

选择机器人马达的艺术与科学

John · Piccirillo 博士

兼职教授

电气与计算机工程

阿拉巴马州的亨茨维尔计算机工程大学

亨茨维尔, AL 35899

piccirj@uah.edu

2015 年 11 月 10 日

选择驱动马达，用于移动机器人不是一件简单的事情。人们可以通过猜测，试验和错误，或某人的建议去做。过去依赖这些方法，结果成败参半，所以我开始寻找更好的方法。选择一只被广泛采用的小型齿轮减速马达对于小机器人来说可能是一个有效的办法。对于较大的机器人或那些具有挑战性的任务，下面介绍的方法将可以得到更加可靠的结果。虽然这种方法可能不是唯一的，但是我把它开发成业余爱好者实用和简便的一种方法。其他人可能会发现它也是有用的。虽然电动马达种类繁多，我将讨论限制在有刷、永磁直流（PMDC）马达的范围内（无刷 PMDC 马达不考虑）。这些马达经常用于驱动从几英镑到几百英镑的机器人。而这里介绍的马达选型方法是基于地面的轮式机器人，该技术适用于任何转矩载荷可以被估计的设备。

虽然我已经选择了一个强大的平台来说明的方法中，这个方法适用于更小，以及更大的机器人。选择用于分析的机器人是由 Parallax 公司（不再可以通过商业渠道获得）制造的 QuadRover。原始的 QuadRover 用汽油马达连接到一个液压泵，来驱动液压发动机，如照片 1。



照片 1. Parallax QuadRover

燃气发动机和液压系统被除去，并用 PMDC 马达代替。其它改装包括一个新的轧辊架，链传动，铅酸电池，Sabertooth 2x60 马达驱动器，Arduino Mega 计算机，接口电子线路，照片 2。



照片 2. 绿色的四轮车（热机转马达的 QuadRover）

首先，我们将测验 PMDC 马达的特性，然后得出满足移动机器人的恒定移动速度所需的马达性能表现，这通常也是大多数机器人应用迫切需要的，再对比马达预测性能和测量值，然后展开更多加速运动的复杂情况的分析方法。最后，我们将决定给马达供电的电池需求。

1. PMDC 马达的特性

首先，我们从熟悉 PMDC 马达的基本特性开始，幸运的是，这些特性可以用简单的性能曲线表示。我们关注的主要特性是马达的角速度（旋转速度），驱动转矩和电流，从中我们衍生出功率和效率。图 1 表示了这些特征量的相互关系。

我们所关注的主要性能曲线是从左上方往下到右下倾斜的马达速度与输出转矩的直线。马达速度通常以转每分钟 (rpm) 或较不经常使用的弧度每秒 (弧度/秒) 来表示，输出扭矩以牛米 (Nm)，英尺磅 (ft-lbs) 或盎司英寸 (oz-in) 来表示。在线网站可以提供的各单位方便转换。一个特别有用的网站是：www.onlineconversion.com。从左下倾斜至右上的直线是电流，它取决于马达的负载。使用的马达的供应商通常不提供完整的性能曲线，而是只给曲线上的两点。

这些描述也许可以或不足以分析马达性能。充分表征 PMDC 马达所需的最小信息是在速度-扭矩线上的两个点和在电流-扭矩线上的两个点。这些值可以是：

- 空载速度 ω_0 ；零扭矩下的速度，即当马达与没有外部负载连接的情况下自由旋转。
- 空载电流 i_0 。
- 堵转扭矩 T_s ；扭矩当马达上的负载仅仅防止其转动。
- 堵转电流 i_s 。

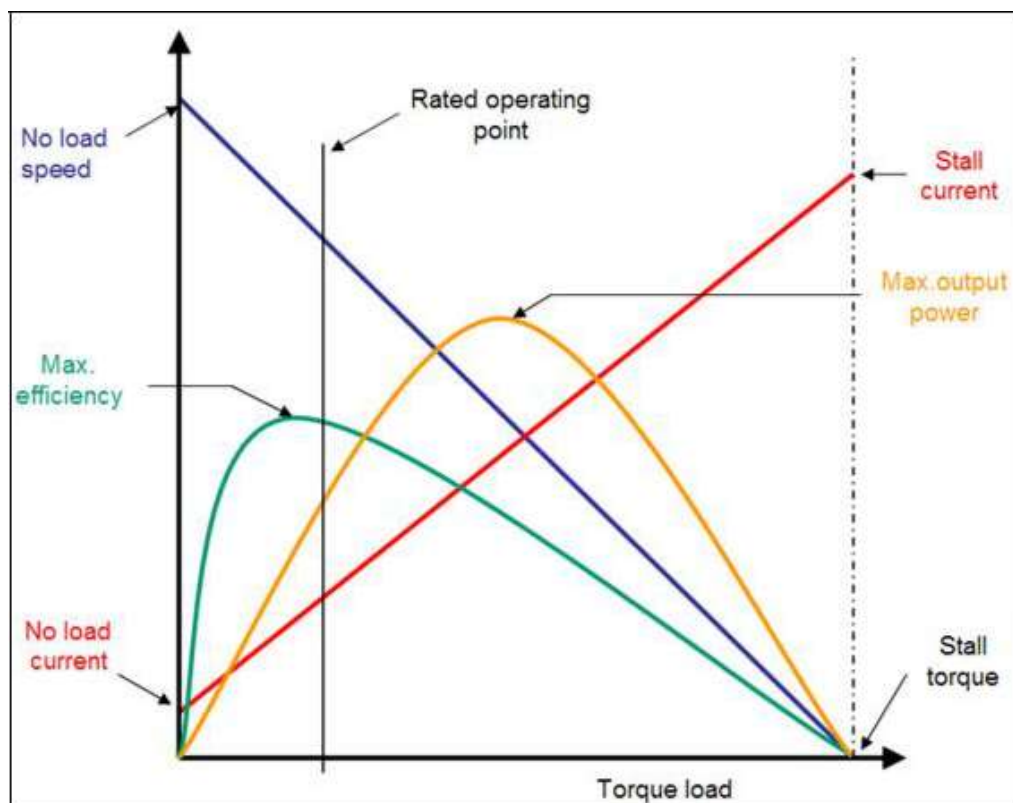


图 1. 通用马达性能曲线

通常的做法不是先设定堵转点的参数，而是先确定额定工作点。由于速度和电流与扭矩的关系是直线，从额定工作点值外推（参见等式 1, 2, 3 或 4）可以找到堵转的值。额定工作点是重要的，因为它通常是马达可以连续工作而不会过热的最大扭矩和电流，这个点确定了马达的额定功率。

图表上的其它曲线是输出功率和效率，在扭矩为堵转转矩的一半时，输出功率取最大值。需要注意的重要的一点是马达能够连续运行的最大电流，由负载扭矩决定，该电流有时由额定输出功率间接地给出（*机械* 输出功率）。如果长时间而不是短时间超过这个值，企图让马达承受过重的负荷，马达会过热并烧坏。这个最大连续功率值

