 111, *а*). Тогда, например, на отрезке от x_n до $x_n + \Delta x_n$ модуль силы упругости можно считать приблизительно постоянным. Обозначим его $F_{упр\ n}$. Работа силы упругости на этом участке Δx_n приблизительно равна $A_n = F_{упр\ n} \cdot \Delta x_n$. Из рисунка видно, что работа A_n численно рав-

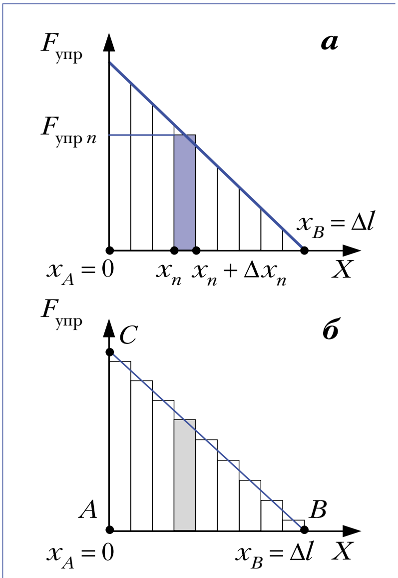


Рис. 111 Зависимость модуля силы упругости $F_{упр}$ пружины от модуля x перемещения бруска (*а*). Работа силы упругости пружины по модулю равна площади под графиком (*б*)

на площади закрашенного прямоугольника. Понятно, что на каждом из остальных участков работа силы упругости также приблизительно численно равна площади соответствующего прямоугольника (*см.* рис. 111, *б*). Общая работа силы упругости равна сумме работ на всех участках. Поэтому она приблизительно численно равна сумме площадей всех прямоугольников. Увеличение числа достаточно малых отрезков Δx_0, Δx_1, Δx_2, ..., Δx_n приводит к увеличению точности расчёта. При этом сумма площадей всех рассматриваемых прямоугольников будет стремиться стать равной площади прямоугольного треугольника ABC. Так как катеты этого треугольника $AB = \Delta l$, $AC = k \cdot \Delta l$, общая работа силы упругости пружины по перемещению бруска из положения A в положение B составляет:

$$A_\text{п} = \frac{k \cdot \Delta l \cdot \Delta l}{2} = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}.$$

Так как $A_\text{п}$ равна искомой Π_0, то мы доказали, что потенциальная энергия пружины жёсткостью k, деформированной на Δl, равна:

$$\Pi_0 = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}.$$

Итоги

Потенциальной энергией Π системы тел называют энергию, которая определяется взаимным расположением тел системы или их частей и потенциальными силами взаимодействия между ними.

Потенциальная энергия системы тел равна работе, которую совершают потенциальные силы взаимодействия её тел при переходе системы из данного состояния в состояние, потенциальная энергия которого принята за нуль.

Изменение потенциальной энергии системы тел (т. е. разность конечной и начальной потенциальных энергий) равно работе всех внутренних потенциальных сил системы, взятой со знаком «–»: $\Pi_\text{к} - \Pi_0 = -A_\text{п}$.
Для тела массой m вблизи поверхности Земли потенциальная энергия системы «тело – Земля» равна: $\Pi = m \cdot g \cdot h$.

Потенциальная энергия пружины жёсткостью k, деформированной на Δl, равна: $\Pi = \dfrac{k \cdot \Delta l^2}{2}$.

Вопросы

1. Что называют потенциальной энергией?
2. Чему равно изменение потенциальной энергии системы тел?
3. Может ли потенциальная энергия упруго деформированной пружины быть отрицательной?
4. Может ли потенциальная энергия системы «тело — Земля» быть отрицательной? Приведите примеры.
5. Какие потенциальные силы вы знаете?

*6. Может ли потенциальная энергия системы тел уменьшаться, увеличиваться, оставаться неизменной, если на тела системы не действуют внешние силы и силы трения? Приведите примеры.

Упражнения

1. Как изменяется потенциальная энергия недеформированной пружины жёсткостью $k = 300$ Н/м при её растяжении на $\Delta l = 5$ см?
2. Тело массой m переводят с начальной высоты h_0 на конечную высоту $h_к = 3h_0$ по произвольной траектории. Чему равна начальная потенциальная энергия системы «тело — Земля»? Чему равна конечная потенциальная энергия этой системы? Чему равна разность начальной и конечной потенциальных энергий? Чему равна работа силы тяжести при переводе тела из начального состояния в конечное? Равна ли работа силы тяжести разности начальной и конечной потенциальных энергий системы «тело — Земля»?
3. Определите изменение потенциальной энергии системы «вертолёт — Земля» за время приземления вертолёта с высоты $h = 800$ м. Масса вертолёта $m = 2,5$ т.
4. Определите изменение потенциальной энергии системы «вы — Земля» в результате вашего подъёма с уровня Земли до высоты вашего этажа. Сделайте сообщение в классе.

§ 28 Механическая энергия системы тел. Изменение механической энергии. Закон сохранения механической энергии

Вы уже знаете, что система тел (материальных точек) обладает кинетической и потенциальной энергиями.

Сумму потенциальной и кинетической энергий системы тел называют механической энергией этой системы тел.

Механическую энергию системы тел обозначают буквой E. В соответствии с определением:

$$E = K + \Pi. \qquad (1)$$

Выведем формулу изменения механической энергии E системы тел. Пусть работа всех сил, действующих на тела системы, равна A. Тогда, как вы уже знаете, начальная K_0 и конечная $K_к$ кинетические энергии системы связаны с работой A соотношением:

$$K_0 + A = K_к. \qquad (2)$$

Представим работу A всех сил в виде суммы работы $A_п$ всех внутренних потенциальных сил, работы $A_{тр}$ всех внутренних сил трения и работы A_{ex} всех внешних сил:

$$A = A_п + A_{тр} + A_{ex}. \qquad (3)$$

Подставив уравнение (3) в уравнение (2), получаем:

$$K_0 + A_п + A_{тр} + A_{ex} = K_к. \qquad (4)$$

Работа $A_п$ всех потенциальных сил равна разности начальной Π_0 и конечной $\Pi_к$ потенциальных энергий системы:

$$A_п = \Pi_0 - \Pi_к. \qquad (5)$$

Подставив уравнение (5) в уравнение (4), получаем:

$$K_0 + \Pi_0 - \Pi_к + A_{тр} + A_{ex} = K_к. \qquad (6)$$

Перенесём слагаемое $\Pi_к$ из левой части равенства (6) в правую:

$$K_0 + \Pi_0 + A_{тр} + A_{ex} = K_к + \Pi_к. \qquad (7)$$

Перепишем равенство (7), используя соотношение $E = K + \Pi$, в виде:

$$E_0 + A_{тр} + A_{ex} = E_к. \qquad (8)$$

Таким образом, если к начальной механической энергии системы $E_0 = K_0 + \Pi_0$ прибавить работу $A_{тр}$ внутренних сил трения и работу A_{ex} внешних сил над телами системы, то мы получим конечную механическую энергию системы $E_к = K_к + \Pi_к$.

Изменение механической энергии системы тел равно сумме работ внутренних сил трения $A_{тр}$ и внешних сил A_{ex} над телами системы.

Данное утверждение часто называют **законом изменения механической энергии системы тел**.

Отметим особо, что *выведенный закон справедлив только в инерциальных системах отсчёта*.

Из закона изменения механической энергии следует **закон сохранения механической энергии**.

> **Если суммарная работа внутренних сил трения и внешних сил над телами системы равна нулю, то механическая энергия системы тел в ИСО не изменяется (сохраняется).**
>
> **Если $A_{тр} + A_{ex} = 0$, то $E_0 = E_к$,**
>
> **или $П_0 + K_0 = П_к + K_к$.**

Применение законов сохранения и изменения механической энергии часто позволяет достаточно просто получать ответы в задачах, решение которых с помощью законов динамики и кинематики весьма трудоёмко. Поясним сказанное на примере.

Пусть с крыши дома высотой H бросают камень массой m под углом α к горизонту. Начальная скорость камня равна $\vec{v}_0$. Требуется определить модуль скорости $v_к$ камня при его падении на Землю.

Понятно, что применение законов кинематики и динамики приведёт к необходимости определения законов движения и законов изменения проекций скоростей на координатные оси выбранной ИСО. Затем потребуется определить время полёта камня и т. д. Между тем применение закона сохранения механической энергии позволяет получить ответ практически сразу.

Рассмотрим систему «камень — Земля». Будем считать движение камня свободным падением. Тогда *работа сил трения и внешних сил равна нулю*. Применим закон сохранения механической энергии.

Начальная потенциальная энергия системы $П_0 = m \cdot g \cdot H$, а конечная — $П_к = m \cdot g \cdot 0 = 0$. Начальная кинетическая энергия камня $K_0 = \frac{m \cdot v_0^2}{2}$, а конечная — $K_к = \frac{m \cdot v_к^2}{2}$.

Так как $K_0 + П_0 = K_к + П_к$, получаем: $m \cdot g \cdot H + \frac{m \cdot v_0^2}{2} = 0 + \frac{m \cdot v_к^2}{2}$.

Преобразуя данное уравнение, имеем:

$$g \cdot H + \frac{v_0^2}{2} = \frac{v_к^2}{2}, \quad 2g \cdot H + v_0^2 = v_к^2, \quad v_к = \sqrt{2g \cdot H + v_0^2}.$$

В заключение рассмотрим примеры решения задач с использованием закона изменения механической энергии.

Задача 1

На тело массой $m = 5$ кг, лежащее на поверхности Земли, начинает действовать направленная вертикально вверх сила, модуль которой $F = 150$ Н.

Каким будет модуль скорости этого тела, когда оно окажется на высоте $H = 10$ м?

Решение.

Шаг 0. Рассмотрим систему «тело — Земля». Будем считать тело материальной точкой; силой сопротивления воздуха пренебрежём.

Шаг 1. Будем решать задачу в инерциальной системе отсчёта, ось X которой неподвижна относительно Земли и направлена вертикально вверх.

Шаг 2. Определим силы, действующие на тело. Наряду с силой $\vec{F}$ на тело будет действовать направленная вертикально вниз сила тяжести $m \cdot \vec{g}$.

Шаг 3. Работа внешней силы $\vec{F}$ при подъёме тела на высоту H будет положительной (так как направления силы и движения тела совпадают) и равной $A_{ex} = F \cdot H$.

Поскольку сил трения нет, то их работа равна нулю: $A_{\text{тр}} = 0$.

Шаг 4. В начальном состоянии тело покоилось на поверхности Земли. Поэтому начальные кинетическая энергия K_0 и потенциальная энергия Π_0 нашей системы тел равны нулю.

Когда тело окажется на высоте H, оно будет обладать определённой скоростью $\vec{v}$. Значит, кинетическая энергия тела в конечном состоянии (на высоте H) будет равна $K_{\text{к}} = \dfrac{m \cdot v^2}{2}$. Потенциальная энергия системы «тело — Земля» в конечном состоянии $\Pi_{\text{к}} = m \cdot g \cdot H$.

Шаг 5. Подставим эти значения в формулу изменения механической энергии $K_0 + \Pi_0 + A_{\text{тр}} + A_{ex} = K_{\text{к}} + \Pi_{\text{к}}$, получим

$$0 + 0 + 0 + F \cdot H = \frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot H.$$

Следовательно,

$$v^2 = 2\left(\frac{F}{m} - g\right) \cdot H = 400 \ \ (\text{м}^2/\text{с}^2).$$

Ответ: в момент достижения телом высоты $H = 10$ м модуль его скорости станет равным $v = 20$ м/с.

Задача 2

Конькобежец массой m разогнался до скорости $\vec{v}_0$ и въехал на ледяную горку, наклон которой составляет угол α с горизонтом (рис. 112). Определите максимальную высоту h, на которую въедет конькобежец, если коэффициент трения коньков о лёд равен μ.

Решение.

Шаг 0. Рассмотрим систему тел «конькобежец — Земля». Будем считать конькобежца материальной точкой.

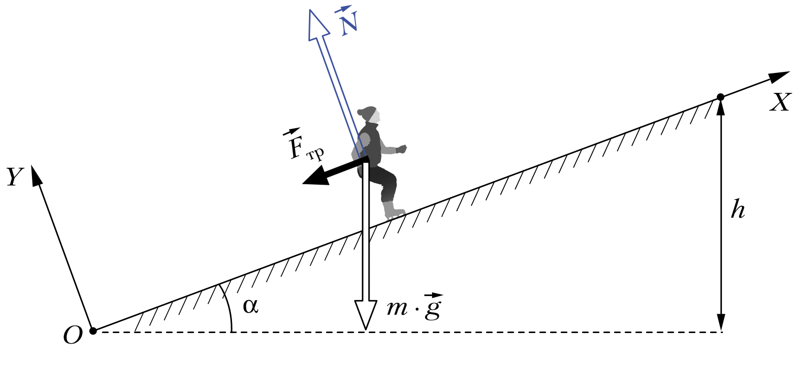


Рис. **112**

Шаг 1. Выберем систему отсчёта, связанную с горкой так, как показано на рис. 112.

Шаг 2. Изобразим силы, которые действуют на въезжающего вверх на горку конькобежца: силу тяжести $m \cdot \vec{g}$, силу реакции опоры горки $\vec{N}$ и силу трения скольжения $\vec{F}_{тр}$.

Шаг 3. Внешних сил нет. Для расчёта работы силы трения определим её проекцию на направление перемещения конькобежца, т. е. на координатную ось X. Для этого определим модуль силы реакции опоры $\vec{N}$. Сумма проекций на ось Y сил, действующих на конькобежца, равна нулю. Следовательно, модуль силы реакции опоры $N = m \cdot g \cdot \cos\alpha$. Проекция на ось X силы трения скольжения отрицательна: $F_{тр\,x} = -\mu \cdot N = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$.

Шаг 4. Запишем выражение для начальных и конечных кинетических и потенциальных энергий:

$$П_0 = m \cdot g \cdot 0 = 0,\ K_0 = \frac{m \cdot v_0^2}{2};$$

$$П_к = m \cdot g \cdot h,\ K_к = \frac{m \cdot 0^2}{2} = 0.$$

Модуль перемещения Δx конькобежца равен отношению высоты h к $\sin\alpha$. Поэтому работа силы трения за время подъёма конькобежца:

$$A_{тр} = F_{тр\,x} \cdot \Delta x = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot \frac{h}{\sin\alpha}.$$

Шаг 5. Воспользуемся законом изменения механической энергии:

$$K_0 + П_0 + A_{тр} + A_{ex} = K_к + П_к.$$

Работа внешних сил равна нулю, поэтому с учётом результата шага 4 получаем:

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} + 0 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot \frac{h}{\sin\alpha} + 0 = 0 + m \cdot g \cdot h.$$

Следовательно, $h = \dfrac{v_0^2}{2g \cdot (\mu \cdot \operatorname{ctg}\alpha + 1)}$.

Ответ: максимальная высота $h = \dfrac{v_0^2}{2g \cdot (\mu \cdot \operatorname{ctg}\alpha + 1)}$.

Итоги

Сумму потенциальной и кинетической энергий системы тел называют механической энергией этой системы тел.

$\boldsymbol{E = K + \Pi}$.

Закон изменения механической энергии системы тел.
Изменение механической энергии системы тел в инерциальной системе отсчёта равно сумме работ внутренних сил трения $A_{тр}$ и внешних сил A_{ex} над телами системы.
$K_0 + \Pi_0 + A_{тр} + A_{ex} = K_к + \Pi_к$,
или
$E_0 + A_{тр} + A_{ex} = E_к$.

Закон сохранения механической энергии.
Если суммарная работа внутренних сил трения и внешних сил над телами системы равна нулю, то механическая энергия системы тел в ИСО не изменяется (сохраняется).

Если $A_{тр} + A_{ex} = 0$, то $E_0 = E_к$,
или $\Pi_0 + K_0 = \Pi_к + K_к$.

Вопросы

1. Что называют механической энергией системы тел?
2. Чему равно изменение механической энергии системы тел в ИСО?
3. Сформулируйте закон сохранения механической энергии. Следствием какого закона является этот закон?

Упражнения

1 Пуля массой 10 г вылетела из винтовки вертикально вверх со скоростью 800 м/с. Через некоторое время пуля упала на Землю со скоростью, модуль которой равен 300 м/с. Определите работу, совершённую силой сопротивления воздуха.

2 К телу массой 5 кг прикладывают постоянную направленную вертикально вверх силу, модуль которой равен 100 Н. Определите кинетическую энергию и модуль скорости тела в тот момент, когда оно поднимется на высоту 10 м. Сопротивлением воздуха пренебречь.

3 Тело массой 3 кг, брошенное с высоты 99 м вертикально вниз, погрузилось в грунт на глубину 1 м. Модуль скорости тела в момент броска был равен 30 м/с. Определите модуль средней силы сопротивления грунта. Сопротивлением воздуха пренебречь.

4 Санки съезжают с горы высотой h под углом α к горизонту. Коэффициент трения санок равен μ. Определите модуль скорости санок у основания горы.

5 Подвешенный на лёгкой нерастяжимой нити длиной 10 см маленький тяжёлый шарик отклонили так, что натянутая нить образует с вертикалью угол $\alpha = 60^\circ$. Определите модуль максимальной скорости шарика после его отпускания.

✔**6** Проанализируйте три пункта третьего закона Ньютона. Предположите, что первый пункт не выполняется. Предложите конструкцию «вечного двигателя», работа которого основана на «невыполнении» этого пункта. Предложите конструкции «вечных двигателей», работа которых основана на «невыполнении» второго и третьего пунктов третьего закона Ньютона. Сделайте сообщение в классе о ваших исследованиях.

✔**7** Подготовьте реферат о маятнике (колыбели) Ньютона, используя материалы интернет-ресурса http://gotourl.ru/7167. Проанализируйте, какие законы механики позволяют понять принцип его действия. Сделайте сообщение в классе.

МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Работой постоянной силы $\vec{F}$ над материальной точкой при её перемещении $\Delta\vec{r}$ называют произведение модулей силы и перемещения, умноженное на косинус угла между ними: $A = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$.

Кинетическая энергия материальной точки:

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Изменение кинетической энергии материальной точки:

$$K_к - K_0 = A.$$

Кинетическая энергия системы N тел (материальных точек):

$$K = K_1 + K_2 + \ldots + K_N.$$

Потенциальная энергия системы взаимодействующих тел:

система «тело — Земля» —

$$П = m \cdot g \cdot h,$$

деформированная пружина —

$$П = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}.$$

Изменение потенциальной энергии:

$$П_к - П_0 = -A_п.$$

Изменение кинетической энергии системы тел в ИСО равно совершённой над ними работе A:

$K_к - K_0 = A.$

Работа A всех сил над телами системы равна сумме работ $A_п$ внутренних потенциальных сил, $A_{тр}$ внутренних сил трения и A_{ex} внешних сил:

$A = A_п + A_{тр} + A_{ex}.$

$K_к - K_0 = A_п + A_{тр} + A_{ex}.$

Закон изменения механической энергии системы тел

Изменение механической энергии системы тел в ИСО равно сумме работ внутренних сил трения $A_{тр}$ и внешних сил A_{ex} над телами системы.

$(K_к + П_к) - (K_0 + П_0) = A_{тр} + A_{ex}$,

или $E_к - E_0 = A_{тр} + A_{ex}$.

Закон сохранения механической энергии

Если суммарная работа внутренних сил трения и внешних сил над телами системы равна нулю, то механическая энергия системы тел в ИСО не изменяется (сохраняется).

Если $A_{тр} + A_{ex} = 0$, то $E_0 = E_к$, или $П_0 + K_0 = П_к + K_к$.

Глава 5 Статика

Вы уже знаете, что законы Ньютона позволяют определить изменение характера движения точечных тел (материальных точек). Если же характер движения материальной точки в некоторой инерциальной системе отсчёта не изменяется, то это значит, что она движется в этой ИСО равномерно прямолинейно. Следовательно, можно выбрать такую инерциальную систему отсчёта, в которой данная материальная точка покоится. В этом случае говорят, что материальная точка находится в равновесии.

В этой главе мы познакомимся с условиями равновесия не только материальных точек, но и тел, имеющих размеры. При этом мы будем рассматривать только твёрдые тела (иногда их называют абсолютно твёрдыми), т. е. такие тела, деформации которых пренебрежимо малы.

Принято говорить, что *твёрдое тело находится в равновесии, если в некоторой ИСО оно покоится.*

Изучением условий равновесия тел занимается специальный раздел механики – *статика.*

В 7 классе вы познакомились с некоторыми понятиями статики: линией действия силы, плечом силы и моментом силы. Тогда же вы научились применять эти понятия для определения условий равновесия некоторых устройств (рычажных весов, качелей) и простых механизмов (рычагов, блоков, полиспастов и т. п.).

Теперь, когда вы узнали о проекциях сил на координатные оси, мы можем записать условия равновесия для твёрдых тел в общем виде. Это позволит нам решать более сложные задачи.

§ 29 Равновесие тела. Момент силы. Условия равновесия твёрдого тела

Из второго закона Ньютона следует, что если сумма всех сил, действующих на материальную точку, равна нулю, то всегда можно выбрать

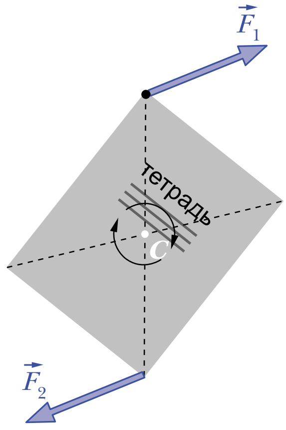


Рис. **113**

такую инерциальную систему отсчёта, в которой эта материальная точка покоится.

Таким образом, *условием равновесия в ИСО тела, которое можно рассматривать как материальную точку, является равенство нулю суммы* $\vec{F}$ *всех действующих на тело сил:* $\vec{F} = 0$.

Используя понятие проекции силы $\vec{F}$ на координатные оси, это условие равновесия материальной точки можно записать в виде трёх уравнений: $F_x = 0$, $F_y = 0$, $F_z = 0$.

В отличие от материальной точки, для твёрдого тела, имеющего размеры, равенства нулю суммы $\vec{F}$ всех действующих на него сил обычно недостаточно для равновесия. Однако эксперименты показывают, что в этом случае всегда есть жёстко связанная с телом точка, которая будет неподвижной в ИСО или же будет двигаться в ИСО равномерно прямолинейно. Эту точку называют *центром масс* тела.

При этом тело может вращаться вокруг этой точки (рис. 113), а может оставаться неподвижным.

! Если сумма всех действующих на твёрдое тело сил равна нулю, то есть жёстко связанная с телом точка, которая неподвижна в ИСО (или движется в ИСО равномерно прямолинейно). Эту точку называют *центром масс* тела.

Существуют способы вычисления координат центра масс тела, но они достаточно сложны и, как правило, требуют применения неизвестных вам математических приёмов. Однако в некоторых случаях центр масс тела можно найти, не прибегая к сложным расчётам.

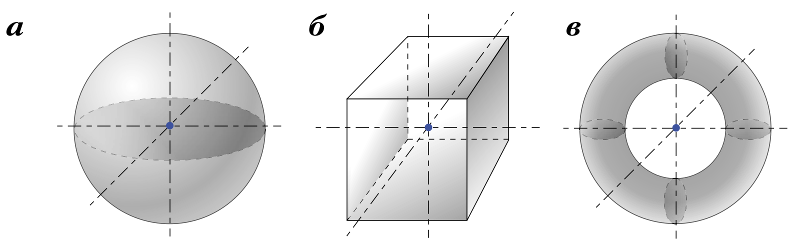


Рис. **114** Центр масс у однородных твёрдых тел, имеющих оси симметрии, располагается в точке пересечения этих осей

Например, у однородных тел симметричной формы центр масс всегда находится на оси симметрии. Поэтому если у такого тела есть несколько осей симметрии, то его центр масс находится в точке пересечения этих осей (рис. 114). Отметим, что центр масс может находиться и вне тела (*см.* рис. 114, *в*).

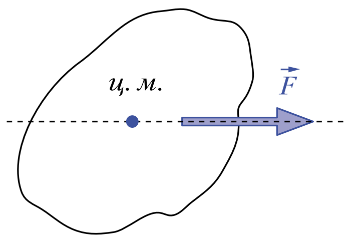


Рис. **115** Если линия действия силы проходит через центр масс твёрдого тела, то оно будет двигаться в ИСО поступательно

Эксперименты показывают, что если на изначально покоившееся в ИСО твёрдое тело начинает действовать единственная сила $\vec{F}$, линия действия которой проходит через центр масс этого тела (рис. 115), то такое тело будет двигаться в ИСО *поступательно*.

Если же линия действия такой силы $\vec{F}$ не проходит через центр масс тела, то под действием этой силы тело начнёт двигаться поступательно и одновременно с этим будет вращаться. В этом легко убедиться, если начать тянуть, например, лежащую на столе ручку за один из её концов под углом к продольной оси ручки (чтобы линия действия силы не проходила через центр масс).

Можно показать, и многочисленные опыты это подтверждают, что

!

если в результате одновременного действия на твёрдое тело нескольких сил оно движется поступательно в ИСО, то действие этих сил можно заменить действием одной силы, приложенной к центру масс тела.

Центр масс тела при этом будет двигаться так, как если бы в нём была сосредоточена масса всего тела и на него действовала сила, равная сумме всех действующих на тело сил.

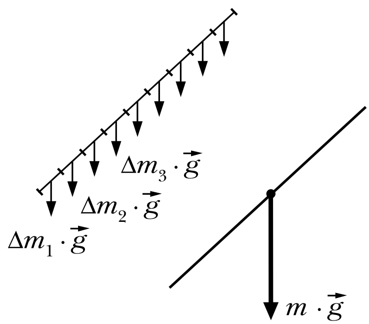


Рис. **116** Действие сил тяжести на все части тела можно заменить действием одной силы тяжести, приложенной к центру масс тела и равной сумме всех этих сил

Именно по этой причине при решении задач динамики поступательно движущегося тела, которое имеет размеры, мы можем заменить это тело на материальную точку — центр масс, в котором сосредоточена вся масса тела.

Проведём эксперимент. Пусть в некоторой области пространства, где ускорение свободного падения $\vec{g}$ одинаково во всех точках, удерживают неподвижно твёрдое тело — однородный стержень массой m (рис. 116). На все части такого стержня действуют силы тяжести. Отпустим этот стержень. Эксперимент показывает, что под действием сил тяжести он начнёт падать поступательно. Следовательно, в этом случае

! действие сил тяжести на все части твёрдого тела можно заменить действием одной силы тяжести, приложенной к его центру масс и равной сумме всех этих сил, т. е. $m \cdot \vec{g}$.

Именно так и следует поступать при решении задач динамики и статики любого твёрдого тела, находящегося вблизи поверхности Земли. В этом случае центр масс тела часто называют *центром тяжести тела*.

Используя понятие центра масс, *первое условие равновесия твёрдого тела* можно сформулировать следующим образом:

! если сумма $\vec{F}$ всех действующих на твёрдое тело сил равна нулю, то существует ИСО, в которой центр масс этого тела покоится.

Это условие можно записать в виде уравнений для проекций $\vec{F}$ на координатные оси: $F_x = 0$, $F_y = 0$, $F_z = 0$.

Итак, пусть выполнено первое условие равновесия. Определим условие, при котором изначально покоившееся в ИСО твёрдое тело не начнёт раскручиваться вокруг своего неподвижного центра масс.

В 7 классе мы установили, что раскручивающее действие приложенной к телу силы зависит от её модуля и плеча — кратчайшего расстояния от оси вращения до линии действия силы (рис. 117). Чем больше модуль силы и её плечо, тем больше её раскручивающее действие.

Раскручивающее действие силы характеризуют *моментом силы*.

Моментом $\boldsymbol{M}$ силы $\vec{F}$ относительно данной оси называют физическую величину, равную произведению модуля силы на её плечо:

$$\boldsymbol{M = F \cdot l}.$$

Если сила стремится раскручивать тело *против часовой стрелки* (*см.* рис. 117, *г*), то её момент считают *положительным* ($M > 0$). Если же сила стремится раскручивать тело *по часовой стрелке* (*см.* рис. 117, *а*, *б*), то её момент считают *отрицательным* ($M < 0$).

Из определения понятно, почему единицу момента силы в СИ называют *ньютон-метр* (Н · м).

Эксперименты показывают, что *если на твёрдое тело действуют несколько сил, то их суммарное раскручивающее действие характеризует алгебраическая сумма моментов этих сил.*

Таким образом, если алгебраическая сумма моментов всех действующих на твёрдое тело сил равна нулю, то их суммарное раскручивающее действие равно нулю. Это условие называют *вторым условием равновесия твёрдого тела*.

! Твёрдое тело в ИСО будет оставаться в равновесии, если одновременно выполнены два условия:
1) сумма всех действующих на тело сил равна нулю;
2) алгебраическая сумма моментов всех действующих на тело сил равна нулю.

При выполнении первого условия всегда можно найти ИСО, в которой центр масс твёрдого тела неподвижен. Поэтому при рассмотрении второго условия удобно рассматривать оси вращения, проходящие через центр масс твёрдого тела.

В заключение рассмотрим три вида равновесия твёрдых тел: *устойчивое*, *неустойчивое* и *безразличное*. Чтобы понять, в чём их различие, обратимся к рис. 118.

Рассмотрим вначале находящийся в равновесии твёрдый шарик на вогнутой подставке (*см.* рис. 118, *а*). Если по какой-либо причине (например, в результате дуновения ветра) шарик сместится от положения равновесия, то сумма всех действующих на него сил (силы тяжести и силы реакции опоры) перестанет быть равной нулю. В результате действия этих сил шарик будет стремиться вернуться в положение равновесия.

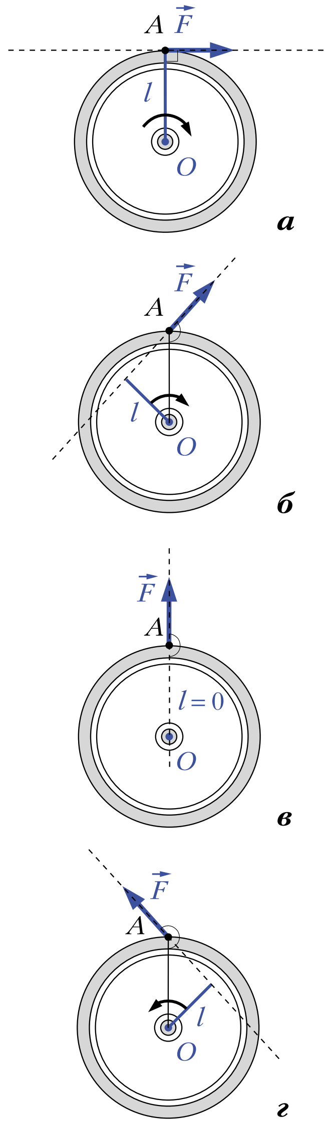


Рис. **117** Раскручивающее действие силы $\vec{F}$ определяется её модулем и плечом l — кратчайшим расстоянием от оси вращения до линии действия силы

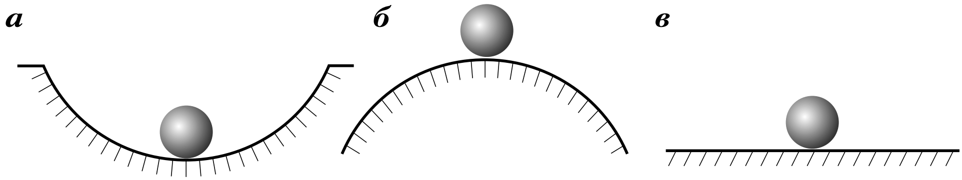


Рис. 118 Три вида равновесия твёрдых тел:
а – устойчивое; *б* – неустойчивое; *в* – безразличное

Равновесие твёрдого тела называют устойчивым, если при малом отклонении этого тела от положения равновесия сумма действующих на него сил (или моментов сил) стремится вернуть тело в это положение.

Иначе обстоит дело с твёрдым шариком, находящимся в равновесии на вершине выпуклой подставки (*см.* рис. 118, *б*). При малейшем отклонении от положения равновесия сумма действующих на шарик сил будет стремиться удалить его от положения равновесия.

Равновесие твёрдого тела называют неустойчивым, если при малом отклонении этого тела от положения равновесия сумма действующих на него сил (или моментов сил) стремится удалить тело от положения равновесия.

В случае если шарик находится в равновесии на горизонтальной плоскости (*см.* рис. 118, *в*), то его отклонение от положения равновесия не приводит к появлению каких-либо сил, стремящихся вернуть его в начальное положение или удалить от него. Такое равновесие называют безразличным.

Равновесие твёрдого тела называют безразличным, если отклонение тела от положения равновесия не приводит к появлению сил, которые стремились бы вернуть тело в начальное положение или удалить от него.

Итоги

Если сумма всех действующих на твёрдое тело сил равна нулю, то есть жёстко связанная с телом точка, которая неподвижна в ИСО (или движется в ИСО равномерно прямолинейно). Эту точку называют *центром масс* тела.

Моментом M силы $\vec{F}$ относительно данной оси называют физическую величину, равную произведению модуля силы на её плечо l:
$$M = F \cdot l.$$

Твёрдое тело в ИСО будет оставаться в равновесии, если одновременно выполнены два условия:
1) сумма всех действующих на тело сил равна нулю;
2) алгебраическая сумма моментов всех действующих на тело сил равна нулю.

Вопросы

1. Сформулируйте условие равновесия материальной точки.
2. Что называют: а) центром масс тела; б) моментом силы?
3. Сформулируйте условия равновесия твёрдого тела.
4. В каком случае твёрдое тело будет двигаться поступательно при действии на него единственной силы?
5. Какие три вида равновесия вам известны?

Упражнения

1. Положите учебник на стол. Возьмите его за один из углов и потяните по поверхности стола так, чтобы направление действия силы совпадало с диагональю учебника, проведённой через точку приложения силы. Объясните, почему в этом случае учебник движется поступательно, а при других направлениях действия силы он будет двигаться с вращением. Сделайте сообщение в классе.
2. Вырезанную из картона фигурку бегемота подвесили на нити, прикреплённой к точке A (рис. 119). По линии отвеса провели черту, как показано на рисунке. Затем эту же фигурку подвесили на нити, прикреплённой к точке B, и провели ещё одну черту по линии отвеса. Чему соответствует точка O, отмеченная на пересечении двух указанных линий?
Проведите такой же эксперимент с другим плоским телом.
3. Проведите эксперимент по определению положения центра масс тела, предложенного учителем. Сделайте сообщение в классе.

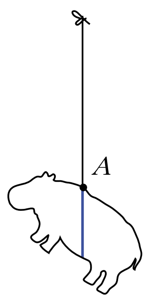


Рис. 119

§ 30 Применение условий равновесия при решении задач статики

Рассмотрим задачу, в которой используют условия равновесия материальной точки, записанные в виде уравнений для проекций действующих сил на координатные оси.

Задача 1

Определите модуль силы $\vec{T}$ натяжения лёгкого троса, на котором висит светофор массой $m = 10$ кг. Угол между вертикалью и каждой частью троса равен $\frac{\alpha}{2} = 60°$.

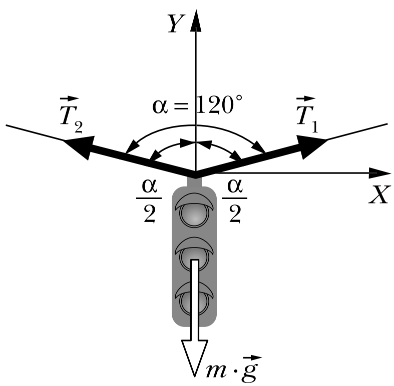


Рис. **120**

Решение.

Будем считать светофор материальной точкой. Инерциальную систему отсчёта свяжем с Землёй, ось X направим горизонтально, а ось Y — вертикально вверх (рис. 120).

На светофор действуют три силы: сила тяжести $m \cdot \vec{g}$, направленная вертикально вниз, и две силы $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ натяжения троса.

Рассмотрим проекции этих сил на координатные оси. Проекция силы тяжести на ось Y отрицательна и равна её модулю со знаком «–»: $m \cdot g_y = -m \cdot g$. Каждая из сил натяжения троса составляет с положительным направлением оси Y угол $\frac{\alpha}{2} = 60°$. Поэтому суммарная проекция двух сил натяжения троса на ось Y положительна и равна:

$$T_{1y} + T_{2y} = (T_1 + T_2) \cdot \cos\frac{\alpha}{2}.$$

Проекция силы $\vec{T}_1$ натяжения троса на ось X положительна и равна $T_{1x} = T_1 \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$. Проекция силы $\vec{T}_2$ натяжения троса на ось X отрицательна и равна $T_{2x} = -T_2 \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$. Проекция силы тяжести на ось X равна нулю.

Запишем условие равновесия светофора — равенство нулю суммы проекций действующих на него сил на координатные оси:

$$T_1 \cdot \sin\frac{\alpha}{2} - T_2 \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = 0, \qquad (1)$$

$$\left(T_1 + T_2\right) \cdot \cos\frac{\alpha}{2} - m \cdot g = 0. \qquad (2)$$

Из уравнения (1) следует, что $T_1 = T_2$. Обозначим их через T. Тогда из уравнения (2) получаем: $2T \cdot \cos\frac{\alpha}{2} - m \cdot g = 0$, $2T \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = m \cdot g$.

$$T = \frac{m \cdot g}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{10 \cdot 10}{2 \cdot 0{,}5} = 100 \text{ (Н)}.$$

Ответ: модуль силы натяжения троса равен 100 Н.

Теперь рассмотрим решение задачи, в которой используют два условия равновесия твёрдого тела.

Задача 2

К гладкой стене прислонена лестница массой m и длиной L, составляющая угол α с горизонтом (рис. 121). Определите, каким должен быть коэффициент трения μ лестницы о пол, чтобы она находилась в равновесии.

Решение.

Шаг 0. Будем считать лестницу телом, центр масс которого находится в её середине.

Шаг 1. Выберем инерциальную систему отсчёта так, как показано на рис. 121.

Шаг 2. Изобразим действующие на лестницу силы: силу тяжести $m \cdot \vec{g}$, приложенную к её центру масс (центру тяжести), силу $\vec{N}$ реакции пола, силу $\vec{F}_{\text{тр}}$ трения о пол и силу $\vec{F}$ реакции стены.

Шаг 3. Определим проекции сил на координатные оси. Проекция силы $\vec{F}$ на ось X положительна и равна её модулю: $F_x = F$. Проекция силы $\vec{F}_{\text{тр}}$ на эту ось отрицательна и равна её модулю со знаком «–»: $F_{\text{тр}x} = -F_{\text{тр}}$. Проекции остальных сил на ось X равны нулю. Поэтому сумма проекций всех сил на ось X равна $F - F_{\text{тр}}$.

Проекция силы $m \cdot \vec{g}$ на ось Y отрицательна и равна её модулю со знаком «–»: $m \cdot g_y = -m \cdot g$. Проекция силы $\vec{N}$ на эту ось положительна и равна её модулю: $N_y = N$. Про-

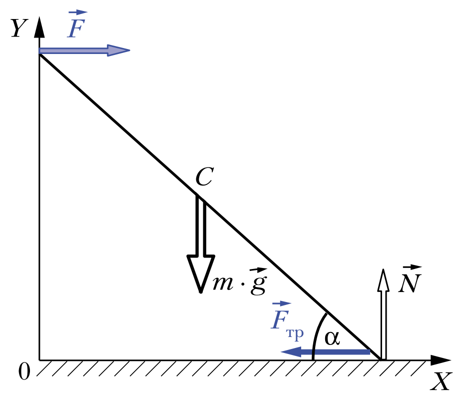


Рис. 121

екции остальных сил на ось Y равны нулю. Поэтому сумма проекций всех сил на ось Y равна $N - m \cdot g$.

Шаг 4. С учётом шага 3 запись первого условия равновесия (равенства нулю суммы всех сил) представляет собой два уравнения:

$$F - F_{тр} = 0,$$

$$N - m \cdot g = 0.$$

Шаг 4*. Запишем второе условие равновесия лестницы — равенство нулю суммы моментов сил относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости рисунка через центр масс C этой лестницы.

Такой выбор оси вращения имеет две причины. Во-первых, при выполнении первого условия равновесия центр масс неподвижен, а, следовательно, вращение лестницы может происходить только вокруг точки C. Во-вторых, под действием изображённых на рисунке сил лестница может начать раскручиваться только вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка.

Определим моменты всех действующих на лестницу сил относительно выбранной оси. Момент силы $m \cdot \vec{g}$ равен нулю, так как линия действия этой силы проходит через ось вращения и, следовательно, плечо силы тяжести равно нулю. Плечо силы $\vec{N}$ равно $0{,}5L \cdot \cos\alpha$. Сила N стремится раскручивать лестницу против часовой стрелки. Поэтому момент этой силы положителен и равен $0{,}5N \cdot L \cdot \cos\alpha$.

Плечи сил $\vec{F}$ и $\vec{F}_{тр}$ одинаковы и равны $0{,}5L \cdot \sin\alpha$. Эти силы стремятся раскручивать лестницу по часовой стрелке. Поэтому моменты этих сил отрицательны, а их сумма равна $-0{,}5F \cdot L \cdot \sin\alpha - 0{,}5F_{тр} \cdot L \cdot \sin\alpha$.

В результате второе условие равновесия лестницы имеет вид:

$$0{,}5N \cdot L \cdot \cos\alpha - 0{,}5(F + F_{тр}) \cdot L \cdot \sin\alpha = 0.$$

Шаг 5. По условию задачи лестница не должна скользить. Следовательно, $\vec{F}_{тр}$ является силой трения покоя. Поэтому для её модуля должно выполняться условие: $F_{тр} \leqslant \mu \cdot N$.

Шаг 6. В статике не используется, так как ускорения всех точек тела равны нулю по условию.

Шаг 7. Объединим полученные уравнения в систему и присвоим им названия:

$F - F_{тр} = 0;\ N - m \cdot g = 0,$	(3) (*первое условие равновесия*)
$N \cdot L \cdot \cos\alpha - (F + F_{тр}) \cdot L \cdot \sin\alpha = 0,$	(4) (*второе условие равновесия*)
$F_{тр} \leqslant \mu \cdot N.$	(5) (*условие отсутствия скольжения*)

Шаг 8. Из условия (3) следует, что $F = F_{тр}$. Подставим F в уравнение (4): $N \cdot L \cdot \cos\alpha = 2F_{тр} \cdot L \cdot \sin\alpha$, и после сокращения на L получаем:

$$F_{\text{тр}} = \frac{N \cdot \cos\alpha}{2\sin\alpha}.$$

Подставим полученный результат в условие отсутствия скольжения (5). После сокращения на N получим ответ.

Ответ: коэффициент трения $\mu \geqslant 0{,}5\operatorname{ctg}\alpha$.

Задача 3

Воспользуемся условиями равновесия твёрдого тела для определения выигрыша в силе, который даёт система блоков, показанная на рис. 122.

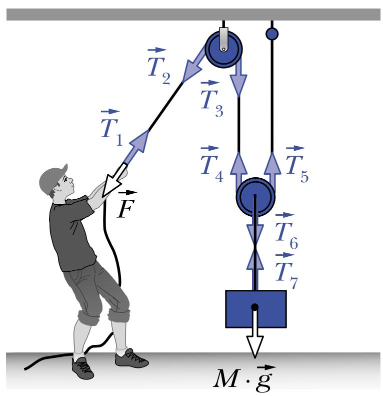


Рис. 122

Будем считать верёвки и блоки лёгкими, а силы трения в осях блоков пренебрежительно малыми. В этом случае модули сил натяжения верёвки, которую тянет рабочий, в разных её сечениях равны:

$$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5. \qquad (6)$$

Обозначим их через T. Точно так же равны между собой модули сил натяжения второй верёвки: $T_6 = T_7$. Если груз поднимается равномерно, то сумма действующих на него сил равна нулю. Поэтому

$$T_7 = M \cdot g. \qquad (7)$$

Масса подвижного блока пренебрежимо мала. Поэтому по второму закону Ньютона сумма действующих на блок сил равна нулю. Следовательно, $T_4 + T_5 - T_6 = 0$. Откуда находим:

$$T_4 + T_5 = T_6. \qquad (8)$$

С учётом введённого обозначения ($T_4 = T_5 = T$) для модулей сил натяжения первой верёвки получаем: $2T = T_6$.

Так как $T_6 = T_7$, из соотношений (7) и (8) находим: $2T = M \cdot g$.

Следовательно, $T = 0{,}5M \cdot g$.

По третьему закону Ньютона модуль силы $\vec{F}$, с которой рабочий тянет верёвку, равен модулю $T_1 = T$ силы натяжения этой верёвки. Поэтому $F = T = 0{,}5M \cdot g$. Следовательно, модуль силы $\vec{F}$ в 2 раза меньше модуля силы тяжести $M \cdot \vec{g}$ груза, который поднимает рабочий с помощью системы блоков. Таким образом, выигрыш в силе $n = 2$.

Ответ: выигрыш в силе $n = 2$.

Напомним, что при использовании простых механизмов, выигрывая в силе, мы в идеальном случае во столько же раз проигрываем в перемещении. Например, в рассмотренном случае, для того чтобы поднять груз на высоту $h = 1$ м, рабочий должен выбрать $l = 2$ м верёвки. Другими словами, работа $A_с = F \cdot l$, совершённая рабочим в идеальном случае, равна полезной работе $A_п = M \cdot g \cdot h$, которая пошла на поднятие груза. В реальности (при учёте массы блоков и верёвок, а также работы сил трения) совершённая работа всегда будет больше полезной: $A_с > A_п$. Поэтому коэффициент полезного действия любого механизма (отношение полезной работы к совершённой работе) всегда меньше единицы:

$$\text{КПД} = \frac{A_п}{A_с} < 1 .$$

Упражнения

1 Определите модуль силы натяжения лёгкого троса, на котором висит светофор массой $m = 20$ кг (*см.* рис. 120), если угол между вертикалью и каждой частью троса равен $\frac{\alpha}{2} = 45°$.

*2 Проведите анализ ответа, полученного в задаче 1. Исследуйте зависимость силы натяжения троса от угла между его частями и вертикалью. В каком случае модуль силы натяжения минимален? Определите максимальный угол, при котором трос ещё не оборвётся, если модуль максимально допустимой силы натяжения равен 300 Н, а масса светофора равна 30 кг.

3 К гладкой стене прислонена лестница массой m и длиной L (*см.* рис. 121). Центр тяжести лестницы расположен в её середине. Коэффициент трения лестницы о пол равен μ. Определите, какой угол α с горизонтом может составлять лестница, если она находится в равновесии.

*4 Как изменится ответ в задаче 3, если центр тяжести лестницы расположен на расстоянии $\frac{L}{3}$ от её нижнего конца?

Глава 6 Механические колебания и волны

В предыдущих главах вы изучали различные виды движений материальной точки: равномерное прямолинейное, равноускоренное прямолинейное, равноускоренное криволинейное и равномерное движение по окружности. Несмотря на различия, все эти виды движений объединяет одно свойство: модуль ускорения материальной точки при таких движениях не изменяется с течением времени, т. е. остаётся постоянным. Следовательно, по второму закону Ньютона не изменяется с течением времени и модуль суммы всех сил, действующих на движущееся тело.

Однако в природе существуют движения, при которых сумма всех сил, действующих на тело, изменяется с течением времени. К таким движениям относятся, например, *колебательные движения*, с которыми вы познакомитесь в этой главе.

§ 31 Механические колебания

Колебательные движения (колебания) широко распространены в окружающем нас мире. Колеблются качели, маятники настенных и напольных часов, струны музыкальных инструментов и многие другие тела.

В чём же состоит особенность всех этих различных движений? Почему их называют колебательными?

Рассмотрим твёрдый шарик, находящийся в положении устойчивого равновесия на вогнутой подставке (*см.* рис. 118, *а* в § 29). Немного сместим его от положения устойчивого равновесия и отпустим. В результате действия на него сил тяжести и реакции опоры он устремится к положению равновесия, проскочит его, сместится в противоположную сторону, потом опять направится к положению равновесия и т. д. Если силы трения, действующие на шарик, малы, то такое его движение то в одну, то в другую сторону будет продолжаться достаточно долго. Характерная особенность такого движения состоит в том, что через определённый промежуток времени все характеристики движения (например, положение в пространстве, скорость, ускорение) будут повторяться.

Движение, при котором все его характеристики периодически повторяются, называют периодическим колебательным движением (периодическими колебаниями).

Минимальный промежуток времени, через который повторяются все характеристики периодического колебательного движения, называют периодом колебаний.

Период колебаний обозначают буквой T и измеряют в СИ в *секундах* (с).

Из определения следует, что период колебаний равен времени одного полного колебания. Это время, за которое колеблющееся тело, например маятник часов, пройдя все возможные положения, возвращается в то же место пространства и имеет в нём те же скорость и ускорение.

Число периодических колебаний за единицу времени (например, за одну секунду) называют частотой колебаний.

Частоту колебаний обозначают греческой буквой ν. За единицу частоты в СИ принимают частоту такого периодического колебания, при котором одно полное колебание совершается за 1 с. Единицу частоты в СИ называют *герц* (Гц):

$$1\ \text{Гц} = \frac{1}{1\ \text{с}} = 1\ \text{с}^{-1}.$$

1 Гц — это частота таких колебаний, при которых за 1 с совершается одно полное колебание.