通常位于最高的效率值再稍微大一点的地方。对于许多马达，在堵转扭矩不超过 15% 的范围内运行是安全的。

马达性能曲线

直线的速度与转矩的方程可被写为：

$$\omega = \omega_0 * (1 - T/T_s) \quad \text{式 (1)}$$

或者是

$$T = T_s * (1 - \omega/\omega_0) \quad \text{式 (2)}$$

电流的计算公式如下：

$$i = i_0 + (i_s - i_0) * T/T_s \quad \text{式 (3)}$$

或者是

$$i = i_0 + (i_s - i_0) * (1 - \omega/\omega_0) \quad \text{式 (4)}$$

从式 (3)，我们可以把转矩表达为电流的函数：

$$T = T_s * (i - i_0) / (i_s - i_0) \quad \text{式 (5)}$$

一个马达的机械输出功率是它的速度和相应的扭矩的乘积：

$$P \text{ (watts)} = \omega \text{ (rad/sec)} \cdot T \text{ (Nm)}$$

请注意，所有的计算必须以一致的单位表达。如果使用其他单位，它们必须被转换成符合这些方程中的其余部分一致的单位。例如，在单位的英制单位系统，

$$P \text{ (watts)} = 0.738 \omega \text{ (rad/sec)} * T \text{ (ft-lb)} = \omega \text{ (rpm)} * T \text{ (ft-lb)} / 7.05 \quad \text{式 (6)}$$

T 乘以在式 (1) 给出的 ω ，

$$P = \omega * T - (\omega_0/T_s) * T^2$$

因此我们看到，马达的输出功率曲线是 T 等于 0 或 T_s 时取 0 的抛物线，并在转矩为 $T_s/2$ 时取最大值 ($\omega * T_s/4$)。

马达效率是所生产所消耗的电功率除以机械功率的比率。

$$\varepsilon = T * (\omega/7.05) / (V_0 * i)$$

$$\varepsilon = (T_s * (1 - \omega/\omega_0) * \omega) / (7.05 * V_0 * [i_0 + (i_s - i_0) * (1 - \omega/\omega_0)])$$

其中所述单位是：

T_s - 堵转扭矩 (ft-lb)

ω - 马达转速 (rpm) = $229 * v / D$, v 是车轮速度 (ft/sec), D 是车轮直径 (inches)

ω_0 - 无负载转速 (rpm)

i_0 - 无负载电流 (amps)

i_s - 堵转电流 (amps)

V_0 - 标称工作电压 (volts)

7.05 是使单位一致的常数。

峰值效率大约是：

$$\varepsilon_{max} = (1 - (i_0/i_s)^{(1/2)})^2$$

效率峰值时转速大约是：

$$\omega_{max} = (1/2) * (\omega_0 + 7.05 * \varepsilon_{max} * i_s * V_0 / T_s)$$

产生的无用功率等于消耗的电功率减去所产生的机械功率，或效率低下时的功率消耗。

$$P_w = (1 - \varepsilon) * V_0 * i$$

在图 2 显示的是废热如何快速地在更高的扭矩的情况下产生。

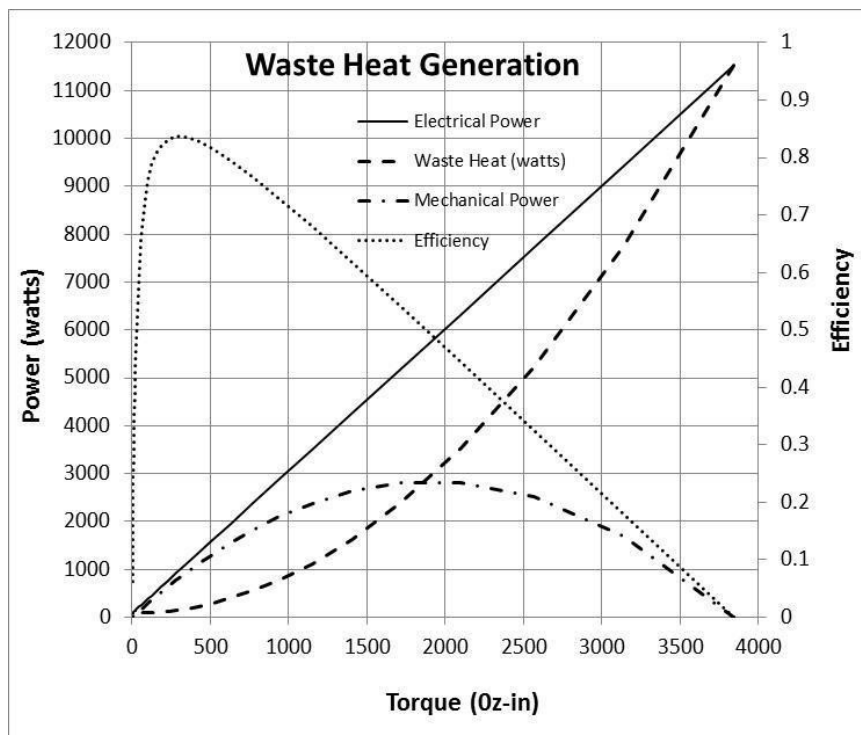


图 2. 废热的产生

我们已经表示完马达在充足的、额定电压工作下的性能曲线，然而，马达不经常在该值运行。改变马达速度通过改变施加在马达上的有效电压来实现。这通常是通过使用马达驱动电路的方式来完成。这样做改变了速度-扭矩曲线，如图 3 所示，按照施加电压 V 与额定电压 V_0 之比线性地变化。如果齿轮变速器到所述马达，那么输出的速度-扭矩线也发生变化。如果马达配有齿轮变速器时，那么马达的性能参数也应该已经把齿轮变速器考虑在内。如果添加齿轮，那么性能曲线需要修改。齿轮以相同的比率减小输出转速和增大转矩。例如，一个 5 到 1 减速齿轮，将以 $1/5$ 比率降低空载转速，以 5 倍增加堵转转矩。