Понятно, что частота ν периодических колебаний и их период T связаны соотношением:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

В рассмотренной системе тел «шарик на вогнутой поверхности — Земля» колебания происходят без действия каких-либо внешних сил. Они начались в результате того, что шарик сместили из положения равновесия, увеличив потенциальную энергию системы. В процессе дальнейшего движения потенциальная энергия системы тел переходит в кинетическую и обратно.

Колебания в системе, обусловленные действием только внутренних сил, называют свободными.

Таким образом, свободные колебания происходят благодаря начальному запасу энергии системы.

Системы тел, в которых возможны свободные колебания, называют колебательными системами.

Основным свойством колебательной системы является наличие у неё положения устойчивого равновесия. При выводе такой системы из положения равновесия в системе появляются силы, стремящиеся вернуть её в это положение. Эти силы называют *возвращающими*.

Рассмотрим пример колебательной системы, состоящей из маленького шарика на лёгкой пружине (рис. 123). Другой конец пружины закреплён и неподвижен в ИСО. Такую систему называют *пружинным маятником*.

Чтобы шарик двигался прямолинейно, а пружина не изгибалась, в шарике делают отверстие. Пружину и шарик насаживают на горизонтальный стержень, ось которого совпадает с осью пружины. В результате шарик может двигаться только вдоль стержня.

Будем считать шарик материальной точкой, а также что сила трения между шариком и стержнем мала и ею можно пренебречь.

Рассмотрим колебательное движение пружинного маятника. Проекции на направление движения действующих на шарик сил тяжести и реакции опоры равны нулю. Поэтому единственной силой, которая может привести к появлению у шарика ускорения вдоль стрежня, является сила упругости пружины.

Пусть вначале шарик находится в положении устойчивого равновесия, т. е. деформация пружины равна нулю. Для описания периодических колебаний выберем систему отсчёта так, чтобы начало отсчёта совпадало с положением равновесия шарика, а координатная ось X была параллельна стержню (*см.* рис. 123, *а*).

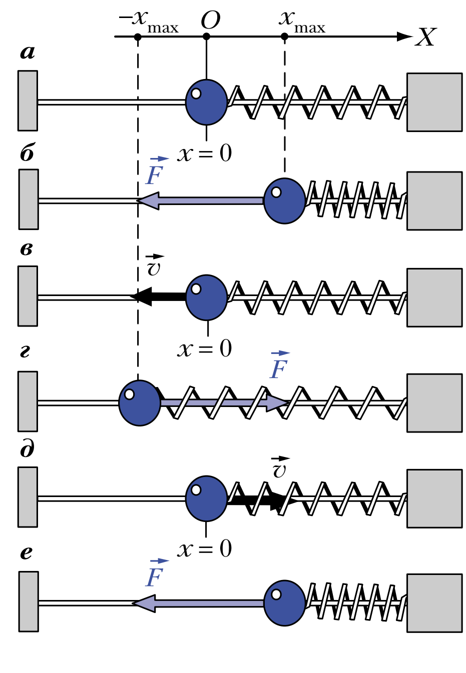


Рис. 123 Колебательное движение пружинного маятника

Отклоним шарик от положения равновесия ($x = 0$), переместив его в точку с координатой $x = x_{max}$.

Отклонение тела от положения равновесия называют смещением. K

Если смещённый на $x = x_{max}$ шарик отпустить, то под действием силы упругости он устремится к положению равновесия. В процессе движения его смещение x будет уменьшаться. При этом будет уменьшаться по модулю и возвращающая сила упругости. Так как модуль деформации пружины в любой момент времени равен модулю смещения шарика, то по закону Гука проекция силы упругости на ось X будет равна $F = -k \cdot x$.

Обратим особое внимание на то, что проекция F возвращающей силы в любой момент движения, во-первых, пропорциональна смещению, а, во-вторых, её знак противоположен знаку смещения (*см.* рис. 123, *б*). До тех пор, пока $x > 0$, $F < 0$.

При достижении шариком положения равновесия $x = 0$ (*см.* рис. 123, *в*) сила упругости уменьшится до нуля, так как пружина в этот момент будет находиться в недеформированном состоянии. К этому моменту времени шарик разгонится до скорости $\vec{v}$. Поэтому он проскочит положение равновесия и начнёт растягивать пружину. Смещение x станет отрицательным, а проекция силы упругости, напротив, положительной: $x < 0$, $F > 0$ (*см.* рис. 123, *г*). Возвращающая сила (сила упругости, проекция которой $F = -k \cdot x$) будет тормозить шарик, пока он не остановится в точке с координатой $x = -x_{max}$. После этого под действием теперь уже растянутой пружины он устремится обратно к положению равновесия, проскочит его (*см.* рис. 123, *д*) и опять начнёт сжимать пружину. При этом возвращающая сила будет снова тормозить шарик. В результате он окажется в точке с координатой $x = x_{max}$, из которой началось движение. В этом положении скорость шарика будет равна нулю, а модуль силы упругости, а значит, и модуль ускорения будут максимальны.

Мы рассмотрели одно полное колебание. Понятно, что если на колебательную систему «шарик — пружина» не действуют внешние силы, а трение отсутствует, то колебания будут повторяться бесконечно долго.

Отметим, что в рассмотренном процессе периодических колебаний модуль максимального смещения тела как в одну, так и в другую сторону равен x_{max}.

Модуль максимального смещения тела при периодическом колебательном движении называют амплитудой колебаний.

K Отметим, что смещение может быть как положительным, так и отрицательным. Например, в выбранной нами системе отсчёта смещение шарика в любой момент времени равно его координате x. Поэтому в рассматриваемом примере если $x > 0$, то смещение положительно. Напротив, если $x < 0$, то смещение отрицательно.

Пока мы не можем представить закон движения $x(t)$ шарика на пружине в аналитическом виде, так как для этого необходимо использовать ещё не известные вам функции (вы познакомитесь с ними в старших классах). Однако закон $x(t)$ в графическом виде можно получить с помощью экспериментальной установки, изображённой на рис. 124. Для этого к колеблющемуся на пружине телу прикрепляют карандаш. Длинную бумажную ленту под карандашом равномерно перемещают (протягивают) перпендикулярно направлению колебаний. В результате карандаш «записывает» колебания — рисует на ленте волнообразную линию. Пусть скорость движения ленты постоянна и её модуль равен, например, 1 см/с. Тогда нарисованная волнообразная линия будет графической зависимостью смещения x шарика от времени t. При этом по оси времени расстояние 1 см будет соответствовать промежутку времени 1 с. Пример такой зависимости показан на рис. 125. Из курса математики вы узнаете, что такую кривую называют *косинусоидой* (*синусоидой*).

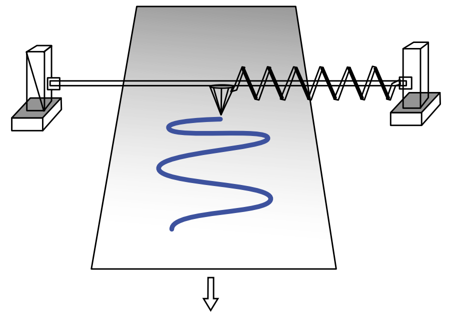


Рис. **124** Получение графической зависимости смещения x шарика от времени t

Колебания, при которых зависимость смещения от времени представляет собой косинусоиду или синусоиду, называют гармоническими.

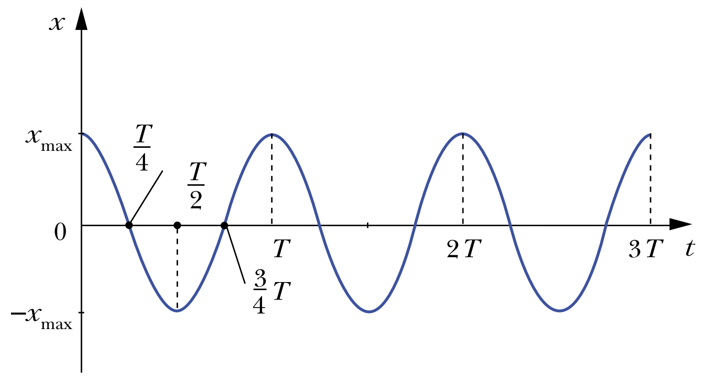


Рис. **125** Зависимость $x(t)$ при гармонических колебаниях

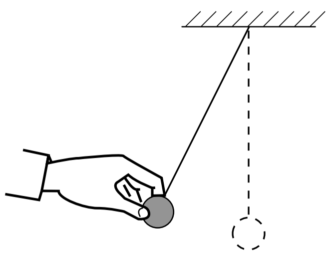


Рис. **126** Для получения колебаний нитяной маятник отклоняют от положения равновесия

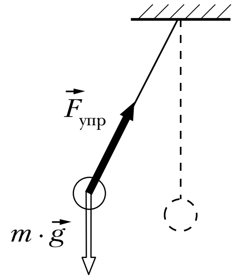


Рис. **127** Сумма сил тяжести и натяжения нити стремится вернуть шарик в положение равновесия

Колебания будут гармоническими, если они происходят под действием только возвращающей силы, которая удовлетворяет двум условиям: 1) её модуль пропорционален смещению тела; 2) она направлена в сторону, противоположную смещению.

В этом случае при удачном выборе системы отсчёта (когда начало отсчёта совпадает с положением равновесия тела, а ось X параллельна направлению колебаний) проекция F возвращающей силы на ось X пропорциональна смещению x, взятому со знаком «минус»: $F = -k \cdot x$.

Теперь рассмотрим пример ещё одной колебательной системы — *нитяного маятника*. Она состоит из подвешенного на нити шарика, на который действует сила тяжести со стороны Земли. Второй конец нити закреплён (рис. 126). Если такой шарик отклонить от положения устойчивого равновесия (оно изображено пунктиром) и отпустить, то начнутся колебания. Роль возвращающей силы в такой системе будет выполнять сумма силы тяжести и силы натяжения нити (рис. 127). Она будет стремиться вернуть шарик в положение устойчивого равновесия. Достигнув положения равновесия, разогнавшийся шарик проскочит его и начнёт отклоняться в противоположную сторону (рис. 128). Под дейст-

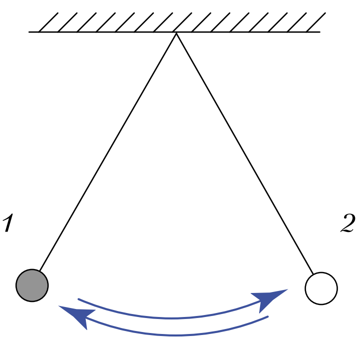


Рис. **128**

вием возвращающей силы он будет тормозиться, остановится (положение *2* на рис. 128) и опять устремится к положению равновесия. Проскочив его, он вернётся в исходное положение *1*. После этого начнётся следующее колебание. Если силы трения малы, а внешние силы (например, сопротивление воздуха) отсутствуют, то такие колебания будут продолжаться достаточно долго.

Отметим, что реальный нитяной маятник совершает *негармонические* колебания (это значит, что зависимость смещения x от времени t нельзя описать синусоидой или косинусоидой).

Если изменения длины нити маятника в процессе движения и размеры шарика много меньше длины нити, а масса нити много меньше массы шарика, то такой маятник можно считать *математическим маятником*.

Математическим маятником называют материальную точку, совершающую при действии на неё силы тяжести колебания на невесомой нерастяжимой нити, другой конец которой закреплён.

Можно показать, что при отсутствии трения и малой амплитуде колебаний (когда максимальный угол отклонения нити от положения равновесия не превышает 10°) колебания математического маятника можно приближённо считать гармоническими.

Итоги

Движение, при котором все его характеристики периодически повторяются, называют периодическим колебательным движением (периодическими колебаниями).

Минимальный промежуток времени, через который повторяются все характеристики периодического колебательного движения, называют периодом колебаний.

Число периодических колебаний за единицу времени (например, за одну секунду) называют частотой колебаний:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Колебания в системе, обусловленные действием только внутренних сил, называют свободными.

Системы тел, в которых возможны свободные колебания, называют колебательными системами.

Модуль максимального смещения тела при периодическом колебательном движении называют амплитудой колебаний.

Колебания, при которых зависимость смещения от времени представляет собой косинусоиду или синусоиду, называют гармоническими.

Колебания будут гармоническими, если они происходят под действием только возвращающей силы, которая удовлетворяет двум условиям: 1) её модуль пропорционален смещению тела; 2) она направлена в сторону, противоположную смещению.

Вопросы

1 Что называют: а) периодическим колебательным движением; б) периодом колебаний; в) частотой колебаний?
2 Как связаны период и частота периодических колебаний?
3 Какие колебания называют свободными?
4 Что называют амплитудой периодических колебаний?
5 Приведите примеры колебательных систем.
6 Какие силы называют возвращающими?
7 Какие колебания называют гармоническими? Приведите примеры таких колебаний.
8 Что называют: а) пружинным маятником; б) математическим маятником?

Упражнения

1 Периоды колебаний пружинных маятников равны: $0{,}2$ с, $0{,}5$ с, 2 с. Найдите частоты колебаний этих маятников и выразите их в единицах СИ.
2 На рис. 125 приведена графическая зависимость смещения пружинного маятника от времени. Система отсчёта выбрана так, как показано на рис. 123. Покажите на этой кривой точки, в которых: а) смещение шарика максимально; б) шарик находится в положении равновесия; в) скорость шарика равна нулю; г) модуль возвращающей силы максимален; д) скорость шарика максимальна, а модуль возвращающей силы равен нулю.
✔3 Существует версия, что человек меньше устаёт при ходьбе, если его конечности движутся с таким периодом, с каким они бы совершали свободные колебания. Оцените период свободных колебаний ваших ног. Оцените, с какой скоростью вы должны бы-

ли бы двигаться, чтобы ваши ноги двигались с периодом, равным периоду их свободных колебаний. Сравните полученные значения для разных участников. Сделайте сообщение в классе.

§ 32 Преобразование энергии при механических колебаниях

Вы уже знаете, что свободные колебания происходят благодаря начальному запасу механической энергии колебательной системы. Знание законов сохранения и изменения механической энергии даёт возможность рассмотреть преобразования кинетической и потенциальной энергий колебательной системы при механических колебаниях. Применение этих законов позволяет определить характеристики колебательного движения в различные моменты времени и более полно понять его природу.

Рассмотрим колебательное движение пружинного маятника, состоящего из лёгкой пружины жёсткостью k и грузика массой m. Будем рассматривать колебания грузика в той же системе отсчёта, что и ранее.

Применим к колебательной системе закон сохранения механической энергии. Пусть, как и прежде, в начальный момент смещение грузика от положения равновесия равно x_{max}, а скорость грузика равна нулю. В этом случае начальная потенциальная энергия рассматриваемой системы равна потенциальной энергии деформированной пружины:

$$\Pi_0 = \frac{k \cdot x_{max}^2}{2}.$$

Начальная кинетическая энергия системы равна нулю: $K_0 = \dfrac{m \cdot 0^2}{2} = 0.$

Будем считать, что сумма работы сил трения и работы внешних сил (тяжести и реакции опоры) равна нулю: $A_{тр} + A_{ex} = 0$.

В этом случае механическая энергия рассматриваемой колебательной системы не изменяется с течением времени и остаётся равной начальной механической энергии:

$$E_0 = \Pi_0 + K_0 = \frac{k \cdot x_{max}^2}{2} + 0 = \frac{k \cdot x_{max}^2}{2}. \qquad (1)$$

В произвольный момент времени t после начала колебаний смещение грузика равно x, а модуль его скорости равен v. Тогда механическая энергия E колебательной системы равна сумме потенциальной и кинетической энергий:

$$E = \Pi + K = \frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2}. \qquad (2)$$

В соответствии с законом сохранения механической энергии $E = E_0$. Поэтому с учётом уравнений (1) и (2) получаем:

$$\frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{k \cdot x_{max}^2}{2}. \qquad (3)$$

Проведём анализ полученного соотношения.

Для выбранной нами модели колебательной системы сумма кинетической и потенциальной энергий в процессе свободных колебаний есть величина постоянная. Она определяется начальной потенциальной энергией деформированной на величину x_{max} пружины жёсткостью k. Поэтому сумма слагаемых в левой части уравнения (3) постоянна: если уменьшается первое слагаемое, то второе увеличивается, и наоборот.

При движении грузика к положению равновесия потенциальная энергия системы уменьшается (так как уменьшается смещение x). При этом скорость грузика увеличивается (*см.* рис. 123, *б*). Следовательно, увеличивается кинетическая энергия системы. В положении равновесия (когда $x = 0$) пружина будет находиться в недеформированном состоянии и потенциальная энергия системы будет равна нулю. В этот момент кинетическая энергия грузика равна механической энергии системы, т. е. максимальна:

$$0 + \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{k \cdot x_{max}^2}{2}.$$

После прохождения грузиком положения равновесия модуль его смещения x начинает увеличиваться. Пружина растягивается (*см.* рис. 123, *г*), поэтому увеличивается потенциальная энергия системы. Соответственно кинетическая энергия грузика уменьшается. Когда смещение x становится равным $-x_{max}$, $v = 0$, и кинетическая энергия будет равна нулю:

$$\frac{k \cdot x^2}{2} + 0 = \frac{k \cdot x_{max}^2}{2}.$$

Кроме того, так как кинетическая энергия всегда неотрицательна, то из уравнения (3) следует, что $\frac{k \cdot x^2}{2} \leqslant \frac{k \cdot x_{max}^2}{2}$. Поэтому $|x| \leqslant x_{max}$. Другими словами, модуль смещения всегда меньше или равен амплитуде колебаний.

Наконец, если известна амплитуда x_{max}, то из уравнения (3) можно определить модуль скорости грузика в тот момент времени, когда его смещение равно x:

$$v = \sqrt{\frac{k}{m} \cdot \left(x_{max}^2 - x^2\right)}. \qquad (4)$$

Из полученного соотношения следует: чем меньше модуль смещения, тем больше модуль скорости грузика. В частности, когда грузик проходит через положение равновесия ($x = 0$), модуль его скорости достигает максимального значения:

$$v_{max} = x_{max} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (5)$$

Использование уравнения (3) позволяет определить амплитуду x_{max} в случае, когда известны начальное смещение и начальная скорость. Например, пусть в начальный момент времени $t = 0$ грузик сместили из положения равновесия на x_0 и придали ему скорость, модуль которой равен v_0. Тогда начальная механическая энергия системы равна $E_0 = \Pi_0 + K_0 = \frac{k \cdot x_0^2}{2} + \frac{m \cdot v_0^2}{2}$. Из формулы (3) следует, что начальная механическая энергия системы равна её потенциальной энергии в момент максимального смещения ($|x| = x_{max}$): $\frac{k \cdot x_0^2}{2} + \frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{k \cdot x_{max}^2}{2}$. Следовательно,

$$x_{max} = \sqrt{x_0^2 + \frac{m \cdot v_0^2}{k}}.$$

Из этого уравнения видно, что чем больше модуль начального смещения и начальная скорость, тем больше амплитуда x_{max} колебаний.

Все полученные соотношения и выводы о преобразовании энергии в общем виде справедливы для любой колебательной системы, в частности для математического маятника. Механическая энергия математического маятника равна сумме кинетической энергии материальной точки (грузика маятника) и потенциальной энергии её взаимодействия с Землёй. При свободных гармонических колебаниях механическая энергия будет оставаться постоянной. В процессе движения грузика потенциальная энергия будет переходить в кинетическую и обратно. Например, при удалении грузика от положения равновесия он, поднимаясь, замедляется. При этом потенциальная энергия системы увеличивается, а кинетическая уменьшается. Напротив, при движении из крайнего положения к положению равновесия грузик, опускаясь, ускоряется. Следовательно, на этом участке потенциальная энергия уменьшается, а кинетическая энергия возрастает.

Приведём формулы для расчёта периодов свободных гармонических колебаний пружинного и математического маятников.

Период свободных гармонических колебаний пружинного маятника, состоящего из груза массой m и лёгкой пружины жёсткостью k, равен:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (6)$$

Из этой формулы следует, что при увеличении массы груза период его колебаний увеличивается. Напротив, увеличение жёсткости пружины приводит к уменьшению периода колебаний.

В справедливости формулы (6) можно убедиться экспериментально. Действительно, опыт показывает, что увеличение массы груза, например, в 4 раза приводит к увеличению периода колебаний в 2 раза. Напротив, если заменить пружину на другую, жёсткость которой больше в 9 раз, а массу груза оставить неизменной, то период гармонических колебаний уменьшится в 3 раза.

Характер зависимости периода колебаний пружинного маятника от m и k можно понять исходя из энергетических или динамических свойств колебательной системы. Например, из второго закона Ньютона следует, что чем больше k и меньше m, тем больше модуль максимального ускорения грузика и тем быстрее в среднем он движется. Следовательно, тем меньше будет период его колебаний.

Из законов динамики понятно, что чем больше k, тем больше модуль возвращающей силы упругости пружины. Напротив, чем меньше m, тем меньше инертность грузика. Поэтому мы приходим к тому же выводу: чем больше k и чем меньше m, тем большее ускорение будет получать грузик в результате возвращающего действия пружины. Следовательно, тем быстрее он будет возвращаться в положение равновесия и, значит, тем меньше будет период его колебаний.

Отметим, что, в отличие от пружинного, у математического маятника и кинетическая энергия движения его грузика, и потенциальная энергия взаимодействия его с Землёй пропорциональны массе грузика. Поэтому в выражениях, описывающих преобразование потенциальной и кинетической энергий (а также во втором законе Ньютона) величина m будет сокращаться. В результате этого *период свободных гармонических колебаний математического маятника не зависит от его массы.*

Период свободных гармонических колебаний математического маятника длиной l равен:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (7)$$

где g — модуль ускорения свободного падения.

Эту формулу можно также проверить экспериментально и понять из динамических зависимостей. Действительно, чем больше g, тем больше модуль силы тяжести. Следовательно, тем больше будет суммарная возвращающая сила, действующая на грузик маятника, и тем быстрее он будет возвращаться в положение равновесия. Поэтому тем меньше будет период его колебаний T.

Итоги

Если пружинный маятник состоит из лёгкой пружины жёсткостью k и грузика массой m, то в произвольный момент времени t после начала свободных гармонических колебаний его механическая энергия E постоянна и равна сумме потенциальной $\Pi = \frac{k \cdot x^2}{2}$ и кинетической $K = \frac{m \cdot v^2}{2}$ энергий.

$$E = \Pi + K = \frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{k \cdot x_{max}^2}{2},$$

где x — смещение грузика, v — модуль его скорости в этот же момент времени, x_{max} — амплитуда колебаний.

Период свободных гармонических колебаний пружинного маятника равен:

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$, где m — масса грузика, k — жёсткость пружины.

Период свободных гармонических колебаний математического маятника с нитью длиной l равен:

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$, где g — модуль ускорения свободного падения.

Вопросы

1. Изменяется ли полная механическая энергия колебательной системы при свободных гармонических колебаниях?
2. Как изменяются с течением времени потенциальная и кинетическая энергии пружинного маятника при свободных гармонических колебаниях?
3. Как связаны между собой амплитуда и модуль максимальной скорости грузика пружинного маятника при свободных гармонических колебаниях?
4. Как преобразуются потенциальная и кинетическая энергии математического маятника при свободных гармонических колебаниях?

Упражнения

1. Определите полную механическую энергию пружинного маятника при свободных гармонических колебаниях с амплитудой $x_{max} = 2$ см, если коэффициент жёсткости его пружины $k = 200$ Н/м.
2. Определите полную механическую энергию пружинного маятника при свободных гармонических колебаниях, если масса его грузика $m = 0,2$ кг, а модуль его скорости при прохождении положения равновесия $v = 0,1$ м/с.
3. Рассчитайте период свободных гармонических колебаний пружинного маятника, если масса его грузика $m = 0,3$ кг, а жёсткость его пружины $k = 30$ Н/м.
4. Определите модуль максимальной скорости грузика массой $m = 1$ кг пружинного маятника при свободных гармонических колебаниях. Жёсткость лёгкой пружины $k = 400$ Н/м. Амплитуда колебаний грузика $x_{max} = 5$ см.

*5. В начальный момент времени грузик пружинного маятника сместили из положения равновесия на $x_0 = 3$ см и придали ему скорость, модуль которой $v_0 = 2$ см/с. Масса грузика $m = 0,4$ кг, а жёсткость пружины $k = 0,1$ Н/м. Определите амплитуду колебаний грузика.

✔6. Сделайте доклад в классе об опытах Г. Галилея и Х. Гюйгенса по изучению колебаний маятников, используя справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурса http://gotourl.ru/7168.

§ 33 Затухающие и вынужденные колебания. Резонанс

В § 32 мы рассмотрели случай гармонических колебаний, когда работа сил трения и внешних сил равна нулю. В реальном эксперименте получить свободные гармонические колебания невозможно, так как действующие на систему внешние силы, в том числе силы трения, изменяют её энергию. Рассмотрим, как изменяется состояние колебательной системы, если суммарная работа сил трения и внешних сил отлична от нуля.

Пусть, как и ранее, грузик пружинного маятника начинает своё движение из точки $x = x_{max}$ с нулевой начальной скоростью (*см.* рис. 123, *б*). По прошествии некоторого времени t система в соответствии с законом изменения механической энергии будет иметь энергию $E = E_0 + A_{тр} + A_{ex}$, где $A_{тр}$

и A_{ex} – соответственно работы сил трения и внешних сил за промежуток времени от нуля до момента t.

Если суммарная работа сил трения и внешних сил будет отрицательной ($A_{тр} + A_{ex} < 0$), то механическая энергия колебательной системы будет уменьшаться. В результате модуль максимального смещения грузика при каждом последующем колебании тоже будет уменьшаться. Чем больше силы трения и внешние силы, препятствующие движению, тем быстрее будет происходить это уменьшение. Рассмотрим, например, колебательную систему, представляющую собой груз, подвешенный на пружине (рис. 129). В первом случае колебания происходят в воздухе, во втором – в воде. На рис. 130 приведены зависимости смещения x от времени колебаний груза для обоих случаев.

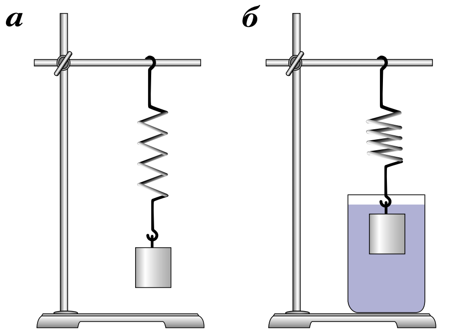


Рис. **129** Силы трения и внешние силы, действующие на пружинный маятник в воздухе (*а*) и в воде (*б*), препятствуют колебательному движению

Такие колебания называют *затухающими*.

Суммарная работа сил трения и внешних сил может быть и положительной ($A_{тр} + A_{ex} > 0$). В этом случае механическая энергия колебательной системы с течением времени будет увеличиваться. В результате будет увеличиваться и модуль максимального смещения грузика при каждом последующем колебании. Для этого необходимо, чтобы внешние силы совершали положительную работу, т. е. воздействовали бы на колебательную систему строго в соответствующие моменты времени и в нужных направлениях.

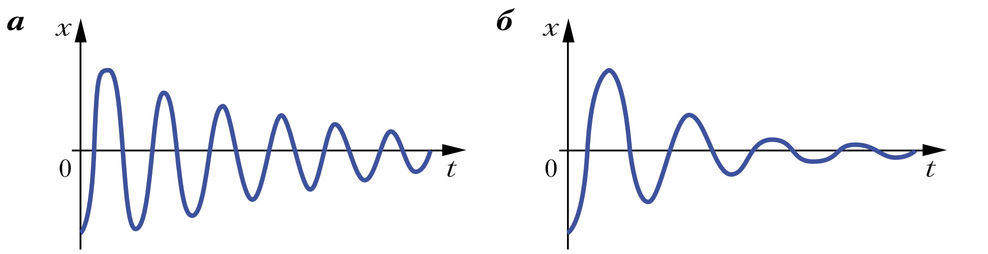


Рис. **130** Чем больше силы трения и внешние силы, тормозящие движение, тем быстрее затухают свободные колебания

Кроме того, за период колебаний эта работа должна быть больше модуля отрицательной работы тормозящих сил трения.

Пример такого воздействия знаком каждому из вас. Раскачивая качели во дворе, вы в соответствующие моменты времени толкаете их в направлении движения, т. е. совершаете положительную работу. Если эта работа больше модуля отрицательной работы сил трения, то амплитуда колебаний будет возрастать.

Колебания, которые происходят под действием изменяющейся со временем внешней силы, называют вынужденными.

Если же суммарная работа сил трения и внешних сил за каждый период равна нулю ($A_{тр} + A_{ex} = 0$), то механическая энергия колебательной системы за время, равное периоду колебания, не изменяется. В этом случае амплитуда колебаний остаётся постоянной, так как работа внешних сил компенсирует потери энергии колебательной системы, связанные с трением. Такие колебания называют *установившимися вынужденными колебаниями*.

Чтобы такие колебания были возможны, на колеблющееся тело должна действовать периодически изменяющаяся внешняя сила, совершающая положительную работу и компенсирующая отрицательную работу сил трения. Эту силу обычно называют *вынуждающей* силой.

Именно установившиеся вынужденные колебания представляют особый интерес.

Рассмотрим пример реализации таких колебаний на примере пружинного маятника, груз которого погружён в воду (рис. 129, *б*). При отсутствии вынуждающей силы колебания в такой системе затухают из-за вязкого трения, тормозящего движение груза (рис. 130, *б*). Ситуация изменится, если груз изготовить из ферромагнитного материала, а под сосудом поместить электромагнит, который будет действовать на груз с периодически изменяющейся силой.

После включения электромагнита первоначально покоившийся груз начнёт раскачиваться. Энергия системы и амплитуда колебаний груза будут увеличиваться. Наступит момент, когда амплитуда колебаний перестанет изменяться. В системе установятся вынужденные колебания.

Обратим внимание на важные свойства установившихся вынужденных колебаний, которые подтверждаются экспериментально.

! Во-первых, частота установившихся вынужденных колебаний равна частоте вынуждающей силы. Во-вторых, амплитуда x_m установившихся вынужденных колебаний зависит от частоты ν вынуждающей силы.

Зависимость $x_m(\nu)$ называют *амплитудно-частотной характеристикой* (АЧХ) данной колебательной системы.

На рис. 131 приведён экспериментально полученный график зависимости $x_m(\nu)$ для рассмотренного выше пружинного маятника, груз которого колеблется в воде, а вынуждающая сила изменяется по гармоническому закону с неизменной амплитудой.

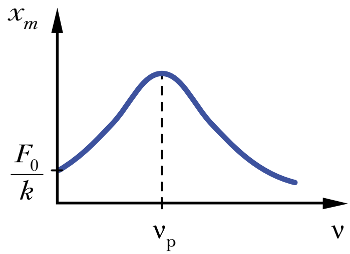


Рис. **131** Амплитудно-частотная характеристика колебательной системы (пружинного маятника) с вязким трением

Проведём анализ этого графика. При малых частотах ν изменения вынуждающей силы амплитуда колебаний стремится к величине $\frac{F_0}{k}$, где F_0 — проекция амплитуды вынуждающей силы, k — жёсткость пружины. Это легко понять. Действительно, при достижении изменяющейся силой значения F_0 деформация пружины по сравнению с положением равновесия, согласно закону Гука, изменится ровно на $\frac{F_0}{k}$. Это значение и будет равно амплитуде установившихся колебаний при очень малой частоте ν.

При увеличении частоты ν амплитуда x_m установившихся вынужденных колебаний увеличивается, пока не достигнет максимума при некоторой частоте $\nu_р$ (*см.* рис. 131). При дальнейшем увеличении частоты амплитуда x_m уменьшается и стремится к нулю. Это можно объяснить с динамической точки зрения. Действительно, при большой частоте вынуждающей силы груз из-за своей инертности не успевает существенно сместиться за тот очень малый промежуток времени, в течение которого вынуждающая сила действует на него только в одном направлении. После этого малого промежутка времени сила тянет груз уже в противоположную сторону. В результате груз как бы «дрожит на месте», и амплитуда его колебаний становится весьма незначительной.

Явление достижения амплитудой установившихся вынужденных колебаний максимального значения при приближении частоты неизменной по амплитуде вынуждающей силы к некоторому значению называют резонансом.

Частоту, при которой наблюдается максимальное значение АЧХ, называют *резонансной частотой* и обозначают $\nu_р$.

Отметим, что вид АЧХ колебательной системы зависит от трения в этой системе. Чем меньше трение в системе, тем сильнее проявляется возрастание амплитуды установившихся вынужденных колеба-

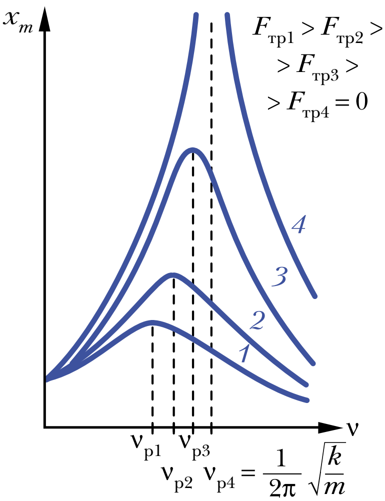


Рис. **132**

ний при приближении частоты вынуждающей силы к $\nu_р$ (рис. 132). Поэтому говорят, что при малом трении резонанс «острый», а при большом — «тупой». Отметим также, что при уменьшении вязкого трения в колебательной системе резонансная частота $\nu_р$ увеличивается и стремится к значению частоты, которую колебательная система имела бы при отсутствии внешних сил и сил трения, т. е. к частоте свободных гармонических колебаний.

Кроме того, при малом трении в колебательной системе даже при небольшой амплитуде F_0 вынуждающей силы амплитуда $x_m(\nu_р)$ установившихся колебаний может быть очень большой. В этом случае под действием вынуждающей силы система теоретически должна «раскачаться» до бесконечно большой амплитуды (кривая *4* на рис. 132). Однако в реальности при больших амплитудах силы упругости, обусловленные большими деформациями, уже не описываются законом Гука. Поэтому такие колебания перестают быть гармоническими. Кроме того, большие деформации могут привести к разрушению колебательной системы.

Итоги

Если суммарная работа сил трения и внешних сил отрицательна ($A_{тр} + A_{ex} < 0$), то механическая энергия колебательной системы уменьшается с течением времени. В результате модуль максимального смещения при каждом последующем колебании уменьшается. Такие колебания называют *затухающими*.

Колебания, которые происходят под действием изменяющейся со временем внешней силы, называют вынужденными.

Явление достижения амплитудой установившихся вынужденных колебаний максимального значения при приближении частоты неизменной по амплитуде вынуждающей силы к некоторому значению называют резонансом.

Частоту, при которой наблюдается максимальное значение АЧХ, называют *резонансной частотой* $\nu_р$.

Вопросы

1. Какие колебания называют: а) затухающими; б) вынужденными; в) установившимися вынужденными колебаниями?
2. Какую силу называют вынуждающей силой?
3. Какие свойства установившихся вынужденных колебаний вы знаете?
4. Как называют зависимость амплитуды установившихся вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы?
5. Какое явление называют резонансом?
6. Чему равна амплитуда установившихся колебаний пружинного маятника, когда вынуждающая сила изменяется: а) очень медленно; б) очень быстро?
7. Какую частоту называют резонансной?
8. Почему колонне солдат запрещают при переходе моста идти в ногу?

§ 34 Механические волны

В предыдущих параграфах вы познакомились с примерами колебаний в колебательных системах и установили, что подобные системы обладают механической энергией. Значит, колебательная система может совершить работу над окружающими её телами. Для этого необходимо взаимодействие колеблющегося тела, например с окружающей средой. В результате такого взаимодействия механическая энергия может быть передана окружающей среде — газу, жидкости, твёрдому телу. При совершении над ними работы характер движения и взаимодействия частей среды друг с другом изменится.

Рассмотрим, как будет происходить этот процесс, если в результате взаимодействия с колеблющимся телом *среда упруго деформируется*, т. е. если между её соседними частями появятся упругие взаимодействия. Это могут быть взаимодействия смежных участков твёрдого тела, слоёв жидкости или газа (например, воздуха).

В этом случае периодическое изменение положения колеблющегося тела вызовет колебания граничащих с этим телом участков окружающей среды. В результате колебание, происходящее в одном месте, будет последовательно передаваться в другие, отдалённые места. При этом деформирование среды будет распространяться в пространстве.

Поясним сказанное на примере. Для этого проведём эксперимент, который позволит представить, как распространяются колебания в некоторых средах. Положим на гладкую горизонтальную поверхность стола длинный

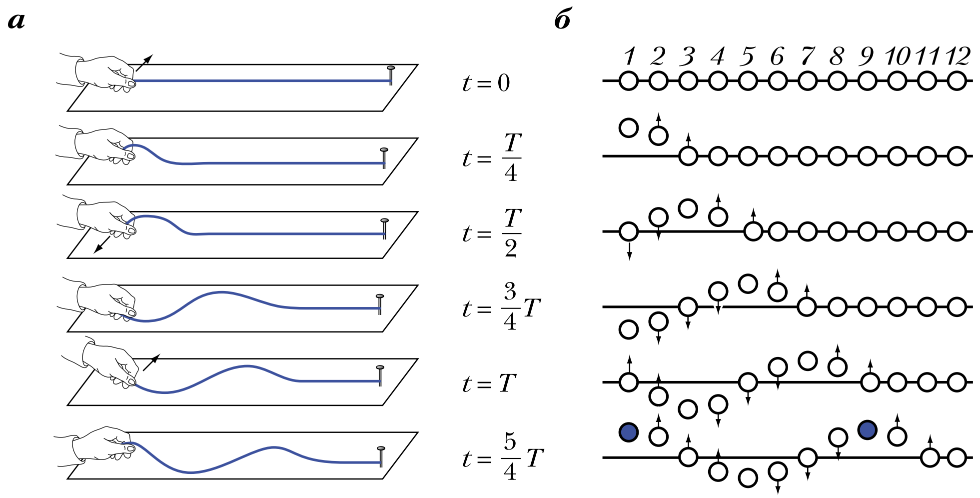


Рис. 133 Распространение волн в упругом натянутом шнуре:
а – колебания частей шнура на гладкой поверхности;
б – модель колебаний частей шнура при прохождении волны

резиновый шнур (рис. 133, *а*). Закрепим его дальний конец. Натянув шнур, заставим его левый конец совершать гармонические колебания с периодом T в поперечном направлении. Мысленно разобьём шнур на множество достаточно мелких равных частей, пронумеруем их и будем следить, как изменяются с течением времени положения этих частей относительно стола.

Смещение части *1* шнура приведёт к возникновению силы, действующей на часть *2*. Эта сила заставит часть *2* сдвинуться вслед за частью *1*. Однако смещение части *2* произойдёт с запозданием по сравнению со смещением части *1*. В свою очередь, смещение части *2* приведёт к возникновению силы упругости, действующей на часть *3*. Она начнёт смещаться вслед за частью *2*, но её смещение опять будет запаздывать по сравнению со смещением части *2*.

К моменту времени $t=\frac{T}{4}$ часть *1* остановится в крайнем положении, а части *2* и *3* будут продолжать движение. При этом часть *3* шнура начнёт тянуть за собой часть *4*. После этого часть *1* начнёт движение в обратную сторону и потянет за собой часть *2*, а та, в свою очередь, – часть *3* и т. д. Отметим, что в это время $\left(t=\frac{T}{2}\right)$ часть *4* ещё только начнёт тянуть часть *5* в направлении первоначального смещения. Таким образом, запаздывание в смещении части шнура будет тем больше, чем дальше от колеблющегося конца шнура находится эта часть.

Изменение равновесного состояния системы в какой-либо её части называют *возмущением*. В данном случае возмущением стало периодическое перемещение рукой части *1*. Это привело к появлению в шнуре изменяющихся с течением времени сил упругости и, как следствие, изменяющихся ускорений, скоростей и смещений остальных частей системы. Причём эти изменения повторяются в каждой части системы периодически. Можно сказать, что *возмущение части 1 распространяется вдоль шнура*, удаляясь с течением времени от первоначального места, где под действием руки совершает колебания часть *1*.

Распространяющиеся в упругой среде возмущения называют бегущими упругими волнами.

Скорость распространения этих возмущений называют скоростью волны.

Отметим, что в результате действия упругих сил каждая часть среды (шнура) передаёт следующей части среды механическую энергию. Таким образом, в рассматриваемой бегущей волне происходит перенос энергии в направлении распространения волны. При этом все части среды (шнура) колеблются около своих положений равновесия, т. е. в среднем остаются на месте. Таким образом,

! в бегущей волне происходит перенос энергии без переноса вещества.

Рассмотрим момент времени $t = T$ (*см.* рис. 133). К этому моменту времени часть *1* завершит своё полное первое колебание. Связанная с нею часть *2* завершит его позже, так как она позже начала его. Ещё позднее завершит своё полное первое колебание часть *3* и т. д.

Обратим особое внимание на часть *9*. В рассматриваемый момент времени $t = T$ она только начинает своё первое колебание. Её состояние, характеризуемое смещением, скоростью и ускорением, аналогично состоянию части *1*, которая только начинает своё второе колебание. Отметим, что в процессе дальнейшего движения (например, момент времени $t = \frac{5}{4}T$) части *1* и *9* будут двигаться *одинаково*, т. е. они будут иметь одинаковые смещения, скорости и ускорения. Расстояние между такими точками бегущей волны равно расстоянию, на которое распространяется возмущение за время одного периода колебаний T. Оно имеет специальное название.

Расстояние, на которое распространяется возмущение за время, равное периоду колебаний, называют длиной волны.

Длину волны обозначают греческой буквой λ (читается «лямбда»).

Вернёмся к рассмотрению движения частей шнура в момент времени $t = \frac{5}{4}T$. В соответствии с определением расстояние между точками, в которых находятся одинаково движущиеся части *1* и *9*, равно длине волны λ. Однако из рисунка видно, что это не единственная пара частей, которые движутся одинаково. Так же одинаково в любой момент времени движутся, например, части *2* и *10*. Расстояние между ними также равно длине волны λ. То же самое можно сказать про части *3* и *11* и т. д.

! Из определения длины волны следует, что она связана со скоростью распространения бегущей волны и её периодом:
$\lambda = v \cdot T$.

Отметим особо, что скорость волны нельзя путать со скоростью движения колеблющихся частиц среды, тем более что направления этих скоростей могут не совпадать. Например, в рассмотренном нами случае со шнуром направление скорости распространения волны перпендикулярно направлению скоростей колеблющихся частей шнура.

Волны, в которых колебания частиц происходят перпендикулярно направлению распространения самой волны, называют поперечными.

Существуют волны, в которых колебания частиц происходят *вдоль* направления распространения самой волны. Такие волны называют *продольными*.

Волны, в которых колебания частиц происходят вдоль направления распространения волны, называют продольными.

Примеры таких волн приведены на рис. 134 и 135. Так, при гармоническом возмущении рукой левого конца пружины её соседние витки будут то сближаться, образуя сгущения, то удаляться друг от друга, образуя разрежения. Под действием сил упругости эти возмущения будут передаваться от витка к витку вдоль пружины. Похожий процесс будет происходить и в трубе при гармонических колебаниях поршня: сгущения и разрежения воздуха будут распространяться вдоль трубы (*см.* рис. 135).

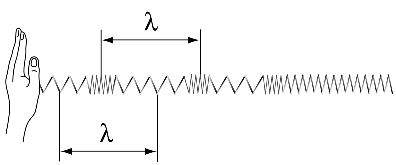


Рис. **134** Распространение продольных волн в упругой пружине

Таким образом, в продольной волне наблюдаются сгущения и разрежения среды (сжатия и растяжения). Длина волны для продольных

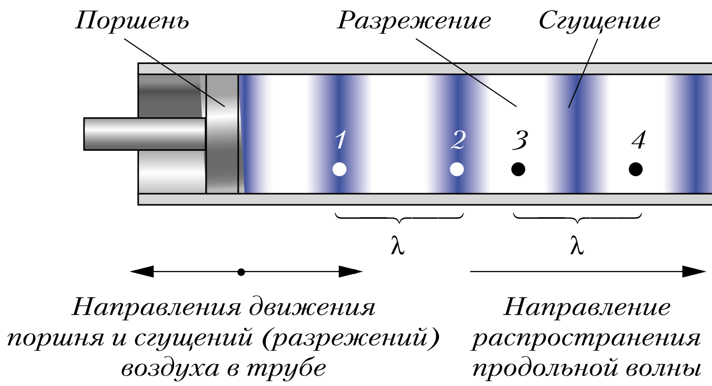


Рис. 135 В воздухе при прохождении продольной волны образуются зоны сгущения и разрежения

волн определяется так же, как и для поперечных. Она равна расстоянию, на которое распространяется возмущение за время, равное периоду колебаний. Поэтому длина продольной волны также равна расстоянию между двумя ближайшими точками среды, движущимися одинаково. Это расстояние соответствует расстоянию между ближайшими максимальными сгущениями или разрежениями среды (*см.* рис. 135).

В жидкостях и газах упругие волны могут быть только продольными. Они образуются благодаря действию упругих сил (сил давления) со стороны сжатого слоя на соседние слои. Силами же взаимодействия между слоями жидкости или газа при сдвиге одного слоя относительно другого при малой вязкости среды можно пренебречь. Поэтому в жидкостях и газах с малой вязкостью поперечные волны не распространяются. **К**

Иначе обстоит дело с твёрдыми телами. В них силы упругости возникают при любом смещении одного слоя относительно другого. Поэтому *в твёрдых телах возможны как продольные, так и поперечные упругие волны.*

! В жидкостях и газах упругие волны могут быть только продольными.
В твёрдых телах возможны как продольные, так и поперечные упругие волны.

В заключение отметим, что модуль скорости упругих продольных и поперечных волн зависит от упругих свойств (жёсткости) среды и её плотности.

К Отметим, что знакомые каждому из вас волны, возникающие на поверхности жидкости (например, на поверхности моря), не являются ни продольными, ни поперечными, а имеют более сложный характер.

Чем более упругой является среда, тем быстрее передаётся возмущение от одной её точки к другой. Чем меньше плотность среды (масса единицы объёма), тем меньшей инертностью обладает каждая её часть. В такой среде возмущения передаются быстрее. Поэтому, чем более упругой является среда и чем меньше её плотность, тем (вспомните закон Гука и второй закон Ньютона) быстрее передаются возмущения и больше скорость распространения упругой волны.

Напротив, в веществах с большой плотностью и малой упругостью возмущения будут передаваться медленнее и скорость упругой волны будет меньше.

Итоги

Распространяющиеся в упругой среде возмущения называют бегущими упругими волнами.

Скорость распространения в среде механических возмущений называют скоростью волны.

В бегущей волне происходит перенос энергии без переноса вещества.

Расстояние, на которое распространяется возмущение за время, равное периоду колебаний, называют длиной волны.

Длина волны связана со скоростью распространения бегущей волны и её периодом:
$\lambda = v \cdot T$.

Вопросы

1. Что называют: а) возмущением; б) бегущими упругими волнами; в) скоростью волны?
2. Почему говорят, что в волне происходит перенос энергии без переноса вещества?
3. Что называют длиной волны? Как связаны длина волны и её скорость?
4. Какие волны называют: а) поперечными; б) продольными?
5. Какими физическими свойствами среды определяется скорость распространения упругих волн?
6. Почему в жидкостях и газах упругие волны могут быть только продольными?
7. Могут ли в твёрдых телах распространяться поперечные упругие волны? Почему?

Упражнения

1 Скорость распространения упругой волны в воздухе при нормальных условиях равна 330 м/с. Определите длину этой волны, если её источник колеблется с периодом $0{,}1$ с.

2 Длина упругой волны, распространяющейся в воде, равна 1 см. Определите частоту источника колебаний, если скорость распространения этой волны $1{,}5$ км/с.

3 Известно, что скорость упругой волны, распространяющейся в древесине вдоль её волокон, в 4 раза больше, чем скорость такой же волны, распространяющейся поперёк её волокон. Определите длину волны, распространяющейся вдоль волокон, если скорость волны от того же источника, распространяющейся поперёк волокон, равна $1{,}2$ км/с. Частота колебаний равна 10 кГц.

✔4 Подготовьте реферат на тему «Ветровые волны», используя справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурса http://gotourl.ru/7169. Сделайте сообщение в классе.

§ 35 Звук

Среди всех видов упругих волн особое место занимают звуковые волны. Ухо человека воспринимает в виде звуковых ощущений (звука) колебания, имеющие частоты примерно от 16 Гц до 20 кГц. Поэтому колебания с такими частотами принято называть *звуковыми*.

Звуковые колебания, которые распространяются в окружающей нас среде, достигают уха в виде упругих волн. Обычно этой средой является воздух, но звуковые колебания распространяются также в жидких и твёрдых веществах. Каждый, кто нырял под воду, мог слышать различные звуки, например удары под водой твёрдых предметов друг о друга, плеск вёсел, шум винтов и т. п. Хорошо также известно, что если приложить ухо к железнодорожному рельсу, то можно услышать звук приближающегося поезда задолго до того, как этот звук дойдёт по воздуху.

! Звуковыми волнами называют упругие волны с частотами от 16 Гц до 20 кГц. Упругие волны с частотами менее 16 Гц называют инфразвуковыми, а волны с частотами более 20 кГц — ультразвуковыми.

Приведённые границы звукового диапазона условны, так как зависят от индивидуальных слуховых особенностей каждого человека. Заметим, что некоторые животные, например собаки и дельфины, слышат ультразвуковые колебания с частотами более 30 кГц.

Звуковые волны в газах и жидкостях представляют собой продольные упругие волны. Скорость их распространения зависит от упругих свойств среды и её плотности. Отметим, что в твёрдых телах возможно распространение и поперечных звуковых волн.

Скорости распространения продольных звуковых волн в некоторых средах приведены в табл. 9.

Таблица 9

Среда	Скорость, м/с (при $t = 20$ °С)
Воздух	340
Пробка	500
Резина	1040
Вода	1483
Эбонит	2405
Медь	4700
Сталь	5000–6100
Дерево	5000
Стекло	5500

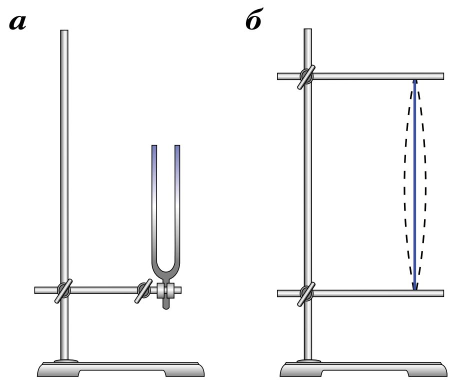


Рис. **136** Источники звука:
а — камертон;
б — струна

Звуковые волны имеют источник звука. Им может быть любое тело, совершающее колебания с частотами звукового диапазона, например камертон, струна (рис. 136). Человеческий голос, который представляет собой колебания в звуковом диапазоне, тоже имеет источник — голосовые связки. Напряжение этих связок в горле приводит к их вибрации (колебаниям).

Если между источником звука и ухом находится упругая среда, то звуковые колебания источника возбуждают в этой среде звуковую волну, которая достигает уха.

! Для передачи звука необходимо наличие упругой среды между источником звука и его приёмником.

Если вокруг источника звука нет упругой среды, то звук распространяться не будет. Например, если поместить электрический звонок под стеклянный колпак и начать откачивать из-под него воздух, то звук, слышимый нами, будет становиться всё тише и тише, пока не исчезнет. K

K Опыты показывают, что упругие тела (например, металлы, дерево, жидкости и газы) хорошо проводят звук. Напротив, пористые тела — плохие проводники звука. Поэтому такие материалы, как войлок, ткани, прессованные опилки, используют для звукоизоляции.

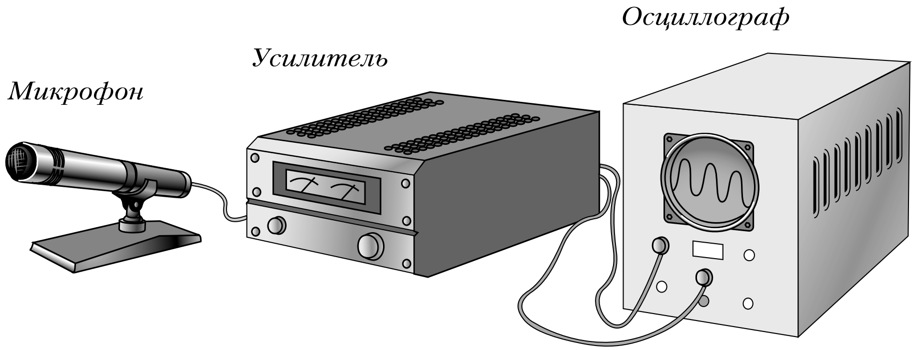


Рис. 137 Установка для исследования характеристик звуковых волн состоит из микрофона, усилителя электрических сигналов и осциллографа

Звуки, которые мы слышим, различаются. Человеческий голос может быть громким и еле слышимым, низким (басистым) и высоким (писклявым), звонким и хриплым.

Звук характеризуют *громкостью*, *высотой тона* и *тембром*.

Чтобы исследовать характеристики различных звуков, можно использовать установку, изображённую на рис. 137. Микрофон, который является приёмником звука, преобразует звуковые колебания в колебания электрического напряжения. Усиленные с помощью специального усилителя, они подаются на вход осциллографа. Этот прибор преобразует колебания электрического напряжения в видимое изображение, показывая зависимость напряжения от времени. В результате на экране осциллографа будут отображаться колебания напряжения, соответствующие изучаемым звуковым колебаниям.

Расположим перед микрофоном камертон — специальный прибор, который используют в качестве источника звука *определённой частоты*. Камертон представляет собой металлический стержень, имеющий две упругие ветви (*см.* рис. 136, *а*). Если ударить по ветви камертона молоточком, то мы услышим звук, возбуждаемый колебаниями камертона. При этом на экране осциллографа мы увидим зависимость напряжения от времени в виде синусоиды (рис. 138, *а*). Следовательно, звуковые колебания камертона являются гармоническими.

Ударим по камертону сильнее. При этом увеличится *громкость* его звучания. Одновременно увеличится и амплитуда колебаний на экране осциллографа. Следовательно, *громкость звука зависит от амплитуды колебаний его источника*, правильнее сказать — от энергии звуковой волны.

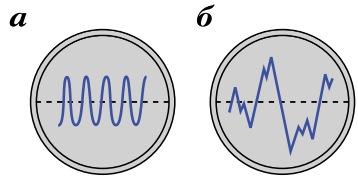


Рис. **138** На экране осциллографа отображаются колебания, соответствующие звуковым колебаниям: *а* – камертона; *б* – музыкального инструмента

Отметим, что громкость звука, воспринимаемая человеком, не пропорциональна энергии звуковой волны. Так, если поступающую к уху энергию увеличить в 10 раз, то для человека громкость звука возрастёт всего в 2 раза. При увеличении энергии в 100 раз громкость возрастёт в 4 раза и т. д. Такая зависимость воспринимаемой человеком громкости звука от поступающей к уху энергии звуковой волны связана с особенностью нашего слуха. Это позволяет нам слышать и шелест листьев, и рёв урагана.

Если частота звука приближается к границам слышимости (к 16 Гц или 20 кГц), то громкость воспринимаемого звука уменьшается. Поэтому громкость звука зависит не только от энергии звуковой волны, но и от её частоты.

! Громкость звука зависит от энергии звуковой волны и от частоты колебаний.

Звуки, издаваемые гармонически колеблющимися телами, например камертонами, называют *чистыми музыкальными*. Звуки различных камертонов отличаются друг от друга частотой колебаний. Про такие звуки говорят, что они различаются по *высоте тона*.

! Чем больше частота чистого музыкального звука, тем выше его тон.

Воздействие звуковой волны на барабанную перепонку уха зависит от амплитуды колебаний давления воздуха в звуковой волне. Человеческое ухо является совершенным созданием природы, способным воспринимать звуки в огромном диапазоне амплитуд колебаний: от слабого писка комара до грохота ракеты. При амплитудах колебаний меньше *порога слышимости* человек перестаёт слышать звук. При частотах звука около 3,5 кГц порогу слышимости соответствуют амплитуды колебаний давления меньше 10 Па. При таком слабом звуке молекулы воздуха колеблются в звуковой волне с амплитудой всего лишь $\sim 10^{-10}$ см!

Болевой порог, при котором возникают болевые ощущения, соответствует амплитудам колебаний давления в звуковой волне, превышающим 10^8 Па. Таким образом, человеческое ухо способно воспринимать волны, в которых звуковое давление изменяется в миллионы раз. Так как энергия, приносимая звуковой волной, пропорциональна квадрату амплитуды колебаний давления, то энергетический диапазон воспринимаемых звуков имеет порядок 10^{14}!

Звук человеческого голоса может быть низкого тона — бас (звук с частотой от 70 до 300 Гц), а может быть и высокого тона — колоратурное сопрано (звук с частотой до 1400 Гц). Различные струны музыкальных инструментов, например гитары, совершают колебания с разными частотами. Поэтому они издают звуки разного тона.

В отличие от чистых музыкальных звуков есть звуки, которым не соответствует определённая частота. Такие звуки называют *шумом*. Шум представляет собой беспорядочное наложение звуков разных частот.

Наконец, рассмотрим особую характеристику звука, отличающую, например, разные музыкальные инструменты, — *тембр звука*. Если сыграть одну и ту же ноту на разных музыкальных инструментах перед подключённым к осциллографу микрофоном, то на экране осциллографа будет изображаться не синусоида, а более сложная периодически изменяющаяся кривая (*см.* рис. 138, *б*). Такую кривую можно представить в виде суммы синусоид (косинусоид) с кратными частотами разных амплитуд. Колебание с наименьшей частотой называют *основным тоном*, а остальные колебания — с бóльшими частотами — *обертонами* или *гармониками* (рис. 139).

Высота сложного звука определяется высотой его основного тона.

Наличие или отсутствие в звуке тех или иных обертонов (гармоник) и определяет тембр звука. Тембр звука связан со строением его источника. Устройство разных музыкальных инструментов различается, поэтому они обладают разным тембром.

Строение голосового аппарата каждого человека также имеет свои особенности. В результате голоса людей различаются по тембру. Это и позволяет нам узнавать знакомые голоса.

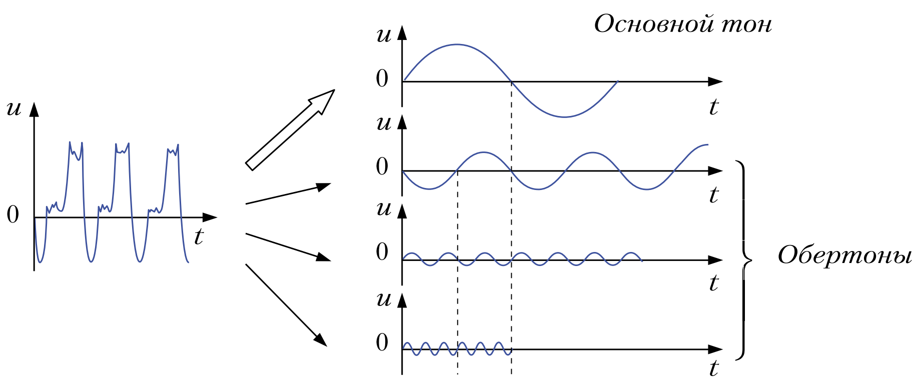


Рис. **139** Звук музыкального инструмента представляет собой совокупность чистых музыкальных звуков с кратными частотами разных амплитуд

Итоги

Звуковыми волнами называют упругие волны с частотами от 16 Гц до 20 кГц. Упругие волны с частотами менее 16 Гц называют *инфразвуковыми*, с частотами более 20 кГц – *ультразвуковыми*.
Для передачи звука необходимо наличие упругой среды между источником звука и его приёмником.
Звук характеризуют *громкостью*, *высотой тона* и *тембром*.
Громкость звука зависит от энергии звуковой волны и её частоты.
Звуки, издаваемые гармонически колеблющимися телами, называют *чистыми музыкальными*.
Чем больше частота чистого музыкального звука, тем выше его тон.
Про звук, представляющий собой совокупность чистых музыкальных звуков с кратными частотами разных амплитуд, говорят, что он обладает *тембром*.

Вопросы

1. Что называют звуковыми волнами?
2. Что может являться источником звука?
3. Почему для передачи звука необходимо наличие упругой среды между источником звука и его приёмником?
4. Какими физическими величинами характеризуют звук?
5. От чего зависит: а) громкость звука; б) высота тона?
6. Что называют шумом?
7. Чем определяется тембр звука?

Упражнения

1. Определите длину звуковой волны частотой 1 кГц в воздухе и в стекле.
2. Ученик 9 класса Алексей, наблюдая за грозой, хочет определить расстояние до места вспышки молнии. Раскаты грома он слышит через 10 с после вспышки молнии. Помогите Алексею определить, на каком расстоянии он находится от грозы.
3. Определите диапазоны длин звуковых волн: а) в воздухе; б) воде; в) в стали.
4. Объясните, почему мы не слышим звука при колебаниях груза массой 1 г, подвешенного на пружине жёсткостью 1 Н/м. Услышим ли мы звук при колебаниях этого груза, если жёсткость пружины увеличить в 10^4 раз?

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Движение, при котором все его характеристики периодически повторяются, называют периодическим колебательным движением (периодическими колебаниями).

Минимальный промежуток времени, через который повторяются все характеристики периодического колебательного движения, называют периодом колебаний.

Колебания в системе, обусловленные действием только внутренних сил, называют свободными.

Свободные колебания происходят благодаря начальному запасу энергии системы.

Колебания, при которых зависимость смещения от времени представляет собой косинусоиду или синусоиду, называют гармоническими.

Колебательную систему, состоящую из маленького шарика на лёгкой пружине, другой конец которой закреплён, называют *пружинным маятником*.

Математическим маятником называют материальную точку, совершающую при действии на неё силы тяжести колебания на невесомой нерастяжимой нити, другой конец которой закреплён.

Период свободных гармонических колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Период свободных гармонических колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Распространяющиеся в упругой среде механические возмущения называют бегущими упругими волнами.

Скорость распространения в среде механических возмущений называют скоростью волны.

При волновом процессе происходит *перенос энергии без переноса вещества*.

Расстояние, на которое распространяется возмущение за время, равное периоду колебаний, называют длиной волны.

Длина волны связана со скоростью распространения бегущей волны и её периодом:

$$\lambda = v \cdot T.$$

Глава **7**

Электромагнитные колебания и волны

В предыдущей главе вы познакомились с механическими колебаниями и волнами. Колебательные процессы могут происходить и в различных электрических цепях. Например, электрический ток в электросети вашего дома, к которой подключены телевизоры, компьютеры, утюги, холодильники и т. д., является *переменным*, т. е. изменяющимся с течением времени.

Вы также знаете, что в окружающем нас пространстве могут распространяться электромагнитные волны. С помощью этих волн осуществляют передачу теле- и радиосигналов, в том числе сигналов хорошо знакомой вам мобильной телефонной связи.

Знакомству с электрическими и электромагнитными колебаниями посвящена настоящая глава.

§ 36 Переменный электрический ток

Напомним, что *упорядоченное движение заряженных частиц называют электрическим током*. Электрический ток характеризуют *силой тока*.

Силой тока в момент времени t называют физическую величину, равную отношению заряда, прошедшего через поперечное сечение проводника за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t, к длительности этого промежутка времени.

Обратим внимание на то, что приведённое определение силы тока отличается от данного в 8 классе. Это связано с тем, что тогда мы изучали свойства и действия постоянного электрического тока, у которого сила тока не изменяется с течением времени. Длительность промежутка времени, за который определялась сила тока, не играла роли. Теперь мы переходим к изучению изменяющихся с течением времени токов. Поэтому промежуток времени, используемый при определении силы тока, должен быть достаточно малым (настолько, чтобы в течение этого промежутка изменением силы тока можно было бы пренебречь).

Электрический ток, используемый на производстве и в быту, как правило, не является постоянным. Чаще всего сила тока изменяется *по гармоническому закону*, т. е. зависимость силы тока от времени представляет собой синусоиду. Половину периода ток в цепи течёт в одном направлении, а вторую половину периода — в противоположном направлении. **К**

Если сила тока с течением времени изменяется по гармоническому закону, то такой ток называют переменным.

Как же получают переменный электрический ток? Чтобы разобраться в этом вопросе, вспомним явление электромагнитной индукции, с которым вы познакомились в 8 классе. Это явление состоит в том, что при относительном движении магнита (или другого источника магнитного поля) и замкнутой электрической цепи в этой цепи возникает электрический ток, который называют *индукционным*. В этом случае сила тока в цепи зависит от того, насколько быстро изменяется магнитное поле в той области пространства, которую ограничивает замкнутая цепь.

Магнитное поле можно описывать с помощью магнитных линий. Поэтому **закон электромагнитной индукции Фарадея** можно сформулировать следующим образом.

Сила индукционного тока в замкнутой цепи проводников прямо пропорциональна быстроте изменения числа магнитных линий, пронизывающих площадь, ограниченную этой цепью.

Поместим в однородное магнитное поле проволочную рамку (рис. 140). Через площадь, ограниченную этой рамкой, проходит определённое число магнитных линий. Начнём равномерно поворачивать рамку вокруг оси OO'. Тогда число магнитных линий, пронизывающих площадь рамки, будет изменяться с течением времени. Если бы рамка была замкнутой, то по закону электромагнитной индукции в ней возник бы индукционный ток.

К Строго говоря, любой ток, который не является постоянным, можно называть переменным. Однако у наиболее распространённых переменных токов сила тока с течением времени изменяется по гармоническому закону. Поэтому часто во многих учебниках переменным называют именно такой ток. Мы также будем придерживаться этой терминологии.

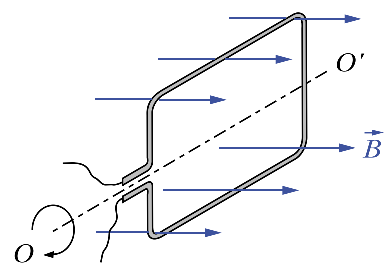


Рис. **140** При повороте замкнутой рамки в магнитном поле в ней возникает индукционный ток

Рассмотрим процесс изменения числа магнитных линий, пронизывающих площадь рамки, подробнее. В начальный момент времени (*см.* рис. 140) это число максимально. При повороте по часовой стрелке число этих линий будет уменьшаться. В момент времени, когда рамка повернётся на 90°, это число станет равным нулю. При дальнейшем увеличении угла поворота магнитные линии начнут пронизывать площадь рамки с противоположной стороны. Когда угол поворота станет равен 180°, количество магнитных линий, пронизывающих площадь рамки с обратной стороны, достигнет максимума. После этого оно начнёт уменьшаться и вновь станет равно нулю, в тот момент времени, когда рамка повернётся на 270°. При дальнейшем повороте число линий будет увеличиваться и опять достигнет максимума. Это произойдёт в тот момент, когда рамка, повернувшись на 360°, вернётся в исходное положение. Далее процесс будет повторяться.

! Можно показать, что при равномерном вращении рамки число магнитных линий, пронизывающих её площадь, изменяется с течением времени по гармоническому закону с периодом, равным периоду вращения рамки. При этом быстрота изменения числа магнитных линий, пронизывающих площадь рамки, изменяется по гармоническому закону с тем же периодом.

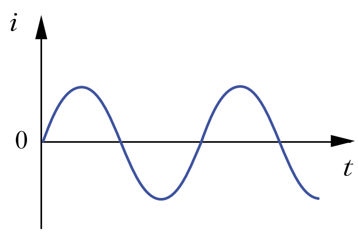


Рис. **141** При равномерном вращении рамки в магнитном поле сила индукционного тока в ней меняется по гармоническому закону

Если бы рамка была замкнутой, то сила индукционного тока (которая прямо пропорциональна быстроте изменения числа магнитных линий) также изменялась бы по гармоническому закону (рис. 141).

Эксперимент показывает, что если концы рамки, равномерно вращающейся в однородном магнитном поле, разомкнуты, то между ними возникает *переменное напряжение*. Это напряжение изменяется с течением времени по гармоническому закону.

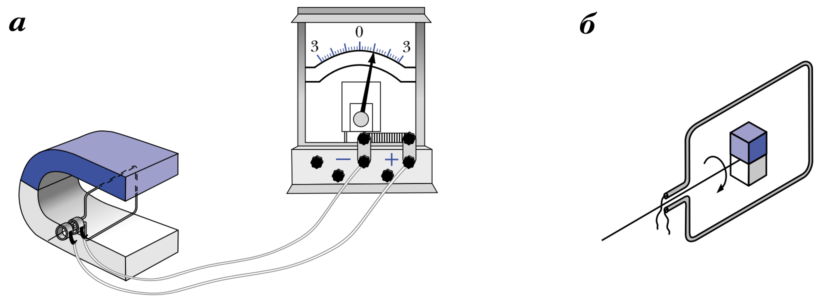


Рис. **142** Получение переменного напряжения: с помощью рамки, вращающейся в однородном магнитном поле (*а*); с помощью равномерно вращающегося магнита (*б*)

Подключим к концам равномерно вращающейся рамки два провода так, как показано на рис. 140. Подсоединим эти провода к какому-нибудь электрическому прибору, например к утюгу. В результате мы получим замкнутую электрическую цепь, ток в которой будет переменным.

! Вращающаяся в однородном магнитном поле проволочная рамка будет выполнять в этой цепи роль источника переменного тока.

Для того чтобы при вращении рамки провода не закручивались, используют специальные скользящие контакты (рис. 142, *а*). Однако, как оказалось, можно не вращать рамку с подключёнными к ней проводами, а вместо этого вращать источник магнитного поля — постоянный магнит (рис. 142, *б*). *При равномерном вращении магнита неподвижная рамка становится источником переменного напряжения.*

По такому принципу работают *генераторы многих электростанций*. На рис. 143 показано устройство подобного генератора гидроэлектростанции. Цифрой *1* обозначен статор — неподвижная часть генератора, в которой расположены рамки, аналогичные изображённой на рис. 142, *б*. Цифрой *2* обозначен ротор — вращающаяся часть генератора. Он представляет собой электромагнит сложной формы. Этот вращающийся электромагнит и является источником изменяющегося магнитного поля. При этом

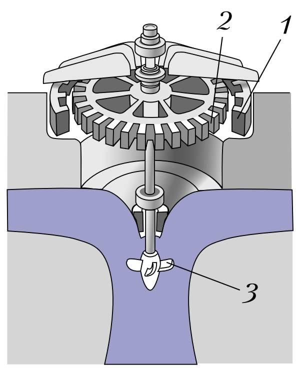


Рис. **143** Устройство генератора переменного тока в рамках вырабатывается переменное электрическое напряжение. Цифрой *3* обозначена водяная турбина, которая обеспечивает вращение ротора *2*.

Скорость вращения турбины и число пар магнитных полюсов на электромагните ротора определяют частоту вырабатываемого электрического тока.

Стандартная частота переменного тока в России и других странах Европы равна 50 Гц. Таким образом, электрический ток, протекающий через любой подключённый к сети прибор в вашем доме, каждую секунду 100 раз меняет своё направление: 50 раз он течёт в одну сторону, 50 раз — в другую.

Амплитуда переменного напряжения, вырабатываемого генераторами электростанций, по техническим причинам обычно не превышает 1–20 кВ. При таком напряжении передача электрической энергии на большие расстояния приводит к значительным потерям, связанным с выделением количества теплоты в проводах линий электропередачи (по закону Джоуля — Ленца). Чем меньше амплитуда переменного напряжения, тем больше будут потери энергии в линии электропередачи. Чтобы уменьшить эти потери, перед передачей электроэнергии на большие расстояния амплитуду подаваемого в линию переменного напряжения увеличивают до сотен киловольт (рис. 144). Перед подачей электроэнергии потребителю амплитуду напряжения, напротив, уменьшают, так как использование столь высокого напряжения связано с большими техническими сложностями и не позволяет обеспечить достаточную электробезопасность.

Для увеличения (или уменьшения) амплитуды переменного напряжения используют специальные устройства — *трансформаторы*. Устрой-

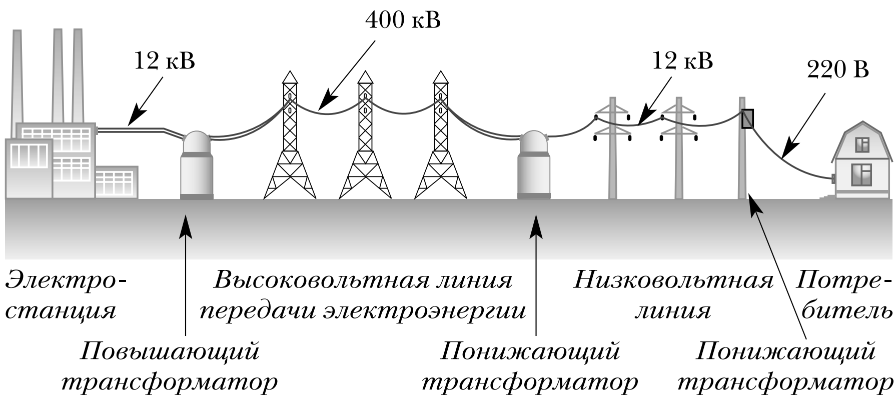


Рис. **144** Схема передачи электроэнергии на большие расстояния

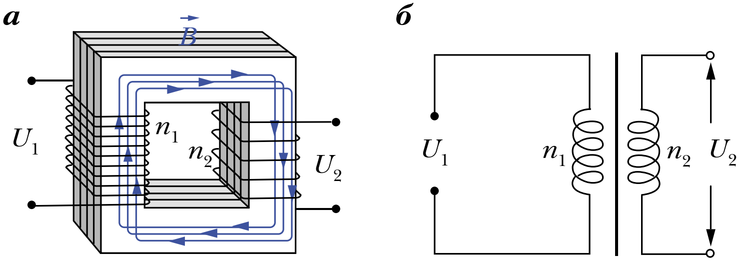


Рис. **145** Устройство (*а*) и электрическая схема (*б*) простейшего трансформатора

ство простейшего трансформатора показано на рис. 145. Он состоит из сердечника и двух обмоток. Сердечник представляет собой набор плотно прижатых и изолированных друг от друга пластин из магнитно-мягкого железа. На сердечник намотаны две катушки (обмотки) из изолированных проводов, имеющие разное число витков: n_1 и n_2. Если к концам первой обмотки подключить источник переменного напряжения с амплитудой U_1, то в ней появится переменный ток. Этот ток создаст в сердечнике изменяющееся магнитное поле. Линии этого поля, сосредоточенные в сердечнике, пересекают площади витков второй обмотки. Изменение по гармоническому закону числа этих линий приводит к тому, что между концами второй обмотки возникает переменное напряжение с амплитудой U_2. Эксперимент показывает, что в идеальном случае отношение U_2 к U_1 равно отношению n_2 к n_1:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Если $\frac{n_2}{n_1} > 1$, то трансформатор называют *повышающим*, если это отношение меньше единицы — *понижающим*.

Отметим, что простота изменения (увеличения или уменьшения) амплитуды напряжения с достаточно большим коэффициентом полезного действия является одной из основных причин широкого использования в технике и быту переменного, а не постоянного тока.

Итоги

Силой тока в момент времени t называют физическую величину, равную отношению заряда, прошедшего через поперечное сечение проводника за достаточно малый промежуток времени Δt, начинающийся сразу после момента времени t, к длительности этого промежутка времени.

Если сила тока с течением времени изменяется по гармоническому закону, то такой ток называют переменным.

Вопросы

1. Что называют силой тока?
2. Какой электрический ток называют переменным?
3. Каким образом можно получить: а) переменный ток; б) источник переменного тока?
4. На каком явлении основана работа электрогенератора?
5. Чему равна стандартная частота промышленного тока в России?

Упражнения

1. Период вращения равномерно вращающейся в однородном магнитном поле замкнутой проволочной рамки равен $0{,}1$ с. Определите период и частоту переменного электрического тока в этой рамке.
2. Электростанции некоторых стран, например США, вырабатывают переменный ток частотой 60 Гц. Определите период вращения ротора электрогенератора на этой электростанции, если он состоит из одного магнита, а статор — из одной рамки.

*3. Постройте в тетради график зависимости силы переменного тока от времени, если сила тока изменяется по гармоническому закону с амплитудой $I = 3$ А и частотой $\nu = 50$ Гц.

4. Во сколько раз должно отличаться число витков в обмотках идеального трансформатора, если он преобразует напряжение с амплитудой 100 В в напряжение с амплитудой $1{,}2$ кВ?

§ 37 Колебательный контур. Свободные электромагнитные колебания

В § 36 мы установили, что если к источнику переменного тока подключить, например, электрическую плитку, то сила тока в образовавшейся цепи будет изменяться по гармоническому закону. Такие колебания силы тока являются *установившимися вынужденными колебаниями*. Они происходят под действием *внешнего источника*, напряжение которого изменяется по гармоническому закону.

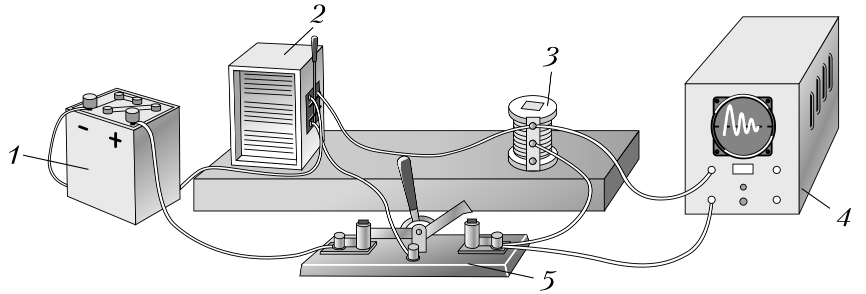


Рис. **146** Установка для изучения колебаний в колебательном контуре

Эксперименты показывают, что можно собрать электрическую цепь, в которой будут происходить *электромагнитные колебания* только за счёт начального запаса энергии (т. е. свободные электромагнитные колебания). При этом цепь представляет собой электромагнитную колебательную систему.

Рассмотрим пример такой системы — *колебательный контур*. Он состоит из соединённых между собой катушки индуктивности и конденсатора.

Из курса физики 8 класса вы уже знаете, что такое конденсатор.

Катушка индуктивности представляет собой каркас из диэлектрика, на который намотаны витки провода, покрытого изолирующим слоем. Картина силовых линий магнитного поля такой катушки индуктивности при протекании по её виткам постоянного тока вам хорошо знакома.

На рис. 146 показана экспериментальная установка, состоящая из конденсатора *2* с подключаемой к нему через ключ *5* катушкой индуктивности *3*, а также источника постоянного тока *1* и осциллографа *4*. Подключённый к катушке осциллограф позволяет наблюдать, как изменяется напряжение на катушке в зависимости от времени.

Электрическая схема установки приведена на рис. 147. Подключим конденсатор *2* к источнику тока *1*, переведя ключ *5* в положение *6*. В результате конденсатор зарядится. После этого переведём ключ *5* в положение *7*, т. е. отключим заряженный конденсатор от источника тока, соединив его с катушкой индуктивности. Тем самым будет создан колебательный контур.

! Колебательный контур состоит из конденсатора и соединённой с ним катушки индуктивности.

Осциллограф покажет, что после замыкания ключа в колебательном контуре возникают колебания напряжения. При этом зависимость напряжения от времени представляет собой затухающие колебания (*см.* рис. 147).

Эксперимент позволяет установить, что чем меньше сопротивление проводов, тем медленнее затухают колебания. Этот факт легко объясним.

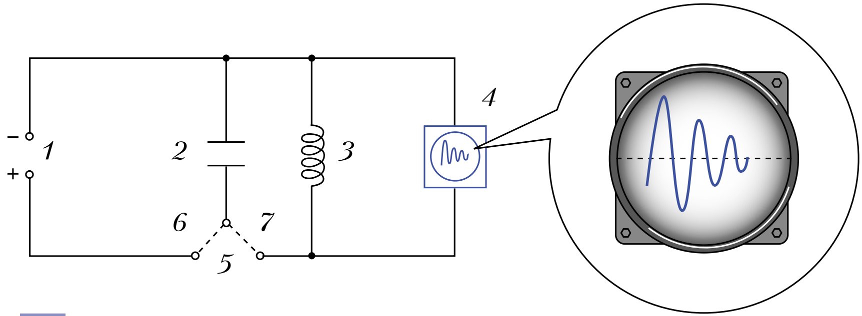


Рис. **147** Электрическая схема установки. Осциллограф показывает, что после перевода ключа в положение *7* в колебательном контуре возникают колебания напряжения

Вы знаете, что при протекании электрического тока по проводам в них выделяется теплота. В соответствии с законом Джоуля — Ленца чем больше сопротивление проводов, тем большее количество теплоты выделяется в цепи. Поэтому затухание колебаний в контуре частично обусловлено потерями энергии в результате выделения теплоты в проводах. Есть и другие причины, по которым колебания в контуре затухают. Об одной из них мы расскажем в следующем параграфе.

Если потери энергии в колебательном контуре пренебрежимо малы, то свободные колебания в нём будут гармоническими. Период таких колебаний определяется *ёмкостью конденсатора* и *индуктивностью катушки* — характеристикой, с которой вы познакомитесь в старших классах.

Рассмотрим процессы, которые происходят в колебательном контуре после подсоединения к катушке индуктивности заряженного конденсатора. Для этого обратимся к рис. 148. Сопоставим эти процессы с уже знакомыми вам процессами механических колебаний пружинного маятника (*см.* рис. 123).

При отклонении грузика маятника от положения равновесия появляется возвращающая сила упругости, которая стремится вернуть грузик в исходное положение. При этом колебательная система обладает начальной потенциальной энергией, равной энергии деформированной пружины.

Аналогично заряженный конденсатор после его подсоединения к катушке индуктивности стремится разрядиться через образовавшуюся замкнутую цепь (*см.* рис. 148, *а*). При этом вся система обладает начальной энергией, равной энергии заряженного конденсатора (т. е. энергии электрического поля конденсатора).

Разжимающаяся пружина маятника разгоняет грузик. В момент прохождения грузиком положения равновесия потенциальная энергия пружины уменьшается до нуля. Однако кинетическая энергия грузика в этот момент времени

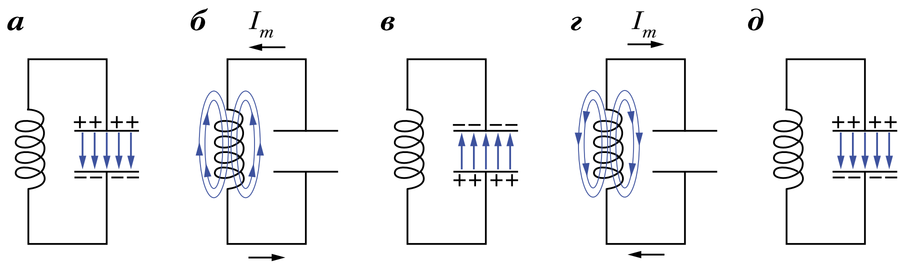


Рис. **148** Процессы, происходящие в колебательном контуре при свободных гармонических колебаниях

достигает максимума. Наличие этой энергии заставляет грузик проскочить положение равновесия. В результате пружина начинает растягиваться.

Аналогично разряжающийся конденсатор создаёт в цепи электрический ток, который протекает через катушку индуктивности. В результате катушка создаёт магнитное поле. По мере разряда конденсатора сила тока и индукция созданного им магнитного поля увеличиваются. В момент, когда заряд конденсатора становится равным нулю, сила тока достигает максимального значения (*см.* рис. 148, *б*). Одновременно становится максимальной и индукция магнитного поля катушки. Соответственно достигает максимума и энергия магнитного поля. Наличие этой энергии заставляет электрический ток в контуре течь в прежнем направлении. В результате на пластине конденсатора, которая изначально была заряжена положительно, начнёт накапливаться отрицательный заряд. Наоборот, на другой пластине конденсатора, изначально заряженной отрицательно, будет накапливаться положительный заряд.

Если в пружинном маятнике работа сил трения и внешних сил, действующих на грузик, пренебрежимо мала, то через некоторое время грузик, растянув пружину, отклонится от положения равновесия в противоположную сторону на расстояние, равное модулю начального смещения. Кинетическая энергия системы опять станет равна нулю, а потенциальная энергия достигнет максимума. После этого грузик начнёт движение в обратную сторону, пока система не вернётся в исходное состояние.

Аналогично, если потери энергии в колебательном контуре пренебрежимо малы, то через некоторое время, когда электрический ток станет равным нулю, заряд конденсатора станет равным начальному (рис. 148, *в*). Знаки зарядов пластин конденсатора будут противоположны начальным. При этом энергия магнитного поля катушки станет равной нулю, а энергия электрического поля (электрическая энергия конденсатора) достигнет максимума. После этого конденсатор опять начнёт разряжаться. В результате в цепи ток будет протекать в обратном направлении (рис. 148, *г*), пока вся колебательная система не вернётся в исходное состояние (рис. 148, *д*).

Мы рассмотрели одно полное колебание в двух колебательных системах (пружинном маятнике и в колебательном контуре). Если потери энергии пренебрежимо малы, то колебания в таких системах будут происходить по гармоническому закону достаточно долго. Однако в реальности потери энергии (например, из-за действия сил трения в пружинном маятнике и сопротивления проводов в колебательном контуре) неизбежны. Поэтому при отсутствии воздействия внешних периодических сил подобные свободные колебания будут затухающими.

! Итак, мы пришли к выводу, что при колебаниях в колебательном контуре энергия электрического поля с течением времени преобразуется в энергию магнитного поля и обратно. Такие колебания называют *электромагнитными*.

При этом если речь ведут о колебаниях заряда конденсатора этого контура или о колебаниях силы электрического тока, то такие колебания часто называют электрическими.

Итоги

Примером электромагнитной колебательной системы является *колебательный контур*. Он состоит из катушки индуктивности и конденсатора, соединённых между собой.

Если потери энергии в колебательном контуре пренебрежимо малы, то свободные колебания в нём будут гармоническими.

При свободных гармонических колебаниях в колебательном контуре энергия электрического поля с течением времени преобразуется в энергию магнитного поля и обратно. Этот процесс периодически повторяется.

Вопросы

1. Из каких элементов состоит колебательный контур?
2. Каким образом в колебательном контуре можно возбудить свободные колебания?
3. Почему свободные колебания в колебательном контуре затухают?
4. Как изменяется с течением времени: а) электрическая энергия конденсатора колебательного контура при гармонических колебаниях в контуре; б) энергия магнитного поля в колебательном контуре при затухающих колебаниях в контуре?

5 В чём состоит аналогия между свободными колебаниями пружинного маятника и колебаниями в колебательном контуре с точки зрения преобразования энергий?

6 Чему равен заряд конденсатора при свободных колебаниях в колебательном контуре в тот момент времени, когда сила тока в контуре максимальна? Энергия какого поля (электрического или магнитного) достигает максимума в этот момент времени?

7 Чему равна сила тока при свободных колебаниях в колебательном контуре в тот момент времени, когда заряд конденсатора максимален? Энергия какого поля (электрического или магнитного) достигает максимума в этот момент времени?

Упражнение

Соберите под руководством учителя физики установку, изображённую на рис. 146. Пронаблюдайте затухающие электрические колебания в колебательном контуре. Исследуйте, как зависит период колебаний в контуре от ёмкости конденсатора и индуктивности катушки. Обсудите, какие преобразования энергии происходят при электромагнитных колебаниях в контуре. Сделайте сообщение в классе.

§ 38 Электромагнитные волны

Эксперименты показывают, что если на небольшом расстоянии от колебательного контура, в котором происходят электромагнитные колебания, расположить второй такой же контур, то через некоторое время в нём также начнутся электромагнитные колебания. Это доказывает, что электромагнитные возмущения могут распространяться в пространстве.

Объясняющая этот эксперимент теория электромагнитного поля была создана в 1860–1865 гг. выдающимся британским физиком Джеймсом Клерком Максвеллом (1831–1879). Заметим, что это произошло задолго до того, как распространение электромагнитных возмущений в пространстве было обнаружено экспериментально.

Математический аппарат теории Максвелла невозможно изложить в школьном курсе. Поэтому мы ограничимся лишь рассмотрением некоторых положений и выводов этой теории.

Из открытого Фарадеем явления электромагнитной индукции следует, что *изменяющееся с течением времени магнитное поле приводит к* *появлению вихревого электрического поля* (которое и вызывает индукционный ток, т. е. заставляет упорядоченно двигаться заряды в замкнутом проводнике). Это электрическое поле называют вихревым потому, что в отличие от электрического поля, создаваемого неподвижными зарядами, его силовые линии замкнуты (т. е. как бы образуют «вихри»).

Это позволило Максвеллу выдвинуть смелую гипотезу:

! не только изменяющееся с течением времени магнитное поле порождает электрическое поле, но и *изменяющееся с течением времени электрическое поле порождает магнитное поле*.

Отметим, что в то время эта гипотеза не опиралась на какие-либо экспериментальные факты.

Максвелл показал, что постоянные во времени электрическое и магнитное поля являются лишь частным случаем единого объекта — *электромагнитного поля*. В общем случае, когда поля изменяются с течением времени, в каждой точке пространства одновременно изменяются электрическая и магнитная составляющие единого электромагнитного поля.

Основным результатом теории Максвелла стало предсказание существования электромагнитных волн. Лишь через 9 лет после смерти учёного, в 1888 г., немецкому физику Генриху Герцу (1857–1894) удалось получить, зарегистрировать и исследовать предсказанные Максвеллом электромагнитные волны.

Рассмотрим механизм возникновения электромагнитной волны. Источником такой волны может стать любое возмущение электромагнитного поля. Например, это может быть периодически изменяющееся электри-

Напомним, что электрическое поле характеризуют вектором напряжённости $\vec{E}$, а магнитное — вектором индукции $\vec{B}$.

Напряжённостью $\vec{E}$ электрического поля в данной точке называют отношение силы $\vec{F}$ электрического поля, действующей на помещённый в эту точку пробный заряд q, к этому заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Вектор $\vec{B}$ определяется той максимальной силой $\vec{F}$, с которой магнитное поле может действовать на проводник с током. Модуль F этой силы зависит от длины l проводника, силы тока I в нём и ориентации проводника по отношению к полю. Когда проводник перпендикулярен магнитной линии поля, модуль F максимален.

Модулем индукции B магнитного поля называют отношение модуля максимальной силы, действующей на прямолинейный проводник с током, к произведению I на l:

$$B = \frac{F}{I \cdot l}.$$

Направление вектора $\vec{B}$ совпадает с направлением магнитных линий.

ческое поле между пластинами конденсатора колебательного контура или периодически изменяющееся магнитное поле, созданное катушкой индуктивности в том же контуре. Наконец, это может быть совершающий колебания электрический заряд, который создаёт вокруг себя изменяющиеся периодически электрическое и магнитное поля.

Пусть в некоторой точке пространства периодически изменяется электрическое поле. Согласно теории Максвелла его изменение порождает возникновение периодически изменяющегося магнитного поля в той же области пространства. Кроме того, оно порождает периодически изменяющееся магнитное поле и в соседних областях пространства, но с некоторым запаздыванием во времени.

Это магнитное поле, в свою очередь, порождает периодически изменяющееся электрическое поле не только в этих же областях пространства, но (с некоторым запаздыванием) и в более удалённых областях.

! С течением времени периодические возмущения электромагнитного поля распространяются в пространстве подобно тому, как распространяются механические колебания в упругой среде.

Однако в процессах распространения электромагнитных и упругих волн есть принципиальное различие. Для распространения упругих волн необходимо наличие упругой среды. Напротив, электромагнитная волна может распространяться и в пространстве, где отсутствует вещество, т. е. в вакууме. Это связано с тем, что в электромагнитной волне колебания совершают не частицы вещества, а изменяющиеся с течением времени электрическое и магнитное поля.

! *Электромагнитная волна* представляет собой систему порождающих друг друга и распространяющихся в пространстве переменных электрического и магнитного полей.

Пусть в положительном направлении оси X некоторой системы отсчёта распространяется электромагнитная волна. На рис. 149 показаны векторы напряжённости $\vec{E}$ электрического поля и индукции $\vec{B}$ магнитного поля этой волны в каждой точке оси X в один и тот же момент времени. Видно, что векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ этой волны перпендикулярны как друг другу, так и направлению распространения волны. Следовательно, *электромагнитная волна является поперечной*.

Показанный на рисунке вектор $\vec{c}$ — это вектор скорости распространения волны. Модуль c вектора скорости электромагнитной волны в вакууме равен $2{,}99792458 \cdot 10^8$ м/с (~300 000 км/с), т. е. равен *модулю скорости света в вакууме*. Это значение было рассчитано Максвеллом теоретически.

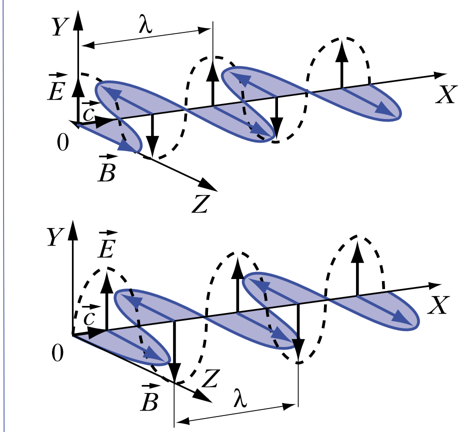


Рис. 149 Направления векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны друг другу и направлению распространения волны

В жидкостях и твёрдых телах скорость распространения электромагнитной волны меньше, чем в вакууме. В газах скорость электромагнитной волны близка к её скорости в вакууме.

За время, равное периоду колебаний T, электромагнитная волна распространяется на расстояние, которое называют *длиной волны* λ. Поэтому

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{\nu},$$

где ν — частота электромагнитных колебаний.

Процесс распространения электромагнитной волны можно представить по рис. 149. На этом рисунке показана одна и та же волна в два последовательных момента времени. Промежуток времени между этими моментами равен одной четверти периода колебаний в волне. На этом же рисунке показаны расстояния, соответствующие длине волны λ.

В настоящее время все электромагнитные волны в зависимости от длины волны (или частоты) принято разделять на шесть диапазонов (рис. 150). Границы этих диапазонов условны, поэтому они частично перекрываются.

Обратим особое внимание на диапазон длин волн от 380 до 760 нм. Он соответствует видимому излучению (свету), которое глаз человека способен воспринимать без каких-либо вспомогательных устройств. По мере увеличения длины волны глаз человека воспринимает излучение как свет разных цветов: фиолетового, синего, голубого, зелёного, желтого, оранжевого, красного.

Электромагнитные волны разных частот отличаются друг от друга скоростью распространения в разных веществах, проникающей способностью и другими свойствами.

При увеличении частоты электромагнитного излучения оно всё в меньшей степени проявляет свойства, присущие волне, и всё в большей степени проявляет *корпускулярные* свойства, присущие потоку частиц.

Эти частицы электромагнитного излучения называют *фотонами*.

Наиболее ярко выраженными корпускулярными свойствами обладает гамма-излучение. Фотоны гамма-излучения часто называют гамма-квантами.

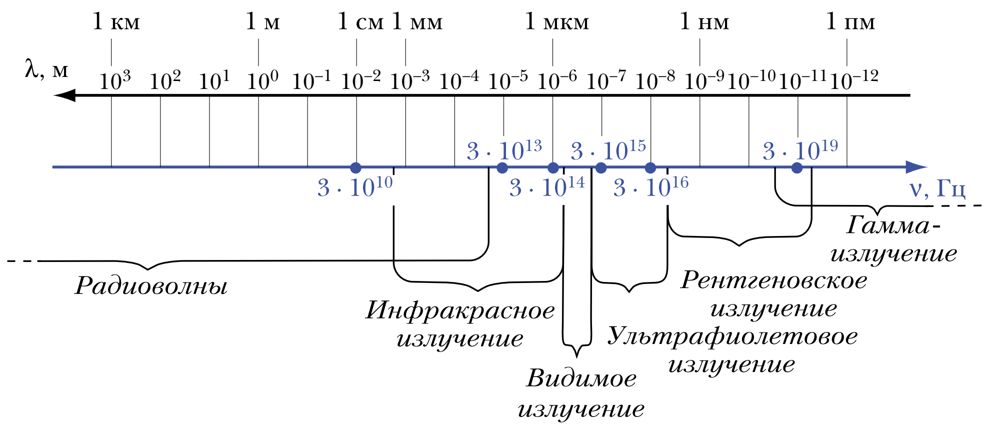


Рис. **150** Шкала электромагнитных волн

К настоящему времени установлено, что энергия одного фотона равна произведению универсальной физической постоянной h на частоту ν электромагнитного излучения: $E = h \cdot \nu$.

Постоянную h в честь немецкого физика Макса Планка (1858–1947) называют *постоянной Планка*.

Постоянная Планка $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с.

Мы уже отмечали, что если на небольшом расстоянии от колебательного контура, в котором происходят электромагнитные колебания, расположить второй *такой же* контур, то через некоторое время в нём начнутся электромагнитные колебания. Теперь вы понимаете, что в этом эксперименте первый контур является излучателем электромагнитных волн, а второй — их приёмником. Опыт показывает, что эффективность передачи энергии с помощью электромагнитной волны в этом случае обычно мала. Это связано с тем, что порождающие электромагнитную волну изменяющиеся поля сосредоточены в основном внутри элементов контура. Электрическое поле сосредоточено в основном между пластинами конденсатора, а магнитное — внутри катушки.

В 1894 г. русский учёный Александр Степанович Попов (1859–1906) обнаружил, что подсоединение к контурам (излучателю и приёмнику) длинных проводов значительно увеличивает эффективность передачи. Так были изобретены передающая и приёмная *антенны*. Геометрия каждой антенны определяется диапазоном излучаемых (или принимаемых) длин волн.

Всё это позволило разработать специальные устройства для передачи информации на расстояние без использования проводов. Благодаря излучению электромагнитных волн в одном месте и их приёму в другом месте осуществляется передача теле- и радиосигналов, в том числе сигналов мобильной телефонной связи.

Эффективность излучения электромагнитных волн тем больше, чем больше их частота. Поэтому для радиосвязи используют волны достаточно большой частоты (обычно более 100 кГц). К

Отметим, что частоту колебаний в волне, с помощью которой передают информацию, называют *несущей частотой*.

Для передачи информации посредством электромагнитной волны её параметры изменяют с течением времени по закону, соответствующему этой информации. Такой процесс называют *модуляцией* волны. После приёма модулированной волны с помощью специального устройства (детектора) информацию, приносимую волной, выделяют и преобразуют в удобный для использования вид (звук, изображение и т. п.).

Простейшим видом модуляции является *амплитудная модуляция*, при которой по заданному закону изменяют амплитуду высокочастотных колебаний. Более совершенной, но и более сложной является *частотная модуляция*, при которой по заданному закону изменяют несущую частоту волны. По сравнению с амплитудной, частотная модуляция обеспечивает бóльшую помехозащищённость передаваемой информации. Это обусловлено тем, что при распространении радиоволн окружающая среда оказывает значительно большее влияние на их амплитуды, вызывая их изменение, чем на частоты радиоволн.