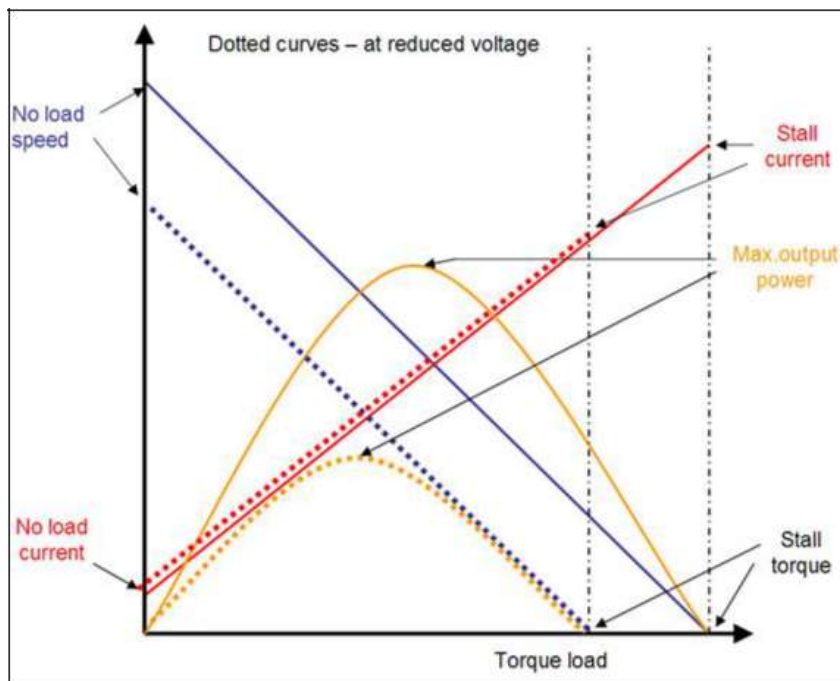


图 3. 马达性能的降低电压

不深入 PMDC 马达的理论，图 3 给出了，马达转速与电压的线性关系，扭矩与电流的线性关系。汽车制造商通常会提供基本参数的规格手册。最重要的是速度常数 K_v ，和转矩常数 K_t 。马达转速由下式给出 $\omega = K_v * V$ ，马达扭矩由 $T = K_t * i$ 给出。

在图 1 - 3 的马达性能曲线都假设电流不受电源的限制。当电流被限制，通常是在高转矩负载时，转矩也将被限制，如图 4 所示。在没有电流传感器的情况下可能难以确定该情况是否和何时发生。大多数马达驱动器有额定最大输出电流。电流限制影响了发动机性能计算。

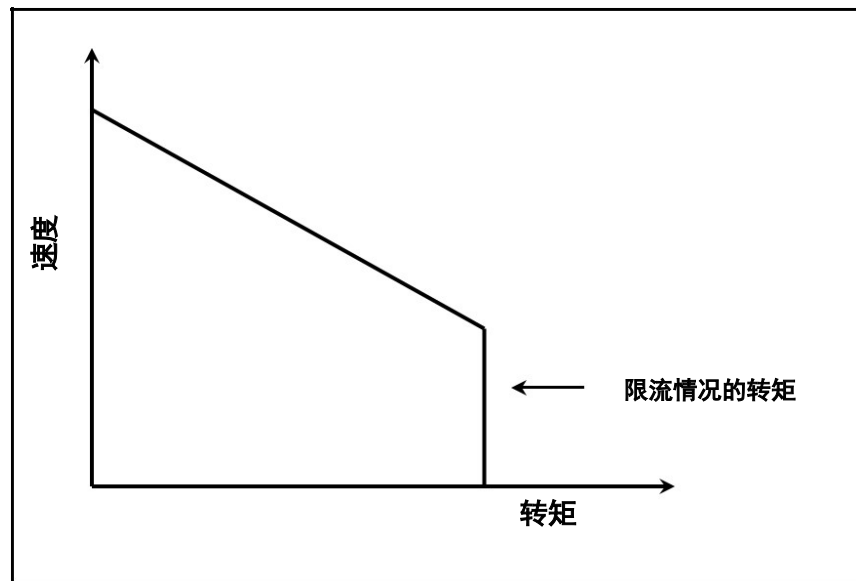


图 4. 电流限制转矩

现在，我们有 PMDC 马达的性能图形和代数表示，我们继续从机器人的性能要求确定马达规格。

11. 恒速分析

我们继续寻找一个为 QuadRover 选择马达的方法，从机器人参数和性能要求出发，确定马达性能规格。该分析用于确定马达的功率和齿轮比。

机器人参数 - 改装后的 QuadRover

- 90 磅的移动平台
- 两个轮毂马达驱动
- 通过链传动和链轮驱动连接到车轮马达
- 滑移转向
- 10.6 英寸直径的橡胶轮
- 车辆空气动力学， $C_{DA} = 1.6 \text{ ft}^2$ （见下面的讨论）

性能要求 - 所需的性能

- 实现 15 英里每小时的峰值速度（22 英尺/秒）
- 从 0 到 15 度倾斜（27% 级）
- 驶过草地表面

负载力矩

于恒定的机器人速度，马达转矩载荷由三个物理因素决定的：滚动阻力，地面坡度，和空气阻力。我们将传动系统效率低下与滚动阻力合并讨论。

1. 滚动阻力：相比静摩擦（其运动开始之前发生）和动摩擦（当在表面上的物体滑动），滚动摩擦（通常称为滚动阻力）是非常小的。由滚动产生的阻力的基本公式是：

$$F = C_{rr} * W$$

在这里：

F 是阻力 (lbs)

W 是机器人的重量 (lbs)

C_{rr} 是滚动阻力系数。

有许多因素影响滚动摩擦，包括机器人内部机械摩擦和车轮与地面的相互作用。滚动阻力的估计可以通过以恒定的速度在感兴趣的表面横拉机器人进行。弹簧或数字刻度可以给出近似力。如果测量难以实现的，大家可在互联网上找到不同材料组合的 C_{rr} 参数表格。

2. 地面坡度：驾驶机器人上斜坡要求马达提供力以对抗重力拉动机器人下坡的力。这依赖于斜坡的倾斜程度，我们用斜坡与水平面的角度， θ (theta) 来表征。下坡力由下式给出：

$$F = W * \sin(\theta)$$

这里的 W 是机器人重量 (lbs)

定向垂直于地面的机器人的重量为 $F = W * \cos(\theta)$ ，这在理论上应该在滚动阻力方程式中用作机器人重量的，但是我们将使用完整的机器人重量，从而避免低估滚动阻力。

3. 空气阻力：空气阻力是机器人的几何形状，尺寸和速度的函数。我们感兴趣的量是风阻系数 C_d ，横截面积 A，速度 v。空气阻力的估计值可以由机器人的前部的横截面尺寸和形状得出，这是它的投影面积。适用于各种形状的广泛查找表可从互联网上获得。虽然我们可能忽略所有速度空气阻力，就像大多数的爱好者。我们仍然包括在这里，使之适用于空气阻力很重要的场合。

通过抵抗介质移动物体所需的力由下式给出：

$$F_D = C_D * A * \rho * v^2 / 2$$

其中，

F_D 是拖曳力

C_D 是阻力系数

A 是对象的有效横截面面积

ρ 是介质的密度

v 是速度

在物理上，阻力是阻力系数倍的单位距离阻力做的功。使用 $0.00237 \text{ slug/ft}^3$ 作为空气的密度：

$$FD = CD * A * v^2 / 840$$

其中

FD 是阻力 (lb)

CD 是阻力系数

A 是在正面横截面面积 (ft^2)

v 是速度 (ft/sec)