В заключение отметим, что электромагнитные волны могут оказывать существенное влияние на живые организмы, в том числе на человека. Длительное воздействие электромагнитного излучения большой мощности, как правило, приводит к серьёзному ухудшению самочувствия, расстройствам нервной, сердечно-сосудистой и других систем. Поэтому для персонала, обслуживающего источники мощного, а также опасного электромагнитного излучения (передающие радио- и телестанции, центры космической связи, радиолокаторы и т. п.) разработаны специальные правила безопасности и средства индивидуальной защиты. В местах, где проходят высоковольтные линии электропередачи, выделяют санитарно-защитные зоны, в которых запрещается размещать жилые помещения.

Вместе с тем маломощные источники электромагнитного излучения разных диапазонов широко применяют в медицине. Например, для стерилизации помещений используют бактерицидные (обеззараживающие) свойства ультрафиолетового излучения. Это же излучение применяют и для по-

К Максвелл в своих работах показал, что интенсивность излучения электромагнитной волны прямо пропорциональна её частоте в четвёртой степени.

лучения загара. Однако следует помнить, что длительное воздействие ультрафиолетового излучения, в том числе от Солнца, может не только привести к ожогам, но и стать причиной опасных заболеваний.

Широко применяются в медицине рентгеновские лучи, которые используют как для диагностики, так и для лечения заболеваний.

Многие вошедшие в нашу жизнь устройства (мобильные телефоны, СВЧ-печи, лазерные указки и т. п.) могут оказывать негативное влияние на здоровье человека. Поэтому следует по возможности ограничивать время их работы.

Итоги

Электромагнитная волна представляет собой систему порождающих друг друга и распространяющихся в пространстве переменных электрического и магнитного полей.

Модуль c вектора скорости электромагнитной волны в вакууме равен $2{,}99792458 \cdot 10^8$ м/с (~300 000 км/с). В газах скорость электромагнитной волны близка к скорости света в вакууме.

За время, равное периоду колебаний, электромагнитная волна распространяется на расстояние, которое называют *длиной волны* λ.

$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{\nu}$, где ν — частота электромагнитных колебаний.

Энергия одного фотона равна произведению универсальной физической постоянной h на частоту ν электромагнитного излучения: $E = h \cdot \nu$.

Постоянная Планка $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с.

Вопросы

1. Что представляет собой электромагнитная волна?
2. Чему равна скорость распространения электромагнитной волны в вакууме?
3. Что называют длиной электромагнитной волны?
4. Какой диапазон электромагнитных волн соответствует видимому излучению (свету)?
5. Как изменяются свойства электромагнитного излучения по мере увеличения его частоты?

6 Что называют фотоном? Чему равна его энергия?

7 Чему равна постоянная Планка?

Упражнения

1 Определите расстояние, на которое распространяется в вакууме электромагнитная волна за 1 ч.

2 Через какое время радиосигнал, посланный с Земли на Луну, отразившись от её поверхности, вернётся на Землю? Расстояние от Луны до Земли считайте равным $3{,}6 \cdot 10^5$ км.

3 По международному соглашению длина радиоволны сигнала бедствия SOS равна 600 м. Определите частоту этой волны.

4 Период колебаний зарядов в передающей антенне равен 3 нс. Определите длину излучаемой радиоволны.

5 Определите энергию фотона, если ему соответствует волна, длина которой равна 600 нм.

6 Энергия гамма-кванта равна $2 \cdot 10^{-13}$ Дж. Определите частоту колебаний соответствующей ему электромагнитной волны, а также длину этой волны в воздухе.

✔7 Подготовьте реферат на одну из следующих тем: «Инфракрасные волны (открытие У. Гершеля)», «Ультрафиолетовые волны (открытие И. В. Риттера)», «Рентгеновское излучение (открытие В. Рентгена)», используя справочники, учебные энциклопедии, материалы образовательных интернет-ресурсов. Сделайте сообщение в классе.

✔8 Подготовьте реферат на тему «Электромагнитные волны», содержащее информацию о применении волн различных диапазонов. При подготовке используйте материалы интернет-ресурса http://gotourl.ru/7170. Сделайте сообщение в классе.

✔9 Сделайте доклад в классе о биологическом действии видимого, ультрафиолетового и рентгеновского излучений.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Если сила тока с течением времени изменяется по гармоническому закону, то такой ток называют переменным.

Существуют электрические цепи, в которых могут происходить свободные электромагнитные колебания. Эти колебания происходят за счёт начального запаса энергии в этой цепи. Такая цепь является *электромагнитной колебательной системой*.

Примером электромагнитной колебательной системы является *колебательный контур*. Он состоит из катушки индуктивности и конденсатора, соединённых между собой.
При свободных гармонических колебаниях в колебательном контуре энергия электрического поля с течением времени преобразуется в энергию магнитного поля и обратно. Этот процесс периодически повторяется.
Такие колебания называют *электромагнитными*.

Изменяющееся с течением времени магнитное поле порождает вихревое электрическое поле, а изменяющееся с течением времени электрическое поле порождает магнитное поле.

Электромагнитная волна представляет собой систему порождающих друг друга и распространяющихся в пространстве переменных электрического и магнитного полей.

Модуль c вектора скорости электромагнитной волны в вакууме равен $2{,}99792458 \cdot 10^8$ м/с (~300 000 км/с) — модулю скорости света в вакууме.
За время, равное периоду колебаний, электромагнитная волна распространяется на расстояние, которое называют *длиной волны* λ.

$\lambda = c \cdot T = \dfrac{c}{\nu}$, где ν — частота электромагнитных колебаний.

При увеличении частоты электромагнитного излучения оно всё в меньшей степени проявляет свойства, присущие волне, и всё в большей степени проявляет корпускулярные свойства, присущие потоку частиц. Эти частицы электромагнитного излучения называют *фотонами*.

Энергия фотона равна произведению универсальной физической постоянной n на частоту ν электромагнитного излучения.

$E = h \cdot \nu$, где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — *постоянная Планка*.

Глава **8**

Оптика

Благодаря свету и органам зрения мы видим окружающий мир. Наблюдая самые разнообразные явления природы, открывая её законы, мы приходим к выводу, что без света невозможно существование жизни на Земле. Солнечный свет не только позволяет нам видеть всё, что нас окружает, но и обогревает нашу планету. Например, за одну секунду свет от Солнца приносит на Землю столько энергии, сколько её выделяется при сгорании 40 миллионов тонн каменного угля.

О природе света и световых явлениях люди задумывались с древнейших времён. Поэтому не удивительно, что *оптика* (от *греч.* όπτική — «взгляд»; в дальнейшем: наука о зрительном восприятии) является одним из старейших разделов физики. Некоторые античные мыслители (Аристотель, Эпикур) высказывали о природе света догадки, довольно близкие к современным представлениям. Они считали, что зрительные ощущения возникают под действием попадающих в глаз мельчайших частиц света — *корпускул*, исходящих или отражающихся от наблюдаемых предметов.

Представления о свете неоднократно менялись в процессе изучения особенностей световых явлений. Оптикой занимались величайшие физики: Ньютон, Гюйгенс, Френель, Максвелл, Эйнштейн и многие другие. Большой вклад в развитие оптики внесли российские учёные: П. Н. Лебедев, С. И. Вавилов, Л. И. Мандельштам, Н. Г. Басов, А. М. Прохоров. В настоящее время о природе света уже многое известно. Вы, например, уже знаете, что видимый свет представляет собой электромагнитные волны в диапазоне от 0,38 до 0,76 мкм. Позднее, в старших классах, вы продолжите изучение природы света.

! Оптика представляет собой раздел физики, изучающий природу света, различные световые явления и законы, которым эти явления подчиняются.

Изучение оптики мы начнём с *геометрической (лучевой) оптики*. В этом разделе рассматривают установленные опытным путём законы распространения света. Полученные знания используют для создания различных оптических устройств. При этом *в геометрической оптике не рассматривают вопросы, связанные с природой света и причинами световых явлений*.

Следует отметить, что в геометрической оптике используют физические модели (мы обязательно скажем о них), которые предназначены для решения только определённого круга задач. Всякая модель связана с упрощением реального физического явления. Поэтому законы геометрической оптики при определённых условиях нарушаются. Границы применимости этих законов и причины их нарушения мы частично обсудим в последнем параграфе этой главы. Более подробно мы рассмотрим эти вопросы в старших классах.

§ 39 Источники света. Действия света

Мы видим объекты, которые либо сами испускают свет, либо отражают свет, испущенный другими телами — *источниками света*.

Источники света можно разделить в зависимости от их температуры на два класса: *тепловые* и *холодные*.

Тепловые источники испускают свет благодаря тому, что они разогреты до достаточно больших температур. Так, температура в пламени свечи обычно составляет около 1000 °C; нити накала осветительных ламп за счёт выделения тепла при прохождении по ним электрического тока разогреваются до температуры 2000–3000 °C; поверхность Солнца имеет температуру около 6000 °C, а температура поверхности некоторых звёзд может достигать 50 000 °C. Разогрев Солнца и других звёзд обусловлен термоядерными реакциями, о которых вы узнаете в последней главе этого учебника.

Источники света, температуры которых мало отличаются от комнатной, называют холодными. Примерами таких источников являются некоторые светящиеся организмы, гнилушки. Свечение подобных объектов связано с происходящими в них сложными физико-химическими процессами. Другими примерами холодных источников света могут служить полярные сияния, молнии, газоразрядные трубки (в том числе лампы дневного света), светодиоды и некоторые типы газовых и полупроводниковых лазеров. Свечение этих объектов возбуждает электрический ток. Известны вещества, которые светятся под действием падающих на них электронов. Такими веществами покрывали экраны большинства телевизоров и мониторов.

Тела, которые не являются источниками света, мы видим, только если они освещены. Свет от источника попадает на эти тела, отражается от их поверхности, меняя направление, и доходит до глаз. Так, Луна не является

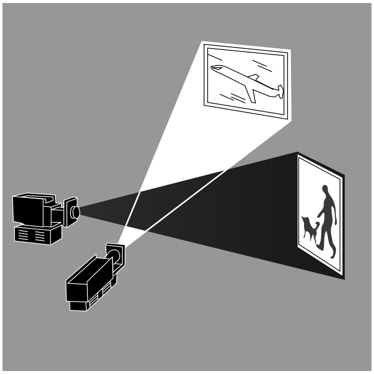


Рис. 151 Световые пучки от разных источников света не действуют друг на друга

источником света, несмотря на своё яркое свечение на ночном небе. Она освещается Солнцем и поэтому светит отражённым светом.

Свет может оказывать самые различные воздействия на окружающие тела. Наиболее явно выраженное действие света — это нагревание тел (в частности, нагревание воздуха, воды, почвы солнечным светом). Очень часто под действием света изменяется удельное сопротивление веществ и другие их свойства. Облучаемые светом вещества могут испускать заряженные частицы — электроны. Под действием света происходит фотосинтез в листьях растений, начинаются либо ускоряются многие химические реакции. Наконец, свет оказывает определённое давление. Экспериментально это давление (не только на твёрдые тела, но и на газы) впервые было обнаружено и измерено в конце XIX в. профессором Московского университета Петром Николаевичем Лебедевым (1866–1912).

А как действуют световые пучки от разных источников света друг на друга? В начале XVIII в. экспериментально было установлено, что если на некоторую область действует свет от разных источников, то эти действия происходят *независимо друг от друга*. Иными словами, действия света от разных источников складываются. Это свойство света часто называют **законом независимости световых пучков**. Кроме того, при пересечении световых пучков не только не изменяется характер их распространения, но не изменяется и распределение энергии в каждом из них, т. е. *пересекающиеся световые пучки от разных источников света не действуют друг на друга*.

Для примера на рис. 151 показаны световые пучки от двух проекционных аппаратов, в которые вставлены разные диапозитивы. Несмотря на то что пучки пересекаются, на экранах видны чёткие изображения диапозитивов.

Итоги

В *геометрической (лучевой) оптике* рассматривают установленные опытным путём законы распространения света. Полученные знания используют для создания различных оптических устройств. При этом в геометрической оптике не рассматривают вопросы, связанные с природой света и причинами световых явлений.

Источники света можно разделить в зависимости от их температуры на два класса: *тепловые* и *холодные*.

Закон независимости световых пучков.
Если на некоторую область оказывает действие свет от разных источников, то эти действия происходят независимо друг от друга, т. е. действия света от разных источников складываются. Пересекающиеся световые пучки не влияют друг на друга.

Вопросы

1. Какие объекты может видеть человек?
2. Какие источники света вы знаете?
3. Какие действия может оказывать свет?
4. Сформулируйте закон независимости световых пучков.
5. Изменяется ли характер и направления распространения световых пучков при их пересечении?
6. Что является предметом изучения геометрической оптики?

Упражнение

Определите, какие из перечисленных в тексте параграфа источников света можно отнести к естественным источникам, а какие являются искусственными источниками света. Приведите свои примеры тепловых и холодных источников света. Сделайте сообщение в классе.

§ 40 Закон прямолинейного распространения света

Прежде всего отметим, что мы будем изучать распространение света в прозрачных однородных средах.

! Среду называют *однородной*, если её свойства одинаковы во всех её точках.

К настоящему времени экспериментально установлено:

в прозрачных однородных средах свет распространяется по прямым линиям.

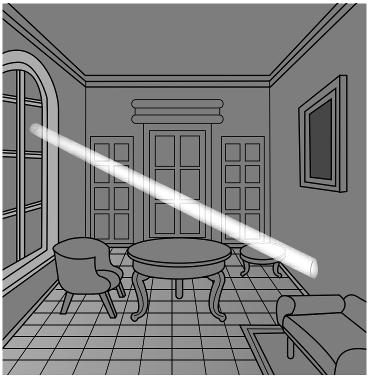


Рис. **152** Узкий пучок света становится виден при наличии в воздухе пыли

Это утверждение называют **законом прямолинейного распространения света**. Впервые его сформулировал ещё Евклид за 300 лет до н. э. в своей работе «Оптика».

Прямую линию, вдоль которой в однородной среде распространяется свет (передаётся энергия от источника света), называют лучом света.

Таким образом, направление луча совпадает с направлением распространения энергии света.

Луч света можно увидеть. Для этого можно, например, сделать небольшое отверстие в шторе затемнённой комнаты. Тогда на противоположной стене образуется маленькое светлое пятно. Если воздух в комнате чистый, то между шторой и стеной ничего не видно. Но если в воздухе много пыли, то становится виден светящийся столбик — узкий пучок света (рис. 152). Такой пучок света изображают в виде набора лучей, заполняющих область, в которой распространяется свет. Обычно на этих лучах ставят стрелки, чтобы показать направление распространения света.

Если площадь поперечного сечения светового пучка увеличивается в направлении распространения света, то такой пучок называют *расходящимся* (рис. 153, *а*), если уменьшается — *сходящимся* (рис. 153, *б*), если площадь поперечного сечения пучка не изменяется — *параллельным* (рис. 153, *в*).

Близким к параллельному является узкий пучок света от лазерной указки. Практически параллельным является пучок света, выходящий из небольшого отверстия в непрозрачном экране, если его освещает достаточно удалённый источник света, например Солнце.

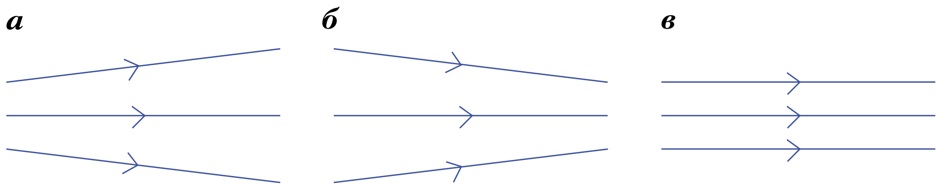


Рис. **153** Расходящийся (*а*), сходящийся (*б*) и параллельный (*в*) пучки света

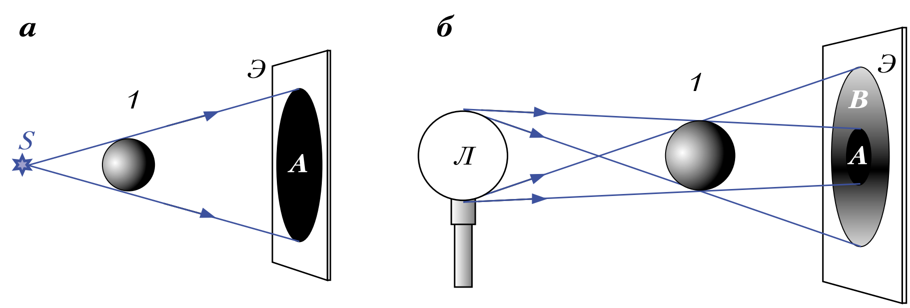


Рис. 154 Образование теней при освещении непрозрачного шарика точечным (*а*) и протяжённым (*б*) источниками света

В геометрической оптике для изучения законов распространения света используют понятие *точечного источника света.*

Точечный источник света — точечное тело, испускающее свет.

Точечный источник света является удобной для лучевой оптики моделью. Источник света можно считать точечным, если его размеры много меньше расстояний до освещаемых тел. Наглядное представление о таком источнике даёт, например, очень яркая удалённая от Земли звезда. Размеры этого светящегося шара много меньше расстояния до него. Принято считать, что точечный источник света излучает свет во всех направлениях.

Прямолинейное распространение света в однородной среде приводит к образованию теней от непрозрачных предметов. На рис. 154, *а* показано образование тени на экране *Э* от шарика *1*, освещаемого точечным источником света *S*. Для нахождения области тени от этого источника к экрану проводят лучи, касающиеся поверхности шарика (на рисунке изображены два таких луча).

Если непрозрачный шарик осветить протяжённым источником, например шарообразной матовой лампой *Л* определённых размеров (рис. 154, *б*), то на экране будет наблюдаться как область тени *А*, так и область полутени *В*. Полутень образуется из-за того, что в эту область экрана свет попадает не от всего источника, а только от некоторых его частей.

Закон прямолинейного распространения света позволяет объяснить природу лунных и солнечных затмений (рис. 155). Лунные затмения наблюдаются, когда Луна заходит в тень Земли. При солнечных затмениях Луна, наоборот, располагается между Солнцем и Землёй так, что тень от неё падает на земную поверхность. В этом месте на Земле становится видно, как Луна перекрывает солнечный диск.

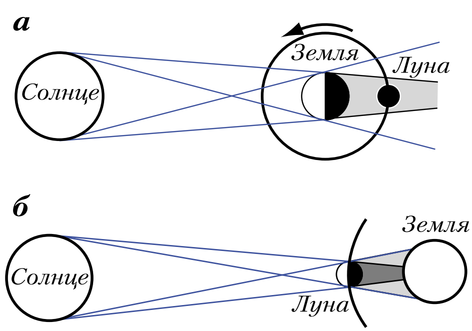


Рис. **155** Схемы лунного (*а*) и солнечного (*б*) затмений

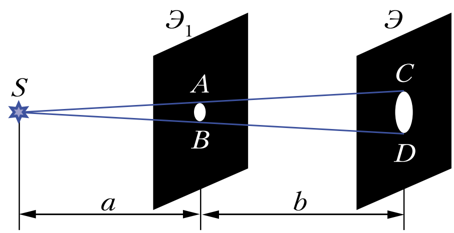


Рис. **156** Получение изображения светящейся точки с помощью экрана $Э_1$ с маленьким отверстием

Учитывая размеры Луны, Земли и Солнца, зная радиусы земной и лунной орбит и законы движения планет, можно предсказать, когда наступят в данном месте на Земле затмения Луны или Солнца.

В заключение рассмотрим, как можно использовать прямолинейность распространения света для получения изображений предметов. Нам понадобятся точечный источник света и непрозрачный экран с маленьким отверстием. Рассмотрим рис. 156. На нём изображено, как получается круглое светлое пятнышко CD на экране $Э$, когда пучок света от светящейся точки S проходит через маленькое круглое отверстие AB в непрозрачном экране $Э_1$. Часто это пятнышко называют изображением светящейся точки. Понятно, что диаметр ϕ изображения зависит от диаметра d отверстия в экране $Э_1$, его удаления a от светящейся точки, а также от расстояния b между экранами. Из подобия треугольников ASB и CSD следует, что $\phi = d \cdot \left(1 + \frac{b}{a}\right)$. Следовательно, чем меньше диаметр отверстия, тем меньше будет размер изображения светящейся точки на экране $Э$.

Различия в размерах Земли и Луны, а также в скоростях их движения относительно Солнца приводят к тому, что длительность полных солнечных затмений не может превышать нескольких минут. Полные лунные затмения могут продолжаться более 30 минут. Лунные затмения наблюдаются в одном и том же месте на Земле значительно чаще, чем солнечные. Последние случаются в одном и том же месте на Земле примерно раз в 200–300 лет. Наблюдение лунных затмений позволило Аристотелю ещё в IV в. до н. э. сделать вывод о том, что Земля имеет форму шара.

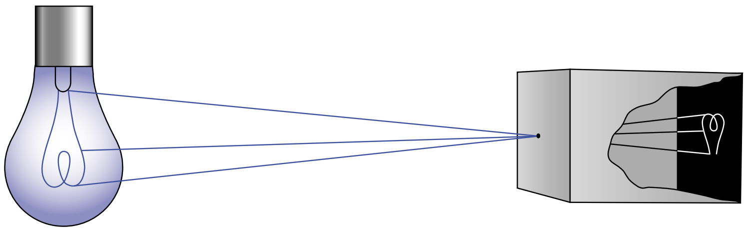


Рис. 157 Камера-обскура

Допустим, нам нужно получить изображение светящегося или освещённого предмета определённых размеров. Поместим его перед отверстием в экране (рис. 157). Тогда каждая освещённая точка этого предмета даст своё изображение в виде маленького светлого пятнышка. При этом изображение всего предмета будет состоять из таких пятнышек. Можно подобрать размер отверстия и расстояния a и b так, чтобы пятнышки сложились в достаточно чёткое изображение предмета. Если же размер отверстия окажется недостаточно мал, то изображения светящихся точек предмета увеличатся. В результате изображение всего предмета будет размытым. **К**

Возможность получения изображений с помощью малых отверстий была известна ещё жрецам Древнего Египта. На этом же принципе основано действие камеры-обскуры (тёмной комнаты). Она представляет собой ящик с малым отверстием в передней стенке и полупрозрачной задней стенкой, на которую проецируется изображение освещённого предмета (*см.* рис. 157). Из рисунка видно, что получаемое при этом изображение *перевёрнуто*.

В XIX в. были созданы первые фотопластинки, позволяющие фиксировать подобные изображения и получать фотографии предмета. Однако из-за малого количества света, попадающего на фотопластинку в камере-обскуре, и низкой светочувствительности фотопластинок для получения фотографии требовалось освещать неподвижный предмет несколько часов подряд. Поэтому получение фотографий с помощью камер-обскур не получило применения.

К Можно показать, что уменьшать размер отверстия в экране для получения более чёткого изображения можно только до определённой величины. Дальнейшее уменьшение размеров отверстия приведёт к ухудшению изображения — потере чёткости. В этом случае начнёт нарушаться закон прямолинейного распространения света. Это связано с волновыми свойствами света. С подобными явлениями вы познакомитесь в старших классах при изучении физической оптики.

Итоги

Закон прямолинейного распространения света.
В прозрачных однородных средах свет распространяется по прямым линиям.

Прямую линию, вдоль которой в однородной среде распространяется свет (передаётся энергия от источника света), называют лучом света.

В геометрической оптике для изучения законов распространения света используют понятие *точечного источника света*.

Источник света можно считать точечным, если его размеры много меньше расстояний до освещаемых тел.

Вопросы

1. Сформулируйте закон прямолинейного распространения света.
2. Что называют лучом света?
3. Какие пучки света называют: а) расходящимися; б) сходящимися; в) параллельными?
4. При каких условиях образуются: а) тень; б) полутень?

*5. Почему в ясную погоду утром и вечером тень от ноги стоящего на Земле человека получается чёткой, а тень от его головы размытой?

6. Почему происходят солнечные и лунные затмения?
7. Что такое камера-обскура? Почему для получения чёткого изображения отверстие в её передней стенке должно быть достаточно малым?

Упражнения

✔1. Возьмите настольную лампу и вверните в неё лампочку с прозрачным баллоном мощностью 100–150 Вт. Установите лампу в затемнённой комнате так, чтобы она освещала стену и находилась от неё на расстоянии 2–4 м. Затем возьмите лист картона и сделайте в нём шилом круглые отверстия диаметром примерно 1 и 2 мм. Сделайте в этом же листе треугольное и квадратное отверстия со сторонами около 1 мм. Затем расположите лист параллельно освещаемой стене на расстоянии 20–30 см от неё. Исследуйте полученные изображения и ответьте на вопросы:

а) какие изображения нити накала горящей лампы вы получили? (Увеличенные или уменьшенные, прямые или перевёрнутые?) Объясните наблюдаемое явление;

б) зависит ли изображение нити лампы от формы отверстия?

в) зависит ли получаемое изображение от размеров отверстия?

г) как изменяется характер изображений при увеличении и уменьшении расстояния между листом картона и стеной?

*д) измерьте расстояние от листа картона до стены и какой-либо размер изображения нити накала. Затем отодвиньте лист от стены на несколько сантиметров и повторите измерения. Из полученных данных вычислите расстояние от стены до нити накала. Измерьте это расстояние и сравните его с рассчитанным. По результатам исследования сделайте сообщение в классе.

2 Для освещения комнаты используют светящийся матовый шар радиусом 20 см. Расстояние от центра шара до пола равно $2{,}5$ м. На какой высоте от пола должен находиться непрозрачный диск диаметром 20 см, чтобы на полу была видна только его полутень? Плоскость диска параллельна полу, а его центр лежит на одной вертикали с центром шара. Выполните чертёж по условию задачи.

*3 В солнечный день в тени деревьев все небольшие светлые пятна на земле имеют вид овалов (рис. 158). Объясните это явление. Чем определяется отношение наибольшего и наименьшего размеров этих овалов?

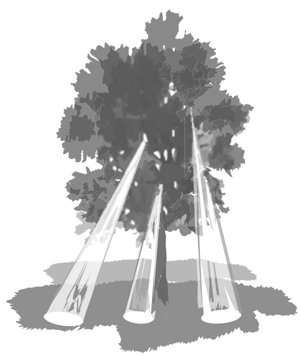


Рис. 158

§ 41 Закон отражения света

Предметы, которые сами не являются источниками света, мы видим потому, что они отражают падающий на них свет. Закон отражения света от плоских зеркал был установлен очень давно. Об этом свидетельствуют труды древнегреческого учёного Евклида.

Чтобы получить закон отражения света от плоского зеркала, воспользуемся установкой, изображённой на рис. 159. Она состоит из оптическо-

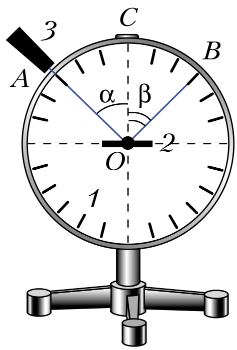


Рис. 159 Измерение углов падения и отражения света с помощью оптического диска

го диска *1*, по краю которого нанесены деления для определения углов. На диске закреплено плоское зеркало *2*. Одна из точек поверхности зеркала совпадает с центром диска (точка *O*). Плоскость зеркала перпендикулярна прямой *OC*. По краю диска можно перемещать источник *3*, дающий узкий параллельный пучок света. В качестве такого источника можно использовать, например, лазерную указку.

Направим свет от этого источника в центр диска так, чтобы он скользил по поверхности диска. Тогда на поверхности диска появится узкая светлая полоска. Можно считать, что положение этой полоски совпадает с *падающим* на зеркало лучом *AO*. Отражённый от зеркала свет создаёт светлую полоску *OB*. Можно считать, что её положение совпадает с *отражённым* лучом света *OB*.

! Плоскость, которую образуют падающий на зеркало луч и перпендикуляр к поверхности зеркала в точке падения луча, называют *плоскостью падения*.

В рассмотренном случае плоскость оптического диска совпадает с плоскостью падения. В свою очередь, отражённый луч *OB* лежит в плоскости диска. Следовательно, *отражённый луч лежит в плоскости падения*.

Угол между падающим лучом и перпендикуляром к плоскости зеркала в точке падения луча называют углом падения.
Угол между отражённым лучом и перпендикуляром к плоскости зеркала в точке падения луча называют углом отражения.

На рис. 159 углы падения и отражения обозначены соответственно α и β.

С помощью делений на диске можно убедиться в том, что при любом положении лазерной указки угол падения равен углу отражения: $\alpha = \beta$.

Отражённый от зеркальной поверхности луч лежит в плоскости падения, причём угол отражения луча равен углу падения.

Эти два утверждения называют **законом отражения от зеркальных поверхностей**.

С помощью рассмотренной установки можно обнаружить ещё одно свойство световых лучей. Расположим лазерную указку так, чтобы её свет был направлен из точки B по прямой BO. Тогда отражённый от зеркала в точке O луч будет проходить через точку A.

Таким образом, *если выходящий из точки A луч после отражения в зеркале в точке O проходит через точку B, то луч, выходящий из точки B, в случае отражения в точке O пройдёт через точку A*. Это утверждение называют *принципом обратимости световых лучей при отражении от зеркальных поверхностей*.

В реальном случае при отражении даже от очень хорошего зеркала часть света распространяется и в других направлениях. Обычно наличием этой части пренебрегают, так как её энергия составляет очень малую долю от энергии падающего на хорошее зеркало света. В наличии этой части отражённого света можно убедиться экспериментально. Действительно, направим луч света от лазерной указки на лежащее на столе хорошее зеркало. Если посмотреть на точку отражения в зеркале сбоку, то можно увидеть (в достаточно тёмной комнате) светлое пятнышко на поверхности зеркала. Такое отражение света называют *диффузным (рассеянным) отражением*.

! При идеальном диффузном отражении от плоской поверхности свет отражается во всех направлениях равномерно.

Это утверждение называют **закономидеального диффузного отражения (законом Ламберта)**. Близким к идеальному диффузному отражению является отражение света от листа хорошей белой бумаги или от поверхности свежевыпавшего снега. Диффузным является и отражение света от пылинок, попавших в пучок света (*см.* рис. 152).

Итоги

Угол между падающим лучом и перпендикуляром к плоскости зеркала в точке падения луча называют углом падения.

Угол между отражённым лучом и перпендикуляром к плоскости зеркала в точке падения луча называют углом отражения.

Закон отражения от зеркальных поверхностей.
Отражённый от зеркальной поверхности луч лежит в плоскости падения, причём угол отражения луча равен углу падения.

Вопросы

1 Что называют: а) плоскостью падения света; б) углом падения; в) углом отражения?

2 Как формулируется закон отражения от зеркальных поверхностей?
3 В чём состоит принцип обратимости световых лучей при отражении от зеркальных поверхностей?
4 Как распространяется свет после идеального диффузного отражения?
5 Почему часто пренебрегают диффузным отражением?

Упражнения

1 Луч света падает на зеркало под углом 30° к его плоскости. Определите угол между падающим и отражённым от зеркала лучами.
2 При каком угле падения угол между падающим и зеркально отражённым лучами равен 90°?
3 На сколько увеличится угол между отражённым и падающим лучами (*см.* рис. 159), если плоское зеркало повернуть на угол $\varphi = 20^\circ$ по часовой стрелке? (Ось поворота проходит через точку падения перпендикулярно плоскости падения.)
4 Лучи света от Солнца образуют с горизонтом угол 40°. Под каким углом к горизонту нужно расположить плоское зеркало, чтобы отражённые от него солнечные лучи были горизонтальны?
*5 Лучи света от Солнца падают на Землю, образуя с горизонтом угол 30°. На Земле стоит цилиндрический бак без крышки, стенки которого вертикальны. Высота бака равна 1 м, диаметр его поперечного сечения — 2 м. На дальнем от Солнца верхнем крае бака закреплено маленькое плоское зеркало так, что отражённый от зеркала солнечный луч попадает в центр дна бака. Найдите угол между плоскостью этого зеркала и горизонтом.

§ 42 Построение изображения в зеркалах

Каждый из вас неоднократно пользовался в обиходе плоскими зеркалами и видел изображения предметов, находящихся перед ними. Вы, конечно, обращали внимание на то, что эти изображения находятся как бы за зеркалом (в Зазеркалье, куда попала Алиса в сказке Л. Кэрролла). Почему мы видим предмет там, где его на самом деле нет?

Для ответа на этот вопрос рассмотрим ход лучей после их отражения в плоском зеркале. На рис. 160 показан точечный источник света S, расположенный на расстоянии h перед плоским зеркалом $З$. Рассмотрим лучи SC, SA и SB, падающие на зеркало от этого источника. Луч SC падает на зеркало перпендикулярно его плоскости. После отражения этот луч возвращается к источнику света. Отражения лучей SA и SB проходят через диаметрально противоположные крайние точки зрачка глаза.

Докажем, что продолжения *всех* отражённых от плоского зеркала лучей, испускаемых точечным источником S, пересекаются в одной точке S_1, симметричной источнику S относительно плоскости зеркала.

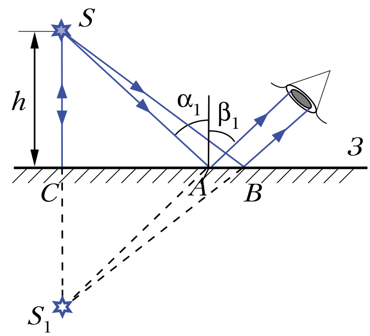


Рис. **160** Продолжения *всех* отражённых от плоского зеркала лучей, испускаемых точечным источником, пересекаются в одной точке S_1, симметричной точке S относительно плоскости зеркала

Для этого рассмотрим произвольный луч SA от источника, падающий на плоскость зеркала. Согласно закону отражения от зеркальных поверхностей угол отражения β_1 луча SA равен углу его падения α_1. Прямая AS_1 является прямолинейным продолжением отражённого луча, поэтому угол SAC равен углу CAS_1. Прямоугольные треугольники SAC и CAS_1 равны (по катету и прилежащему углу), следовательно, равны все их стороны и углы, а значит, $SC = CS_1$. Аналогично можно доказать, что и любой другой луч от источника (например, луч SB) отразится так, что продолжение отражённого луча будет проходить через точку S_1. Таким образом, *продолжения всех отражённых от плоского зеркала лучей пересекаются в одной точке S_1, симметричной источнику относительно плоскости зеркала.*

Обратим особое внимание на то, что эта точка S_1 лежит на продолжении перпендикуляра SC, опущенного из источника на плоскость зеркала. Причём расстояние от S_1 до плоскости зеркала равно расстоянию от источника S до той же плоскости: $SC = S_1C$.

Пучок отражённых от зеркала лучей, попадающих в зрачок, является пучком лучей, продолжения которых пересекаются за зеркалом в точке S_1. Поэтому мы воспринимаем точку S_1 как источник света. На самом деле в точке S_1 находится не реальный источника света, а его изображение.

Точку пересечения продолжений световых лучей от источника называют мнимым изображением этого источника.

Таким образом, точка S_1 представляет собой *мнимое изображение* источника S. (Отметим, что фотоаппарат, наведённый на мнимое изображение, зафиксирует его.)

В дальнейшем вы узнаете, что пересекаться могут не только продолжения лучей, вышедших из точечного источника, но и сами эти лучи после прохождения через некоторые оптические системы. В результате будет получаться *действительное изображение* источника.

Точку пересечения световых лучей от источника называют действительным изображением этого источника.

Для построения мнимого изображения точечного источника в плоском зеркале нужно построить точку, симметричную источнику относительно плоскости зеркала. Поскольку продолжения всех отражённых от плоского зеркала лучей пересекаются при этом в одной точке, то для построения изображения можно найти точку пересечения продолжения *любых двух* отражённых лучей.

Если перед плоским зеркалом находится протяжённый предмет, то можно показать, что *каждой точке такого протяжённого предмета соответствует лишь одна точка его изображения*. Справедливо и обратное утверждение: *каждой точке изображения, получаемого с помощью плоского зеркала, соответствует лишь одна точка предмета*. Это следует из принципа обратимости световых лучей при отражении от зеркальных поверхностей.

Изображения, удовлетворяющие этому условию, называют *стигматичными* (или *точечными*).

Из рис. 160 видно, что в глаз человека попадают лучи, отражённые от зеркала только в точках, расположенных на участке AB. Следовательно, если вместо большого зеркала использовать маленькое зеркало размером с участок AB, то видимое глазом изображение источника S никак не изменится. Следовательно, положение мнимого изображения любого предмета в плоском зеркале не зависит от размеров и положения плоского зеркала в данной плоскости. Оно определяется только положением плоскости зеркала в пространстве.

! Изображение точечного источника в плоском зеркале — точка, симметричная источнику относительно плоскости зеркала.

Можно показать, что мнимое изображение любого протяжённого предмета в плоском зеркале, расположенном напротив предмета (в отличие от изображения, получаемого в камере-обскуре), является:

1) *прямым* (не перевёрнутым);

2) *равным по размерам предмету*;

3) *стигматичным* (т. е. *каждой точке предмета соответствует только одна точка изображения*).

Наконец, каждый знает, что если перед зеркалом поднять правую руку, то «ваш двойник» в зеркале поднимет левую руку. Другими словами, *при отражении в зеркале право и лево меняются местами*.

Плоские зеркала используют не только в быту, но и в технике. Например, простейший *перископ* (прибор для наблюдения за происходящим из укрытий) может быть изготовлен из двух плоских зеркал *1* и *2* (рис. 161, *а*), смонтированных в трубе *T*.

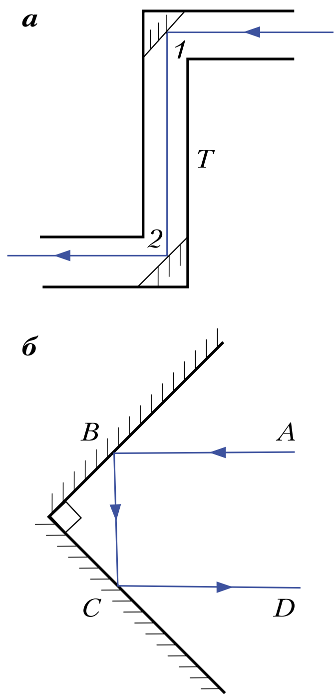


Рис. 161 Ход лучей в перископе (*а*) и в уголковом отражателе (*б*)

Ещё одним примером технического устройства, в котором используют плоские зеркала, является *уголковый отражатель*. Простейший уголковый отражатель состоит из двух взаимно перпендикулярных плоских зеркал (рис. 161, *б*). Если на одно из зеркал направить параллельный пучок света, ось которого совпадает с лучом *AB*, то после отражения в зеркалах луч *CD* будет направлен противоположно падающему лучу. Можно доказать, что отражатель, состоящий из трёх взаимно перпендикулярных плоских зеркал (расположенных так же, как грани куба, составляющие его вершину), будет направлять любой падающий на него пучок света обратно к источнику. С помощью такого трёхмерного уголкового отражателя, доставленного на Луну в 1970 г. советской станцией «Луна-17», было определено расстояние между отражателем и лазером, находившимся на Земле, с точностью примерно 0,5 м. Трёхмерные отражатели используют в световозвращающих устройствах, которые устанавливают, например, на транспортных средствах (автомобилях, велосипедах и т. д.).

Итоги

Точку пересечения продолжений световых лучей от источника называют мнимым изображением этого источника.

Точку пересечения световых лучей от источника называют действительным изображением этого источника.

Мнимое изображение любого протяжённого предмета в плоском зеркале, расположенном напротив предмета, является:

1) прямым (не перевёрнутым);
2) равным по размерам предмету;
3) стигматичным (т. е. каждой точке предмета соответствует лишь одна точка изображения).

При отражении в зеркале право и лево меняются местами.

Вопросы

1 Какое изображение называют: а) мнимым; б) действительным?
2 Какое изображение называют: а) прямым; б) перевёрнутым?
3 Какое изображение называют стигматичным (точечным)?
4 Можно ли сфотографировать изображение предмета, полученное с помощью плоского зеркала?
5 Изменится ли сопротивление фоторезистора, если его поместить в точку, в которой находится: а) действительное; б) мнимое изображение светящейся точки? Поясните свой ответ.
6 Можно ли увидеть изображение светящейся точки, если перпендикуляр, опущенный из этой точки на плоскость, в которой находится зеркало, не пересекает самого́ зеркала?
7 На каком расстоянии от себя вы увидите своё отражение в плоском зеркале, если находитесь от него на расстоянии 2 м?
8 С какой стороны от вас находится правая рука у вашего зеркального двойника?
9 Как устроен простейший перископ? Для чего он используется?
*10 С помощью каких известных вам устройств можно изменить направление распространения светового пучка на противоположное?

Упражнения

1 Точечный источник света расположен над плоским зеркалом на расстоянии 3 м от него. Определите расстояние между источником и его изображением в этом зеркале.
*2 Постройте изображение светящейся стрелки AB в плоском зеркале $З$ (рис. 162). Докажите, что длина изображения стрелки равна длине самой стрелки.
3 Перерисуйте в тетрадь рис. 162 и покажите на нём область, из которой можно увидеть изображение всей стрелки AB в зеркале $З$.

*4 Определите минимальный вертикальный размер висящего на стене зеркала, стоя перед которым человек ростом $1{,}8$ м может полностью увидеть своё изображение.

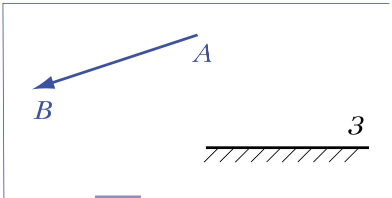


Рис. 162

*5 По столу, на котором стоит вертикально плоское зеркало, по направлению к нему ползёт муха со скоростью $0{,}5$ см/с. Определите скорость сближения мухи со своим изображением в зеркале.

6 Изучите с товарищем принцип обратимости световых лучей при отражении от зеркальных поверхностей. Для этого используйте небольшое зеркальце. Убедитесь в том, что если вы видите в зеркальце изображение глаза товарища, то и он видит в нём изображение вашего глаза. Зарисуйте схему эксперимента и сделайте сообщение в классе.

7 Изучите действие зеркал заднего вида автомобиля (велосипеда, мотоцикла). Почему надписи на капотах автомобилей скорой помощи делают в обратном порядке зеркально отражёнными буквами (ƎƆИA⅃UBMA)?

§ 43 Закон преломления света на плоской границе двух однородных прозрачных сред

Направим узкий пучок света (например, от лазерной указки) под некоторым углом α к поверхности налитой в стакан воды (рис. 163). Мы увидим, что свет частично отражается от поверхности, а частично проходит в воду, изменив направление своего распространения.

Изменение направления распространения света при прохождении границы раздела двух прозрачных сред называют преломлением света.

Угол γ между перпендикуляром к границе раздела сред и преломлённым лучом называют углом преломления.

Из рисунка видно, что угол преломления γ в рассматриваемом случае меньше угла падения α.

Первые попытки найти закон преломления света были предприняты почти две тысячи лет назад греческим астрономом Птолемеем. Однако сформулирован этот закон был лишь по прошествии примерно полутора

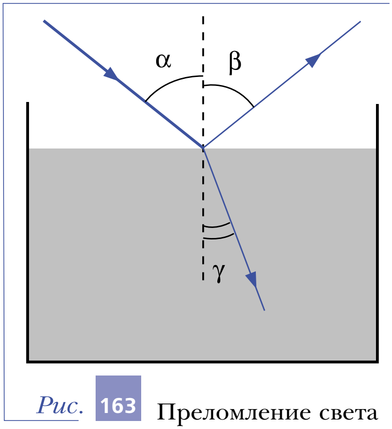


Рис. 163 Преломление света на границе раздела двух сред: воздуха и воды

тысяч лет голландским математиком Виллебрордом Снеллиусом (1580–1626) и независимо от него французским математиком и физиком Рене Декартом (1596–1650). Это удалось сделать только после того, как значительно увеличилась точность измерения углов, а при обработке результатов измерений стали использовать тригонометрические функции.

В настоящее время **закон преломления света на границе раздела двух прозрачных однородных сред** формулируют так.

Луч падающий, луч преломлённый и перпендикуляр к границе раздела сред в точке падения луча лежат в одной плоскости.

Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления для данной пары сред не зависит от угла падения:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21},$$

где n_{21} — относительный показатель преломления второй среды по отношению к первой.

Если свет переходит в какую-либо среду из вакуума, то отношение синуса угла падения к синусу угла преломления называют *абсолютным показателем преломления n этой среды*.

Для краткости абсолютный показатель преломления среды называют просто показателем преломления среды, опуская слово «абсолютный».

Среду, имеющую бóльший абсолютный показатель преломления, называют оптически более плотной.

Если известны абсолютные показатели преломления первой n_1 и второй n_2 сред, то относительный показатель преломления $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$.

Следовательно,

произведение абсолютного показателя преломления среды, из которой падает свет, на синус угла падения равно произведению абсолютного показателя преломления второй среды на синус угла преломления: $n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\gamma$.

К настоящему времени установлено, что показатель преломления почти всех газов и паров при нормальных условиях с точностью до одной тысячной не отличается от единицы. Поэтому если свет падает из воздуха на жидкие или твёрдые прозрачные вещества, то относительные показатели преломления твёрдых или жидких прозрачных веществ по отношению к окружающей среде можно считать совпадающими с их абсолютными показателями преломления.

Приведём показатели преломления ряда твёрдых и жидких веществ для света жёлтого цвета при нормальных условиях (табл. 10).

Таблица 10

Вещество	n	Вещество	n
Алмаз	2,417	Рубин	1,76
Анилин	1,586	Серная кислота	1,43
Ацетон	1,359	Соляная кислота	1,254
Бензин	1,395	Спирт метиловый	1,329
Вода	1,333	Спирт этиловый	1,361
Кварц	1,544	Стекло оконное	1,48–1,53
Лёд	1,310	Стекло оптическое	1,45–2,04
Льняное масло	1,47	Стекло органическое	1,48–1,50

Пользуясь этой таблицей, можно установить, что, например, алмаз — оптически более плотная среда, чем вода или стекло. Можно вычислить угол преломления на границе двух сред, зная угол падения, и таким образом определить ход лучей в оптической системе.

Убедиться в справедливости закона преломления света можно, например, с помощью уже знакомого вам оптического диска *1*. Заменим плоское зеркало в его центре половиной цилиндра *2*, изготовленного из оптического стекла с показателем преломления $n = 1{,}45$. Закрепим его на диске так, как показано на рис. 164.

Направим в точку O, лежащую на оси цилиндра, узкий параллельный пучок света лазерной указки *3* под углом, например, $\alpha = 45°$. На границе раздела «воздух — стекло» этот пучок частично отразится под углом $\beta = 45°$, а частично пройдёт в стекло вдоль радиуса цилиндра под углом γ к перпендикуляру в точке O — по лучу OD. Отметим, что луч, идущий вдоль радиуса цилиндра через боковую поверхность, не изменяет направления своего рас-

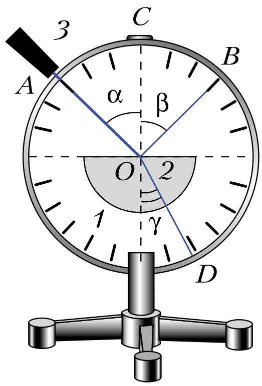


Рис. **164** Экспериментальное подтверждение закона преломления света

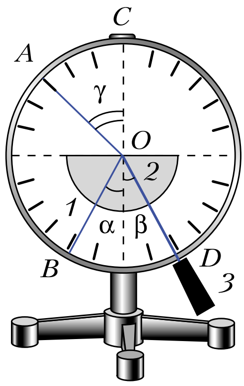


Рис. **165** При преломлении света выполняется принцип обратимости световых лучей

пространения на границе раздела сред. (Точно так же не меняет направления своего распространения луч, который падает перпендикулярно плоской поверхности границы раздела двух сред.)

По закону преломления света $\left(\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21} = n\right)$ синус угла преломления

$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{\sin 45^\circ}{1,45} = \frac{\sqrt{2}}{2\cdot 1,45} \approx 0,49.$ Следовательно, угол преломления γ должен быть немного меньше 30°, что и подтверждается экспериментально.

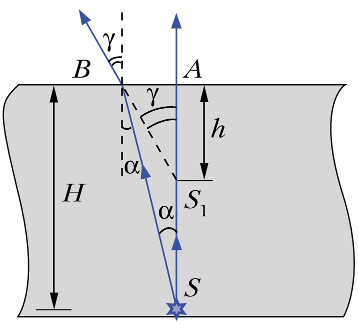


Рис. **166**

Исследуем, выполняется ли принцип обратимости световых лучей при преломлении. Для этого направим пучок света от лазера из точки D в точку O (рис. 165). В этом случае луч, не испытывая преломления на цилиндрической поверхности, приходит в точку O. В точке же O происходит частичное отражение этого луча и его преломление на границе «стекло — воздух». Эксперимент показывает, что преломлённый луч приходит в точку A. Таким образом мы убеждаемся в том, что *падающий и преломлённый лучи обратимы.*

Используя закон преломления, легко объяснить, почему глубина водоёма для человека, смотрящего на его поверхность сверху, кажется меньшей, чем на самом деле. На рис. 166 показан ход двух лучей, идущих от источника S (например, ярко освещённого камешка на дне водоёма глубиной H). Луч SA перпендикулярен границе раздела «вода — воздух» и поэтому проходит через неё, не меняя направления. Поскольку угол падения α луча SB не равен нулю, а показатель преломления воды $n \approx \frac{4}{3} > 1$, угол преломления γ больше угла падения α. Поэтому *мнимое* изображение S_1 источника S располагается на меньшей глубине. Можно доказать, что кажущаяся человеку глубина h приблизительно составляет $\frac{1}{n} \approx \frac{3}{4}$ от истинной глубины водоёма.

Преломление света объясняет и многие другие явления, например кажущийся излом палочки в стакане с водой, более высокое расположение звёзд над горизонтом и т. п.

Итоги

Закон преломления света на границе раздела двух прозрачных однородных сред.

Луч падающий, луч преломлённый и перпендикуляр к границе раздела сред в точке падения луча лежат в одной плоскости.

Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления для данной пары сред не зависит от угла падения:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21},$$

где n_{21} — относительный показатель преломления второй среды по отношению к первой.

Отношение синуса угла падения света из вакуума на данное вещество к синусу угла преломления называют абсолютным показателем преломления n этого вещества.

Если известны абсолютные показатели преломления первой n_1 и второй n_2 сред, то относительный показатель преломления

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Вопросы

1. Что называют: а) преломлением света; б) углом преломления?
2. Сформулируйте закон преломления света.
3. Какие значения имеют абсолютные показатели преломления большинства газов и паров при нормальных условиях?

4 Приведите примеры известных вам показателей преломления прозрачных жидкостей и твёрдых веществ при нормальных условиях.

5 В каких случаях относительный показатель преломления данного вещества по отношению к окружающей среде будет: а) больше единицы; б) меньше единицы; в) равен единице?

6 Сформулируйте принцип обратимости световых лучей при преломлении.

Упражнения

1 Луч жёлтого света из воздуха падает на поверхность воды под углом $\alpha = 30^\circ$. Определите синусы углов преломления и отражения этого луча.

2 Относительный показатель преломления глицерина для светового луча жёлтого цвета по отношению к воде равен $1{,}105$. Определите показатель преломления глицерина для этого света.

*3 На границу раздела двух прозрачных сред падает луч света под углом α. Относительный показатель преломления второй среды по отношению к первой равен n. Угол между отражённым и преломлённым лучами равен 90°. Найдите угол α.

§ 44 Преломление света в призме. Дисперсия

Сначала рассмотрим, что происходит, когда луч света падает под некоторым углом α на плоскопараллельную прозрачную пластинку, находящуюся в однородной оптически менее плотной среде (рис. 167). В этом случае он испытывает преломление на обеих границах пластинки и выходит из неё под тем же углом, но сместившись параллельно самому себе на расстояние h. Это расстояние зависит от толщины пластинки D, угла α и относительного показателя преломления n материала пластинки по отношению к окружающей среде.

Свойство плоскопараллельных пластин смещать луч света используют при создании различных оптических приборов и устройств.

В оптических устройствах часто применяют треугольные стеклянные призмы. На рис. 168 показан ход через такую призму луча синего света от лазерной указки. Пусть этот луч падает из воздуха на боковую поверхность (грань) призмы под углом α и идёт так, как показано на рисунке. В результате двукратного преломления на боковых гранях *луч отклоняется от*

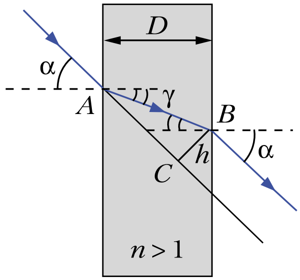


Рис. 167 Ход лучей в плоскопараллельной пластине, находящейся в оптически менее плотной среде

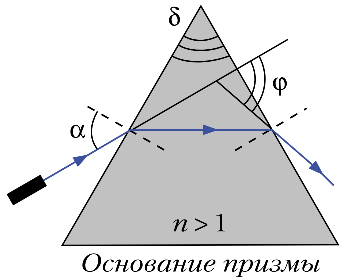


Рис. 168 В результате двукратного преломления на боковых гранях призмы луч отклоняется от первоначального направления в сторону основания призмы

первоначального направления в сторону основания призмы на угол φ. Понятно, что угол φ зависит от угла падения α, угла при вершине призмы δ (*преломляющего угла призмы*) и относительного показателя преломления n материала призмы по отношению к окружающей среде.

В рассмотренном случае показатель преломления материала призмы (стекла) больше показателя преломления окружающей среды (воздуха). Поэтому выходящий из призмы луч отклоняется к её основанию. В противном случае (если показатель преломления материала призмы меньше показателя преломления окружающей среды) выходящий луч будет отклоняться в противоположную сторону – к вершине призмы.

Исследованием особенностей прохождения через призмы узкого пучка солнечного света, идущего из небольшого отверстия в оконной ставне, занимался Ньютон. Он открыл, что вышедший из призмы пучок представляет собой набор лучей различных цветов (*см.* рисунок на форзаце учебника). При этом на экране, установленном за призмой, наблюдается узкая цветная полоска. Эту полоску Ньютон назвал *спектром*.

! В результате экспериментов было установлено, что наиболее сильно от первоначального направления отклоняются фиолетовые лучи, а красные лучи испытывают наименьшее отклонение.

Если в экране, на котором наблюдается спектр, сделать узкую горизонтальную прорезь и перемещать экран с прорезью вдоль спектра, то из прорези будет выходить свет только одного цвета. Если такой луч определённого цвета пропустить через вторую призму, то он уже не будет растягиваться в разноцветную полоску. Такой луч отклонится от первоначального направления на угол, величина которого определяется его цветом.

Поскольку цвет светового луча определяется длиной волны (или частотой электромагнитной волны) (*см.* § 38), мы приходим к определению *дисперсии света*.

Зависимость показателя преломления вещества от цвета светового луча (длины волны или частоты) называют дисперсией.

В таблице 11 приведены показатели преломления двух сортов оптического стекла (ТФ1 и К8) и воды для света разных цветов при нормальных условиях.

Таблица 11

Цвет	Стекло ТФ1	Стекло К8	Вода
Красный	1,6444	1,5145	1,3311
Жёлтый	1,6499	1,5170	1,3330
Зелёный	1,6546	1,5191	1,3345
Синий	1,6648	1,5235	1,3374
Фиолетовый	1,6852	1,5318	1,3428

Ньютон обнаружил, что если между источником света и призмой поместить стекло, пропускающее свет только определённого цвета, то на экране вместо полоски получается цветное пятнышко в том месте, где до этого располагался участок спектра соответствующего цвета. Он также установил, что при сведении цветных пучков спектра в одну область экрана на нём получается белое пятно. На основании этих опытов Ньютон сделал заключение:

! белый свет есть совокупность простых цветов, т. е. всех цветов, наблюдаемых в спектре.

Ньютоном было обнаружено, что *получить белый свет можно не только наложением друг на друга всех цветных лучей из спектра. Белый свет можно получить, налагая лишь два луча определённых цветов*. Цвета двух пучков света, которые при наложении дают белый свет, называют *дополнительными*. Примеры пар дополнительных цветов приведены на форзаце в конце учебника.

Слово «дисперсия» происходит от лат. dispergo, что буквально означает «разбрасываю».

Итоги

Показатель преломления данного вещества зависит от *цвета светового луча*.

При прохождении пучка солнечного света через призму наблюдается *спектр*. Белый свет есть совокупность простых цветов — всех цветов спектра.

Зависимость показателя преломления вещества от цвета светового луча (длины волны или частоты) называют дисперсией.

Вопросы

1. Что называют дисперсией света?
2. Какова последовательность цветов в спектре, получаемом с помощью призмы?
3. Какие цвета называют дополнительными? Приведите примеры таких цветов.

*4. Можно ли создать такую систему зеркал и призм, глядя через которую один человек видел бы второго, но этот второй не видел бы первого? Ответ обоснуйте.

Упражнения

1. Докажите, что луч света, выходящий из плоскопараллельной пластинки, находящейся в однородной среде, параллелен падающему лучу (*см.* рис. 167).
2. Определите смещение h луча, выходящего из пластинки, рассмотренной в упражнении 1, зная её толщину D и относительный показатель преломления n её материала по отношению к окружающей среде, если угол падения луча равен α. Считайте, что $n > 1$.

*3. Постройте ход луча света, падающего из воздуха на боковую грань равносторонней треугольной стеклянной призмы. Известно, что искомый луч падает на боковую грань призмы под таким углом α, что внутри призмы он идёт параллельно её основанию и перпендикулярно рёбрам призмы.

✔4. Подготовьте реферат на тему «Оптические явления в атмосфере», используя справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурса http://gotourl.ru/7171. Сделайте сообщение в классе.

Для дополнительного изучения

§ 45 Явление полного внутреннего отражения

Пусть луч света переходит из оптически *более* плотной среды с показателем преломления n_1 (например, из стекла) в оптически *менее* плотную среду с показателем преломления n_2 (в воздух), т. е. $n_1 > n_2$. Тогда угол преломления будет больше угла падения (*см.* рис. 165).

С увеличением угла падения наступает такой момент, когда угол преломления становится равным 90°. В этом случае преломлённый луч начинает скользить по поверхности раздела сред.

При дальнейшем увеличении угла падения луч уже не выходит из первой среды (стекла) во вторую (воздух), а испытывает полное отражение от границы этих сред, возвращаясь *без потерь* в первую, оптически более плотную среду (рис. 169). Это явление называют *полным (внутренним) отражением*.

Угол падения α_m, которому соответствует угол преломления $\gamma = 90°$, называют предельным углом полного (внутреннего) отражения.

Из закона преломления света следует, что предельный угол полного отражения можно определить по формуле:

$$\sin\gamma = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin\alpha_m. \qquad (1)$$

Если $\gamma = 90°$, то $\sin\gamma = \sin 90° = 1$. Поэтому согласно формуле (1) предельный угол полного отражения определяется выражением:

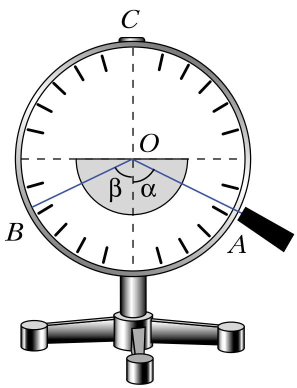


Рис. 169 При полном (внутреннем) отражении луч возвращается без потерь в оптически более плотную среду

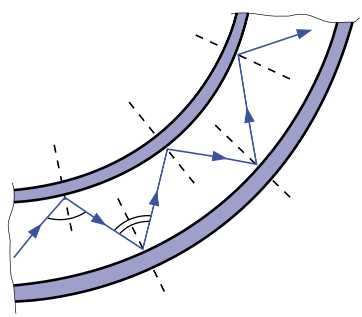


Рис. 170 Ход лучей в волокне световода

$$\sin\alpha_m = \frac{n_2}{n_1},$$

где n_1 — показатель преломления оптически более плотной среды, а n_2 — показатель преломления оптически менее плотной среды.

Опыт показывает, что при нормальном падении света на границу «воздух — стекло» или «стекло — воздух» (когда луч падает на границу раздела перпендикулярно поверхности) энергия отражённого света равна примерно 4 % энергии падающего света. По мере увеличения угла падения доля отражённого от границы света увеличивается. Если же имеет место явление полного отражения, то даже при многократных отражениях весь свет, падающий на границу раздела, отражается *полностью*. К

Явлением полного отражения объясняется блестящая поверхность пузырьков воздуха в воде: падающий на поверхность пузырьков солнечный свет полностью отражается.

На свойстве полного внутреннего отражения основана новая очень важная отрасль техники — *волоконная оптика*, начавшая бурно развиваться с середины прошлого века. Основной элемент волоконной оптики — *световод* изготавливают из прозрачных волокон диаметром до 0,05 мм. На рис. 170 показано сечение одного такого волокна и ход луча в нём. Волокно сверху покрыто тонкой плёнкой из оптически менее плотного материала. Торцы световода делают плоскими и тщательно шлифуют. Световод может содержать до нескольких тысяч таких волокон, плотно прижатых друг к другу. Их можно как угодно изгибать и даже завязывать в узел.

Световоды находят широкое применение в современной медицине, в системах передачи, шифровки и дешифровки информации. Они не подвержены коррозии и много легче металлических проводников. Кроме того, на них не действуют электрические и магнитные поля, которые могут создавать значительные помехи в линиях передачи информации.

На явлении полного внутреннего отражения основано также действие поворотных (рис. 171, *а*) и оборотных (рис. 171, *б*) равнобе-

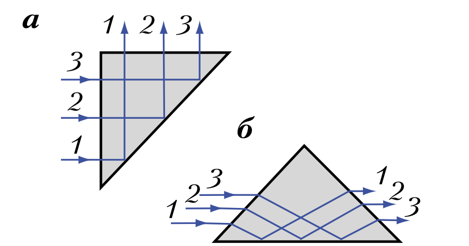


Рис. 171 Действие поворотных (*а*) и оборотных (*б*) призм основано на явлении полного (внутреннего) отражения

К Для сравнения отметим, что у очень хороших зеркал энергия света, отражённого по закону отражения от зеркальных поверхностей, не превышает 90–95 % энергии падающего света.

дренных прямоугольных призм. Их используют в целом ряде оптических приборов, в том числе в перископах, вместо плоских зеркал.

Итоги

Если луч света падает на границу раздела двух сред из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду ($n_1 > n_2$) под углом, большим некоторого предельного значения α_m, то он *полностью* отражается от границы раздела. Это явление *называют полным (внутренним) отражением*.

Угол падения α_m, которому соответствует угол преломления $\gamma = 90°$, называют предельным углом полного (внутреннего) отражения.

$\sin\alpha_m = \dfrac{n_2}{n_1}$,

где n_1 — показатель преломления оптически более плотной среды, n_2 — показатель преломления оптически менее плотной среды.

Вопросы

1. Какое явление называют явлением полного (внутреннего) отражения? При каких условиях оно возникает?
2. Как рассчитать предельный угол полного отражения?
3. Как изменяется доля отражённого света с уменьшением угла падения от α_m до нуля?
4. Может ли наблюдаться явление полного отражения при переходе луча света: а) из воздуха в воду; б) из воды в воздух; в) из воды в лёд? Для ответа воспользуйтесь табл. 10.
5. В каких устройствах используют явление полного отражения?
6. Как устроен световод? Для каких целей его используют?
7. На каком явлении основано действие оборотных и поворотных призм?

*8. Почему в перископах вместо плоских зеркал предпочтительнее использовать поворотные призмы?

Упражнения

1. Определите предельный угол полного отражения для границ раздела сред: а) «алмаз — воздух»; б) «вода — воздух»; в) «кварц — вода».

2 Предельный угол полного отражения на границе раздела некоторого вещества с воздухом оказался равным $30°$. Определите показатель преломления этого вещества.

3 Определите минимально допустимое значение показателя преломления вещества, из которого изготовлена равнобедренная прямоугольная поворотная призма, показанная на рис. 171.

***4** В аквариуме на глубине h горит маленькая лампочка S (рис. 172). На поверхности плавает тонкий деревянный кружок, центр которого расположен на одной вертикали с лампочкой. Определите минимальный диаметр D кружка, при котором лампочку нельзя увидеть, глядя на поверхность воды сверху.

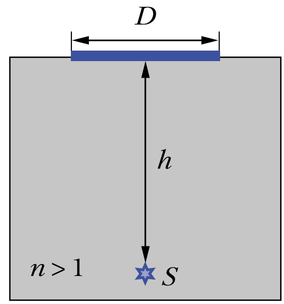


Рис. **172**

§ 46 Линзы

Важным элементом многих оптических приборов (очков для глаз, прожекторов, проекторов, фотоаппаратов и т. п.) являются *линзы* (от *лат.* lens — «чечевица»).

Линзой называют прозрачное тело, хотя бы одна из поверхностей которого не является плоской.

Линзы изготавливают из различных сортов оптического стекла, хотя в ряде случаев их делают из кварца, каменной соли, прозрачных пластмасс и других материалов. Чаще всего противоположные поверхности линзы имеют сферическую форму или же одна из поверхностей является плоской, а вторая — сферической. Поверхности линз могут иметь и другую форму, например цилиндрическую, параболическую и т. д. Однако такие линзы встречаются довольно редко и мы их рассматривать не будем.

Прямую, проходящую через центры обеих сферических поверхностей линзы, называют главной оптической осью.

Если же одна из ограничивающих линзу поверхностей является плоской, то главная оптическая ось линзы проходит через центр сферической поверхности перпендикулярно плоской поверхности.

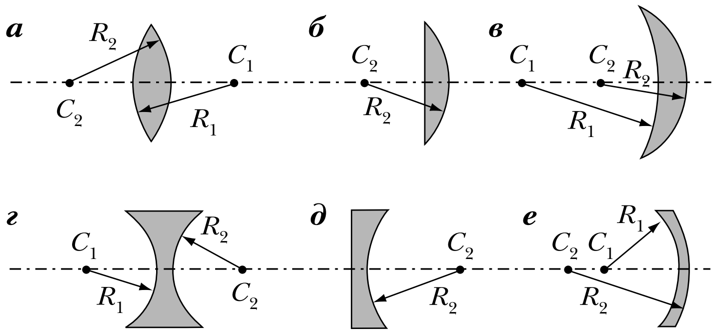


Рис. **173** Сферические выпуклые (*а*, *б*, *в*) и вогнутые (*г*, *д*, *е*) линзы

На рис. 173 показаны сечения сферических линз плоскостью, проходящей через главную оптическую ось. Точками C_1 и C_2 обозначены центры сферических поверхностей линз, радиусы которых равны R_1 и R_2.

Если сферическая поверхность линзы и центр этой поверхности находятся *по разные стороны* от середины линзы, то радиус такой поверхности считают положительным, в противном случае — отрицательным. Например, оба радиуса линзы, показанной на рис. 173, *а*, положительны. У линзы, показанной на рис. 173, *г*, оба радиуса, напротив, отрицательны.

Если толщина середины линзы больше толщины её края (*см.* рис. 173, *а*–*в*), то такую линзу называют *выпуклой*, если меньше (*см.* рис. 173, *г*–*е*) — *вогнутой*.

У двух линз, показанных на рис. 173, одна из поверхностей является плоской. Подобные линзы часто называют *плосковыпуклыми* (*см.* рис. 173, *б*) или *плосковогнутыми* (*см.* рис. 173, *д*).

Направим на расположенную в воздухе стеклянную линзу параллельный пучок света, идущий вдоль её главной оптической оси. Исследуем, что произойдёт с лучами этого пучка после прохождения линзы.

Для этого обратимся к рис. 174, на котором слева от плосковыпуклой линзы нарисована комбинация из четырёх призм и плоскопараллельной пластинки между ними (в центре). Они изготовлены из того же стекла, что и линза. На комбинацию призм и пластинки, как и на линзу, падает параллельный пучок лучей *1*–*5*. Центральный луч *3* выходит из пластинки и линзы, не изменяя своего направления, так как угол падения этого луча на границу раздела сред равен нулю. Наклоны боковых граней призм выбраны такими, чтобы углы падения на них и на сферическую поверхность линзы для соответствующих лучей были одинаковыми.

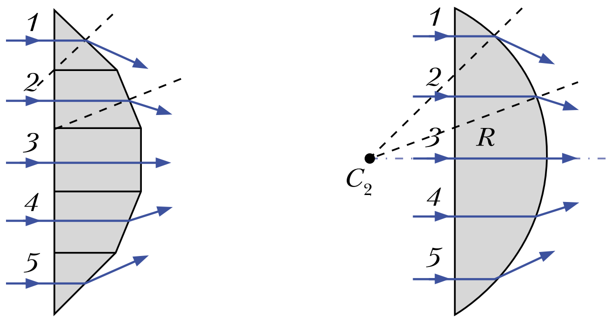


Рис. **174** Пучок лучей, падающих из воздуха на стеклянную плосковыпуклую линзу параллельно её главной оптической оси, после прохождения через линзу становится сходящимся

Вы уже знаете, что после преломления в призме с показателем преломления n её материала бо́льшим, чем у окружающей среды, выходящий из призмы луч отклоняется к основанию призмы. При этом чем больше угол при вершине призмы, тем больше будет угол падения луча на границу раздела «стекло – воздух» (*см.* рис. 168). Соответственно, тем больше будет угол отклонения выходящего из призмы луча от первоначального направления распространения. Поэтому углы отклонения лучей *1* и *5* больше углов отклонения лучей *2* и *4*.

Аналогично отклоняются и соответствующие лучи, проходящие через линзу: *чем дальше от главной оптической оси линзы проходит луч, тем больше угол отклонения выходящего из линзы луча*.

Таким образом, пучок лучей, падающий из воздуха на стеклянную плосковыпуклую линзу параллельно её главной оптической оси, после прохождения через линзу становится сходящимся (*см.* рис. 174).

Линзу, которая преобразует падающий на неё параллельный пучок света в сходящийся, называют собирающей.

Повторяя приведённые рассуждения, можно доказать, что параллельный пучок света, падающий на плосковыпуклую линзу, у которой показатель преломления материала меньше, чем у окружающей среды, выходит из линзы расходящимся (рис. 175). **К**

К Здесь и далее оптические среды, имеющие показатель преломления больше, чем показатель преломления окружающей среды, изображаются серым цветом. Если у оптической среды показатель преломления меньше, чем у окружающей среды, то такая оптическая среда изображается голубым цветом.

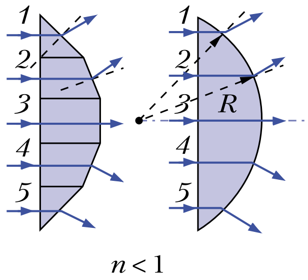


Рис. **175** Пучок лучей, падающий на плосковыпуклую линзу с показателем преломления меньшим, чем у окружающей среды, выходит из линзы расходящимся

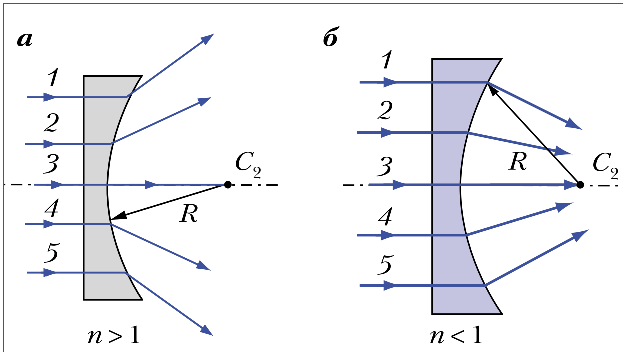


Рис. **176** Ход лучей в плосковогнутой линзе с показателем преломления бо́льшим, чем у окружающей среды (*а*), и меньшим, чем у окружающей среды (*б*)

Линзу, которая преобразует падающий на неё параллельный пучок света в расходящийся, называют рассеивающей.

Теперь сравним ход лучей, угол падения которых на передние плоские поверхности двух вогнутых линз равен нулю (рис. 176). Первая линза изготовлена из материала, показатель преломления которого *больше* показателя преломления окружающей среды. Видно, что выходящий из неё пучок света расходится. Поэтому такая линза является *рассеивающей*. Вторая линза изготовлена из материала, показатель преломления которого *меньше* показателя преломления окружающей среды. Пучок выходящего из неё света является сходящимся. Эта линза – *собирающая*.

! Действие линзы на проходящий через неё пучок света зависит от геометрии линзы и отношения показателя преломления материала линзы к показателю преломления окружающей среды $n_{\text{отн}}$.
Если $n_{\text{отн}} > 1$, то выпуклые линзы будут собирающими, а вогнутые — рассеивающими.
Если же $n_{\text{отн}} < 1$, то выпуклые линзы будут рассеивающими, а вогнутые — собирающими.

Итоги

Линзой называют прозрачное тело, хотя бы одна из поверхностей которого не является плоской.

Прямую, проходящую через центры обеих сферических поверхностей линзы, называют главной оптической осью.

Линзу, которая преобразует падающий на неё параллельный пучок света в сходящийся, называют собирающей.

Линзу, которая преобразует падающий на неё параллельный пучок света в расходящийся, называют рассеивающей.

Вопросы

1 Что называют: а) линзой; б) главной оптической осью линзы?

2 В каком случае радиус сферической поверхности, ограничивающей линзу, считают: а) положительным; б) отрицательным?

3 Какие линзы называют: а) выпуклыми; б) вогнутыми; в) собирающими; г) рассеивающими?

4 При каких условиях выпуклая линза будет: а) собирающей; б) рассеивающей?

5 При каких условиях вогнутая линза будет: а) собирающей; б) рассеивающей?

6 В какую среду надо поместить выпуклую ледяную линзу, чтобы она была: а) собирающей; б) рассеивающей?

*7 Собирающей или рассеивающей является линза, представляющая собой пузырёк воздуха в стекле?

Упражнения

1 В большинстве случаев торфяники загораются не из-за брошенного окурка, а под действием лучей солнечного света, преломляющихся в капле росы. Объясните, используя ваши знания о линзах, почему загорается торф.

2 Соберите несколько линз (выпуклых, плосковыпуклых, вогнутых и т. п.). Используйте очки. Определите, какие из них собирающие, какие — рассеивающие. Выскажите гипотезу о показателях преломления этих линз. По результатам исследования сделайте сообщение в классе.

§ 47 Тонкие линзы

В дальнейшем мы будем рассматривать только *тонкие* линзы.

Линзу называют тонкой, если модули радиусов R_1 и R_2 ограничивающих её поверхностей много больше толщины линзы.

Если линза является тонкой, то расстояние между точками пересечения главной оптической оси с ограничивающими линзу поверхностями можно считать малым и пренебречь им. Поэтому можно считать, что эти две точки совпадают (являются одной точкой). Эту точку называют *оптическим центром линзы.* При этом считают, что ограничивающие линзу поверхности лежат в одной плоскости, перпендикулярной главной оптической оси линзы и проходящей через её оптический центр. Эту плоскость называют *главной плоскостью линзы.*

! Оптический центр линзы находится в точке пересечения главной оптической оси линзы и перпендикулярной этой оси главной плоскости линзы.

Прямую, проходящую через оптический центр линзы, но не совпадающую с главной оптической осью, называют *побочной оптической осью*.

! Луч, проходящий через тонкую линзу вдоль любой (главной или побочной) оптической оси, не изменяет своего направления.

Действительно, для таких лучей центральную часть тонкой линзы (часть вблизи её оптического центра) можно считать тонкой плоскопараллельной пластинкой. Вы уже знаете, что любой луч, проходящий через такую пластинку, не изменяет направления своего распространения. Параллельным же смещением луча при его прохождении через пластинку можно пренебречь, поскольку толщина пластинки пренебрежимо мала.

Используя введённые понятия, главную плоскость собирающей линзы на чертежах изображают так, как показано на рис. 177, *а*. Изображение рассеивающий линзы показано на рис. 177, *б*. На этих рисунках точка O – оптический центр, а чёрная штрихпунктирная линия – главная оптическая ось линзы.

Опыты и расчёты показывают, что *все лучи, падающие на тонкую собирающую линзу параллельно её главной оптической оси, после преломления в линзе пересекаются в одной точке F, лежащей на этой оси* (*см.* рис. 177, *а*).

Эту точку называют *главным фокусом* собирающей линзы.

Если же такой параллельный пучок падает на *рассеивающую линзу,* то в её главном фокусе будут пересекаться *продолжения выходящих из лин-*

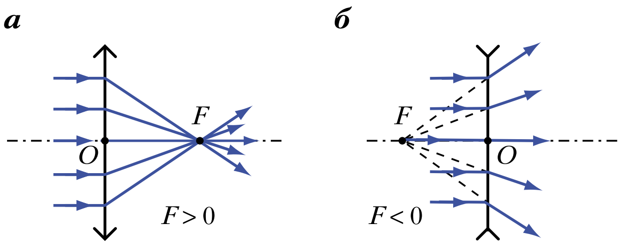


Рис. 177 У собирающей линзы (*а*) лучи после преломления пересекаются в главном фокусе линзы.
У рассеивающей линзы (*б*) в главном фокусе пересекаются продолжения лучей

зы лучей. На рис. 177, *б* продолжения выходящих из линзы лучей показаны пунктирными линиями.

Фокусным расстоянием собирающей линзы называют расстояние от её главного фокуса до оптического центра.

Это расстояние, так же как и сам фокус, обозначают буквой F.
Фокусное расстояние собирающей линзы положительно.

Фокусным расстоянием рассеивающей линзы называют расстояние от её главного фокуса до оптического центра, взятое со знаком «–».

Фокусное расстояние рассеивающей линзы отрицательно. K

Исследуем, как преобразуется при прохождении через тонкую линзу параллельный пучок лучей, один из которых совпадает с побочной оптической осью линзы (рис. 178).

Эксперимент показывает, что, как и в случае с пучком, лучи которого параллельны главной оптической оси, все эти лучи после прохождения через собирающую линзу *пересекутся в одной точке* (рис. 178, *а*). Если же линза является рассеивающей, то в одной точке пересекутся *продолжения вышедших из линзы лучей* (рис. 178, *б*). Такую точку пересечения лучей (либо их продолжений) называют *побочным фокусом*.

! Все побочные фокусы тонкой линзы лежат в одной плоскости, которая перпендикулярна главной оптической оси и проходит через главный фокус. Эту плоскость называют *фокальной*.

K В связи с этим *собирающие* линзы часто называют *положительными*, а *рассеивающие* — *отрицательными*.

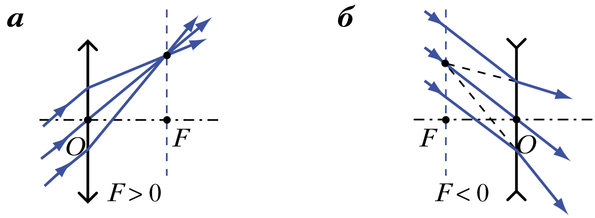


Рис. **178**

Фокальные плоскости показаны на рис. 178 синими пунктирными линиями.

Если же, продолжая эксперимент, направить на линзу параллельный пучок лучей с обратной стороны параллельно главной оптической оси, то после прохождения собирающей линзы лучи соберутся в одной точке. Её называют *вторым главным фокусом* линзы. Если же линза будет рассеивающей, то в её втором главном фокусе пересекутся продолжения выходящих из линзы лучей. Таким образом,

! любая линза имеет два главных фокуса, расположенных по разные стороны от её главной плоскости.

Можно доказать, что *если линза находится в однородной среде, то её фокусные расстояния равны.*

Фокусное расстояние тонкой линзы рассчитывают по формуле:

$$\frac{1}{F} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где n — относительный показатель преломления материала линзы по отношению к окружающей среде, R_1 и R_2 — радиусы сферических поверхностей, ограничивающих линзу, *взятые с соответствующим знаком.*

Напомним, что радиус сферической поверхности, ограничивающей линзу, может быть как положительным, так и отрицательным. Кроме того, если одна из поверхностей является плоской, то её радиус считают бесконечно большим. В этом случае величину, обратную радиусу этой поверхности, принимают равной нулю.

Из приведённой формулы следует, что фокусное расстояние выпуклой линзы будет положительным, если относительный показатель преломления n материала линзы по отношению к окружающей среде больше единицы. Если же $n < 1$, то её фокусное расстояние будет отрицательным. Другими словами, как это отмечалось ранее, в первом случае линза будет собирающей (положительной), а во втором — рассеивающей (отрицательной).

Из принципа обратимости хода световых лучей следует, что *если в главный (или побочный) фокус собирающей линзы поместить точечный источник света, то все выходящие из линзы лучи будут параллельны её главной (или побочной, проходящей через источник) оптической оси.*

В заключение введём еще одну физическую величину, характеризующую линзы.

Физическую величину, обратную фокусному расстоянию линзы, называют оптической силой линзы.

Оптическую силу линзы обозначают буквой D. В СИ единица оптической силы – *диоптрия* (дптр).

1 диоптрия – оптическая сила собирающей линзы, фокусное расстояние которой равно 1 м.

Поскольку фокусное расстояние рассеивающей линзы считают отрицательным, то и её оптическую силу считают отрицательной.

Итоги

Линзу называют тонкой, если толщина линзы много меньше радиусов ограничивающих её сферических поверхностей.

Оптический центр линзы находится в точке пересечения главной оптической оси линзы и перпендикулярной этой оси главной плоскости линзы.

Прямую, проходящую через оптический центр линзы и не совпадающую с главной оптической осью, называют *побочной оптической осью*.

Луч, идущий вдоль любой оптической оси, проходит через тонкую линзу, не изменяя своего направления.

Все лучи, падающие параллельно главной оптической оси тонкой собирающей линзы, пересекаются в одной точке – *главном фокусе линзы*.

Если падающий на тонкую рассеивающую линзу пучок лучей параллелен главной оптической оси, то в главном фокусе линзы пересекаются продолжения выходящих из линзы лучей.

Фокусным расстоянием собирающей линзы называют расстояние от её главного фокуса до оптического центра.

Фокусным расстоянием рассеивающей линзы называют расстояние от её главного фокуса до оптического центра, взятое со знаком «–».

Физическую величину, обратную фокусному расстоянию линзы, называют оптической силой линзы.

Вопросы

1. Какие линзы называют тонкими?
2. Что называют: а) оптическим центром тонкой линзы; б) главной плоскостью тонкой линзы; в) побочной оптической осью тонкой линзы?
3. Какие точки называют главными фокусами: а) собирающей линзы; б) рассеивающей линзы?
4. Какие точки называют побочными фокусами собирающей линзы? Где они расположены?
5. Какие плоскости называют фокальными? Как расположены фокальные плоскости тонких линз?
6. Что называют фокусным расстоянием: а) собирающей линзы; б) рассеивающей линзы?
7. Что называют оптической силой линзы? В каких единицах её измеряют в СИ?

*8. Из одного сорта стекла изготовили две плосковыпуклые линзы. Радиус сферической поверхности первой линзы меньше, чем второй. Какая из этих линз имеет бо́льшую оптическую силу? Ответ обоснуйте.

*9. Увеличится или уменьшится оптическая сила выпуклой стеклянной линзы после её погружения в воду? Ответ обоснуйте.

Упражнения

1. Определите оптическую силу линзы, фокусное расстояние которой равно: а) 50 см; б) -20 см.
2. На тонкую собирающую линзу падает параллельный её главной оптической оси пучок лучей. Нарисуйте ход этих лучей.
3. На тонкую рассеивающую линзу падает параллельный её главной оптической оси пучок лучей. Нарисуйте ход этих лучей.
4. Точечный источник света поместили в один из главных фокусов собирающей тонкой линзы. Нарисуйте ход лучей через линзу от этого источника.
5. На собирающую и рассеивающую линзы падает луч света так, как показано на рис. 179. Постройте выходящие из этих линз лучи.

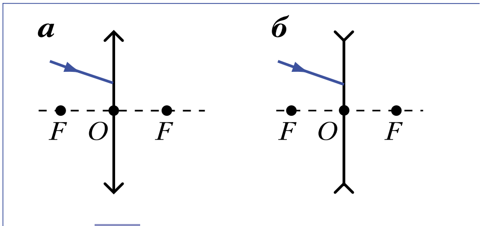


Рис. 179

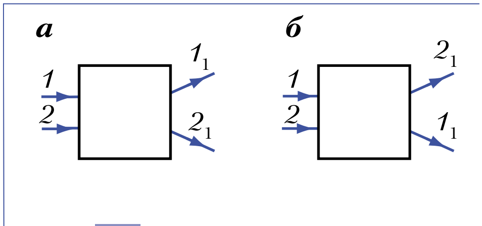


Рис. 180

***6** В ящиках *а* и *б*, показанных на рис. 180, находятся линзы, на которые падают лучи *1* и *2*, параллельные их главным оптическим осям. Лучи 1_1 и 2_1, выходящие из ящиков, — это преломлённые в линзе лучи *1* и *2*. В каком ящике находится собирающая, а в каком — рассеивающая линза? Сделайте в тетради рисунок, поясняющий ответ, и укажите на рисунке положения главных и фокальных плоскостей этих линз.

Для дополнительного изучения

§ 48 Построение изображений, создаваемых тонкими собирающими линзами

Применим полученные знания для построения изображений, создаваемых собирающими линзами. Для этого прежде всего научимся строить изображение точечного источника света, находящегося на некотором расстоянии от тонкой собирающей линзы.

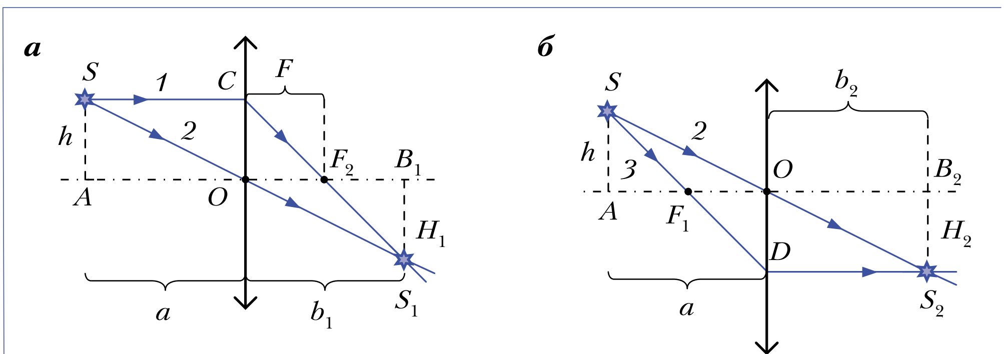


Рис. 181 Построение изображения точечного источника света в собирающей линзе

Начнём со случая, когда точечный источник S находится от главной плоскости тонкой собирающей линзы на расстоянии $a = OA$, *большем её фокусного расстояния* F, и на расстоянии $h = SA$ от её главной оптической оси (рис. 181). Рассмотрим два луча от этого источника, ход которых через линзу вам уже известен.

Из предыдущего параграфа вы знаете, что луч, параллельный главной оптической оси (луч *1* на рис. 181, *а*), после преломления проходит через главный фокус F_2, расположенный за линзой. Совпадающий же с побочной оптической осью луч *2* проходит через оптический центр O линзы, не изменяя своего направления.

Эти лучи пересекаются в точке S_1. Расстояние OB_1 обозначим b_1, а расстояние B_1S_1 обозначим H_1. Из подобия треугольников OAS и OB_1S_1 следует, что $\frac{h}{H_1} = \frac{a}{b_1}$. Длина отрезка OF_2 равна фокусному расстоянию линзы F. Поскольку $CO = h$, то из подобия треугольников F_2OC и $F_2B_1S_1$ следует, что $\frac{h}{H_1} = \frac{F}{b_1 - F}$. Следовательно, $\frac{a}{b_1} = \frac{F}{b_1 - F}$, или $a \cdot b_1 - a \cdot F = b_1 \cdot F$. Разделив почленно обе части этого соотношения на произведение $a \cdot b_1 \cdot F$, получим:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b_1}. \qquad (1)$$

На рис. 181, *б*, наряду с лучом *2*, идущим вдоль побочной оптической оси, показан ход луча *3*, проходящего через главный фокус F_1 этой линзы. После преломления этот луч идёт параллельно её главной оптической оси и пересекается с лучом *2* в точке S_2. Определим длины отрезков OB_2 и B_2S_2, обозначив их b_2 и H_2 соответственно. Поскольку треугольник OAS подобен треугольнику OB_2S_2, то $\frac{h}{H_2} = \frac{a}{b_2}$. Учитывая, что длина отрезка F_1O равна F, а длина отрезка OD равна H_2, из подобия треугольников F_1AS и F_1OD получаем: $\frac{h}{H_2} = \frac{a - F}{F}$. Следовательно, $\frac{a}{b_2} = \frac{a - F}{F}$, или $a \cdot F = a \cdot b_2 - b_2 \cdot F$. Разделив почленно обе части этого соотношения на $a \cdot b_2 \cdot F$, получим:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b_2}. \qquad (2)$$

Сопоставим формулы (1) и (2). Видно, что $b_1 = b_2$. Поэтому и $H_1 = H_2$. Таким образом, мы доказали, что точка S_1 пересечения лучей *1* и *2* совпадает с точкой S_2 пересечения лучей *2* и *3*.

Можно доказать, что и любой другой луч от источника S после преломления в линзе будет проходить через точку S_1. Поскольку в точке S_1 пересекаются все выходящие из линзы лучи от источника S, эту точку называют *действительным изображением* точечного источника S.

На основании полученных результатов можно сделать следующие важные выводы.

1. Как и в случае с изображением, получаемым с помощью плоского зеркала, каждой точке предмета соответствует лишь одна точка его изображения, получаемого с помощью тонкой линзы. Поэтому для нахождения изображения точки в тонкой линзе достаточно найти точку пересечения двух любых лучей от этого источника.

2. Если точка находится от главной плоскости собирающей линзы на расстоянии a, большем её фокусного расстояния F, то её действительное изображение будет находиться по другую сторону от главной плоскости на расстоянии b, которое удовлетворяет соотношению

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \qquad (3)$$

3. Действительное изображение точки, находящейся на расстоянии h от главной оптической оси собирающей линзы, располагается по другую сторону от этой оси на расстоянии H, которое можно вычислить по формулам:

$$H = h \cdot \frac{b}{a} = h \cdot \frac{F}{a - F} = h \cdot \frac{b - F}{F}. \qquad (4)$$

4. Поскольку расстояние b не зависит от h, то изображения светящихся точек, находящихся на одинаковом удалении от главной плоскости линзы, будут также находиться на одинаковом удалении от этой плоскости.

Следовательно, действительное изображение стрелки, перпендикулярной главной оптической оси линзы, будет также перпендикулярно указанной оси. Это изображение будет расположено по другую сторону от главной оси так, как показано на рис. 182.

Такое изображение называют *перевёрнутым (обратным)*. Если длину стрелки обозначить h, то согласно выражению (4) длина её изображения H будет во столько раз больше h, во сколько раз b больше a.

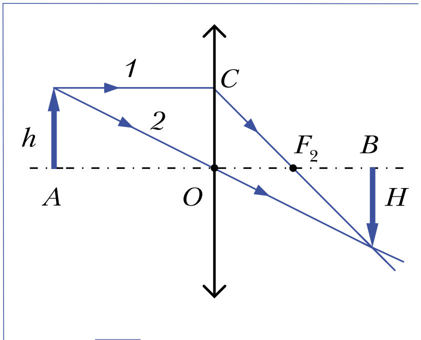


Рис. **182** Действительное изображение стрелки расположено по другую сторону от оптической оси линзы и является перевёрнутым

Отношение $\frac{H}{h}$ называют коэффициентом поперечного увеличения и обозначают символом $k_\perp$.

В соответствии с этим определением и формулами (4) в рассматриваемом случае $k_\perp = \frac{b}{a} = \frac{F}{a-F} = \frac{b-F}{F}$. (5)

Из формулы (3) следует, что при $F < a < 2F$ расстояние b удовлетворяет условию $b > 2F$. В этом случае $k_\perp > 1$, т. е. поперечный размер изображения будет больше соответствующего размера источника.

Если же $a > 2F$, то $F < b < 2F$ и тогда $0 < k_\perp < 1$. В этом случае поперечный размер изображения будет меньше соответствующего размера источника.

! Если стрелка расположена перпендикулярно главной оптической оси собирающей линзы на таком расстоянии a от главной плоскости, что $F < a < 2F$, то её изображение будет действительным, перевёрнутым и увеличенным;
если при тех же условиях $a > 2F$, то изображение стрелки будет действительным, перевёрнутым и уменьшенным.

Рассмотрим теперь построение изображения точечного источника S, который находится от главной плоскости тонкой собирающей линзы на расстоянии a, меньшем её фокусного расстояния F, и на расстоянии h от её главной оптической оси (рис. 183).

Для построения изображения воспользуемся двумя лучами. Пусть первый луч SO идёт вдоль побочной оптической оси. Следовательно, он выходит из линзы, не изменяя своего направления. Второй луч SC пусть идёт так, что его продолжение (пунктирная линия на рис. 183) проходит через главный фокус F_1. В этом случае луч SC после преломления в линзе пойдёт параллельно её главной оптической оси.

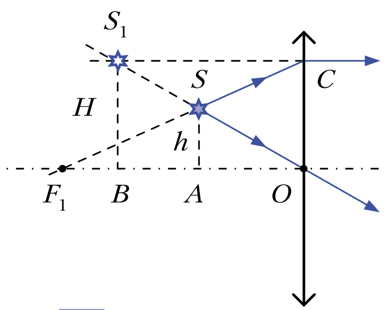


Рис. 183 Точечный источник света находится от главной плоскости тонкой собирающей линзы на расстоянии, меньшем фокусного

Из рисунка видно, что рассматриваемые лучи после преломления в линзе нигде не пересекаются. Однако в точке S_1 *пересекаются продолжения этих лучей*. Поэтому точка S_1 является *мнимым изображением* точки S. Наблюдатель по другую сторону линзы будет воспринимать лучи, выходящие из линзы, как лучи от источника, расположенного в точке S_1.

Отметим, что в этом случае источник и его мнимое изображение расположены по одну сторону от главной плоскости и главной оптической оси собирающей линзы.

Определим положение изображения S_1. Обозначим длины отрезков AO и BO соответственно a и b. Треугольники OSA и OS_1B подобны. Поэтому $\frac{h}{H} = \frac{a}{b}$. Так как отрезок S_1C параллелен главной оптической оси линзы, то длина отрезка OC равна H. Поскольку треугольники F_1SA и F_1CO подобны, то $\frac{h}{H} = \frac{F-a}{F}$.

Следовательно, $\frac{a}{b} = \frac{F-a}{F}$, или $F \cdot a = F \cdot b - a \cdot b$. Разделив почленно обе части этого равенства на произведение $a \cdot b \cdot F$, получим:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}. \qquad (6)$$

Формулы (3) и (6) можно переписать в виде: $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

При этом, когда изображение источника является *действительным*, величина b *положительна*, а когда изображение источника является *мнимым*, величина b *отрицательна*.

! Если между собирающей линзой и её главным фокусом поместить перпендикулярно главной оптической оси светящийся отрезок AS, то его изображение будет мнимым, прямым (неперевёрнутым) и увеличенным.

Это изображение на рис. 183 представляет собой отрезок BS_1.

Итоги

Каждой точке предмета при получении изображения с помощью тонкой линзы соответствует лишь одна точка его изображения. Поэтому для нахождения изображения точки в тонкой линзе достаточно найти *точку пересечения двух любых лучей от этого источника.*

Коэффициентом поперечного увеличения $k_\perp$ называют отношение соответствующих поперечных размеров изображения предмета и самого предмета.

Вопросы

1. Какой вид имеет изображение точки, получаемое с помощью собирающей линзы?

2 Можно ли утверждать, что каждой точке изображения, получаемого с помощью собирающей линзы, соответствует лишь одна точка изображаемого предмета?

3 Как связаны между собой фокусное расстояние собирающей линзы с расстояниями от её главной плоскости до точечного источника и до его изображения?

4 Что называют коэффициентом поперечного увеличения?

5 В каком случае изображение, получаемое с помощью собирающей линзы, будет: а) действительным; б) мнимым?

*6 При каких условиях можно получить на расположенном за собирающей линзой экране увеличенное изображение предмета? При каких условиях это изображение будет уменьшенным?

Упражнения

1 Постройте изображение светящейся точки, которая расположена перед собирающей линзой на расстоянии $a = 6$ см от её главной плоскости и на расстоянии $h = 2$ см от её главной оптической оси. Фокусное расстояние линзы $F = 4$ см.

2 С помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 0{,}5$ м на экране получают действительное изображение предмета, находящегося от линзы на расстоянии $a = 1{,}5$ м. На каком расстоянии b от линзы должен располагаться экран?

3 Определите коэффициент поперечного увеличения в случае, рассмотренном в задаче 2.

4 С помощью линзы с оптической силой $D = 5$ дптр необходимо получить изображение предмета на экране, который находится от линзы на расстоянии 25 см. На каком расстоянии от линзы следует расположить предмет?

*5 Светящаяся точка находится перед собирающей линзой на расстоянии, меньшем фокусного, над главной оптической осью линзы. Постройте изображение этой точки с помощью двух лучей: луча, идущего вдоль побочной оптической оси, и второго луча: а) падающего на линзу параллельно главной оптической оси; б) имеющего продолжение, которое проходит через главный фокус, находящийся перед линзой. Докажите, что продолжения этих трёх лучей пересекаются в одной точке.

*6 Расстояние между предметом и экраном, на котором получают изображение предмета, создаваемое с помощью собирающей линзы ($F = 13$ см), равно 1 м. Определите возможные расстояния от предмета до линзы и соответствующие коэффициенты поперечного увеличения.

7 Определите фокусное расстояние увеличительного стекла (лупы). Спланируйте эксперимент и проведите все необходимые измерения. Получите с помощью этой лупы изображение какого-либо источника света на экране. Проверьте справедливость формулы тонкой линзы. Сделайте сообщение в классе.

Для дополнительного изучения

§ 49 Построение изображений, создаваемых тонкими рассеивающими линзами

Рассмотрим, как можно построить изображение светящейся точки, которое получается с помощью тонкой рассеивающей линзы.

На рис. 184 показан точечный источник S, который находится перед главным фокусом F_1 тонкой рассеивающей линзы. Для построения изображения в этом случае использованы два луча: SC и SO. Луч SC идёт из источника S параллельно главной оптической оси рассеивающей линзы. Поэтому он выходит из линзы так, что его продолжение проходит через главный фокус F_1 линзы, расположенный по ту же сторону, что и источник S. Луч SO падает на линзу вдоль её побочной оптической оси. Поэтому при прохождении линзы он не изменяет своего направления. Видно, что выходящие из линзы лучи не пересекаются. Однако в точке S_1 пересекаются их продолжения. Можно доказать, что в этой же точке пересекутся продолжения и всех других прошедших через линзу лучей от этого источника. Таким образом, точка S_1 является изображением источника S. Отметим, что в рассмотренном случае изображение источника является *мнимым*.