扭矩计算示例

让我们根据上面给出的机器人参数和性能要求来评估与这些力相关的扭矩。马达必须提供的扭矩只是车轮半径乘以它对其所依赖的表面施加的力。由于可以方便地使用英寸为单位的车轮直径，我们从以下公式计算扭矩：

$$T = F * D / 24, \quad \text{ft} - \text{lb}$$

其中 F 的单位是磅，D 的单位是英寸。

我们机器人的力和相应扭矩为：

1. 滚动阻力（对于草地上的橡胶，使用 $Crr=0.08$ 的估计值）

$$F = W \cdot Crr = 0.08 * 90 = 7.2 \text{ lb}, \quad T = 3.2 \text{ ft} - \text{lb}$$

通过将车模拖到水平的草地上并在数字刻度上记录力，大致验证了该值。

2. 一个 15° 的坡，

$$F = W * \sin(\theta) = 90 * \sin(15^\circ) = 23 \text{ lb}, \quad T = 10.3 \text{ ft} - \text{lb}$$

3. 15 英里/小时 (22 英尺/秒) 的速度，

改进型四轮车的前部面积约为 1.5 ft^2 ，使用 CD 表示 1.05 的立方，

$$F = CD * A * v^2 / 840 = (1.05) * 1.5 * (22)^2 / 840 = 0.9 \text{ lb}, \quad T = 0.4 \text{ ft} - \text{lb}$$

因此，对于我们的性能要求，在 15° 斜坡上恒速行驶需要总扭矩 $T=14 \text{ ft-lb}$ 。注意，对于水平地面，只需要 3.6 ft-lb ，几乎与速度无关。事实上，滚动阻力不仅仅取决于接触表面。对于充气轮胎，还依赖于充气压力、轮胎宽度、橡胶化合物和速度，因为很大一部分阻力来自轮胎滚动时的变形。

请注意，这里和其他地方，我们进行近似和对计算的结果进行取整。这是合理的，因为还有很多未知数没有建模，我们通过选择超过计算结果要求的马达和电池来补偿。

马达速度

转矩只是马达要求的一部分；现在我们考虑马达转速。转速与线速度（无车轮打滑）有关

$$\omega \text{ (rpm)} = 229 \cdot v/D$$

其中 v 以英尺每秒为单位，D 以英寸为单位。

如果速度为 15 英里/小时（22 英尺/秒），且车轮直径为 10.6 英寸，则要求马达速度为 $\omega=475$ 转/分。

所以我们上坡的恒速马达要求转矩为 14 英尺磅，马达转速为 475 转/分。从式（6）可以看出，额定功率为 943 瓦，即每台马达约 470 瓦。因此我们需要两台 500 瓦的马达。然而，由于我们不打算经常或连续地爬陡坡，因此在水平地面上确定巡航马达的尺寸，然后对马达进行短期爬山评估可能更为实际。对于水平接地，所需转矩为 3.6 ft-lb。则每个马达的额定功率为 242W 或 120W。考虑到爬山所需的转矩几乎是翻滚平地的四倍，一对 120W 的马达将具有非常微弱的爬山能力。我们将折衷为每台马达 350 瓦（部分是通过以下分析的迭代得出的——这就是计算过程中的“艺术”部分——以及可用的马达）。

马达要求概要

1. 马达转矩

水平地面 - 3.6 英尺磅

爬山 - 14 英尺磅

2. 转速 - 475 转/分

马达规格

基于上述需求分析和我们的折衷额定功率，我们考虑一台额定功率为 350W 的商用马达。供应商提供的性能参数和性能曲线如下所示。

AmpFlow 型号	P40-350
功率- 连续	350
直径（英寸）	4.0
长度（英寸）	4.3
最大效率	79%
电压（伏特）	24
空载 RPM @ 24V	3500
输出	链轮
英镑	5.6

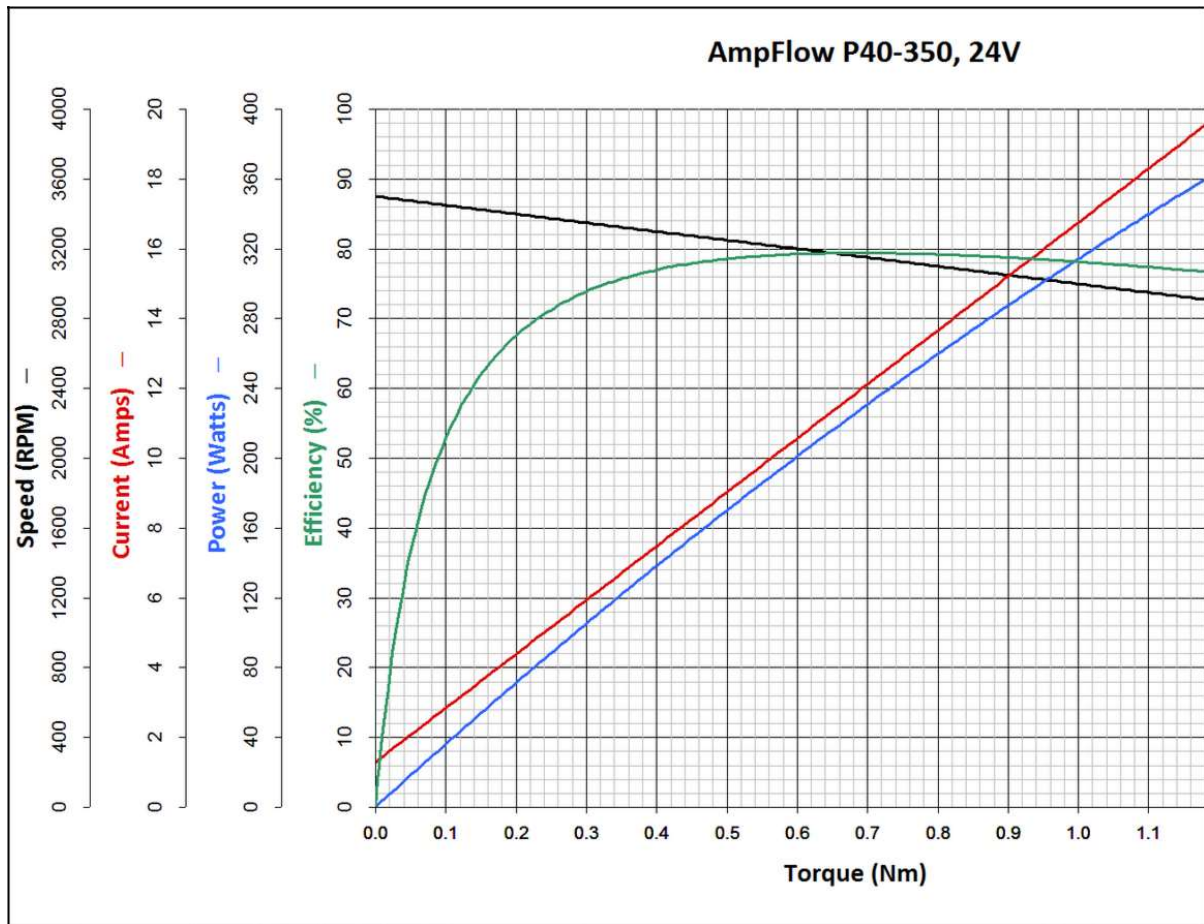


图 5. 马达性能曲线

请注意，未显示整个性能曲线（图 5）。在这种情况下，这是有用的，但不是典型的，只显示额定工作点内可连续运行的部分。这是一个重要的提醒，大多数马达手册都没有。额定功率是机械输出功率。

为了完成马达性能曲线，让我们计算单个马达的堵转转矩和电流。使用 1.18 牛米（0.870 英尺-磅）的最大连续扭矩（图中任何一点都可以），2900 转/分的相应转速和 3500 转/分的空载转速，我们根据式（2）计算：

$$Ts = 5.08 \text{ ft} - \text{lb}$$

利用式（4），在空载电流为 1.3 安培，在扭矩 1.18 Nm 时电流为 19.6 安培的情况下，我们计算出堵转电流为 112 安培。在额定功率下，电输入功率为 470W。

马达性能总结

1. 空载转速 - 3500 转/分
2. 堵转扭矩 - 5.08 英尺磅
3. 空载电流 - 1.3 安培

4. 堵转电流 - 112 安培
5. 额定机械输出 - 360W (注意从图 5, 这是比标称 350W 的马达功率大)。
6. 额定电输入 - 470W
7. 效率最大连续功率 - 76%

我们在图 5 中注意到的第一件事是, 速度远远大于 475 转/分, 扭矩远远小于我们需要的 14 英尺-磅。因此, 需要一个外部齿轮来将马达的固有转速-扭矩曲线转换为满足马达性能要求的曲线。需要什么传动比才能使这台马达更接近我们的要求?

水平地面分析

让我们尝试在最大效率点附近运行, 这对于 P40-350 马达大约是 3200 rpm 和 0.6 牛米 (0.443 英尺磅)。用 3200 除以 475 得到的比率约为 6.7。P40-350 马达配有 11 齿可更换输出链轮。齿轮比为 6.7 时, 传动轴上需要一个有 74 个齿的链轮。在购买时, 75 齿链轮 (74 齿没有生产) 的交货期为 6 周, 因此订购了 65 齿、齿轮比为 5.9 的链轮。5.9 乘以 0.443 ft-lb 得到的扭矩为 2.6 ft-lb。由于我们使用两个马达, 可用的总扭矩约为 5.2 ft-lb, 高于在水平地面上移动所需的 3.6 ft-lb。马达堵转扭矩为 5.08 ft-lb, 齿轮比为 5.9, 齿轮堵转扭矩为 30 ft-lb, 齿轮空载转速为 593 RPM。从式 (1) 可以看出, 1.8 ft-lb 的单马达扭矩可使转速达到 557 转/分或约 18 英里/小时。此时, 马达电流为 8 安培, 功耗为 192 瓦, 机械功率为 142W, 效率为 74%。由于一些近似计算, 工作点小于最大效率点, 速度比目标 15 英里/小时快。

爬坡分析

从性能曲线上看连续运行的最大可用扭矩为 1.18Nm, 或者说齿轮减速后每只马达 $5.9 \times 1.18 \text{ Nm} = 7.7 \text{ Nm}$ 或 5.7 英尺磅。不足以爬坡, 所以我们必须超过最大额定功率。以更大的扭矩爬坡会使机器人减速。然而, 上升陡坡通常只在短时间内完成, 因此我们可以在不出现问题的情况下短暂地使马达超过其最大连续额定值。机器人用其中的两个马达能多快地爬上 15 度的斜坡? 我们只需要 14 英尺磅, 或每台马达 7 英尺磅。使用式 (2), 对于扭矩与速度的关系, 我们预计在 454 转/分、21 英尺/秒或 14.5 英里/小时的线性速度下会产生 7 英尺磅的扭矩。到目前为止, 很好, 但是我们要求马达输出 451W, 这超过了 350W 额定功率。

我们会产生多少废热? 在其额定功率下, 电源输入为 470W。在 454 转/分的转速下, 每台马达将使用 27 安培。在 24 伏时, 每台马达消耗的电功率为 654 瓦, 超过 470 瓦的 184 瓦的电功率提供了多余的热量。一台 350W 的马达能以 451W 供电运行多长时间, 这取决于它的结构和散热能力。如果出现问题, 应使用更高额定功率的马达或爬较低的陡坡。

匀速摘要 - 减速比 5.9

马达堵转转矩: 30 英尺磅

无负荷转速: 593 转

水平地面:

变传动比=5.9

所需扭矩=每台马达 1.8 ft-lb

马达转速=557 转/分

机器人速度=18 英里/小时

电流=8 安培

机械功率=142 瓦

输入=192 瓦

上坡倾斜面（15 度）:

传动比=5.9

所需扭矩=每台马达 7 ft-lb

马达转速=454 转/分

机器人速度=14.5 英里/小时

电流=27 安培

机械功率=451 瓦

输入=654 瓦

滑移转向

对于四轮车来说，还有一个对大多数轮式机器人来说并不常见的额外问题，即打滑转向。四轮驱动（每个后轮都用皮带连接到相应的驱动前轮）。这提供了出色的牵引力，同时转弯所需的功率也会受到很大的损失（QuadRover 也可以通过制动一侧来转弯）。除了向上倾斜爬坡，防滑转向比其他操作需要更多的扭矩。对于我们的机器人，我能找到的橡胶在草地上滑动摩擦系数的最佳值是 0.35。在滑移转向过程中，车辆同一侧的两个轮胎朝一个方向移动，另一侧的两个轮胎朝相反方向移动，四个轮胎全部打滑。摩擦系数为 0.35 时，滑移旋转 90 磅机器人所需的力约为 31.5 磅。用于侧向打滑的扭矩杠杆臂是轮胎轴和平台中心之间的垂直距离，约为 13 英寸。因此，所需的扭矩约为 34 ft-lbs，或每台马达 17 ft-lbs，比我们之前估计的扭矩大。这只能是一个粗略的估计。用两个弹簧秤在对向车轮上斜拉进行的实验测定，得出 28 英尺磅（每台马达 14 英尺磅）的值，与 31.5 磅的预测值惊人地吻合。

第一节中的方程式不适用于计算防滑转向所需的电流，因为马达提供的扭矩与导致打滑的扭矩垂直。这个动作很复杂，因为轮胎在打滑的同时也在转动。根据式（3），使用每个马达 14 ft-lb 的测量值粗略估计电流为 53 安培。