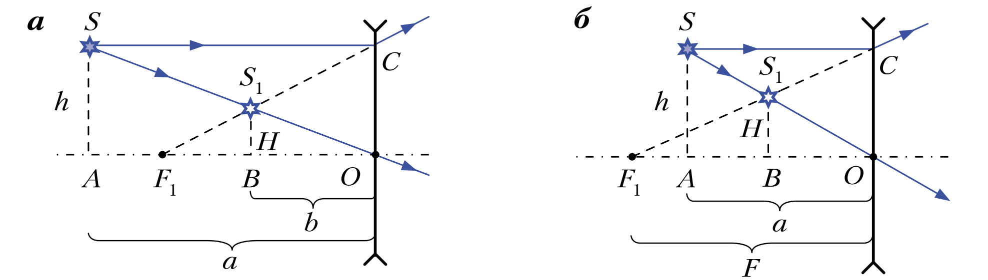


Рис. **184** Построение изображения точечного источника света в тонкой рассеивающей линзе

С помощью аналогичных лучей можно построить изображение и точечного источника, расположенного между фокальной и главной плоскостями рассеивающей линзы. Пример такого построения приведён на рис. 184, *б*. Видно, что и в этом случае изображение источника является мнимым.

! Таким образом, изображение S_1 точечного источника S, расположенного перед рассеивающей линзой, *всегда получается мнимым*. Это изображение расположено по ту же сторону от главной оптической оси, что и сам источник.

Определим положение изображения. Как и раньше, будем считать, что длина отрезка AO равна a, длина отрезка BO — b. Расстояние от источника до главной оптической оси линзы AS обозначим через h, а расстояние от его изображения до главной оптической оси BS_1 — через H. Поскольку треугольник OAS подобен треугольнику OBS_1, а треугольник F_1OC подобен треугольнику F_1BS_1, то $\frac{h}{H} = \frac{a}{b} = \frac{F}{F-b}$.

Следовательно,

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}, \qquad (1)$$

$$H = h \cdot \frac{b}{a} = h \cdot \frac{F}{a+F} = h \cdot \frac{F-b}{F}. \qquad (2)$$

Сопоставление формул из § 48 и формулы (1) приводит к выводу, что они могут быть записаны в виде одной формулы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \qquad (3)$$

При этом величина b для *действительного изображения* считается *положительной* ($b > 0$), для *мнимого изображения* — *отрицательной* ($b < 0$), фокусное расстояние для *собирающей линзы положительно* ($F > 0$), а для *рассеивающей линзы* — *отрицательно* ($F < 0$).

Итоги

Для построения изображения точечного источника в рассеивающей линзе можно воспользоваться *продолжениями любых двух лучей от этого источника, прошедших через линзу*. Точка пересечения продолжений этих лучей является мнимым изображением источника. Это изображение расположено по ту же сторону от главной оптической оси, что и сам источник.

Вопросы

1 Как построить изображение точечного источника в рассеивающей линзе?
2 Может ли изображение светящейся точки в рассеивающей линзе быть действительным?
3 Можно ли с помощью рассеивающей линзы получить на экране изображение стоящего перед ней предмета?
*4 Где должен находиться предмет перед рассеивающей линзой, чтобы коэффициент его поперечного увеличения был: а) больше единицы; б) меньше единицы?

Упражнения

1 Постройте изображение светящейся точки, расположенной перед рассеивающей линзой ($F = -4$ см) на расстоянии $a = 6$ см от её главной плоскости и на расстоянии $h = 2$ см от её главной оптической оси.
2 Постройте изображение светящейся точки, расположенной перед рассеивающей линзой ($F = -6$ см) на расстоянии $a = 4$ см от её главной плоскости и на расстоянии $h = 2$ см от её главной оптической оси.
3 С помощью рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = -0{,}5$ м наблюдают изображение предмета, который находится от главной плоскости линзы на расстоянии $a = 1{,}5$ м. На каком расстоянии b от главной плоскости линзы находится изображение?
4 Определите коэффициент поперечного увеличения в случае, рассмотренном в упражнении 3.
5 Используя формулу (3), определите положение изображения светящейся точки в случае, описанном в упражнении 1.
6 С помощью линзы с оптической силой $D = -5$ дптр наблюдают изображение, находящееся от линзы на расстоянии 25 см. На каком расстоянии от линзы расположен предмет?

§ 50 Глаз и зрение. Оптические приборы

Благодаря органам зрения — глазам человек видит окружающий мир, различает как близкие, так и удалённые предметы. Глаз взрослого человека имеет форму, близкую к шару диаметром около 2,5 см (рис. 185). Снаружи глаз окружён твёрдой оболочкой, называемой *склерой*. Перед-

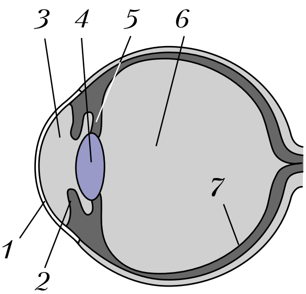


Рис. **185** Строение глаза человека

нюю часть *1* этой оболочки называют *роговицей*. Она прозрачна для света. Остальные части склеры имеют белый цвет и непрозрачны. Эти части называют *белком*.

За роговицей расположена прозрачная водянистая масса *3*, а за ней — *радужная оболочка 2*. Её цвет определяет цвет глаз человека. Радужная оболочка имеет в середине отверстие — *зрачок*. В зависимости от количества света, попадающего в глаз, диаметр зрачка может изменяться. При слабом освещении он может увеличиваться до 8 мм в диаметре, а при сильном освещении — уменьшаться примерно до 2 мм.

За зрачком расположено прозрачное упругое тело, имеющее вид двояковыпуклой линзы, — *хрусталик 4*. Хрусталик под действием *мышц 5*, прикрепляющих его к склере, может деформироваться. За хрусталиком расположено *стекловидное тело 6*, представляющее собой бесцветную прозрачную студенистую массу. Задняя часть склеры — *глазное дно* — покрыто сетчатой оболочкой *7* (*сетчаткой*). Сетчатая оболочка глаза состоит из тончайших волокон, являющихся разветвлениями зрительного нерва. Каждое из этих волокон оканчивается светочувствительным рецептором в виде палочки или колбочки. Всего в глазу насчитывается примерно 10^8 палочек и $7 \cdot 10^6$ колбочек. Палочки и колбочки, реагируя на свет, посылают сигналы в головной мозг. В отличие от палочек колбочки вырабатывают сигналы, которые зависят от цвета световых лучей. Таким образом, благодаря сигналам от колбочек мы различаем цвета.

Под действием сигналов, поступающих в мозг, возникает зрительное ощущение: человек видит предметы.

Роговица, камера, заполненная водянистой жидкостью, хрусталик и стекловидное тело образуют оптическую систему глаза. Эта оптическая система представляет собой собирающую линзу. Она формирует на сетчатке *действительное*, *уменьшенное и перевёрнутое изображение* рассматриваемых предметов. Мы же видим предметы такими, какие они есть. Это обусловлено тем, что мозг человека в первые месяцы жизни обучается корректировать информацию от светочувствительных элементов глаза, сопоставляя её с информацией от других органов чувств.

Время, необходимое для обработки информации, поступающей от зрительных рецепторов в мозг, даёт задержку зрительного ощущения. После пропадания изображения на сетчатке человек ещё примерно 0,14 с продолжает его воспринимать. Поэтому когда мы смотрим кино, то не замечаем смены кадров, происходящей с частотой не менее 20 Гц. При этом нам кажется, что мы непрерывно видим движущийся объект.

Расстояние между роговицей и сетчаткой, на которой получается изображение предмета, практически неизменно. В то же время человек отчётливо видит предметы, находящиеся на разных расстояниях. Это происходит потому, что форма хрусталика за счёт его деформации мышцами может изменяться. *Изменение формы хрусталика приводит к изменению оптической силы глаза*. Это явление называют *аккомодацией*.

Желая более детально рассмотреть предмет, человек приближает его к глазам. При этом размеры изображения на сетчатке увеличиваются, так как увеличивается *угол зрения*, под которым виден предмет. Следовательно, увеличивается и число светочувствительных рецепторов, которые посылают в мозг информацию о предмете. Поэтому мы можем различить более мелкие детали предмета.

У человека с нормальным зрением изображение очень удалённого предмета получается на сетчатке, когда мышцы, прикреплённые к хрусталику, полностью расслаблены. При этом оптическая сила глаза равна примерно 58 дптр. При приближении предмета для получения его чёткого изображения на сетчатке оптическая сила глаза должна увеличиваться. Это происходит за счёт аккомодации — сжатия хрусталика мышцами. Предел аккомодации, т. е. возможности сфокусировать изображение предмета на сетчатке, наступает, когда расстояние до предмета уменьшается до 12 см. При этом мышцы сжимают хрусталик наиболее сильно. В результате оптическая сила глаза увеличивается примерно до 74 дптр. Долго рассматривать так близко расположенные предметы человек не может — мышцы глаза устают.

Наиболее комфортное для человека с нормальным зрением расстояние для рассматривания мелких деталей равно 25 см. Это расстояние называют *расстоянием наилучшего зрения*. Предмет, находящийся от глаза на таком расстоянии, человек может длительно рассматривать без напряжения. Именно такое расстояние является оптимальным при чтении и письме.

Наиболее часто встречаются два дефекта зрения: *близорукость* и *дальнозоркость*.

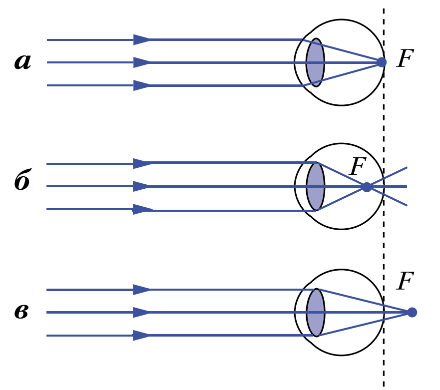


Рис. **186** Ход лучей через хрусталик при нормальном зрении (*а*), близорукости (*б*) и дальнозоркости (*в*)

У человека с нормальным зрением попадающий в глаз параллельный пучок света собирается в точке F, находящейся на сетчатке (рис. 186, *а*), у *близорукого – перед сетчаткой* (рис. 186, *б*), а у *дальнозоркого – за сетчаткой* (рис. 186, *в*). Поэтому у *близорукого* человека расстояние наилучшего зрения *меньше* 25 см, а у *дальнозоркого — больше* 25 см. С возрастом хрусталик глаза становится менее упругим. Меньшими становятся и максимально возможные усилия со стороны мышц. Поэтому у большинства людей с возрастом появляется так называемая старческая дальнозоркость.

Для исправления этих дефектов зрения применяют линзы – *очки*. При *близорукости*, когда в ненапряжённом состоянии хрусталика оптическая сила глаза больше 58 дптр, используют очки с *рассеивающими* линзами (линзами, оптическая сила которых отрицательна). Такие очки помогают получить изображение предмета точно на сетчатке. При *дальнозоркости* применяют очки с *собирающими* линзами, оптическая сила которых положительна.

Наличие у человека, как и у большинства других живых существ, двух глаз позволяет не только увеличить поле зрения, т. е. видеть большее пространство, но и получать *объёмное изображение* предметов. Кроме того, это позволяет определять расстояния до предметов. Дело в том, что на сетчатках правого и левого глаза изображения одного и того же предмета получаются немного отличными друг от друга, так как каждый глаз видит предмет под своим углом (справа или слева). В нашем сознании два изображения сливаются в одно, и мы видим предмет объёмным, а не плоским. Чем ближе предмет, тем заметнее это свойство изображения.

В заключение рассмотрим некоторые другие оптические приборы, в которых используют линзы или систему линз. Оптическими приборами называют устройства, предназначенные для получения на экранах, светочувствительных пластинках, фотоплёнках, светочувствительных полупроводниковых матрицах (в современных фотоаппаратах) и в глазу изображений различных объектов.

На рис. 187 и 188 показано устройство двух оптических приборов: *фотоаппарата* и *проекционного аппарата*. Одним из основных элементов этих приборов является система линз.

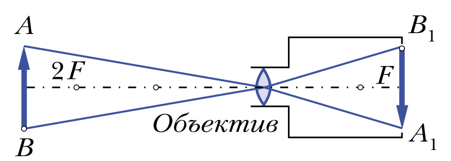


Рис. **187** Простейший фотоаппарат

Например, в фотоаппарате (*см.* рис. 187) для получения действительного изображения предмета используют объектив, представляющий собой систему линз или (в простейшем случае) одну собирающую линзу. Эту оптическую систему располагают в передней части фотокамеры так, что-

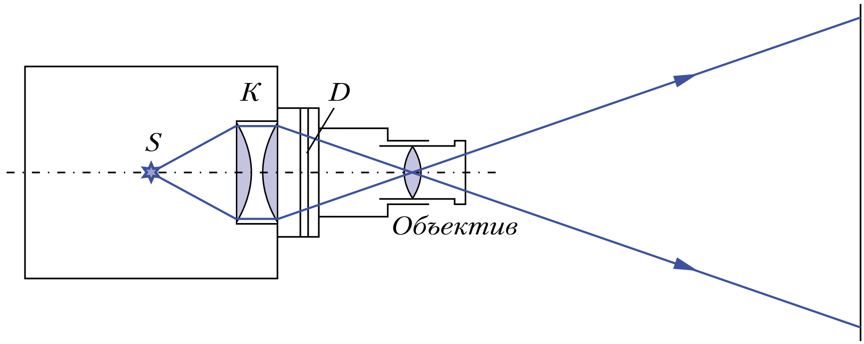


Рис. **188** Простейший проекционный аппарат

бы на задней стенке получалось действительное изображение фотографируемого предмета. При необходимости положение объектива и его оптическую силу изменяют для получения чёткого изображения. На заднюю стенку камеры помещают светочувствительную плёнку или полупроводниковую матрицу. Время прохождения светового потока, необходимое для получения фотографии (время экспозиции), регулируют специальным затвором.

Проекционный аппарат (рис. 188) предназначен для получения на экране увеличенных изображений диапозитивов. Он состоит из источника света S, конденсора K и объектива с системой линз. Конденсор обеспечивает равномерное освещение диапозитива D, который располагают в фокальной плоскости объектива. В результате на экране получается чёткое изображение освещённого диапозитива.

В дальнейшем вы познакомитесь и с другими оптическими приборами, предназначенными, например, для получения увеличенных изображений мелких предметов (микроскоп) или для рассматривания удалённых объектов (зрительная труба, телескоп).

Итоги

Человеческий глаз представляет собой *оптическую систему*, которая состоит из собирающей линзы и сетчатки со светочувствительными рецепторами. Собирающая линза позволяет получать изображения предметов на сетчатке. Эти изображения фиксируются светочувствительными рецепторами зрительного нерва и передаются в головной мозг.

У *близорукого* человека попадающий в глаз параллельный пучок света собирается в точке, находящейся *перед сетчаткой*, а у *дальнозоркого – за сетчаткой*.

При *близорукости* используют очки с *рассеивающими* линзами. При дальнозоркости используют очки с *собирающими* линзами.

Вопросы

1. Какие части глаза образуют его оптическую систему?
2. Где в глазу человека формируются изображения рассматриваемых предметов?
3. Что представляет собой система регистрации изображений в глазу человека?
4. Что называют аккомодацией?
5. Что называют расстоянием наилучшего зрения? Чему оно равно для человека с нормальным зрением?
6. Какой дефект зрения называют: а) дальнозоркостью; б) близорукостью?
7. Очки с какими линзами (собирающими или рассеивающими) нужны близорукому человеку?
8. Какую линзу (собирающую или рассеивающую) используют в качестве объектива: а) фотоаппарата; б) проектора? Объясните ответ.

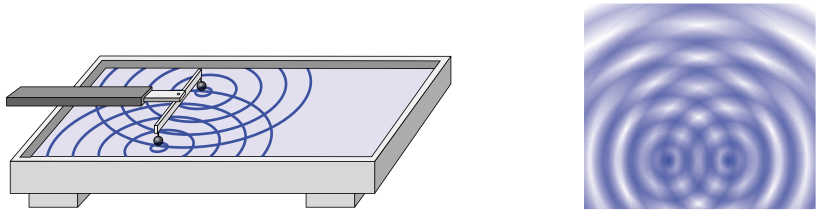
Упражнение

✔ Известный художник Клод Моне страдал от катаракты — заболевания, в результате которого хрусталик теряет свою прозрачность. Один из своих пейзажей «Пруд с лилиями» Моне писал несколько раз. Вы можете пронаблюдать, как менялось зрение художника по мере развития его заболевания. Репродукции картин найдите в сети Интернет http://gotourl.ru/7172. Сделайте сообщение в классе по результатам своих наблюдений.

Для дополнительного изучения

§ 51 Границы применимости законов геометрической оптики. Интерференция. Дифракция

Наверняка вы замечали, что если удаляться от источника непрерывного звука и при этом завернуть за преграду (например, угол здания), то вы не перестанете слышать этот звук. Следовательно, звуковые волны, распространяясь в пространстве, могут огибать препятствия. Таким же



а *б*

Рис. **189**

свойством обладают и волны другой природы. Например, морские волны огибают выступающий из воды камень, если его размеры сравнимы с длиной волны или меньше её. Если же размеры препятствия достаточно велики, то за ним образуется область тени.

А могут ли световые волны проникать в область геометрической тени, которая, согласно закону прямолинейного распространения света, должна наблюдаться на экране, расположенном за освещаемым непрозрачным предметом? Могут ли наблюдаться тёмные пятна (полосы) в тех местах экрана, куда беспрепятственно приходят световые волны от нескольких источников? Чтобы ответить на эти вопросы и оценить границы применимости законов геометрической оптики, исследуем ряд явлений, характерных для всех волн.

Рассмотрим, что будет происходить, если в пространстве распространяются волны одной природы от нескольких источников. Для этого возбудим одновременно две волны в волновой ванне с помощью двух точечных вибраторов — шариков, закреплённых на стержне, который совершает гармонические колебания в вертикальной плоскости (рис. 189, *а*). В результате по поверхности воды будут распространяться волны от двух источников. При наложении этих волн через некоторое время на поверхности воды образуется устойчивая картина колебаний (рис. 189, *б*). На водной поверхности видны области, где колебания не происходят (волны гасят друг друга), и области, амплитуды колебаний в которых всё время существенно больше, чем амплитуды колебаний от каждого из источников колебаний в отдельности (волны усиливают друг друга). Полученную картину называют интерференционной, а наблюдаемое явление — *интерференцией*.

Интерференцией называют явление сложения в пространстве двух (или нескольких) волн, при котором в разных точках пространства получается усиление или ослабление амплитуды колебаний результирующей волны.

В рассмотренном примере источники волн имели одинаковую частоту. При этом разность фаз колебаний, создаваемых каждой из приходящих в точку наблюдения волн, была постоянной в любой точке пространства **К**.

Источники волн, для которых выполняются эти два условия, называют *когерентными* (от лат. cohaerens — «взаимосвязанный»).

На практике достаточно сложно получить несколько когерентных источников световых волн. В этом можно убедиться на следующем опыте. Если над столом включить две лампы, то устойчивая интерференционная картина с ярко выраженными максимумами и минимумами на столе наблюдаться не будет. Это связано с тем, что излучение света происходит отдельными порциями — квантами (*см.* § 53). При этом каждая такая порция излучается отдельным атомом раскалённой спирали лампы. Обычно (если не созданы специальные условия) атомы излучают волны не согласованно, т. е. в произвольные моменты времени. По этой причине при наложении волн, излучённых разными атомами, невозможно добиться постоянства разности фаз этих волн в точках наблюдения.

Впервые интерференционную картину от обычного источника света получил английский учёный Томас Юнг (1773–1829). Чтобы сформулировать принцип, объясняющий полученный Юнгом результат, учёным потребовался не один год. Ещё в 1690 г. голландский физик Христиан Гюйгенс (1629–1695) предложил считать, что каждая точка, которой достигает волна от первичного источника в данный момент времени, сама становится источником вторичной волны. Это утверждение называют *принципом Гюйгенса*. В 1816 г. французский физик Огюстен Жан Френель (1788–1827) дополнил его идеей о когерентности вторичных волн, порождаемых в разных точках первичной волной от одного источника. В результате был получен принцип, позволяющий рассчитывать амплитуду результирующей волны в любой точке пространства, — *принцип Гюйгенса — Френеля*.

Каждая точка, которой достигает первичная волна, становится источником вторичной волны, причём все такие вторичные источники являются когерентными. Колебания в произвольной точке — результат интерференции вторичных волн.

Используя этот принцип, объясним, почему в опыте Юнга может быть получена интерференционная картина (рис. 190). В эксперименте точечным источником света S было ярко освещённое маленькое отверстие в непрозрачном экране *1*. За этим экраном был помещён экран *2*, в котором

К Как вы знаете, гармоническими называют колебания, при которых зависимость смещения от времени представляет собой синусоиду (или косинусоиду). Изменяющийся с течением времени аргумент функции синуса или косинуса называют *фазой*.

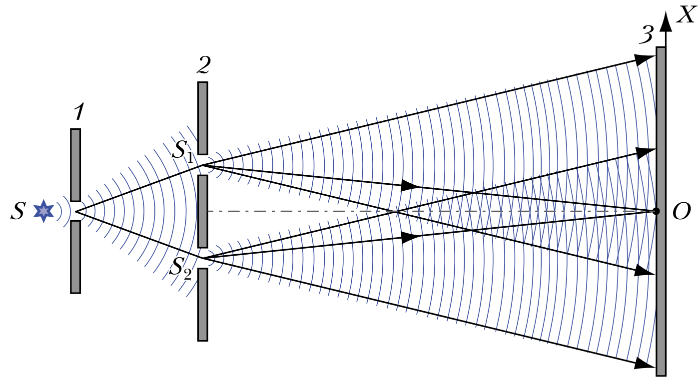


Рис. **190** Получение интерференционной картины в опыте Юнга

было сделано два маленьких отверстия S_1 и S_2 на одинаковых расстояниях от источника света S. Волна, распространяющаяся от источника S, одновременно достигала отверстий S_1 и S_2 во втором экране. Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, они становились источниками когерентных вторичных волн, так как были порождены одной волной. Накладываясь друг на друга, они образовывали на экране *3* интерференционную картину.

Как возникает эта картина? Разность хода вторичных волн от S_1 и S_2, приходящих в точку O экрана *3*, равна нулю. **К**

Поэтому приходящие в эту точку волны синфазны, т. е. в любой момент времени колебания, обусловленные каждой из приходящих волн сонаправлены. В результате эти колебания складываются, и амплитуда суммарного колебания получается равной сумме амплитуд каждой из волн. Другими словами, в этой точке наблюдается интерференционный максимум. По мере удаления точки наблюдения от точки O вдоль оси X разность хода увеличивается. На некотором расстоянии от точки O разность хода становится равной половине длины волны. В этом месте колебания от двух волн противонаправлены. В результате волны гасят друг друга — наблюдается интерференционный минимум. При увеличении разности хода до величины, равной длине волны, вновь наблюдается интерференционный максимум. Таким образом, на экране *3* наблюдается чередование интерференционных минимумов и максимумов. Если отверстие в экране *1* освещают светом одного цвета, то на экране *3* наблюдается чередование светлых полос этого цвета и тёмных полос. Если же это отверстие освещают солнечным светом, содержащим все цвета, то в точке O наблюдается максимум белого цвета,

К *Разность хода* — разность расстояний, проходимых волнами от двух источников, до точки наблюдения.

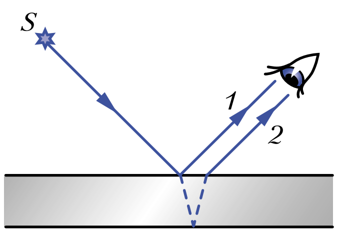


Рис. 191

а по мере удаления от точки O вдоль оси X возникают цветные полосы, соответствующие интерференционным максимумам волн разной длины.

В природе вы могли наблюдать разноцветные тонкие плёнки, например мыльные пузыри, масляные или бензиновые пятна на поверхности воды. Их возникновение связано с интерференцией света, отражённого внешней и внутренней поверхностями плёнки.

Рассмотрим ход луча, разделяющегося при падении на тонкую плёнку (рис. 191). Преломлённый луч *2*, отразившись от нижней поверхности плёнки, выходит из неё параллельно отражённому лучу *1*.

Разность хода лучей *1* и *2* зависит от угла падения, показателя преломления плёнки и её толщины. Результат интерференции определяется соотношением разности хода и длины волны света. Поэтому участки плёнки разной толщины кажутся окрашенными по-разному. При этом цвета изменяются как при изменении толщины плёнки, так и при изменении угла наблюдения.

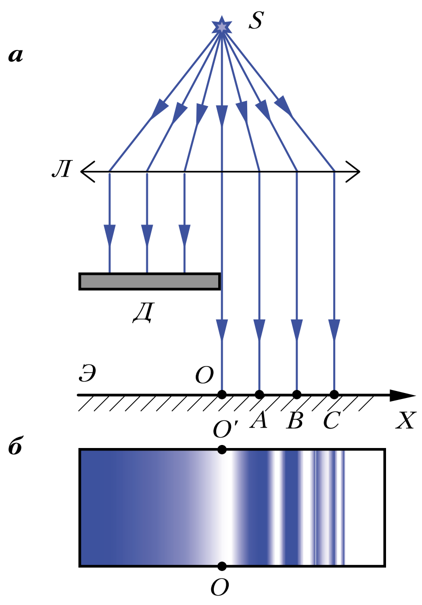


Рис. 192

Теперь перейдём к изучению вопроса о возможности проникновения волн в область геометрической тени. Проведём эксперимент. Возьмём точечный источник S, излучающий свет с длиной волны λ, и поместим его в фокус собирающей линзы *Л*. За линзой мы получим параллельный пучок света (рис. 192). Поставим на пути распространения этого пучка препятствие — непрозрачную полуплоскость *Д* (рис. 192, *а*).

Если расстояние L от препятствия *Д* до экрана *Э*, на котором наблюдается тень, невелико, то контуры тени получаются достаточно чёткими. Это подтверждает закон прямолинейного распространения света. Однако при увеличении расстояния L вид тени изменяется.

Картина, возникающая на экране при достаточно больших расстояниях L, показана на рис. 192, *б*. Видно, что граница геометрической тени размыта, т. е. свет частично проникает в область тени. В то же время перед границей тени (осью OO' на рис. 192, *б*) наблюдаются чередующиеся светлые и тёмные полосы.

Ещё более удивительными получаются тени на экране, когда параллельным пучком света одной длины волны освещается какой-либо непрозрачный предмет, например, тарелка или диск (рис. 193). По мере удаления экрана от тарелки границы тени становятся более размытыми, а в центре появляется светлое пятно. Это явление было теоретически предсказано французским математиком Симеоном Дени Пуассоном (1781–1840) после доклада Френеля о волновой теории света в качестве опровержения этой теории. Однако вскоре предсказанное пятно было экспериментально обнаружено французским физиком Домиником Франсуа Араго (1786–1853). С тех пор его называют *пятном Пуассона*.

Явления, обусловленные волновой природой света и приводящие к нарушению закона прямолинейного распространения света, называют дифракцией света.

Отметим, что дифракция свойственна волнам любой природы.

Рассмотренные дифракционные явления можно объяснить на основе принципа Гюйгенса – Френеля. Обратимся к рис. 192. Непрозрачная полуплоскость *Д* не пропускает падающий на неё свет. Однако все точки, расположенные в той же плоскости правее препятствия *Д*, например точки A, B и C на рис. 192, *а*, после прихода в них волны от источника S становятся источниками когерентных вторичных волн. Достигая экрана *Э*, они накладываются и образуют на экране интерференционную картину. Расстояние от этих вторичных источников до разных точек экрана отличаются друг от друга. Поэтому в разных точках экрана могут наблюдаться как интерференционные максимумы, так и минимумы. При этом все точки экрана, имеющие одинаковые координаты x, т. е. расположенные на одинаковых расстояниях от оси OO', с точки зрения сложения вторичных волн, не отличаются друг от друга. Поэтому интерференционная картина представляет собой набор чередующихся светлых и тёмных полос, параллельных границе препятствия *Д*.

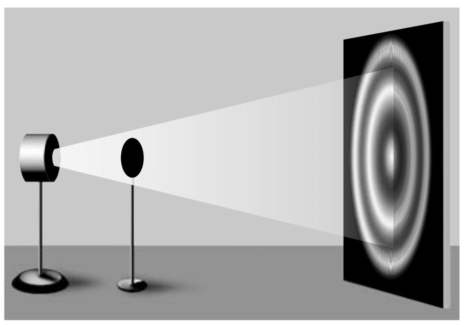


Рис. **193**

Понятно, что волны от этих вторичных источников проникают и в область геометрической тени препятствия *Д*, т. е. в точки экрана *Э*, для которых координата $x < 0$. Именно поэтому граница тени размывается. Интерференцией волн от вторичных источников, расположенных в точках за пределами препятствия, объясняется как размывание тени от освещаемой тарелки (рис. 193), так и образование пятна Пуассона в центре этой тени.

В заключение отметим, что использование принципа Гюйгенса — Френеля позволяет ввести параметр p, значение которого позволяет оценить *границу применимости законов геометрической оптики*:

$$p = \frac{d^2}{L \cdot \lambda},$$

где d — характерный размер препятствия (например, диаметр освещаемой тарелки на рис. 193), L — расстояние от освещаемого препятствия до экрана, λ — длина волны света.

Если параметр p много больше единицы, то для описания наблюдаемой картины применимы законы геометрической оптики. Если же параметр p сравним с единицей или меньше её, то на экране будет наблюдаться картина, обусловленная дифракцией света.

Итоги

Интерференцией называют такое сложение в пространстве двух (или нескольких) волн, при котором в разных точках пространства получается усиление или ослабление амплитуды колебаний результирующей волны.

Принцип Гюйгенса.
Каждая точка, которой достигает волна от первичного источника в данный момент времени, сама становится источником вторичной волны.

Принцип Гюйгенса — Френеля.
Каждая точка, которой достигает первичная волна, становится источником вторичной волны, причём все такие вторичные источники являются когерентными. Колебания в произвольной точке — результат интерференции вторичных волн.

Явления, обусловленные волновой природой света и приводящие к нарушению закона прямолинейного распространения света, называют дифракцией света.

Вопросы

1 Что называют интерференцией?
2 При выполнении каких условий источники волн называют когерентными?
3 В чём состоял опыт Юнга?
4 Почему бензиновые плёнки при освещении их солнечным светом выглядят разноцветными?
5 Сформулируйте принцип Гюйгенса — Френеля.
6 Что называют дифракцией света? При каких условиях наблюдается дифракция?
*7 Как можно оценить границу применимости законов геометрической оптики?

ОПТИКА

Оптика — раздел физики, изучающий природу света, различные световые явления и закономерности, которым эти явления подчиняются.
В геометрической (лучевой) оптике рассматривают установленные опытным путём законы распространения света.

Закон прямолинейного распространения света

В прозрачных однородных средах свет распространяется по прямым линиям.

Прямую линию, вдоль которой в однородной среде распространяется свет (передаётся энергия от источника света), называют лучом света.
Угол между падающим лучом и перпендикуляром к плоскости зеркала в точке падения луча называют углом падения.
Угол между отражённым лучом и перпендикуляром к плоскости зеркала в точке падения луча называют углом отражения.

Закон отражения от зеркальных поверхностей

Луч, падающий на зеркало, луч, отражённый от него, и перпендикуляр к зеркалу в точке падения луча лежат в одной плоскости, причём угол падения равен углу отражения.

Изменение направления распространения света при прохождении границы раздела двух прозрачных сред называют преломлением света.
Угол γ между перпендикуляром к границе раздела сред и преломлённым лучом называют углом преломления.

Закон преломления света на границе раздела двух прозрачных однородных сред

Луч падающий, луч преломлённый и перпендикуляр к границе раздела сред в точке падения луча лежат в одной плоскости.
Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления для данной пары сред не зависит от угла падения:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21},$$

где n_{21} — относительный показатель преломления второй среды по отношению к первой.

Отношение синуса угла падения света из вакуума на данное вещество к синусу угла преломления называют абсолютным показателем преломления n этого вещества.

Среду, имеющую бо́льший абсолютный показатель преломления, называют оптически более плотной.

Линзой называют прозрачное тело, у которого хотя бы одна из поверхностей не является плоской.

Линзу, которая преобразует падающий на неё параллельный пучок света в сходящийся, называют собирающей.

Линзу, которая преобразует падающий на неё параллельный пучок света в расходящийся, называют рассеивающей.

Действие линзы на проходящий через неё пучок света зависит от геометрии линзы и отношения показателя преломления её материала к показателю преломления окружающей среды $n_{отн}$.
Если $n_{отн} > 1$, то выпуклые линзы будут собирающими, а вогнутые — рассеивающими.
Если же $n_{отн} < 1$, то выпуклые линзы будут рассеивающими, а вогнутые — собирающими.

Линзу называют тонкой, если модули радиусов R_1 и R_2 ограничивающих её поверхностей много больше толщины линзы.

Фокусным расстоянием собирающей линзы называют расстояние от её главного фокуса до оптического центра.

Фокусным расстоянием рассеивающей линзы называют расстояние от её главного фокуса до оптического центра, взятое со знаком «–».

Все лучи, падающие параллельно главной оптической оси тонкой собирающей линзы, пересекаются в одной точке — главном фокусе линзы.
Если падающий на тонкую рассеивающую линзу пучок лучей параллелен главной оптической оси, то в главном фокусе линзы пересекаются продолжения вышедших из линзы лучей.
Фокусы линзы, лежащие на главной оптической оси, называют главными, все остальные — побочными.

Величину, обратную фокусному расстоянию линзы, называют оптической силой линзы.

В СИ оптическую силу линз измеряют в *диоптриях* (дптр).
1 диоптрия — оптическая сила собирающей линзы, фокусное расстояние которой равно 1 м.

Глава 9 Физика атома и атомного ядра

Вам уже известно, что каждый атом состоит из положительно заряженного ядра и отрицательно заряженных электронов, которые движутся вокруг него по сложным траекториям. Ядро, в свою очередь, состоит из положительно заряженных протонов и электронейтральных нейтронов.

В этой главе вам предстоит познакомиться с относительно молодыми разделами физики: атомной физикой и физикой атомного ядра. Этим разделам не многим больше сотни лет, и в то же время развитие данных областей физической науки во многом определяет наш с вами быт. Мы пользуемся энергосберегающими лампами, лазерными проигрывателями, люминесцентными дисплеями, потребляем энергию, вырабатываемую на атомных электростанциях. Рентгеновское излучение, радиоактивные изотопы находят широкое применение в медицине и в технике.

Ранее, исследуя физические закономерности, мы с вами регулярно обращались к повседневному опыту. Однако никакого повседневного опыта о строении атома у нас быть не может – размеры атома таковы, что его невозможно увидеть невооружённым глазом или пощупать. Все открытия в области атомной и ядерной физики связаны с проведением экспериментов на уникальных установках. Порой эти эксперименты стоили жизни исследователям. Поэтому, изучая строение атома, мы будем обращаться к описаниям экспериментов, проведённых ранее учёными.

Физика атома и атомного ядра весьма сложна, так как базируется на законах квантовой механики, основы которой начали формироваться только в первой половине XX в. В наши дни продолжаются активные исследования в этой области. Поэтому мы вынуждены ограничиться лишь качественным описанием современных представлений о строении атома и атомного ядра и некоторых установленных к настоящему времени закономерностей.

§ 52 Строение атома

Вы знаете, что вещество состоит из молекул, которые, в свою очередь, представляют собой комбинации атомов различных химических элементов.

До XIX в. считалось, что атом представляет собой наименьшую неделимую частицу вещества. Однако при исследовании явления протекания электрического тока через растворы щелочей, кислот и солей было установлено, что модуль заряда, переносимого ионом, кратен некоторому минимальному заряду. Модуль этого минимального заряда (с точностью до второго знака) равен $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. На основании этого можно было сделать предположение о том, что внутри атомов есть частицы, имеющие заряды, кратные этому минимальному заряду. Поскольку атом в целом электрически нейтрален, то в нём должны существовать как положительно заряженные, так и отрицательно заряженные частицы.

В 1897 г. английский физик Джозеф Томсон (1856–1940) открыл электрон. Результаты его экспериментов показали, что электрон — частица в составе атома, имеющая отрицательный заряд, модуль которого равен минимальному заряду $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Томсон предположил, что электроны в атоме располагаются внутри положительно заряженной области — как изюм внутри булочки (рис. 194). Размер атома в модели Томсона — это размер положительно заряженной области. По оценкам Томсона, этот размер равен примерно 10^{-10} м. Дальнейшие исследования показали несостоятельность модели Томсона. Однако проведение этих исследований стало возможным только после открытия явления радиоактивности.

Явление радиоактивности было обнаружено в 1896 г. французским физиком Анри Беккерелем (1852–1908). Он установил, что соли урана испускают невидимое глазу излучение. Это излучение засвечивает фотопластинку даже в том случае, когда та завёрнута в плотную тёмную бумагу.

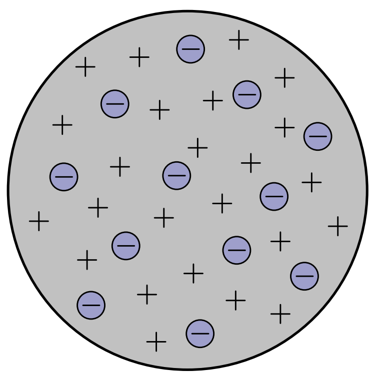


Рис. 194 Модель атома Томсона

Аналогичные свойства были обнаружены французским физиком Пьером Кюри (1859–1906) и его супругой Марией Склодовской-Кюри (1867–1934) у выделенных ими из урановой руды двух новых химических элементов. Этими элементами были радий (от *лат.* radiar — «излучать») и полоний (названный так в честь Польши — родины М. Склодовской-Кюри). Поэтому явление испускания некоторыми веществами излучения назвали *радиоактивностью*.

Исследования британского физика Эрнеста Резерфорда (1871–1937) и его учеников показали, что излучение радиоактивных веществ имеет сложный состав. Это удалось установить, пропустив излучение радия через магнитное поле. Оказалось, что в магнитном поле излучение радия разделяется на три части (рис. 195). При этом две части отклоняются в разные стороны, а третья часть не изменяет направления своего распространения.

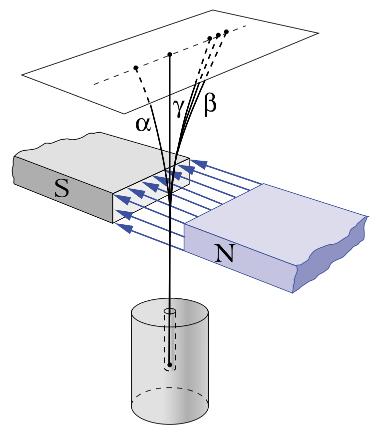


Рис. **195** В магнитном поле две части излучения радия отклоняются в разные стороны, а третья часть излучения не меняет направления распространения

Эти виды излучения назвали *альфа-*, *бета-* и *гамма-лучами*.

Отметим, что последующие эксперименты показали, что при излучении радия происходят процессы, в результате которых в излучении появляются и другие компоненты.

Для того чтобы объяснить поведение разных видов радиоактивного излучения радия в магнитном поле, вспомним, что магнитное поле действует на проводник, по которому течёт электрический ток (т. е. упорядоченно движутся заряженные частицы). При этом направление силы, действующей на проводник, зависит от направления тока, следовательно, от направления упорядоченного движения заряженных частиц. Поэтому можно предположить, что альфа- и бета-лучи, отклоняющиеся в магнитном поле в разные стороны (*см.* рис. 195), представляют собой потоки движущихся частиц с зарядами разного знака. Из направлений отклонения альфа- и бета-лучей следует, что *альфа-частицы имеют положительный заряд*, а *бета-частицы — отрицательный заряд*. Поскольку гамма-лучи не отклоняются в магнитном поле, можно сделать вывод, что они состоят из *незаряженных частиц*.

! Позднее экспериментально было установлено, что альфа-частицы — это положительно заряженные ядра гелия, бета-частицы — электроны, а гамма-частицы — фотоны (коротковолновое электромагнитное излучение).

Почему возникает радиоактивное излучение, вы узнаете из следующих параграфов.

Резерфорд предложил исследовать строение атома, бомбардируя вещество альфа-частицами. Масса альфа-частицы в несколько тысяч раз больше массы электрона, её заряд положителен и равен удвоенному элементарному заряду. Идея опытов Резерфорда состояла в том, что лёгкие электроны не могут существенно изменить характер движения налетающей на атом тяжёлой альфа-частицы. Поэтому по изменению характера движения альфа-частиц, провзаимодействовавших с атомом, можно сделать выводы о размерах положительно заряженной части атома.

В качестве мишени для налетающего потока альфа-частиц использовали тонкую золотую фольгу. Схема опытов Резерфорда приведена на рис. 196. Вокруг фольги (*Ф*) располагали экран (*Э*), покрытый слоем сульфида цинка. При попадании альфа-частицы на экран в месте столкновения появлялась вспышка. Наблюдение вспышек осуществлялось в темноте через микроскоп (*М*).

Эксперимент показал, что большинство альфа-частиц, вылетая из контейнера (*К*), проходит сквозь фольгу, практически не изменяя направления движения. Небольшая доля частиц отклонялась на углы порядка 50°, и, что примечательно, только одна из примерно 20 000 альфа-частиц отклонялась на угол, близкий к 180°, т. е. возвращалась назад (рис. 197).

То, что тонкая золотая фольга оказалась практически прозрачной для альфа-частиц, стало для Резерфорда неожиданностью. Проведя серию аналогичных экспериментов с другими веществами, он понял, что столь малая доля возвращающихся назад альфа-частиц — закономерность. Из этого был сделан вывод, что размер положительно заряженной области в атоме существенно меньше, чем предполагал Томсон. По оценкам Резерфорда, он равен примерно 10^{-15} м.

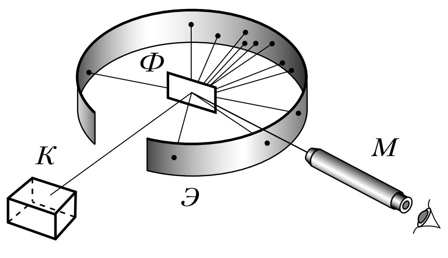


Рис. **196** Схема опыта Резерфорда по рассеянию альфа-частиц

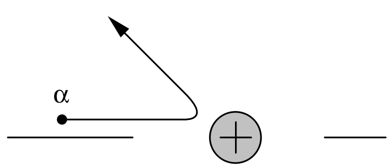


Рис. **197** Только одна из примерно 20 000 альфа-частиц отклонялась в обратную сторону

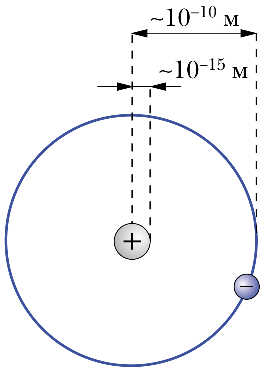


Рис. **198** Ядерная модель атома по Резерфорду

Результаты экспериментов позволили Резерфорду предложить *ядерную (планетарную) модель атома* (рис. 198). Согласно этой модели атом состоит из положительно заряженного ядра, вокруг которого движутся электроны. Ядро занимает 10^{-15} объёма всего атома. При этом на ядро приходится 99,9 % массы атома. Плотность вещества в ядре атома колоссальна: ~10^{17} кг/м^3.

Сопоставим характерные размеры атома и атомного ядра. Если увеличить атомное ядро до размеров шарика диаметром 1 мм, то пропорционально увеличенный размер атома составит 60 м! Поэтому атом часто называют «пустым».

Предложенную Резерфордом планетарную модель атома до сих пор используют при объяснении многих явлений и свойств вещества.

Итоги

Атом состоит из *атомного ядра*, в котором сосредоточен весь положительный заряд атома и практически вся его масса. Вокруг положительно заряженного ядра движутся отрицательно заряженные электроны.

Заряд атомного ядра равен с обратным знаком суммарному заряду всех его электронов.

Излучение радиоактивных веществ имеет сложный состав. Например, излучение радия содержит три вида лучей. Их назвали *альфа*-, *бета*- и *гамма-лучами*. Каждый из видов лучей представляет собой поток соответствующих частиц: альфа-частицы — это положительно заряженные ядра гелия, бета-частицы — электроны, а гамма-частицы — фотоны (коротковолновое электромагнитное излучение).

Вопросы

1. Опишите модель атома, предложенную Томсоном.
2. Опишите опыты Резерфорда по исследованию строения атома.

3. Какой результат опытов Резерфорда показал несостоятельность модели атома, предложенной Томсоном?
4. Опишите планетарную модель атома.
5. Что называют радиоактивностью?
6. Что представляют собой альфа-, бета- и гамма-частицы?

§ 53 Поглощение и испускание света атомами. Оптические спектры

Согласно модели атома Резерфорда, каждый электрон в атоме движется вокруг ядра по замкнутой криволинейной траектории. Из курса механики вы знаете, что движущееся по криволинейной траектории тело имеет ускорение. Следовательно, электрон, как электрически заряженная частица, движется в атоме с ускорением. Из главы 7 «Электромагнитные колебания и волны» вы узнали, что при движении заряда с ускорением он должен создавать изменяющиеся с течением времени электрическое и магнитное поля. В результате в пространстве должна возникать электромагнитная волна, непрерывно уносящая энергию. Поэтому в теряющем энергию атоме электрон должен был бы очень быстро упасть на ядро. В результате атом прекратил бы своё существование. Однако экспериментально установлено, что в обычном состоянии большинство атомов не излучают энергии и существуют сколь угодно долго. Атомы излучают электромагнитные волны только при определённых условиях, не прекращая при этом своего существования. Почему же атомы в обычном состоянии не излучают непрерывно?

На этот вопрос ответил датский физик Нильс Бор (1885–1962). Он сделал следующее предположение.

! **Электроны, движущиеся вокруг ядра по определённым — *стационарным* орбитам, не излучают энергии. При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую атом может излучать или поглощать энергию в виде электромагнитной волны.**

При поглощении атомом электромагнитного излучения (фотона) его электрон переходит с орбиты, характеризуемой меньшей энергией E_n атома, на орбиту, характеризуемую большей энергией E_m. Напротив, при переходе электрона с орбиты, характеризуемой большей энергией E_m атома, на орбиту, характеризуемую меньшей энергией E_n, атом излучает фотон. При этом уносимая или поглощаемая энергия излучения (энергия фотона) равна разности $E_m - E_n$.

Эксперименты показали, что эта энергия прямо пропорциональна частоте ν излучения (фотона). Согласно Бору она равна $h \cdot \nu$ ($h \approx 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — *постоянная Планка*). Таким образом, $E_m - E_n = h \cdot \nu$.

Атом каждого химического элемента имеет свой уникальный набор стационарных орбит. Поэтому атом данного химического элемента может излучать электромагнитные волны *строго определённого набора частот*.

Набор частот электромагнитных волн (фотонов), излучаемых атомом данного химического элемента, называют спектром излучения этого элемента.

Спектр излучения уединённого атома (не взаимодействующего с другими атомами) на шкале электромагнитных волн представляет собой определённый набор линий. Поэтому такие спектры называют *линейчатыми*. Примеры линейчатых спектров излучения атомов водорода и гелия приведены на форзаце в конце учебника.

Вы уже знаете, что уединённый атом может не только излучать, но и поглощать энергию электромагнитного излучения. Понятно, что при этом частоты электромагнитных волн (фотонов), которые он может поглощать, совпадают с частотами тех волн (фотонов), которые он может излучать.

Набор частот электромагнитных волн (фотонов), поглощаемых атомом данного химического элемента, называют спектром поглощения этого элемента.

Движение и взаимодействие атомов друг с другом приводит к изменению спектров как излучения, так и поглощения. Наблюдаемые в спектре уединённого атома линии становятся шире (уширяются). Это связано с тем, что каждый атом движется и взаимодействует со своими соседями по-разному. Поэтому разность энергий $E_m - E_n$ для каждого из атомов данного химического элемента несколько отлична от других. Результатом этого будет наблюдаемое уширение спектральных линий, получаемых от набора атомов данного химического элемента.

При больших скоростях движений атомов и молекул и сильном взаимодействии их друг с другом уширенные линии в спектре сливаются. Спектр становится сплошным.

! Различие в спектрах излучения и поглощения разных атомов и молекул позволяет не только обнаружить наличие атомов того или иного химического элемента, содержащегося в исследуемом объекте, но и изучить особенности их движения и взаимодействия как между собой, так и с окружающими их атомами и молекулами.

Раздел физики, в котором занимаются изучением спектров излучения и поглощения разных объектов, называют *спектроскопией*.

Итоги

Электроны движутся вокруг ядра по определённым орбитам, которые называют *стационарными*. При этом атом не излучает и не поглощает энергию.

При излучении (или поглощении) энергия излучённого (поглощённого) фотона равна разности $E_m - E_n$. Она прямо пропорциональна частоте ν излучения и, согласно Бору, равна $h \cdot \nu$ ($h \approx 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — *постоянная Планка*):

$$E_m - E_n = h \cdot \nu.$$

Набор частот электромагнитных волн (фотонов), излучаемых атомом данного химического элемента, называют спектром излучения этого элемента.