滑移转向：

变传动比=5.9

所需扭矩=测量值：每台马达 14 ft-lb；滑动摩擦：17 ft-lb

电流=53 安培（来自测量扭矩）；64 安培（来自滑动摩擦系数）

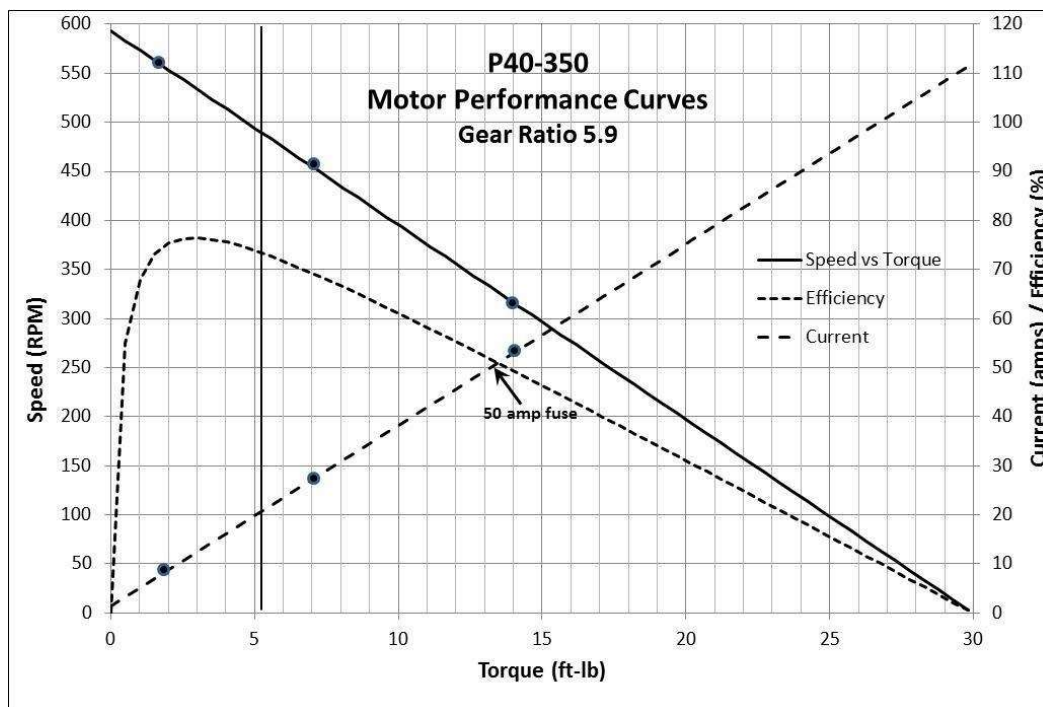


图 6. 马达性能：齿轮比 5.9

图 6 显示了 5.9 传动比下的马达性能曲线。垂直线表示马达额定功率为 350W，圆点表示（从左到右）水平地面巡航、爬坡和防滑转向的速度、扭矩和电流。对于这个传动比，防滑转向动力需要不仅远远超出了马达的额定值，而且在某些情况下，会烧断 35 安培的马达保险丝。

为了克服打滑转向问题，传动比改为 8.6（95 齿链轮），保险丝升级为 50 安培。重新调整过的齿轮马达性能曲线如图 7 所示。现在爬山在马达额定值内，防滑转向电流在延时 50A 马达保险丝的限制内。修订后的统一速度摘要为：

匀速概要—传动比 8.6

马达堵转扭矩：44 ft-lb

空载转速：407 转/分（18.8 英尺/秒，12.3 英里/小时）。

水平地面：

传动比=8.6

所需扭矩=每台马达 1.8 ft-lb

马达转速=390 转/分

机器人速度=12 英里/小时

电流=5.8 安培

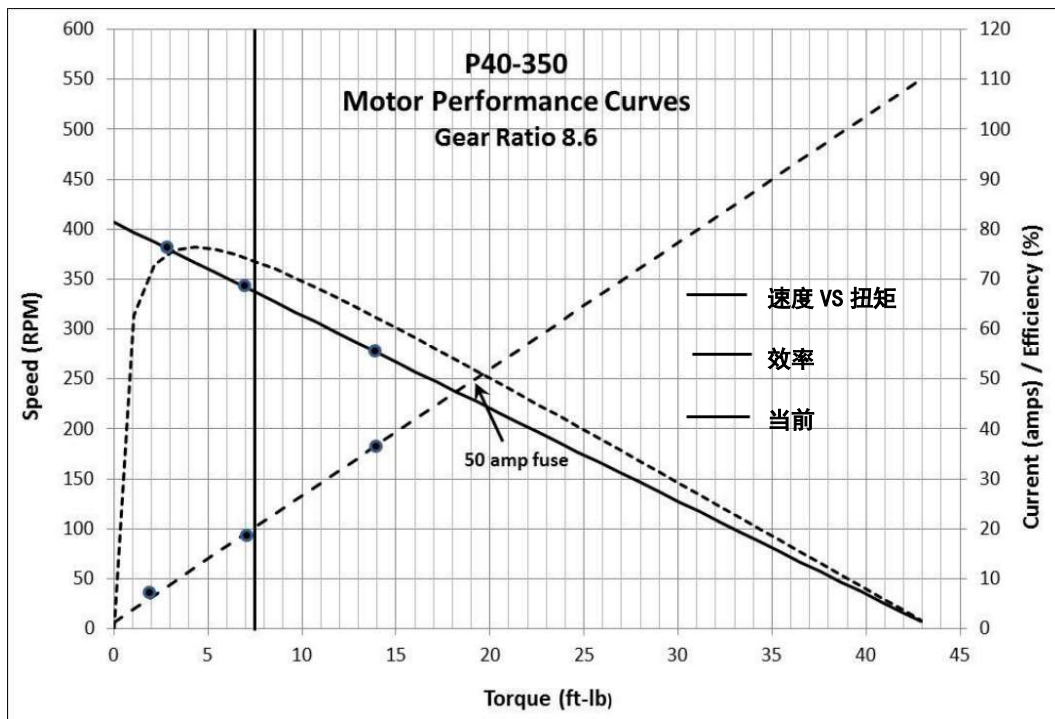


图 7. 马达性能曲线：齿轮比 8.6

机械功率=100 瓦
 电力=140 瓦
 效率=71%（在最大效率附近运行）

上坡斜面（15°）：

传动比=8.6
 所需扭矩=每台马达 7 ft-lb
 马达转速=342 转/分
 机器人速度=11 英里/小时
 电流=19 安培
 机械功率=340 瓦
 电力=454 瓦
 效率=75%

滑移转向：

传动比=8.6
 所需扭矩=每台马达 14-17 ft-lb
 电流=36 安培
 功率=865W
 效率=57%

注意，为了适应滑移转向马达电流，我们改变了传动比，不再能够达到 15 英里/小时的原始目标速度。相反，我

们现在能达到的时速是 12 英里。由于 15 英里/小时的值是任意取定，这不是一个重大的妥协。

III. 与测量结果进行比较

马达分析预测与测量结果相比有多准确？

平地

传动比=8.6

机器人速度=12 英里/小时

电流=5.8 安培

测量值为 12.3 英里/小时

测量值为 沥青上 5.8A

草地上 6.2A

水平地面速度预测非常接近测量值并不奇怪，因为在水平地面上运行的负载扭矩非常低，因此马达实际上是全倾斜运行的。高于预测的电流表明估计的扭矩，可能是滚动阻力，高于估计值。我们期望，从图 3 中，速度与外加电压成线性比例，通过将测量的速度与通过马达电压与电池电压之比来调整速度所预测的速度进行比较来确认（图 8）。