Вопросы

1. Какие орбиты называют стационарными?
2. Что происходит с электроном атома при поглощении (излучении) фотона этим атомом?
3. Почему спектр уединённого атома называют линейчатым?
4. Как соотносятся спектры поглощения и излучения уединённого атома?
5. При каких условиях получается сплошной спектр?
6. Что можно определить, зная спектр излучения (поглощения) вещества?

Упражнение

Рассмотрите предмет, который при дневном освещении имеет красный (зелёный, синий, жёлтый, чёрный) цвет. Обсудите, свет какого цвета (каких цветов) этот предмет поглощает (отражает) лучше всего. Сформулируйте гипотезу, объясняющую видимую человеческим глазом окраску окружающих тел. Обсудите эту гипотезу в группе, а затем сделайте сообщение в классе.

Для получения спектров используют специальные приборы — *спектроскопы*. Одной из основных частей спектроскопа является диспергирующий элемент — устройство, разделяющее в пространстве лучи разных цветов. В качестве такого элемента можно использовать призмы (*см.* § 44).

§ 54 Строение атомного ядра. Зарядовое и массовое числа

Из опытов по рассеянию альфа-частиц было установлено, что *атомное ядро* — малая часть атома, в которой сосредоточен весь положительный заряд атома и практически вся его масса.

Резерфорд предположил, что атомное ядро имеет сложную структуру. Он знал, что массы атомов всех химических элементов приблизительно кратны массе атома водорода. Поэтому Резерфорд выдвинул гипотезу, что в состав атомного ядра любого химического элемента входят ядра атома водорода. Эта гипотеза подтвердилась в его экспериментах по рассеянию альфа-частиц на атомах азота. Резерфорд обнаружил, что при облучении азота альфа-частицами из ядра атома азота выбивается частица, которую он назвал *протоном* (от *греч.* πρῶτος — «первый»). Позднее было установлено, что протон представляет собой ядро атома водорода.

! Таким образом, протоны составляют часть атомного ядра. Протон имеет положительный заряд, равный модулю заряда электрона. Его масса примерно в 1800 раз больше массы электрона. Так как атом в целом электронейтрален, то число протонов в его ядре должно быть равно числу электронов.

Становится ясной предложенная Дмитрием Ивановичем Менделеевым (1834–1907) Периодическая система химических элементов. Элементы в ней расположены в порядке возрастания заряда их атомных ядер, т. е. в порядке возрастания количества протонов в ядре.

Количество протонов в атомном ядре называют зарядовым числом этого ядра.

Зарядовое число обозначают буквой Z. Например, заряд ядра атома водорода равен 1, заряд ядра атома гелия равен 2, а заряд ядра атома урана равен 92.

Если обратиться к Периодической системе химических элементов Д. И. Менделеева, можно увидеть, что атомные массы элементов отличаются (за исключением водорода) от суммарной массы содержащихся в их ядрах протонов. Например, ядро атома водорода содержит 1 протон, его атомная масса ≈ 1 а. е. м. Ядро второго элемента — гелия содержит 2 протона, а его атомная масса ≈ 4 а. е. м. Ядро атома урана содержит 92 протона, а его атомная масса ≈ 238 а. е. м. Из этого следует, что в составе ядра должны быть электронейтральные (не заряженные) частицы, массы которых близки к массе протона. Однако Резерфорду так и не удалось обнаружить эти частицы.

Открыть неизвестную частицу удалось английскому физику Джеймсу Чедвику (1891–1974) при бомбардировании протонами азота. На характер движения этих частиц не влияли ни электрическое, ни магнитное поля. Следовательно, заряд обнаруженных частиц оказался равным нулю. Поэтому эти частицы были названы *нейтронами*. Было установлено, что масса нейтрона ($m_n \approx 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ кг) чуть больше массы протона ($m_p \approx 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ кг).

Независимо друг от друга наш соотечественник Дмитрий Дмитриевич Иваненко (1904–1994) и немецкий физик Вернер Гейзенберг (1901–1976), узнав об открытии нейтронов, предложили модель ядра, состоящего из протонов и нейтронов.

! Атомное ядро состоит из протонов и нейтронов, которые часто называют *нуклонами* (от *англ.* nucleus — «ядро»).

Общее число нуклонов в ядре называют массовым числом этого ядра.

Массовое число обозначают буквой A.

Обозначим число нейтронов в атомном ядре буквой N. Тогда понятно, что массовое число атомного ядра равно сумме его зарядового числа и числа нейтронов в этом ядре:

$$A = Z + N.$$

Оказывается, в природе встречаются атомные ядра с разным числом нейтронов при равном числе протонов. Атомы, ядра которых содержат одинаковое число протонов, но разное число нейтронов, называют *изотопами*.

! Изотопы обладают разной массой, но проявляют одинаковые химические свойства.

Изотопы обозначают символом элемента из Периодической системы химических элементов Д. И. Менделеева с двумя индексами. Верхний индекс показывает общее число нуклонов в ядре, нижний — число протонов в ядре. Например, изотоп углерода, с помощью которого определяется атомная единица массы, обозначают ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$.

Ядра атомов водорода представлены в природе тремя изотопами: протием (${}^{1}_{1}\mathrm{H}$), дейтерием (${}^{2}_{1}\mathrm{H}$) и тритием (${}^{3}_{1}\mathrm{H}$). Как видно из обозначения этих изотопов, протий содержит в себе только один протон, дейтерий — один протон и один нейтрон, тритий — один протон и два нейтрона. В ядре изотопа урана ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ содержится $Z = 92$ протона и $N = A - Z = 238 - 92 = 146$ нейтронов.

В соответствии с введёнными обозначениями реакцию, происходящую при взаимодействии ядра азота с альфа-частицей (в которой Резерфорд обнаружил протон), записывают следующим образом:

$${}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{4}_{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{17}_{8}\mathrm{O} + {}^{1}_{1}p.$$

Итоги

Согласно современным представлениям атомное ядро состоит из протонов и нейтронов. Их называют *нуклонами*.
В Периодической системе химических элементов Д. И. Менделеева элементы выстроены в порядке увеличения числа протонов в их ядрах.
Атомы, ядра которых содержат одинаковое число протонов, но разное число нейтронов, называют *изотопами*.

Зарядовым числом ядра называют количество находящихся в нём протонов.

Массовым числом ядра называют число находящихся в нём нуклонов.

Вопросы

1. Из чего состоит атомное ядро?
2. Что называют нуклонами?
3. Что такое изотопы? Приведите примеры изотопов водорода.
4. В каком порядке выстроены элементы в Периодической системе химических элементов Д. И. Менделеева?
5. Что такое массовое и зарядовое числа?

Упражнения

1. Определите число протонов и нейтронов в ядрах известных вам изотопов водорода.
2. Определите зарядовое и массовое числа в изотопе углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$. Определите число нейтронов в этом изотопе.
3. Определите зарядовые и массовые числа элементов, участвовавших в реакции, в которой был обнаружен протон. Сравните суммы зарядовых и массовых чисел элементов, вступивших в реакцию, и элементов, получившихся после неё.

§ 55 Ядерные силы. Энергия связи атомных ядер

Согласно современным представлениям атомное ядро состоит из протонов и нейтронов. Почему же находящиеся внутри ядра положительно заряженные протоны не разлетаются под действием кулоновских сил отталкивания?

Легко убедиться в том, что силы гравитационного притяжения между нуклонами в ядре примерно в 10^{36} раз меньше сил кулоновского отталкивания между протонами. Поэтому они не могут скомпенсировать их действие. Следовательно, нуклоны в ядре должны удерживать какие-то другие силы.

Силы, обеспечивающие удержание нуклонов в ядре атома, называют ядерными силами.

Они являются силами нового для вас вида взаимодействия. Этот вид взаимодействия называют *сильным взаимодействием*.

Ядерные силы являются одним из проявлений этого взаимодействия.

К настоящему времени установлено следующее.

1. Силы ядерного взаимодействия являются силами взаимного притяжения между нуклонами.

2. Ядерные силы между нуклонами становятся существенными (в 100 и более раз превышающими силы электростатического отталкивания между протонами), если нуклоны находятся друг от друга на расстоянии порядка 10^{-15} м. Если же это расстояние увеличивается до 10^{-14}–10^{-13} м, то эти силы уменьшаются настолько, что ими можно пренебречь по сравнению с силами Кулона. Другими словами, ядерные силы, в отличие от гравитационных и электромагнитных сил, являются *короткодействующими*.

3. Силы ядерного взаимодействия между нуклонами *не зависят от электрического заряда взаимодействующих нуклонов*, т. е. они одинаковы для любой пары нуклонов (протон – протон, нейтрон – нейтрон и протон – нейтрон).

4. Ядерные силы обладают *свойством насыщения*. Это означает, что каждый нуклон в ядре взаимодействует только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов того же ядра.

Можно ли придумать модель, которая помогала бы представить, как осуществляется сильное взаимодействие между нуклонами в ядре? Это сделали физики в 60-х гг. XX в.

Представим, что нуклоны – это твёрдые шарики, намазанные тонким слоем клея. Тогда при непосредственном контакте друг с другом они склеятся и будут оставаться в таком состоянии, несмотря на то что между некоторыми из них действуют силы кулоновского отталкивания.

На самом деле никакого «клея» в атомном ядре нет. По мнению учёных, роль такого клея выполняют особые частицы, которые обеспечивают взаимное притяжение нуклонов и, как следствие, устойчивость атомного ядра.

Гравитационные и электромагнитные силы, в отличие от ядерных, называют *дальнодействующими*.

Как вы уже знаете, при бомбардировании веществ альфа-частицами из атомных ядер выбиваются отдельные протоны и нейтроны. А можно ли разделить атомное ядро на составляющие его части, т. е. получить набор отдельных протонов и нейтронов? Оказывается, можно. Для этого надо совершить работу против ядерных сил нуклон-нуклонного притяжения. Другими словами, надо передать атомному ядру определённую энергию.

Минимальную энергию, которую надо сообщить атомному ядру, чтобы разделить его на отдельные нуклоны, называют энергией связи атомного ядра.

Как можно рассчитать энергию связи атомного ядра?

Точные измерения массы атомных ядер показывают, что *масса ядра* $M_{я}$ *всегда меньше суммы масс составляющих его протонов и нейтронов.* В соответствии с введёнными обозначениями это можно записать в виде:

$$M_{я} < Z \cdot m_p + N \cdot m_n.$$

Величину $\Delta M = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - M_{я}$ называют *дефектом масс атомного ядра*. Дефект масс для всех атомных ядер положителен. Так, например, для атома гелия масса его ядра на 0,75 % меньше суммы масс образующих его двух протонов и двух нейтронов. Атомная единица массы (1 а. е. м.), по определению, равна $^1/_{12}$ части массы изотопа углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$. Поэтому 1 а. е. м. меньше массы протона и нейтрона.

! Масса ядра $M_{я}$ всегда меньше суммы масс составляющих ядро протонов и нейтронов: $M_{я} < Z \cdot m_p + N \cdot m_n$.
Величину $\Delta M = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - M_{я}$ называют *дефектом масс атомного ядра*.

Рассчитать энергию связи атомного ядра можно, используя предложенное Альбертом Эйнштейном (1879—1955) соотношение между массой системы и её *энергией покоя*, которую принято обозначать E_0:

$$E_0 = m \cdot c^2,$$

где c — скорость распространения электромагнитных волн в вакууме.

Энергией покоя E_0 системы называют энергию, которой обладает *вся материя системы* в такой ИСО, в которой центр масс этой системы покоится.

Чтобы найти энергию связи атомного ядра, необходимо умножить дефект масс на квадрат скорости света в вакууме:

$$E_{св} = \Delta M \cdot c^2 = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M_{я}) \cdot c^2.$$

Почему имеет место дефект масс и что такое энергия связи? Предположим, что у нас есть набор отдельных протонов и нейтронов и мы хотим из этого набора сделать атомное ядро. Для этого нам придётся сблизить протоны и нейтроны до очень малого расстояния, настолько малого, чтобы начали действовать ядерные силы. Как только действие ядерных сил станет больше действия сил кулоновского отталкивания между протонами, протоны устремятся друг к другу. Движение протонов будет ускоренным, а вам известно, что при ускоренном движении заряженных частиц происходит излучение электромагнитных волн (фотонов). Они и уносят от формирующегося ядра энергию, равную энергии связи. В результате масса атомного ядра уменьшается на величину, равную дефекту масс:

$$\Delta M = \frac{E_{\text{св}}}{c^2}.$$

Для характеристики атомного ядра используют и другую физическую величину — *удельную энергию связи*.

Удельной энергией связи атомного ядра называют отношение энергии связи этого ядра к числу нуклонов в нём:

$$\boldsymbol{E_{\text{уд}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}}.$$

Таким образом, *удельная энергия связи равна энергии связи, приходящейся в среднем на один нуклон ядра*. Другими словами, удельная энергия связи равна той энергии, которую надо сообщить каждому нуклону атомного ядра, чтобы ядро распалось на отдельные нуклоны.

В ядерной физике энергию принято измерять в *мегаэлектронвольтах* (МэВ).

! 1 МэВ — это энергия, которую приобретает электрон при прохождении напряжения в 1 МВ (мегавольт).

Энергию связи нуклонов в ядре также измеряют в МэВ, удельную энергию связи — в МэВ/нуклон.

Если измерять массу в атомных единицах массы и использовать соотношение Эйнштейна $E_0 = m \cdot c^2$, то формула для расчёта удельной энергии связи в МэВ/нуклон принимает вид:

$$E_{\text{уд}} = \frac{931{,}5\left(Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M_{\text{я}}\right)}{A}.$$

Энергия связи нуклонов в атомном ядре и удельная энергия связи различны для разных ядер. На рис. 199 приведён график зависимости удельной энергии связи атомного ядра от числа нуклонов в нём. Из этой зависимости видно, что удельная энергия связи лёгких и тяжёлых ядер меньше, чем удельная энергия связи ядер средней массы. Следовательно, с энергетической точки зрения наиболее легко осуществить два процесса преобразо-

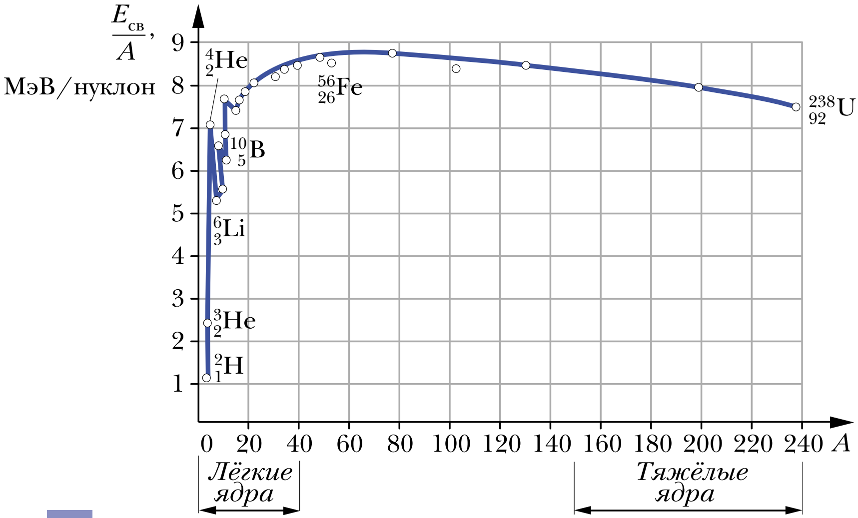


Рис. **199** Удельная энергия связи атомных ядер различных элементов

вания ядер: деление массивных ядер на несколько более лёгких и слияние нескольких лёгких ядер в одно более тяжёлое ядро. Ядра же средней массы (с массовыми числами 40–80 а. е. м.) являются самыми прочными.

Итоги

Нуклоны в ядре удерживаются за счёт *ядерных сил*, которые являются одним из проявлений *сильного взаимодействия*. Силы ядерного взаимодействия — это силы взаимного притяжения между нуклонами. Они действуют на расстояниях порядка 10^{-15} м (являются короткодействующими).

Минимальную энергию, которую надо сообщить атомному ядру, чтобы разделить его на отдельные нуклоны, называют энергией связи атомного ядра.

Чтобы найти энергию связи атомного ядра, необходимо умножить его дефект масс на квадрат скорости света в вакууме:

$$E_{св} = \Delta M \cdot c^2 = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M_я) \cdot c^2.$$

Удельной энергией связи атомного ядра называют отношение энергии связи этого ядра к числу нуклонов в нём:

$$\boldsymbol{E_{уд} = \frac{E_{св}}{A}}.$$

Вопросы

1. Почему протоны атомного ядра не разлетаются под действием кулоновских сил отталкивания?
2. Перечислите основные свойства ядерных сил.
3. Что называют дефектом масс атомного ядра?
4. Почему масса ядра $M_я$ всегда меньше суммы масс составляющих его протонов и нейтронов?
5. Что называют удельной энергией связи атомного ядра? В каких единицах её измеряют?
6. Почему ядра средней массы (т. е. с массовыми числами 40–80 а. е. м.) являются самыми прочными?

Упражнения

1. Масса одного протона равна $1{,}0073$ а. е. м., а масса одного нейтрона — $1{,}0087$ а. е. м. Оцените дефект масс ядра дейтерия ${}^2_1\mathrm{H}$. Считайте, что масса ядра дейтерия равна $2{,}0141$ а. е. м. Ответ выразите в джоулях и мегаэлектронвольтах.
2. Определите массу ядра атома кислорода ${}^{16}_{8}\mathrm{O}$, если известно, что его удельная энергия связи равна $7{,}9761$ МэВ/нуклон.

§ 56 Закон радиоактивного распада

Зная об энергии связи (дефекте масс) атомных ядер, можно объяснить причину наблюдаемого экспериментально явления испускания излучений изотопами некоторых веществ. Причина состоит в том, что ядра таких изотопов (как правило, имеющих большое массовое число) обладают таким дефектом масс, что для них энергетически выгоден распад на ядра меньшей массы. При этом образуются и другие частицы.

Радиоактивностью называют самопроизвольное превращение атомных ядер, которое сопровождается испусканием различных частиц (например, электронов, протонов, нейтронов, фотонов и т. п.).

То, что энергия образовавшихся ядер меньше энергии исходного ядра, объясняет, почему явление радиоактивности сопровождается выделением энергии. Например, эксперимент показывает, что 1 г радия выделяет за час около 580 Дж энергии.

В процессе радиоактивного распада с течением времени число оставшихся неизменными радиоактивных ядер уменьшается. Поэтому интенсивность излучения также должна уменьшаться. Иногда интенсивность регистрируемого излучения может и увеличиваться. Это происходит в случае, если при распаде образуются ядра, также способные к распаду.

При исследовании явления радиоактивности изотопа радона $^{220}_{86}Rn$ было установлено, что с течением времени интенсивность альфа-лучей уменьшается вдвое уже через одну минуту (точнее, через 54 с). А ещё через минуту интенсивность вновь уменьшается вдвое и т. д.

Оказалось, что *для каждого радиоактивного вещества существует определённый промежуток времени, по истечении которого интенсивность испускаемых им радиоактивных излучений уменьшается в два раза*. Этот промежуток времени назвали *периодом полураспада*.

Периодом полураспада данного изотопа называют промежуток времени, по истечении которого распадается половина от начального числа ядер.

Период полураспада обозначают буквой T.

Каждый изотоп химического элемента имеет свой период полураспада, который представляет собой постоянную величину. Так, например, период полураспада изотопа свинца $^{206}_{82}Pb$ равен $1{,}4 \cdot 10^{17}$ лет, а период полураспада радиоактивного изотопа радона $^{215}_{86}Rn$ составляет 10^{-6} с. Эксперименты с радиоактивными веществами показывают, что внешние воздействия, например нагревание до высоких температур, изменение давления и т. п., не влияют на период полураспада.

Получим запись закона, по которому убывает число радиоактивных ядер.

Пусть в начальный момент времени $t_0 = 0$ имеется в наличии N_0 радиоактивных ядер некоторого изотопа. Спустя промежуток времени $t_1 = T$ число радиоактивных ядер этого изотопа уменьшится вдвое, т. е. станет равным $N_1 = \frac{N_0}{2}$. Спустя ещё такой же промежуток времени, к моменту $t_2 = 2T$, число радиоактивных ядер вновь уменьшится вдвое и станет равным $N_2 = \frac{N_1}{2} = \frac{N_0}{4}$. Таким образом, к моменту времени $t = n \cdot T$ число радиоактивных ядер окажется равным $N = \frac{N_0}{2^n} = N_0 \cdot 2^{-n}$. Так как $n = \frac{t}{T}$, то

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}},$$

где T — период полураспада.

Полученная формула описывает **закон радиоактивного распада**. Она показывает, сколько радиоактивных ядер данного изотопа останется к моменту времени t, если в начальный момент времени их число было равно N_0.

Вид зависимости $N(t)$ приведён на рис. 200. Из формулы, описывающей закон радиоактивного распада, и графика $N(t)$ видно, что для распада абсолютно всех радиоактивных ядер необходимо бесконечно большое время.

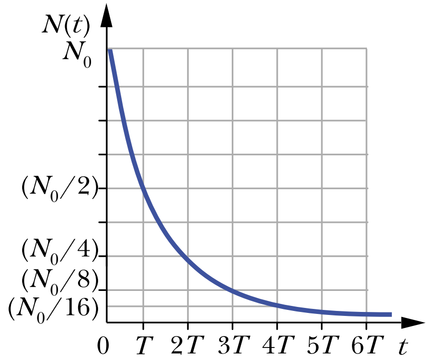


Рис. **200**

Отметим, что закон радиоактивного распада справедлив лишь при наличии достаточно большого количества радиоактивных ядер. Это связано с тем, что распад каждого ядра имеет вероятностный характер.

Итоги

Радиоактивностью называют самопроизвольное превращение атомных ядер, которое сопровождается испусканием различных частиц (например, электронов, протонов, нейтронов, фотонов и т. п.).

Причина радиоактивности состоит в том, что ядра некоторых изотопов (как правило, имеющих большое массовое число) обладают таким дефектом масс, что для них энергетически выгоден распад на ядра меньшей массы. При этом образуются и другие частицы.

Периодом полураспада данного изотопа называют промежуток времени, по истечении которого распадается половина от начального числа ядер.

Закон радиоактивного распада показывает, сколько радиоактивных ядер данного изотопа остаётся к моменту времени t, если в начальный момент времени их число было равно N_0: $N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где T — период полураспада.

Вопросы

1. Что называют радиоактивностью?
2. В чём причина радиоактивности?

3 Почему с течением времени число оставшихся неизменными радиоактивных ядер уменьшается?
4 Что называют периодом полураспада?
5 Что показывает закон радиоактивного распада?
6 Зависит ли период полураспада данного изотопа от внешних воздействий?

Упражнения

1 Определите, во сколько раз изменится число радиоактивных ядер данного изотопа за 1 ч, если период его полураспада равен 10 мин.
2 Определите период полураспада неизвестного радиоактивного изотопа, если количество ядер этого изотопа за 5 мин уменьшается в 32 раза. Изотопом какого химического элемента он может быть?

§ 57 Альфа- и бета-распады. Правила смещения

Вы уже знаете, что в радиоактивном излучении могут присутствовать альфа- и бета-частицы. Попробуем выяснить, откуда берутся альфа-частицы — ядра гелия. Ясно, что ядро гелия вылетает из распадающегося радиоактивного ядра. При этом в породившем альфа-частицу ядре как число протонов, так и число нейтронов уменьшается на 2. Символически такое ядерное превращение можно записать следующим образом:

$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He},$$

где символом X обозначено радиоактивное ядро, а символом Y — новое ядро, получившееся после вылета альфа-частицы из ядра X.

Распадающееся ядро называют *материнским*, а новое ядро, получившееся после вылета альфа-частицы, — *дочерним*.

! Таким образом, если при альфа-распаде одного химического элемента образуется другой элемент, то массовое число этого нового элемента будет *на четыре*, а его зарядовое число — *на два* меньше, чем соответствующие массовое и зарядовое числа исходного элемента.

Другими словами, образующийся элемент расположен в таблице Д. И. Менделеева на две клетки ближе к её началу, чем исходный. Это правило называют *правилом смещения при альфа-распаде*.

Отметим, что образующееся в результате альфа-распада дочернее ядро чаще всего оказывается не радиоактивным, т. е. не склонным к дальнейшим радиоактивным превращениям. Так как альфа-частица не радиоактивна, то с течением времени интенсивность радиоактивного излучения уменьшается.

Почему некоторые атомные ядра способны к альфа-радиоактивности? Эксперименты показывают, что альфа-радиоактивными оказываются практически все атомные ядра, в которых число нуклонов превышает 208. Такие атомные ядра достаточно велики. Поэтому ядерных сил оказывается недостаточно, чтобы удержать все нуклоны вместе. В результате отдельные нуклоны, а также группы нуклонов с определённой долей вероятности могут отделяться от таких ядер. Одним из вариантов группы отделяющихся нуклонов является комбинация двух протонов и двух нейтронов — ядро атома гелия (альфа-частица).

Отметим, что при альфа-радиоактивных превращениях сохраняется как общее число протонов, так и общее число нейтронов.

А что происходит с атомным ядром при бета-излучении? Вы уже знаете, что бета-лучи представляют собой поток электронов. Но откуда в атомном ядре электроны? Оказывается, *находящиеся в атомном ядре нейтроны могут превращаться в протоны*. В результате такого превращения нейтрона (^1_0n) получается протон (^1_1p), электрон ($^{\ 0}_{-1}e$) и ещё одна частица — *электронное антинейтрино* ($^0_0\bar{\nu}_e$). Это превращение можно записать следующим образом:

$$^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^{\ 0}_{-1}e + {}^0_0\bar{\nu}_e.$$

Получающийся электрон ничем не отличается от электронов, движущихся в атоме вокруг его ядра. В результате превращения нейтрона в протон атомное ядро покидают электрон и антинейтрино. При таком превращении нейтрона в протон число протонов Z в атомном ядре увеличивается на единицу, а число нейтронов уменьшается на единицу. Понятно, что общее число нуклонов A при этом не изменяется. Бета-превращение атомного ядра можно записать в общем виде так:

$$^A_Z\mathrm{X} \rightarrow {}^{\ \ A}_{Z+1}\mathrm{Y} + {}^{\ 0}_{-1}e + {}^0_0\bar{\nu}_e.$$

Таким образом, при бета-распаде число нейтронов в ядре уменьшается на единицу, а число протонов увеличивается на единицу. При этом число нуклонов не изменяется.

Получающийся в результате бета-радиоактивности элемент расположен на одну клетку ближе к концу Периодической системы химических элементов Д. И. Менделеева, чем исходный. Это правило называют *правилом смещения при бета-распаде*.

Отметим, что при альфа- и бета-распадах удельная энергия связи дочерних ядер всегда больше удельной энергии связи распадающегося ядра. Поэтому дочерние ядра оказываются более устойчивыми по отношению к радиоактивным превращениям.

В результате альфа- или бета-превращений продукты радиоактивного распада движутся ускоренно, что приводит к появлению электромагнитного излучения (фотонов).

Масса протона меньше массы нейтрона. Поэтому свободный протон не может превратиться в нейтрон — для этого не хватает энергии. Однако такой процесс возможен, если ядро обладает избытком энергии. При этом из ядра вылетает *позитрон* $({}_{+1}^{0}e)$ и *электронное нейтрино* $({}_{0}^{0}\nu_e)$:

$$ {}_{1}^{1}p \to {}_{0}^{1}n + {}_{+1}^{0}e + {}_{0}^{0}\nu_e. $$

Позитрон (антиэлектрон) представляет собой частицу, масса которой равна массе электрона, а заряд положителен и равен элементарному, т. е. модулю заряда электрона.

Итоги

Символически *альфа-распад* можно записать в виде:

$$ {}_{Z}^{A}\mathrm{X} \to {}_{Z-2}^{A-4}\mathrm{Y} + {}_{2}^{4}\mathrm{He}, $$

где символом X обозначено радиоактивное (материнское) ядро, а символом Y — новое (дочернее) ядро, получившееся после вылета альфа-частицы из ядра X.

Находящиеся в атомном ядре нейтроны могут превращаться в протоны. Это превращение можно записать следующим образом: ${}_{0}^{1}n \to {}_{1}^{1}p + {}_{-1}^{0}e + {}_{0}^{0}\overline{\nu}_e$.

Символически *бета-распад* можно записать в виде:

$$ {}_{Z}^{A}\mathrm{X} \to {}_{Z+1}^{A}\mathrm{Y} + {}_{-1}^{0}e + {}_{0}^{0}\overline{\nu}_e. $$

Вопросы

1. Что происходит при альфа-распаде?
2. Сформулируйте правило смещения при альфа-распаде.
3. Что происходит при бета-распаде?
4. Сформулируйте правило смещения при бета-распаде.

Упражнения

1 Запишите символически: а) альфа-распад; б) бета-распад атомного ядра в общем виде.

2 Ядро $^{216}_{84}\mathrm{Po}$ образовалось после двух последовательных альфа-распадов. Из какого ядра оно образовалось?

3 Во что превращается ядро $^{238}_{92}\mathrm{U}$ после альфа-распада и двух последующих бета-распадов?

§ 58 Ядерные реакции. Деление и синтез ядер. Ядерная энергетика. Источники энергии Солнца и звёзд

При альфа- и бета-распаде происходит процесс превращения одних атомных ядер в другие. Эти превращения чаще всего происходят самопроизвольно. Исследования показали, что атомные ядра, не склонные к самопроизвольным радиоактивным превращениям, можно заставить превращаться в атомные ядра других элементов. Такое превращение может произойти при взаимодействии ядер либо друг с другом, либо с налетающими на них частицами, в том числе с фотонами (гамма-квантами). В этом случае радиоактивные превращения ядер называют *ядерными реакциями*.

Ядерными реакциями называют превращения атомных ядер, вызванные их взаимодействием друг с другом или с налетающими на них частицами.

Для осуществления ядерной реакции необходимо сблизить взаимодействующие частицы (два ядра, ядро и нуклон и т. д.) на очень малые расстояния ($\sim 10^{-15}$ м). Поэтому энергия налетающих положительно заряженных частиц должна быть очень большой (более 10 МэВ). Как правило, ядерные реакции осуществляют бомбардировкой мишеней пучками предварительно ускоренных частиц.

Поясним сказанное на конкретном примере. Рассмотрим, что может произойти с ядром атома лития, если его бомбардировать протонами. Результат такой бомбардировки зависит от того, какой энергией обладает налетающий протон.

При подлёте к ядру протон будет отталкиваться от него. Поэтому, чтобы приблизиться к ядру на необходимое расстояние, протону нужно совершить работу против сил кулоновского отталкивания. Для этого он должен обладать достаточно большой кинетической энергией.

Таким образом, *для осуществления ядерной реакции с участием протонов необходимо предварительно разгонять их до очень больших скоростей*.

Символическая запись двух возможных в этом случае ядерных реакций имеет вид:

$$ {}^{1}_{1}p + {}^{7}_{3}\mathrm{Li} \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{1}\mathrm{H}; $$

$$ {}^{1}_{1}p + {}^{7}_{3}\mathrm{Li} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}. $$

! Ядерные реакции подчиняются известным вам законам сохранения электрического заряда, энергии и импульса.

При любой ядерной реакции сохраняется и суммарное массовое число: сумма чисел протонов и нейтронов до реакции равна сумме чисел протонов и нейтронов после реакции.

Это свойство называют **законом сохранения массового числа**.

Выделяющаяся в ядерных реакциях энергия может быть меньше энергии, затраченной на разгон протонов.

Однако возможны ядерные реакции, сопровождающиеся выделением энергии. Чаще всего такие реакции проходят с участием нейтронов, так как из-за отсутствия кулоновских сил отталкивания они могут попасть внутрь атомного ядра, практически не обладая кинетической энергией.

Примером такой реакции может быть деление ядер урана под действием нейтронов. Символическая запись одной из возможных реакций деления одного из изотопов урана имеет вид:

$$ {}^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{141}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{92}_{36}\mathrm{Kr} + 3\,{}^{1}_{0}n. $$

В результате захвата нейтрона ядро изотопа урана распадается на два осколка – на ядра изотопов бария и криптона. Кроме того, при этом распаде выделяются ещё три нейтрона. Они, в свою очередь, могут вызвать распад других ядер урана и т. д. В результате число распадов с течением времени может нарастать. Такую реакцию называют *цепной ядерной реакцией* (рис. 201).

Именно цепная ядерная реакция происходит при взрыве атомной бомбы.

Деление ядер урана используют для получения энергии в *ядерных реакторах* электростанций (рис. 202). Топливо реактора – это стержни, содержащие обогащённую смесь изотопов урана. Выделяющиеся при делении урана нейтроны вызывают деление других ядер урана. При этом может начаться неуправляемая цепная реакция с выделением огромной энергии, в результате чего произойдёт взрыв.

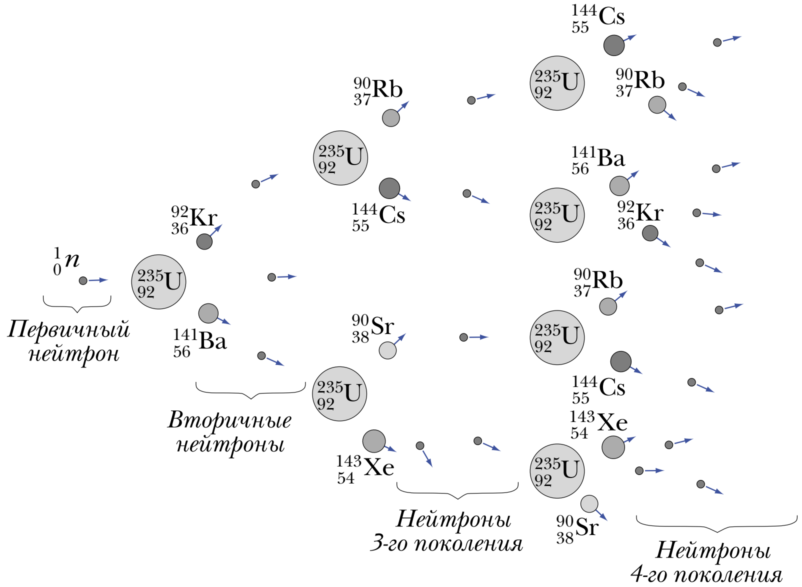


Рис. **201** Схема развития цепной ядерной реакции

Чтобы сделать реакцию управляемой, необходимо контролировать (поддерживать неизменным) число нейтронов, вызывающих деление ядер урана. Для этого используют специальные регулирующие стержни, которые поглощают избыток образующихся нейтронов. Эти стержни изготавливают из кадмия и бора — веществ, хорошо поглощающих нейтроны.

Наоборот, для того чтобы увеличить число распадающихся ядер урана, необходимо уменьшать скорость вылетающих вторичных нейтронов. Это связано с тем, что вторичные нейтроны обладают энергией порядка 1 МэВ. Используемые же в реакторе изотопы урана эффективнее взаимодействуют с нейтронами, энергия которых существенно меньше и близка к 0,5 эВ. Для уменьшения кинетической энергии вторичных нейтронов используют специальные вещества,

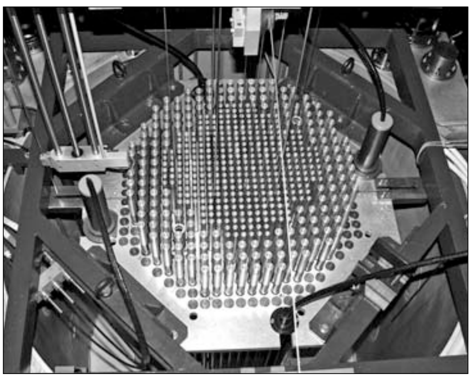


Рис. **202** Атомный реактор

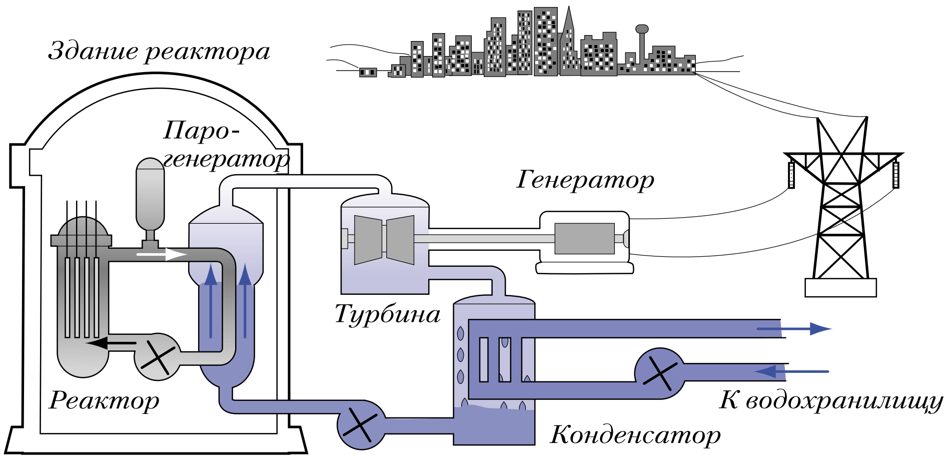


Рис. **203** Схема двухконтурной АЭС

которые называют замедлителями. В качестве замедлителей применяют графит, обычную воду и тяжёлую воду.

Ядерная реакция деления ядер урана сопровождается выделением большого количества теплоты. Поэтому реактор охлаждают. Охлаждающая реактор вода через теплообменник (рис. 203) нагревает воду так называемого второго контура. Вода второго контура доводится до состояния кипения. Образующийся при кипении водяной пар направляют на лопасти турбины, которая вращает электрический генератор.

Рассмотрим ещё один вид ядерного взаимодействия. Было установлено, что удельная энергия связи в ядрах изотопа гелия $^{4}_{2}He$ значительно превышает удельную энергию связи в более лёгких ядрах дейтерия и трития. Поэтому в результате образования гелия из изотопов водорода (реакция синтеза) можно получить значительно большую энергию, чем при реакциях деления ядер тяжёлых элементов.

Однако для осуществления реакции синтеза необходимо сблизить ядра изотопов водорода на расстояния, при которых станут значительными ядерные силы. Для этого сближающиеся ядра должны обладать очень большой кинетической энергией. Поэтому такие реакции могут протекать только при очень высоких температурах (более 10^8 К), из-за чего их называют *термоядерными*.

Молекула тяжёлой воды представляет собой соединение атома кислорода и двух атомов дейтерия (знакомого вам изотопа водорода).

Термоядерные реакции — это реакции слияния (синтеза) лёгких ядер в более тяжёлые, происходящие при очень высоких температурах.

Для примера приведём одну из возможных реакций синтеза — слияние ядер дейтерия и трития с образованием ядра гелия и нейтрона:

$$^2_1\mathrm{H} + {}^3_1\mathrm{H} \to {}^4_2\mathrm{He} + {}^1_0n.$$

Энергия, выделяющаяся при протекании этой реакции, в расчёте на один нуклон примерно в 3,5 раза больше, чем при реакции деления урана, и составляет 17,6 МэВ. Отметим, что такая реакция возможна только в случае, если суммарная кинетическая энергия исходных составляющих превышает 0,1 МэВ.

Выделение большой энергии при термоядерных реакциях обусловливает их важность для ядерной энергетики, прикладной ядерной физики и астрофизики. В природных условиях термоядерные реакции протекают лишь в недрах звёзд (в том числе Солнца), являясь *источником их энергии*.

К сожалению, термоядерную реакцию на Земле, при которой выделившаяся энергия превзошла затраченную, удалось осуществить только в результате взрыва так называемой водородной бомбы. Задача же создания промышленного управляемого термоядерного реактора до сих пор не решена.

Итоги

Ядерными реакциями называют превращения атомных ядер, вызванные их взаимодействием друг с другом или с налетающими на них частицами.

Для осуществления ядерной реакции необходимо сблизить взаимодействующие частицы (два ядра, ядро и нуклон и т. д.) на очень малые расстояния (~10^{-15} м). Поэтому энергия налетающих положительно заряженных частиц должна быть очень большой (более 10 МэВ). В реакциях, проходящих с участием нейтронов, из-за отсутствия кулоновских сил отталкивания нейтроны могут сблизиться с атомным ядром, практически не обладая кинетической энергией.

Ядерные реакции подчиняются законам сохранения электрического заряда, энергии и импульса.

При любой ядерной реакции сохраняется и суммарное массовое число: сумма чисел протонов и нейтронов до реакции равна сумме чисел протонов и нейтронов после реакции.

Это свойство называют **законом сохранения массового числа**.

Термоядерные реакции — это реакции слияния (синтеза) лёгких ядер в более тяжёлые, происходящие при очень высоких температурах.

Для осуществления реакций синтеза необходимо сблизить ядра на расстояния, при которых станут значительными ядерные силы. Для этого ядра должны обладать очень большой кинетической энергией. Поэтому такие реакции могут протекать только при очень высоких температурах (более 10^8 К), из-за чего их называют термоядерными.

Термоядерные реакции являются *основными источниками энергии звёзд* (в том числе Солнца).

Вопросы

1. Что называют ядерными реакциями?
2. Почему для осуществления ядерной реакции необходимо сблизить взаимодействующие частицы на очень малые расстояния?
3. Почему в реакциях, проходящих с участием нейтронов, они могут сблизиться с атомным ядром, практически не обладая кинетической энергией?
4. Каким известным вам законам сохранения подчиняются ядерные реакции?
5. Сформулируйте закон сохранения массового числа.
6. Какие ядерные реакции называют цепными?
7. Для чего в атомном реакторе используют: а) регулирующие стержни; б) замедлители?
8. Какие реакции называют термоядерными? Почему их так называют?

Упражнения

1. Оцените энергию, выделяющуюся при слиянии ядер дейтерия и трития с образованием ядра гелия и нейтрона: ${}_1^2\mathrm{H} + {}_1^3\mathrm{H} \rightarrow {}_2^4\mathrm{He} + {}_0^1n$. Известно, что суммарная масса ядер дейтерия и трития равна $5{,}0302$ а. е. м., а суммарная масса ядра гелия и нейтрона — $5{,}0113$ а. е. м. Ответ выразите в джоулях.
2. ✔ Подготовьте реферат на тему «Авария на Чернобыльской АЭС», используя, например, материалы интернет-ресурса http://gotourl.ru/7173. Сделайте сообщение в классе.

Для дополнительного изучения

§ 59 Регистрация ядерных излучений

Различают два основных типа детекторов ионизирующих излучений: *счётчики* и *трековые детекторы*. [1]

Счётчики позволяют зарегистрировать число прошедших через них частиц. С одним из способов регистрации частиц – по вспышкам на экране, покрытом слоем сульфида цинка, вы уже знакомы. Этот метод использовал Резерфорд в экспериментах по исследованию строения атомного ядра.

Существует другой вид счётчика – это *счётчик Гейгера*. Он представляет собой стеклянную трубку, заполненную разреженным газом. Внутри неё расположены два электрода, которые подключены к источнику высокого напряжения (0,2–1 кВ). Один из электродов представляет собой металлический цилиндр, а другой – тонкую проволоку, натянутую вдоль оси цилиндра. Проволоку подключают к положительному полюсу источника, а цилиндр через резистор с большим сопротивлением – к отрицательному полюсу источника. Пока газ в трубке не ионизирован, ток в цепи отсутствует, напряжение на резисторе равно нулю. При пролёте частицы происходит ионизация газа. В трубке возникает электрический ток (разряд), что приводит к появлению импульса напряжения на резисторе. Отметим, что информации о характере движения частиц такие счётчики не дают.

В отличие от счётчиков трековые детекторы позволяют визуально наблюдать траектории движения частиц – *треки*. Известно несколько видов трековых детекторов. В качестве примеров мы рассмотрим два таких детектора: *камеру Вильсона* и *пузырьковую камеру*. [2]

Камера Вильсона представляет собой стеклянный сосуд, заполненный переохлаждённым паром. Этот пар не конденсируется, так как из него удалены центры конденсации (пылинки и другие неоднородности). При пролёте частицы через камеру происходит образование ионов вдоль её трека (траектории). Эти ионы становятся центрами конденсации пара, в результате чего происходит образование видимых капель вдоль траектории движения частицы.

[1] Существует ещё один важный тип детектора — ионизационные калориметры, позволяющие измерять энергию, влетающих в них частиц.

[2] Камеры Вильсона и пузырьковые камеры сейчас не используют для визуализации треков. Вместо них используют полимерные материалы, содержащие специальные вещества, которые испускают свет при пролёте частиц.

В пузырьковой камере используют перегретую жидкость. (Перегретой называют жидкость, температура которой больше её температуры кипения при данных условиях.) Такая жидкость не вскипает потому, что из неё удалены центры парообразования. Обычно в качестве таких жидкостей в пузырьковых камерах используют жидкий водород или гелий. При пролёте частицы через перегретую жидкость вдоль её трека образуются мельчайшие пузырьки пара.

Пузырьковые камеры по сравнению с камерами Вильсона обладают рядом преимуществ. Например, их размеры могут во много раз превышать размеры камер Вильсона. Это повышает вероятность обнаружения частиц в таких камерах. Кроме того, эта вероятность увеличивается и в связи с тем, что в пузырьковых камерах плотность вещества больше.

Для исследования свойств пролетающих в трековых детекторах частиц детекторы помещают в сильное магнитное поле. По искривлению траектории пролетающей частицы в магнитном поле определяют её импульс и заряд.

Итоги

Существуют два основных типа детекторов ионизирующих излучений: *счётчики* и *трековые детекторы*.
Счётчик позволяет зарегистрировать число прошедших через него частиц.
Трековые детекторы позволяют не только зарегистрировать частицу, но и определить её траекторию, по которой устанавливают свойства частицы.

Вопросы

1. Как устроен счётчик Гейгера? На чём основан принцип его действия?
2. Что представляет собой: а) камера Вильсона; б) пузырьковая камера?
3. В чём преимущества пузырьковой камеры перед камерой Вильсона?
4. Зачем трековые детекторы помещают в магнитное поле?

*5. Какие характеристики частиц позволяют определить исследования их треков в магнитном поле? Почему?

§ 60 Влияние радиоактивных излучений на живые организмы. Дозиметрия. Экологические проблемы ядерной энергетики

Радиоактивные излучения могут представлять опасность для живых организмов. Причина состоит в том, что ядерное излучение, проходя через вещество, ионизирует его. В результате нарушаются биохимические процессы в клетках живых организмов.

Степень отрицательного воздействия радиации зависит от вида частиц и их энергии. Чем большей энергией обладают частицы, тем более серьёзные нарушения в организме они вызывают.

Энергию ионизирующего излучения, поглощённую веществом и рассчитанную на единицу массы этого вещества, называют поглощённой дозой излучения.

Поглощённая доза излучения равна отношению поглощённой телом энергии E к его массе m:

$$D = \frac{E}{m}.$$

Единицей поглощённой дозы в СИ является *грей* (Гр).

$$1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}.$$

Раньше поглощённую дозу измеряли в *рентгенах* (Р).

$$1 \text{ Р} \approx 8{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ Гр}.$$

Существенным фактором является и время, за которое организм получает ту или иную дозу излучения. Чем меньше этот промежуток времени (для неизменной дозы), тем большую опасность представляет для организма поглощённое излучение.

Отношение поглощённой дозы излучения ко времени поглощения называют мощностью поглощённой дозы излучения.

В результате воздействия естественного фона (космическое излучение, радиоактивное излучение Земли и пр.) организм человека за год поглощает дозу ~$2 \cdot 10^{-3}$ Гр. Такая доза не представляет опасности для здоровья.

! Предельно допустимая доза (ПДД) поглощённого за год излучения для любого человека равна $5 \cdot 10^{-3}$ Гр, а для людей, работающих с источниками излучения, — $5 \cdot 10^{-2}$ Гр.

Основной метод защиты от радиоактивного излучения связан с использованием изолирующих материалов. Легче всего защититься от альфа-излучения. Оно практически полностью задерживается листом обычной бумаги. Поэтому такие частицы не преодолевают одежду и кожу человека. Однако, попадая в организм человека (с воздухом, пищей, через открытые раны), альфа-частицы представляют серьёзную опасность.

Бета-излучение способно проникать в ткани организма на глубину 1–2 см. От него можно защититься, например, листом алюминия толщиной в несколько сантиметров.

Гамма-излучение обладает ещё большей проникающей способностью. Его может задержать лишь толстый слой бетона или свинца.

Поскольку в настоящее время ядерная энергетика вносит всё больший вклад в энергообеспечение человеческой цивилизации, возникает *проблема экологической безопасности работы атомных электростанций* (АЭС). Она включает в себя проблемы утилизации радиоактивных отходов и обеспечения безаварийной эксплуатации ядерных объектов. Первая проблема решается посредством совершенствования технологии работы реакторов в целях уменьшения отходов, а также технологии безопасной утилизации отходов и надёжной их изоляции.

Проблема безаварийной эксплуатации решается за счёт совершенствования систем контроля работы АЭС.

Существует ещё одна проблема, связанная с контролем за распространением ядерных технологий. Большой вклад в её решение вносит деятельность Международного агентства по атомной энергии при ООН (МАГАТЭ).

Итоги

Энергию ионизирующего излучения, поглощённую веществом и рассчитанную на единицу массы этого вещества, называют поглощённой дозой излучения.