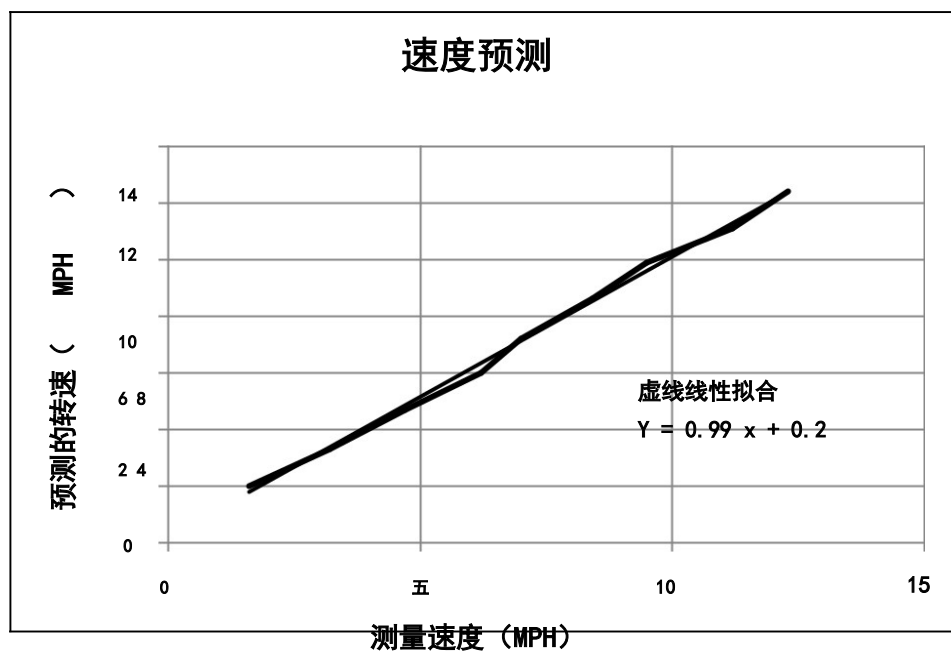


图 8. 测量速度和预测速度的比较

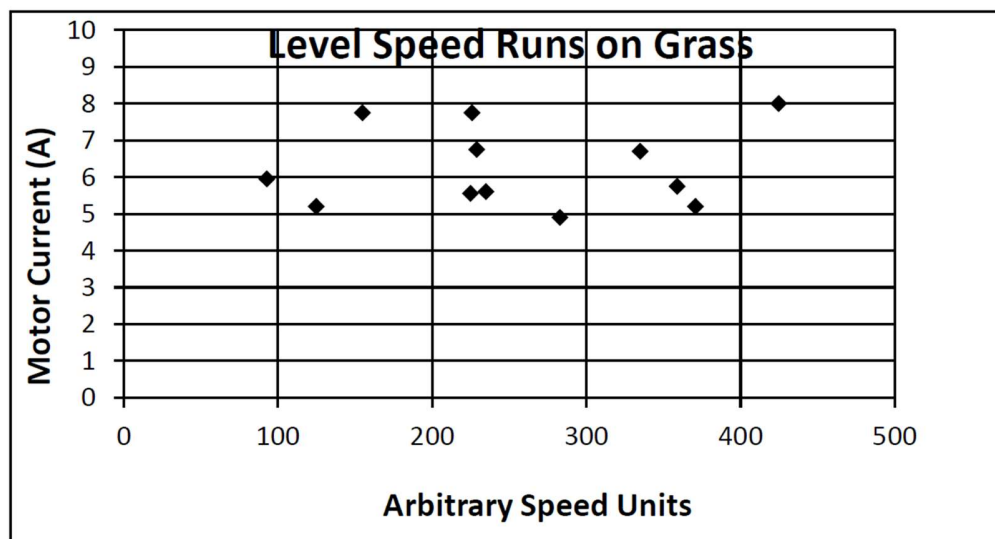


图 9. Rover 马达电流与速度

Rover 的电流很分散，在不同的速度下是相似的，如图 9。电流取决于特定的草坪-草坪的种类，高度，颠簸等。测量的马达电流在 5 到 8 安培之间变化。平均值是 6.2A。在所有转矩都与速度无关的情况下，我们预计电流在不同速度下是相似的。X 轴表示相对停止位置的速度，并且从低速到全油门变化。

斜坡计算的有效性检验是斜坡上的电流测量。由于不具备恒定坡度的长坡度，所以当车以低速爬升坡度增大时，电流被记录下来。低速避免了加速度和颠簸对马达电流和测斜仪的影响。上坡的测量值中减去水平地面上低速运动的电流，以得到仅上升斜坡所需的电流。电流是两个马达的总和。

上坡斜面（8.6 传动比）：

Slope (deg)	Measured Current (A)	Predicted Current (A)
0	0.0	0.0
5	9.5	10.0
10	19.1	18.6
15	28.6	27.2
22	40.4	39.4

测量是在不同的坡度上进行的，并取平均值。考虑到由于地面不平整导致的测量值变化，实际上吻合得比预期的更接近。大致上，坡度的两倍（度）等于电流（两个马达的总和）的安培数。

防滑转向电流也在由扭矩的数字刻度测量和滑动摩擦系数值粗略估计的范围内

测量滑移转向电流

1. 人行道混凝土 - 40 安培
2. 油毡 - 35 安培
3. 沥青 - 30 安培
4. 砖 - 40 安培
5. 草 - 40 安培
6. 午睡薄地毯 - 45 安培