Поглощённая доза излучения равна отношению поглощённой телом энергии $\boldsymbol{E}$ к его массе $\boldsymbol{m}$:

$$\boldsymbol{D} = \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{m}}.$$

Предельно допустимая доза (ПДД) поглощённого за год излучения для любого человека равна $5 \cdot 10^{-3}$ Гр, а для людей, работающих с источниками излучения, — $5 \cdot 10^{-2}$ Гр.

Основной метод защиты от радиоактивного излучения связан с использованием изолирующих материалов.

Проблему экологической безопасности работы АЭС решают посредством: 1) совершенствования технологий работы реакторов и утилизации ядерных отходов; 2) совершенствования систем контроля за правильной эксплуатацией АЭС; 3) ужесточения контроля за распространением ядерных технологий.

Вопросы

1. Почему радиоактивные излучения могут представлять опасность для живых организмов?
2. Что называют поглощённой дозой излучения? По какой формуле её можно рассчитать? В каких единицах её измеряют?
3. Влияет ли время получения дозы излучения на степень повреждения организма?
4. Каким образом решают проблемы экологической безопасности работы АЭС?

Упражнения

1. Научитесь работать с дозиметром «Сосна». Под руководством учителя измерьте радиационный фон в помещении у окна, вдали от окна, на улице. Сравните полученные результаты измерений. Сделайте сообщение в классе.
2. Измерьте дозиметром радиационный фон в комнате. Рассчитайте, какую дозу поглощает ваше тело в этой комнате в течение суток. Сделайте сообщение в классе.
3. Подготовьте реферат на тему «Радиоактивное излучение природных минералов», используя справочники, учебные энциклопедии, материалы интернет-ресурса http://gotourl.ru/7174. Сделайте сообщение в классе.

ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

Атом состоит из *атомного ядра*, в котором сосредоточен весь положительный заряд атома и практически вся его масса.
Вокруг положительно заряженного ядра движутся отрицательно заряженные электроны.
Заряд атомного ядра равен взятому с обратным знаком суммарному заряду всех его электронов. Поэтому атом электрически нейтрален.

Электроны движутся вокруг ядра по определённым орбитам, которые называют *стационарными*. При этом атом не излучает и не поглощает энергию.
При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую атом может излучать или поглощать энергию в виде электромагнитной волны (фотона).

Набор частот электромагнитных волн (фотонов), излучаемых атомом данного химического элемента, называют спектром излучения этого элемента.
Набор частот электромагнитных волн (фотонов), поглощаемых атомом данного химического элемента, называют спектром поглощения этого элемента.

Согласно современным представлениям атомное ядро состоит из протонов и нейтронов. Их называют *нуклонами*.
В Периодической системе химических элементов Д. И. Менделеева элементы расположены в порядке увеличения числа протонов в их ядрах.
Атомы, ядра которых содержат одинаковое число протонов, но разное число нейтронов, называют *изотопами*.

Количество протонов в атомном ядре называют зарядовым числом этого ядра.
Массовым числом ядра называют общее число находящихся в нём нуклонов.

Массовое число атомного ядра A равно сумме его зарядового числа Z и числа нейтронов N в этом ядре:
$A = Z + N$.

Радиоактивностью называют самопроизвольное превращение атомных ядер, которое сопровождается испусканием различных частиц (например, электронов, протонов, нейтронов, фотонов и т. п.).

Альфа-частицы — это положительно заряженные ядра гелия.
Бета-частицы — электроны.
Гамма-частицы — фотоны (коротковолновое электромагнитное излучение).

Нуклоны в ядре удерживаются за счёт *ядерных сил*, которые являются одним из проявлений *сильного взаимодействия*.

Силы ядерного взаимодействия — это силы взаимного притяжения между нуклонами. Они действуют на расстояниях порядка 10^{-15} м (являются короткодействующими).

Минимальную энергию, которую надо сообщить атомному ядру, чтобы разделить его на отдельные нуклоны, называют энергией связи атомного ядра.

Масса ядра $M_{\text{я}}$ всегда меньше суммы масс составляющих его протонов и нейтронов.

$M_{\text{я}} < Z \cdot m_p + N \cdot m_n$.

Величину $\Delta M = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - M_{\text{я}}$ называют *дефектом масс атомного ядра*.

Чтобы найти энергию связи атомного ядра, необходимо умножить его дефект масс на квадрат скорости света в вакууме:

$E_{\text{св}} = \Delta M \cdot c^2 = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M_{\text{я}}) \cdot c^2$.

Удельной энергией связи атомного ядра называют отношение энергии связи этого ядра к числу нуклонов в нём:

$$E_{\text{уд}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}.$$

Энергию связи нуклонов в ядре измеряют в мегаэлектронвольтах (МэВ), удельную энергию связи — в мегаэлектронвольтах на нуклон (МэВ/нуклон).

Ядерными реакциями называют превращения атомных ядер, вызванные их взаимодействием друг с другом или с налетающими на них частицами.

Ядерные реакции подчиняются законам сохранения электрического заряда, энергии и импульса.

При любой ядерной реакции сохраняется и суммарное массовое число: сумма чисел протонов и нейтронов до реакции равна сумме чисел протонов и нейтронов после реакции.

Это свойство называют **законом сохранения массового числа**.

Термоядерные реакции — это реакции слияния (синтеза) лёгких ядер в более тяжёлые, происходящие при очень высоких температурах.

Лабораторные работы

Лабораторная работа № 1

Изучение прямолинейного равноускоренного движения

Цели работы: 1) изучить зависимость перемещения тела от времени при его равноускоренном прямолинейном движении; 2) определить модули скорости и ускорения при таком движении.

Средства измерения и материалы: универсальный штатив с лапкой, жёлоб (или наклонная плоскость) с наклеенной вдоль него узкой бумажной лентой, тяжёлый металлический цилиндр (брусок), шарик (диаметром 0,5–2 см), карандаш, метроном, линейка с миллиметровыми делениями.

Дополнительные сведения

Если шарик начинает равноускоренное движение без начальной скорости по прямолинейной траектории, то модули его перемещения Δx_i за последовательные равные промежутки времени должны удовлетворять соотношению:

$$\Delta x_1 : \Delta x_2 : \Delta x_3 : \Delta x_4 : \Delta x_5 = 1 : 3 : 5 : 7 : 9. \qquad (1)$$

Выполнение соотношения (1) является критерием справедливости гипотезы о равноускоренном прямолинейном движении шарика. Измерив модуль перемещения Δx шарика от начала движения к моменту времени t, можно определить модуль a его ускорения и модуль v скорости шарика в этот момент времени:

$$a = \frac{2x}{t^2}, \; v(t) = a \cdot t = \frac{2x}{t}. \qquad (2)$$

Порядок выполнения

В работе используют один метроном на весь класс. Метроном должен быть настроен на 120 ударов в минуту, т. е. так, что два последовательных удара отмечают промежуток времени 0,5 с.

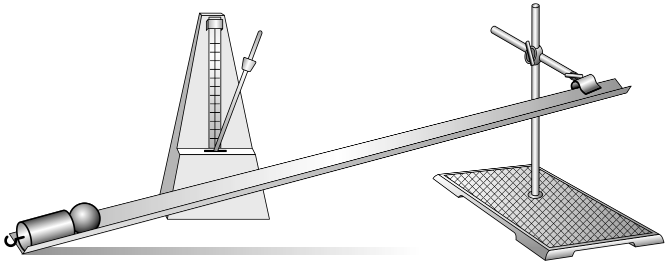


Рис. **204**

1. Соберите установку так, как показано на рис. 204, закрепив жёлоб лапкой штатива. Конец жёлоба должен опираться о стол. На нижний конец жёлоба положите металлический брусок. Сделайте отметку карандашом на ленте у верхнего края жёлоба. Эта отметка будет началом отсчёта координатной оси X, направленной вниз вдоль ленты. Наклон жёлоба подберите такой, чтобы шарик скатывался от начала отсчёта до удара о брусок не быстрее чем за 5 ударов метронома (2,5 с).
2. В каждом эксперименте ставьте шарик так, чтобы его нижний край совпадал с началом отсчёта. Отпускайте шарик одновременно с ударом метронома. Наклон жёлоба должен оставаться неизменным на протяжении всей работы.
3. Для определения мест нахождения шарика, движущегося по жёлобу, в моменты, соответствующие последующим ударам метронома (через каждые 0,5 с), используйте металлический брусок. Для этого проведите ряд экспериментов по скатыванию шарика, перемещая брусок вдоль жёлоба. Отметьте на ленте положение грани бруска, о которую происходит удар скатывающегося шарика, в момент, совпадающий с первым после начала скатывания ударом метронома. Затем отметьте на ленте положения этой грани в моменты, соответствующие последующим ударам метронома.
4. Измерьте расстояния от начала отсчёта до каждой из отметок. Результаты измерений координат отметок занесите в табл. 12. Для каждой из отметок эксперимент повторите 3 раза. Вычислите среднее значение для координаты отметки, соответствующей первому (x_1) удару метронома. Затем вычислите средние значения для координат отметок, соответствующих последующим (x_2, x_3, x_4, x_5) ударам метронома. Результаты расчётов занесите в табл. 12.

Таблица 12

Координата x, см	Экспери-мент 1	Экспери-мент 2	Экспери-мент 3	Среднее значение координаты, см	Время движения t, с
x_1					
x_2					
x_3					
x_4					
x_5					

5. По данным табл. 12 постройте график зависимости координаты шарика от времени.
6. Рассчитайте расстояния, которые проходил шарик за промежутки времени между последовательными ударами метронома. Для этого, используя средние значения координат ударов шарика о брусок из табл. 12, вычислите разности координат для каждой пары последовательных ударов:

$$\Delta x_1 = x_1 - 0,\ \Delta x_2 = x_2 - x_1,\ \Delta x_3 = x_3 - x_2 \text{ и т. д.}$$

Результаты расчётов занесите в табл. 13.

Таблица 13

Δx_1, см	Δx_2, см	Δx_3, см	Δx_4, см	Δx_5, см

7. Вычислите, во сколько раз Δx_2, Δx_3, Δx_4 и Δx_5 больше, чем Δx_1. Результаты расчётов запишите аналогично соотношению (1):

$$\Delta x_1 : \Delta x_2 : \Delta x_3 : \Delta x_4 : \Delta x_5 = \ldots$$

8. Подтверждают ли полученные результаты гипотезу о равноускоренном движении шарика?
9. Зная, что полное время движения шарика равно 2,5 с, вычислите по формулам (2) модули ускорения a и максимальной скорости v шарика (через 2,5 с после начала его движения). Ответ выразите в единицах СИ.

10*. Определите максимальную абсолютную погрешность измерения расстояний, указанных в табл. 12 и 13. Считая, что промежутки времени между ударами метронома известны с точностью 0,1 с, оцените максимальную абсолютную погрешность определения значений a и v.

11*. Рассчитайте максимальную относительную погрешность измерения модулей ускорения и максимальной скорости шарика.

Вопросы и задания

1. Докажите справедливость соотношения (1).
2. Вычислите модули скоростей движения шарика в моменты второго и четвёртого ударов метронома.
3. Зависит ли ускорение шарика от времени в ваших опытах?
4*. Зависит ли точность измерения скорости и ускорения от длительности рассматриваемого интервала времени?

Лабораторная работа № 2

Изучение равномерного движения по окружности

Цель работы: оценить период, угловую скорость, модули скорости и центростремительного ускорения при равномерном движении небольшого по размерам тяжёлого тела по окружности.

Средства измерения и материалы: штатив с лапкой и муфтой, шарик с прикреплённой к нему нитью, линейка, секундомер, лист бумаги формата А4, циркуль.

Дополнительные сведения

Если размеры движущегося по окружности тела существенно меньше радиуса этой окружности, то при описании такого движения это тело можно считать точечным. Если модуль скорости движущегося по окружности точечного тела остаётся неизменным, то такое движение называют равномерным движением тела по окружности. Поскольку при этом направление вектора скорости тела изменяется, то ускорение тела отлично от нуля. Это ускорение называют центростремительным, оно всегда направлено к центру окружности, а его модуль можно вычислить по формуле:

$$a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r, \qquad (1)$$

где $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ — угловая скорость, T — период, $v = \omega \cdot r$ — модуль скорости тела, а r — радиус окружности.

Порядок выполнения

1. С помощью циркуля начертите на листе бумаги окружность радиусом $r = 10$ см. Отметьте центр этой окружности.

2. Закрепите свободный конец нити в лапке штатива. Закрепите лапку так, чтобы висящий на нити шарик мог двигаться по окружности заданного радиуса. Положите лист с нарисованной окружностью так, чтобы свободно висящий шарик находился над центром окружности.
3. Отклоните шарик и придайте ему такую скорость, чтобы его движение приблизительно можно было считать движением по окружности, равной окружности, нарисованной на бумаге (рис. 205).

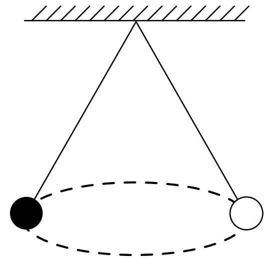


Рис. **205**

4. Отметьте на нарисованной окружности точку, которую будем считать началом отсчёта. При прохождении шарика над этой точкой фиксируйте время с помощью секундомера.
5. Измерьте время, за которое шарик совершает целое число оборотов (например, 20). Считая движение шарика равномерным, вычислите период его движения.
6. Используя результат п. 5, оцените: а) значение угловой скорости шарика; б) модуль его скорости; в) модуль центростремительного ускорения шарика.

7*. Проведите ещё два эксперимента, каждый раз уменьшая радиус окружности. Выполните аналогичные измерения и вычисления. Сравните полученные результаты и сделайте вывод.

Вопросы

1. Как изменятся угловая скорость, модули скорости и центростремительного ускорения движущейся по окружности точечного тела, если радиус окружности увеличить в 2 раза, а период уменьшить в 3 раза?
2. Как изменятся период, модули скорости и центростремительного ускорения движущейся по окружности точечного тела, если радиус окружности уменьшить в 3 раза, а угловую скорость увеличить в 2 раза?

Лабораторная работа № **3**

Измерение плотности твёрдого тела с помощью динамометра и мензурки

Цели работы: 1) научиться измерять с помощью динамометра модуль силы тяжести, действующей на тело неизвестной массы; 2) освоить метод измерения объёма твёрдого тела с помощью мензурки (мерного цилиндра);

3) определить плотность твёрдого тела; 4) научиться оценивать погрешность косвенного измерения.

Средства измерения и материалы: твёрдое тело, помещающееся в мензурку, катушка с нитками, мензурка (мерный цилиндр), динамометр лабораторный, вода.

Дополнительные сведения

Среднюю плотность тела рассчитывают по формуле:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{Т}}}, \tag{1}$$

где m — масса тела, $V_{\text{Т}}$ — его объём.

Поэтому для определения плотности тела необходимо измерить его массу и объём.

Подвешенное к динамометру тело действует на удерживающую его неподвижным относительно Земли пружину динамометра с силой, модуль которой равен модулю силы тяжести тела, т. е. произведению массы m тела на модуль ускорения свободного падения g. Отсюда можно рассчитать массу тела.

Для определения объёма твёрдого тела его опускают в мензурку с жидкостью. При погружении тела в жидкость её уровень в мензурке поднимается. Изменение этого уровня при полном погружении тела в жидкость позволяет рассчитать объём погружённого тела.

Порядок выполнения

1. Определите цену деления ΔF шкалы динамометра. Запишите полученный результат с учётом максимальной абсолютной погрешности прямого измерения, равной цене деления.

2. Закрепите динамометр на штативе и подвесьте к нему тело неизвестной массы. Дождитесь, когда колебания тела прекратятся. По шкале динамометра определите модуль силы тяжести $F = m \cdot g$, действующей на тело. Округлите полученное значение F до разряда, соответствующего цене деления шкалы прибора. Результат измерения запишите в табл. 14 в виде интервала $F \pm \Delta F$.

3. По результатам п. 2 рассчитайте массу m тела и максимальную абсолютную погрешность Δm её измерения, считая значение ускорения свободного падения равным g = 9,8 м/с^2. При этом округлите рассчитанное значение Δm до одной значащей цифры, а значение m до того же разряда, до которого вы округлили значение Δm. Запишите в табл. 14 результат измерения массы тела в виде интервала $m \pm \Delta m$.

4*. Определите максимальную относительную погрешность измерения массы тела. Округлите полученный результат до одной значащей цифры.

5. Поставьте мензурку на горизонтальный стол. Определите максимальную абсолютную погрешность ΔV измерения объёма жидкости в ней, равную цене деления шкалы мензурки.
6. Налейте в мензурку воду примерно наполовину и измерьте её объём $V_{1изм}$. Запишите полученный результат V_1 с учётом максимальной абсолютной погрешности ΔV (в виде интервала $V_1 = V_{1изм} \pm \Delta V$) в ячейку табл. 14, соответствующую начальному объёму.
7. Привяжите к телу нить. Удерживая тело за нить, аккуратно опустите его в мензурку, полностью погрузив в воду.
8. Измерьте суммарный объём $V_{2изм}$ воды и погружённого в неё тела. Запишите полученный результат V_2 с учётом максимальной абсолютной погрешности ΔV (в виде интервала $V_2 = V_{2изм} \pm \Delta V$) в соответствующую ячейку табл. 14.
9. Рассчитайте измеренный объём тела по формуле: $V_{Тизм} = V_{2изм} - V_{1изм}$.
10. Рассчитайте максимальную абсолютную погрешность измерения объёма тела, используя таблицу расчёта погрешностей косвенных измерений: $\Delta V_Т = \Delta V + \Delta V = 2 \cdot \Delta V$.
11. Запишите полученный результат $V_Т$ с учётом максимальной абсолютной погрешности $\Delta V_Т$ (в виде $V_Т = V_{Тизм} \pm \Delta V_Т$) в соответствующую ячейку табл. 14.
12*. Определите максимальную относительную погрешность измерения объёма тела, поделив максимальную абсолютную погрешность $\Delta V_Т$ на измеренное значение $V_{Тизм}$ и округлив результат до одной значащей цифры.
13. По формуле (1) рассчитайте плотность $\rho_{изм}$ тела.
14*. Рассчитайте максимальную абсолютную погрешность измерения плотности по формуле: $\Delta\rho = \dfrac{m_{изм} \cdot \Delta V_Т + V_{Тизм} \cdot \Delta m}{V_{Тизм}^2}$.

Округлите рассчитанное значение $\Delta\rho$ до одной значащей цифры.
15*. Округлите полученное в п. 13 значение $\rho_{изм}$ до того же разряда, до которого вы округлили значение $\Delta\rho$ в п. 14.
16*. Запишите значение плотности с учётом значений, полученных в п. 14 и 15, в виде интервала $\rho = \rho_{изм} \pm \Delta\rho$ в последнюю ячейку табл. 14.

Таблица 14

Модуль силы тяжести, Н	Масса тела, г	Начальный объём воды, см^3	Суммарный объём воды и тела, см^3	Объём тела, см^3	Плотность тела, г/см^3

Вопросы

1. Как соотносятся вес подвешенного к динамометру тела, действующая на него сила тяжести и сила упругости пружины динамометра?
2. Изменится ли результат измерения объёма тела, если вместо воды использовать другую жидкость?
3. От точности каких приборов зависит погрешность измерения плотности в проведённом эксперименте?

4*. Как изменятся максимальная абсолютная и максимальная относительная погрешности измерения, если использовать мензурку, цена деления шкалы которой в 10 раз меньше?

Лабораторная работа № 4

Определение КПД наклонной плоскости и коэффициента трения

Цели работы: 1) определить коэффициент трения тела о плоскость и КПД наклонной плоскости; 2) выяснить, как зависит КПД наклонной плоскости от угла её наклона; 3) используя значение КПД, рассчитать коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью; 4) сравнить полученные значения коэффициента трения тела о плоскость.

Средства измерения и материалы: доска, динамометр лабораторный, транспортир, брусок с крючком, штатив с лапкой и муфтой.

Дополнительные сведения

Наклонная плоскость является одним из простых механизмов, используемых при подъёме тяжёлых предметов. По определению КПД η простого механизма равен отношению полезной работы $A_п$ ко всей затраченной (совершённой) $A_з$ работе:

$$\eta = \frac{A_п}{A_з}. \qquad (1)$$

При равномерном подъёме груза по *гладкой* наклонной плоскости выполняется «золотое правило» механики: «выигрывая в силе, во столько же раз проигрывают в расстоянии». Поэтому КПД *гладкой* наклонной плоскости равен единице. При наличии трения КПД наклонной плоскости всегда меньше единицы.

Пусть модуль силы, равномерно поднимающей тело массой m по *реальной* наклонной плоскости, равен F, а тело перемещается на расстояние L. В этом случае затраченная (совершённая) работа равна $A_з = F \cdot L$. При таком перемещении центр масс тела поднимается на высоту $h = L \cdot \sin\alpha$. Поэтому потенциальная энергия взаимодействия тела с Землёй увеличивается на $\Delta\Pi = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot L \cdot \sin\alpha$. Поскольку полезная работа равна $A_п = \Delta\Pi$, КПД реальной наклонной плоскости с учётом выражения (1) равен:

$$\eta = \frac{m \cdot g \cdot \sin\alpha}{F}. \qquad (2)$$

Таким образом, для определения КПД реальной наклонной плоскости необходимо измерить модуль силы тяжести, действующей на поднимаемое тело; угол наклона плоскости и модуль силы, необходимой для равномерного подъёма тела по наклонной плоскости.

Используя законы динамики, можно показать, что коэффициент трения μ поднимаемого тела о плоскость, КПД η плоскости и угол α её наклона при равномерном подъёме связаны соотношением:

$$\mu = \left(\frac{1}{\eta} - 1\right) \cdot \operatorname{tg}\alpha. \qquad (3)$$

Следовательно, если экспериментально определён КПД реальной наклонной плоскости, то по формуле (3) можно рассчитать коэффициент трения μ о плоскость поднимаемого тела.

Порядок выполнения

1. Подвесьте брусок на закреплённый на штативе динамометр. Определите модуль действующей на брусок силы тяжести $m \cdot g$.
2. Закрепите один конец доски в лапке штатива так, чтобы её нижний край упирался в стол, а доска была наклонена под небольшим углом к горизонту. Положите на доску брусок и несколько раз переместите его, прижимая к доске. Затем положите брусок на доску около удерживающей её лапки штатива. Ослабьте крепление лапки штатива. Медленно поднимая лапку штатива, увеличивайте угол наклона доски к горизонту. При подъёме слегка постукивайте по доске. Продолжайте подъём до тех пор, пока брусок не начнёт скользить по доске. Зафиксируйте это положение доски и измерьте транспортиром угол наклона доски к горизонту.
3. Повторите эксперимент не менее 3 раз. Вычислите среднее значение угла α_0 наклона доски к горизонту, при котором начиналось соскальзы-

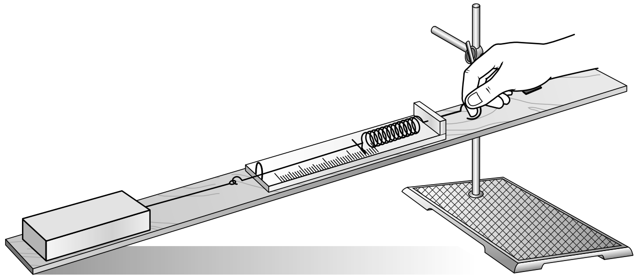


Рис. **206**

вание бруска. Рассчитайте коэффициент трения μ_0 по формуле (*см.* § 13):

$$\mu_0 = \text{tg}\,\alpha_0. \qquad (4)$$

4. Снимите брусок с доски. Закрепите верхний конец доски в лапке штатива так, чтобы угол её наклона к горизонту был равен $\alpha_1 = 30°$.

5. Положите брусок с прикреплённым к нему динамометром на доску так, как показано на рис. 206. Постепенно увеличивайте натяжение пружины динамометра до тех пор, пока брусок не начнёт медленно двигаться вверх по доске. Поддерживая неизменной натяжение пружины, переместите брусок на некоторое расстояние. Запишите в первую ячейку табл. 15 показание динамометра F.

6. Повторите эксперимент ещё 2 раза и вычислите среднее значение F. Результаты вычислений запишите в табл. 15.

Таблица 15

Угол наклона	F, Н (эксперимен 1)	F, Н (эксперимен 2)	F, Н (эксперимен 3)	Среднее значение F, Н	КПД η	Коэффициент трения μ
$\alpha_1 = 30°$						
$\alpha_2 = 45°$						

7. Установите угол наклона плоскости равным $\alpha_2 = 45°$ и повторите измерения, указанные в п. 5. Заполните вторую строку табл. 15.

8. Используя значения $m \cdot g$, α_1, α_2 и средние значения измеренных сил, вычислите по формуле (2) коэффициенты полезного действия наклонной плоскости для двух значений угла её наклона. Запишите полученные значения в табл. 15.

9. Сравните эти значения. Сформулируйте вывод о зависимости КПД от угла наклона плоскости.
10. Используя рассчитанные значения КПД и формулу (3), вычислите значения коэффициентов трения μ бруска о доску при разных углах её наклона. Запишите полученные значения в табл. 15.
11. Сравните эти значения между собой и с ранее полученным значением μ_0. Сформулируйте вывод.

Вопросы и задания

1. Сформулируйте определение КПД простого механизма.
2. Докажите, что КПД *гладкой* наклонной плоскости равен единице.
3. Что называют коэффициентом трения? От чего зависит его значение?

4*. Выведите формулу (3).

5*. Выведите формулу (4).

Лабораторная работа № 5

Исследование колебаний нитяного маятника. Определение ускорения свободного падения с помощью нитяного маятника

Цели работы: 1) исследовать зависимость периода свободных колебаний нитяного маятника от его длины; 2) определить с помощью нитяного маятника модуль ускорения свободного падения.

Средства измерения и материалы: штатив с лапкой и муфтой, ластик, грузик (металлический шарик диаметром 1–2 см с крючком для подвешивания), нить длиной 110 см, иголка, линейка, секундомер.

Дополнительные сведения

Повторите материал, изложенный в § 31 и 32.

Используемый в работе нитяной маятник можно с высокой степенью точности считать математическим. Поэтому период его свободных малых колебаний можно рассчитать по формуле:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (1)$$

где l — длина маятника, g — модуль ускорения свободного падения.

Порядок выполнения

1. Вставьте нить в иголку. Проколите ластик иголкой и протяните нить через ластик. Выньте нить из иголки и уберите иголку.
2. Установите на краю стола штатив. Закрепите в лапке штатива ластик с продетой нитью. Подвесьте на нити металлический шарик и, плавно вытягивая нить через ластик, сделайте длину l маятника равной 20 см.
3. Отклоните грузик маятника в сторону на 3–5 см от положения равновесия и отпустите его. Измерьте промежуток времени t, за который маятник совершит $N = 20$ полных колебаний. Результат измерений запишите в соответствующую ячейку второй строки табл. 16.
4. Увеличьте длину маятника на 20 см. Повторите п. 3.
5. Повторяйте п. 4, пока не заполните все ячейки второй строки табл. 16.

Таблица 16

l, см	20	40	60	80	100
t, с					
T, с					
ν, Гц					
T^2, с^2					
g, м/с^2					

6. Для маятника каждой длины рассчитайте период T и частоту ν его колебаний по формулам: $T = \frac{t}{N}$ и $\nu = \frac{N}{t}$. Результаты расчётов запишите в табл. 16.
7. Вычислите квадраты периодов колебаний каждого маятника. Результаты расчётов запишите в табл. 16.
8. По результатам измерений постройте график зависимости квадрата периода колебаний маятника от его длины.
9. На основании полученных результатов сформулируйте вывод о зависимости квадрата периода свободных колебаний маятника от его длины. Сопоставьте ваш вывод с формулой (1).
10. Используя формулу (1) и рассчитанные значения периодов для маятников разной длины, вычислите модуль ускорения свободного падения для каждого из экспериментов. Результаты расчётов запишите в табл. 16.
11. Сравните полученные результаты, сформулируйте вывод. Рассчитайте среднее значение g.

Вопросы

1. Что называют математическим маятником?
2. Какую физическую величину называют амплитудой; периодом; частотой колебаний?
3. Как преобразуются кинетическая и потенциальная энергии колебательной системы при свободных колебаниях математического маятника?

Лабораторная работа № 6

Наблюдение явления преломления света

Цель работы: наблюдать явление преломления света на границе раздела двух однородных прозрачных сред.

Средства измерения и материалы: металлическая кружка, сосуд с водой, рулетка с миллиметровыми делениями, монета.

Дополнительные сведения

Повторите материал, изложенный в § 43.

Порядок выполнения

Обратите внимание! Работа выполняется двумя учениками.

1. Положите монету на дно кружки. Поставьте пустую кружку перед собой на стол так, чтобы полностью видеть лежащую на дне монету. Не изменяйте положение своих глаз во время проведения эксперимента!
2. Попросите своего товарища медленно отодвигать кружку по столу до тех пор, пока вы не перестанете видеть монету.
3. Попросите своего товарища медленно наливать в отодвинутую кружку воду до тех пор, пока вы не увидите лежащую на дне монету.
4. Поменяйтесь с товарищем местами и повторите эксперимент.
5. Объясните наблюдаемое явление. Изучите рис. 207, соответствующий проводимому эксперименту. Отметьте на рисунке ход луча света, приходящего от монеты в зрачок наблюдателя. Определите, какие из обозначенных на рисунке углов соответствуют углам падения и преломления этого луча.

6*. Запланируйте эксперимент (воспользуйтесь рис. 207) и проведите измерения, необходимые для вычисления абсолютного показателя преломления воды.

7*. Рассчитайте значение абсолютного показателя преломления. Оцените погрешности измерения. Сравните полученный результат с данными, приведёнными в табл. 10.

Вопросы

1. Что называют: преломлением света; углом падения; углом преломления; абсолютным показателем преломлением среды?
2. Сформулируйте закон преломления света.
3*. Выведите формулу для расчёта абсолютного показателя преломления воды в проведённом эксперименте.

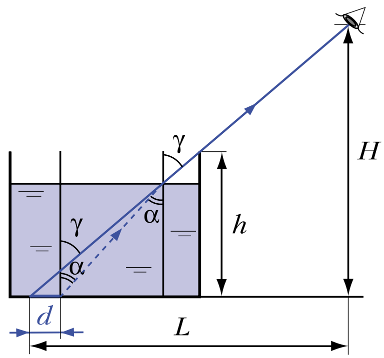


Рис. **207**

Лабораторная работа № 7

Определение фокусного расстояния собирающей линзы

Цели работы: 1) измерить фокусное расстояние собирающей линзы; 2) определить её оптическую силу.

Средства измерения и материалы: собирающая линза с фокусным расстоянием 5–10 см в оправе, штатив с лапкой и муфтой, рулетка с миллиметровыми делениями, экран, ключ, источник питания.

Дополнительные сведения

Повторите материал, изложенный в § 46–47.

Порядок выполнения

1. Закрепите в штативе собирающую линзу так, чтобы её главная оптическая ось была горизонтальна, а на линзу попадали лучи от находящегося за окном класса удалённого предмета.
2. Расположите экран перпендикулярно главной оптической оси линзы. Перемещая экран перпендикулярно главной оптической оси линзы, получите на нём чёткое изображение удалённого предмета.
3. Зарисуйте схему эксперимента. Постройте ход световых лучей через линзу для этого случая.
4. Измерьте расстояние L между линзой и экраном. Это расстояние приблизительно равно фокусному расстоянию вашей линзы. Запишите результат измерения в табл. 17.

Таблица 17

	Экспери-мент 1	Экспери-мент 2	Экспери-мент 3	Фокусное расстояние F линзы, см
L, см				

5. Повторите п. 4 2 раза. Вычислите среднее значение, полученное в этих экспериментах. Считайте его равным фокусному расстоянию F вашей линзы.
6. Рассчитайте оптическую силу D используемой линзы. Результат выразите в диоптриях.
7*. Оцените максимальные абсолютные погрешности измерения фокусного расстояния рассматриваемой линзы для каждого эксперимента.

Вопросы

1. Какую линзу называют собирающей?
2. Что называют: главной оптической осью; фокусным расстоянием; оптической силой линзы?

Лабораторная работа № 8

Получение изображения с помощью собирающей линзы

Цели работы: 1) получить действительное изображение нити накаливания лампы с помощью линзы; 2) рассчитать фокусное расстояние линзы.

Средства измерения и материалы: собирающая линза с фокусным расстоянием 5–10 см в оправе, штатив с лапкой и муфтой, рулетка с миллиметровыми делениями, экран, лампа накаливания на подставке, набор проводов, источник питания, ключ.

Дополнительные сведения

Повторите материал, изложенный в § 46–48.

Порядок выполнения

1. Измерьте фокусное расстояние F линзы, получив с её помощью изображение удалённого предмета (*см.* лабораторную работу № 7).
2. Установите лампу с подставкой на стол.

3. Закрепите в штативе собирающую линзу так, чтобы её главная оптическая ось была горизонтальна и проходила примерно через середину нити накаливания лампы. При этом центр линзы должен находиться на расстоянии $a > 2 \cdot F$ от нити накаливания. Измерьте расстояние a.
4. Подключите лампу к источнику питания. Включите источник питания.
5. Расположите экран перпендикулярно главной оптической оси линзы. Перемещая экран перпендикулярно главной оптической оси линзы, получите на нём чёткое изображение нити накаливания лампы. Измерьте расстояние b от центра линзы до экрана.
6. Рассчитайте по измеренным значениям a и b фокусное расстояние F линзы. Запишите значения a, b и F в соответствующие ячейки первой строки табл. 18.
7. Сравните размеры нити накаливания и её изображения на экране. Ответьте на вопрос: изображение нити является увеличенным или уменьшенным? Ответ запишите в последнюю ячейку первой строки табл. 18.
8. Переместите лампу вдоль главной оптической оси линзы так, чтобы расстояние a от её нити накаливания до центра линзы удовлетворяло неравенству: $F < a < 2 \cdot F$. Измерьте расстояние a.
9. Повторите действия из п. 5–7, заполнив соответствующие ячейки второй строки табл. 18.

Таблица 18

Номер эксперимента	a, см	b, см	F, см	Характер изображения
1				
2				

10. Сравните между собой значения F из табл. 18 и с ранее полученным в п. 1. Сформулируйте вывод.

11*. Определите максимальную абсолютную погрешность ΔF измерения фокусного расстояния линзы в каждом эксперименте. Полученные результаты округлите до одной значащей цифры, а значение F до того же разряда, до которого вы округлили значение ΔF. Результаты измерений запишите в виде интервала $F \pm \Delta F$.

Вопросы

1. Когда изображение предмета, получаемое с помощью собирающей линзы, будет: а) увеличенным; б) уменьшенным; в) действительными; г) мнимым?
2. Как связаны между собой фокусное расстояние собирающей линзы с расстоянием от её главной плоскости до точечного источника и до его изображения?

Лабораторная работа № 9

Измерение естественного радиационного фона дозиметром

Цель работы: научиться пользоваться бытовым дозиметром для измерения мощности дозы радиоактивного фона.

Средства измерения и материалы: дозиметр «Сосна» (рис. 208).

Дополнительные сведения

Повторите материал, изложенный в § 59 и 60.

Приходящие на нашу планету космические лучи, радионуклиды, имеющиеся в земле, в окружающем воздухе и в находящихся на поверхности предметах (в том числе в живых организмах), являются источниками естественного радиационного излучения, способного ионизировать вещество. Интенсивность этого излучения (естественного радиационного фона) различна в разных местах и зависит от многих факторов. Например, естественный фон в закрытом подвале дома из-за наличия в нём радона (инертного радиоактивного газа, атомы которого значительно тяжелее молекул воздуха) обычно в несколько раз превышает естественный фон на улице вблизи этого дома.

Порядок выполнения

1. Положите дозиметр на стол. Установите переключатель режимов работы в положение «МД» и включите прибор.
2. Нажмите кнопку «Пуск». В процессе измерения на экране будут мерцать точки. Через 40 с измерение будет закончено, и на экране высветится значение мощности дозы излучения.
3. Переведите показания дозиметра в единицы СИ.
4. Вычислите поглощённую вами энергию излучения: а) за время одного урока; б) за год, если бы вы весь год провели в классе.
5. Сравните результат, полученный в п. 3, с предельно допустимой дозой поглощённого за год излучения (для человека, не работающего с источниками радиоактивного излучения). Сформулируйте вывод.

Рис. 208

Вопросы

1. Почему радиоактивное излучение может представлять опасность для живых организмов?
2. Что представляет собой счётчик Гейгера?

Лабораторная работа № 10

Определение знака заряда частиц по фотографиям их треков в камере, находящейся в магнитном поле

Цель работы: научиться определять знак заряда частиц, движущихся в магнитном поле, по фотографиям их треков.

Средства измерения и материалы: изображения треков частиц в камере Вильсона, находящейся в магнитном поле (рис. 209–211).

Дополнительные сведения

Повторите материал о движении заряженных частиц в магнитном поле, изложенный в § 52, и материал о способах визуального наблюдения траекторий движения частиц, изложенный в § 59.

Для определения направления силы $\vec{F}_{\text{м}}$ магнитного поля на движущуюся в нём заряженную частицу используют *правило левой руки* (подобное правилу левой руки для определения направления силы Ампера, действующей на проводник с током со стороны магнитного поля).

1. Ладонь левой руки располагают так, чтобы четыре вытянутых пальца руки совпадали с направлением движения заряженной частицы.
2. Не изменяя ориентации четырёх пальцев, руку поворачивают так, чтобы магнитные линии входили в ладонь.
3. Большой палец располагают в одной плоскости с остальными пальцами перпендикулярно им. Этот палец показывает направление силы $\vec{F}_{\text{м}}$, действующей на положительно заряженную частицу. Если же заряд частицы отрицателен, то направление силы $\vec{F}_{\text{м}}$ будет противоположным.

   Направление движения частицы по наблюдаемой на фотографии траектории можно установить, либо зная положение источника частиц, либо учитывая то, что по мере движения частицы в среде модуль её скорости уменьшается, а потому искривление её траектории увеличивается.

   Искривление траектории частицы тем меньше, чем больше её масса и модуль скорости и чем меньше модуль её заряда. Это обусловлено тем, что модуль действующей на частицу магнитной силы пропорционален модулю произведения её заряда и скорости, а создаваемое ею центростремительное ускорение обратно пропорционально массе частицы (*см.* § 16).

Порядок выполнения

1. Рассмотрите рис. 209, на котором показаны траектории альфа-, бета- и гамма-частиц, вылетающих из радиоактивного источника через просверленный в свинцовой пластине узкий канал. Определите направление вектора индукции магнитного поля, зная, что он перпендикулярен плоскости фотографии. Обоснуйте ваш ответ, используя правило левой руки.
2. Рассмотрите фотографию на рис. 210, на которой показаны траектории трёх вылетевших из одного источника частиц. Известно, что частицы двигались в магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости фотографии и направлен от смотрящего на фотографию наблюдателя. Исследуйте изменения искривлений траекторий и определите направления движения частиц. Используя правило левой руки, определите знак заряда этих частиц.
3. Рассмотрите рис. 211, на котором показана траектория электрона, движущегося в магнитном поле. Известно, что вектор индукции этого поля перпендикулярен плоскости фотографии. Исследуйте изменение искривления траектории и определите направление движения электрона. Используя правило левой руки, определите направление вектора индукции магнитного поля. Объясните наблюдаемую траекторию электрона.

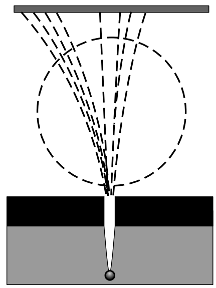


Рис. **209**

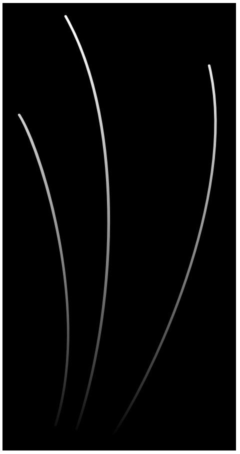


Рис. **210**

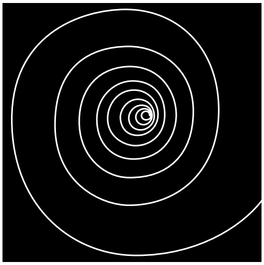


Рис. **211**

Ответы

§ 1. **1.** (2 см, 5 см); (6 см, 8 см). **2.** (2 см, 5 см); (6 см, 8 см).

§ 2. **1. а)** 3 м, 30 м; **б)** 5 м/с, –2 м/с; **в)** 8 м, 18 м, 53 м; 28 м, 24 м, 10 м; **г)** 4 с, 3,5 с; **д)** 25 м, 10 м. **3. а)** 3 м; **б)** 5 м/с и 6 м/с^2; **в)** 11 м, 25 м, 103 м; **г)** 4 с; **д)** 138 м. **4.** 6 м/с^2.

§ 3. **1. а)** (7 м, 5 м), (2 м/с, 3 м/с), $\sqrt{13}$ м/с, $5\sqrt{13}$ м; **б)** (3 м, 5 м), (–4 м/с, 4 м/с), $4\sqrt{2}$ м/с, $20\sqrt{2}$ м; **в)** (–2 м, 6 м), (2 м/с, –3 м/с), $\sqrt{13}$ м/с, $5\sqrt{13}$ м.

§ 6. **1.** На север со скоростью, модуль которой равен 2 м/с. **2.** На север со скоростью, модуль которой равен 3 м/с. **3*.** На северо-восток со скоростью 5 м/с.

§ 7. **1. а)** 80 с; **б)** $40\sqrt{2} \approx 113$ м. **2.** 10 мин. **3*.** 5 км/ч.

§ 8. **а)** $x(t) = 4t$, $y(t) = t^2$; **б)** $v_x(t) = 4$, $v_y(t) = 2t$.

§ 9. **1.** 6 с, 120 м. **2.** 3 с, 45 м. **3.** 2 с, $20\sqrt{3}$ м. **4*.** Оба камня пролетят одинаковые расстояния.

§ 10. **1.** 0,1 рад/с, $1{,}7 \cdot 10^{-3}$ рад/с, $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ рад/с. **2.** $7{,}27 \cdot 10^{-5}$ рад/с, $1{,}16 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$. **3.** Частота вращения, 1/30 с, ≈188 рад/с. **4.** 10 с, 0,1 Гц, 0,628 рад/с. **5.** $1{,}99 \cdot 10^{-7}$ рад/с.

§ 11. **1.** 6 м/с, 60 м/с^2. **2.** ≈465 м/с, ≈0,14 м/с^2. **3.** ≈1 км/с, ≈0,003 м/с^2. **4.** ≈30 км/с, $\approx 5{,}4 \cdot 10^{-3}$ м/с^2.

§ 12. **1.** 1 м/с. **2*.** 5 м/с.

§ 13. **1.** 1 м/с^2. **2.** 1 м/с^2, 0. **3.** ≈7,5 м/с^2. **4.** 0,6.

§ 14. **2.** 1,3 Н. **3.** 2,4 Н. **4*.** 50 Н.

§ 15. **1.** На первый брусок — 6 Н, на третий брусок — 3 Н, на второй брусок справа — 6 Н, слева — 3 Н. **2.** 54 Н. **3.** 60 Н. **4.** 2 см. **5*.** ≈2 кг.

§ 16. **1.** $\mu > 0{,}36$. **2.** 0,1 Н.

§ 17. **1.** 10 м/с. **3.** 14 кН.

§ 18. **1.** $2{,}3 \cdot 10^{20}$ Н. **2.** $3{,}6 \cdot 10^{22}$ Н.

§ 19. **1.** ≈11 ч 45 мин, 3,8 км/с. **2.** $42 \cdot 10^3$ км.

§ 23. **1.** $p_x = 50$ кг · м/с, $p_y = 0$, $p_z = 0$. **2.** 60 кг · м/с, 60 м/с. **3.** $100\sqrt{2}$ кг · м/с, 0.

§ 24. **1.** 0,5 м/с, противоположно направлению движения камня. **2.** 3,5 м/с. **4*.** $v_{\text{к}} = \dfrac{M \cdot V - m \cdot v}{m + M}$. **5*.** –4 км/ч. **6.** ≈2 м/с.

§ 25. **1.** 0,5 кДж. **2.** 50 Дж. **3. а)** $m \cdot g \cdot \sin\alpha$, $m \cdot g \cdot H$; **б)** 0, 0; **в)** $-\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$; $-\mu \cdot m \cdot g \cdot H \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$. Работа суммы сил равна $m \cdot g \cdot H \cdot (1 - \mu \cdot \operatorname{ctg}\alpha)$.

§ 26. 1. 250 Дж. **2.** 450 кДж. **3.** 250 Дж, 10 м/с. **4. а)** 200 Дж, 20 м/с; **б)** 32 Дж, 8 м/с. **5.** 500 Дж, 10 м/с.

§ 27. 1. Увеличивается на 0,375 Дж. **3.** –20 МДж.

§ 28. 1. –2,75 кДж. **2.** 500 Дж, ≈14 м/с. **3.** ≈4,3 кН. **4.** $\sqrt{2g \cdot h \cdot (1 - \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha)}$. **5.** 1 м/с.

§ 30. 1. ≈140 Н. **2.** 0°, 60°. **3.** $\alpha \geqslant \alpha_{кр}$, где $\operatorname{tg} \alpha_{кр} = \frac{1}{2\mu}$.
4. $\alpha \geqslant \alpha_{кр}$, где $\operatorname{tg} \alpha_{кр} = \frac{1}{3\mu}$.

§ 31. 1. 5 Гц, 2 Гц, 0,5 Гц.

§ 32. 1. 0,04 Дж. **2.** 1 мДж. **3.** ≈0,628 с. **4.** 1 м/с. **5*.** 5 см.

§ 34. 1. 33 м. **2.** 0,15 МГц. **3.** 48 см.

§ 35. 1. $\lambda_в = 34$ см, $\lambda_с = 5{,}5$ м. **2.** 3,4 км. **3. а)** 21,3 м – 1,7 см; **б)** 92,7 м – 7,4 см; **в)** 312,5 м – 25 см.

§ 36. 1. 0,1 с, 10 Гц. **2.** 16,7 мс. **4.** В 12 раз.

§ 38. 1. ≈10^9 км. **2.** 2,4 с. **3.** 0,5 МГц. **4.** 90 см. **5.** ≈$3 \cdot 10^{-19}$ Дж. **6.** ≈$3 \cdot 10^{20}$ Гц, ≈10^{-12} м.

§ 40. 2. 1,25 м. **3.** Углом наклона лучей Солнца к горизонту.

§ 41. 1. 120°. **2.** 45°. **3.** 40°. **4.** 70°. **5*.** 82,5°.

§ 42. 1. 6 м. **4*.** 0,9 м. **5*.** 1 см/с.

§ 43. 1. $\sin \gamma \approx 0{,}375$, $\sin \beta \approx 0{,}5$. **2.** 1,478. **3*.** $\operatorname{tg} \alpha = n$.

§ 44. 2. $h = D \cdot \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}\right) \cdot \sin \alpha$.

§ 45. 1. а) ≈ 24,5°; **б)** ≈ 48,6°; **в)** ≈ 59,7°. **2.** 2. **3.** $\sqrt{2}$. **4.** $D = \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}}$.

§ 47. 1. а) 2 дптр; **б)** –5 дптр. **6*.** В ящике *а* находится рассеивающая, в ящике *б* — собирающая линза.

§ 48. 2. 0,75 м. **3.** 0,5. **4.** 1 м. **6.** ≈0,846 м и ≈0,154 м, ≈5,45 и ≈0,182.

§ 49. 3. –0,375 м. **4.** 0,25. **5.** –2,4 см. **6.** ≈0,238 м.

§ 54. 1. В ядрах всех изотопов водорода 1 протон. В ядре атома водорода нейтронов нет, дейтерия — 1 нейтрон, трития — 2 нейтрона. **2.** $Z = 6$, $A = 12$, $N = 6$. **3.** $Z_{\mathrm{N}} = 7$, $A_{\mathrm{N}} = 14$, $Z_{\mathrm{He}} = 2$, $A_{\mathrm{He}} = 4$, $Z_{\mathrm{O}} = 8$, $A_{\mathrm{O}} = 17$, $Z_p = 1$, $A_p = 1$.

§ 55. 1. $2{,}84 \cdot 10^{-13}$ Дж, 1,77 МэВ. **2.** 15,99 а. е. м.

§ 56. 1. Уменьшится в $2^6 = 64$ раза. **2.** 1 мин, $^{220}_{86}\mathrm{Rn}$.

§ 57. 2. $^{224}_{88}\mathrm{Ra}$. **3.** $^{234}_{92}\mathrm{U}$.

§ 58. 1. ≈$2{,}9 \cdot 10^{-12}$ Дж.

Алфавитно-предметный указатель

Оглавление

Учебное издание

Грачёв Александр Васильевич
Погожев Владимир Александрович
Боков Павел Юрьевич

Физика

9 класс

Учебник

Центр физики и астрономии
Ответственный за выпуск *Е. А. Гришкина*
Редактор *В. В. Кудрявцев*
Художественный редактор *Е. В. Чайко*
Макет *А. Б. Орешиной*
Компьютерная вёрстка *О. Г. Попоновой*
Технический редактор *Л. В. Коновалова*
Корректор *О. А. Мерзликина*

Подписано в печать 07.12.2021. Формат 70×90/16
Гарнитура NewBaskerville. Усл. печ. л. 26,91. Тираж экз. Заказ № .

Акционерное общество «Издательство «Просвещение». Российская Федерация,
127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, этаж 4, помещение I.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — **vopros@prosv.ru**.