预测滑动转向电流

在测得的扭矩下为 36 安培

滑动摩擦系数 0.35 的表面为 45 安培

典型的防滑转向电流图如图 10 所示。

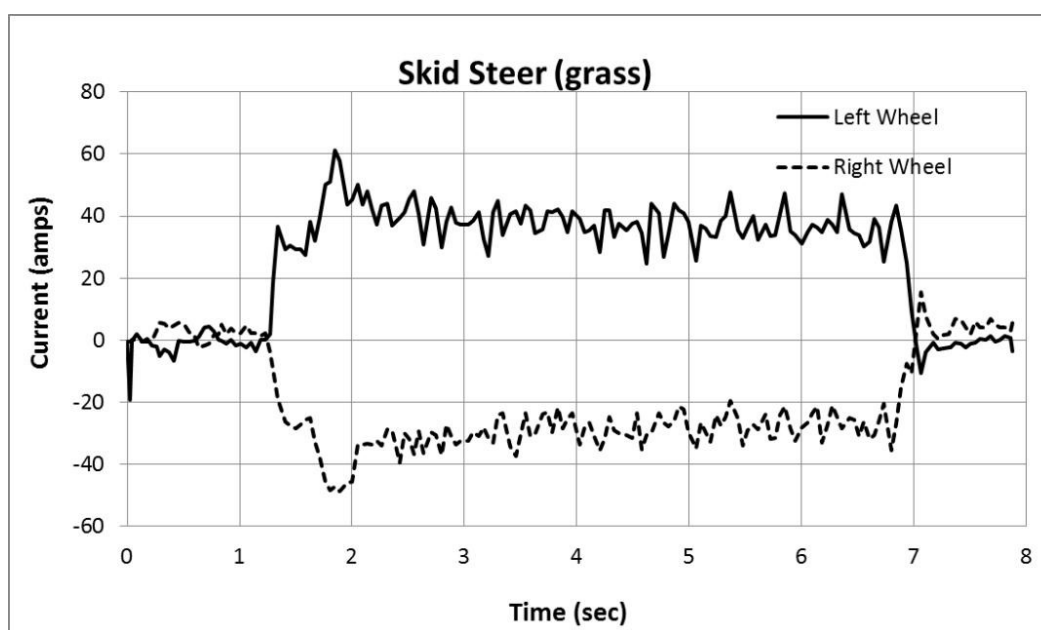
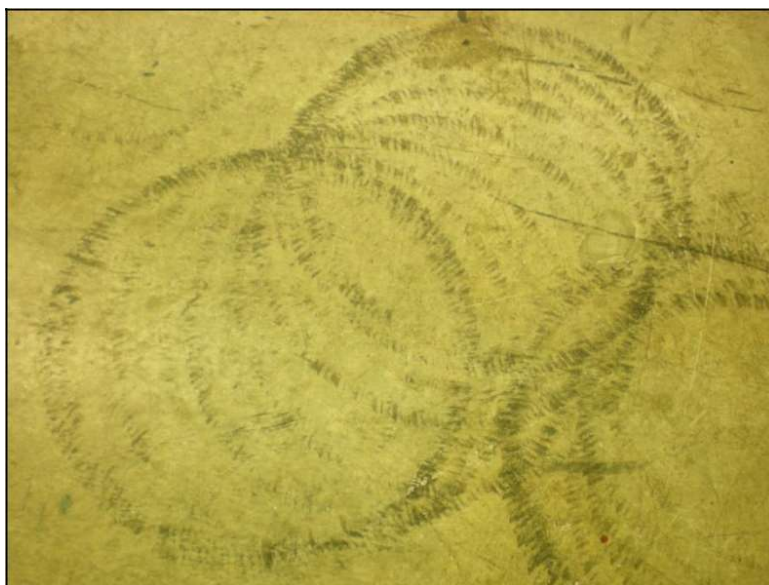


图 10. 滑移马达电流



照片 3. 在混凝土地面滑移转向的轨迹

部分原因是由于打滑轮胎的“抓松”作用，电流不规则（照片 3）。这辆 Rover 在几秒钟内旋转了几圈。

正如我们可能在滑动摩擦的性质中预期的那样，一旦滑动开始，无论以慢速还是快速转动，电流都是明显相同的，对于越快的转动速度，初始电流越高，因为需要输出更高的角动量。

IV. 加速运动分析

加速度通常只在短时间内出现，通常不是主要问题。我们将看到，从零到巡航速度的加速度是指数变化的。然而，在一些应用中，加速阶段的要求非常高。

我个人经历中的两个例子：

1. 球赛一种学生竞赛，在比赛中，一个击球头在铁轨上来回地穿过操场的宽度。为了及时截住来袭的球，头部必须迅速地左右移动。
2. 一家商业公司，要求设计和制造一个几百磅重的机器人，在 10 秒内从 0 加速到 55 英里每小时。在这种情况下，空气阻力很重要。

在这两种情况下，加速是成功的关键。对于加速运动来说，速度是不断变化的，不一定是匀速的，而是由机器人和环境决定的速率。因此，我们必须使用与时间有关的运动方程。这些都必须考虑，尾注中给出了方程的推导。在这里，我们给出这些方程并将它们应用到我们的例子中。在使用这些方程时，最好是对它们进行编程，或者将它们放入电子表格中，让计算机进行计算。注意，只考虑线性加速度。忽略了使车轮旋转所需的扭矩。

运动方程

马达转速与转矩的关系是控制加速运动方程的力学定律。除了加速度外，我们还包括由坡度、空气阻力和滚动阻力引起的外力的影响。然后利用牛顿第二定律，我们可以导出运动方程。

方程式给出：

1. 加速到给定速度的时间
2. 速度与时间
3. 加速到给定速度所经过的距离
4. 加速度与时间
5. 马达电流与时间

1. 加速到给定速度（v）的时间（t）：

$$t = [(W * D * v_0) / (768 * n * Ts)] * \ln \{ [1 - D * F / (n * 24 * Ts)] / [1 - D * F / (n * 24 * Ts) - v / v_0] \}$$

2. 将时间 (t) 作为速度 (v) 的函数:

$$v = v_o * (1 - D * F / (n * 24 * Ts)) * \{1 - \exp[-768 * n * Ts * t / ((v_o) * W * D)]\}$$

3. 加速到给定速度 (v) 所经过的距离 (S) :

$$S = [(W * D * v_o^2) / (768 * n * Ts)] * \{[(1 - D * F / 384 * Ts) * \ln[(1 - D * F / 384 * Ts) / (1 - D * F / 384 * Ts - v / v_o)] - v / v_o\}$$

4. 将时间 (t) 作为加速度 (a) 的函数:

$$a = [(1 - D * F / (n * 24 * Ts)) * (768 * Ts) / (W * D)] * \exp[-(768 * n * Ts * t) / (v_o * W * D)]$$

5. 马达电流 (i) 随时间 (t) 变化的函数:

$$i = i_o + (i_s - i_o) * \{(D * F / (n * 24 * Ts)) * [1 - \exp(-768 * n * Ts * t / v_o * W * D)] + \exp(-768 * n * Ts * t / v_o * W * D)\}$$

在这里,

时间 (t) 以秒为单位

重量 (W) lb

力 (F) lb; 外力之和:

上升坡度: $F_i = W * \sin(\theta)$, 其中 θ 是坡度角

滚动阻力: $F_{rr} = W * C_{rr}$, 其中 C_{rr} 是滚动阻力系数

空气阻力: $F_D = C_D * A * v^2 / 840$, 其中 F_D 为阻力, C_D 为阻力系数, A 为物体正面横截面积, v 为速度

车轮直径 (D) (英寸)

速度 (v), 单位为 ft/sec; v_o 是给定车轮直径的空载速度

堵转扭矩 (Ts), 单位: ft-lbs

行驶距离 (英尺)

加速度 (a), 单位: ft/sec²

电流 (i) 单位为安培; i_o 为空载电流; i_s 为堵转电流

Ln () 是自然对数

exp () 是指数函数

n 是马达数量

这些方程式应用于上述两台 350W 马达的机器人, 将告诉我们在加速阶段从 0 到 15 英里/小时的时间、距离和电流使用情况。注意, 空载值和堵转值是根据马达性能信息和任何外部应用的齿轮比计算得出的, 那些结果量在方程式中使用。

马达电流要求

查看马达性能图 (图 5), 我们发现对于连续运行工作, 马达的电流不应超过 19 安培。随着马达负载的变化, 电流也会随之变化。当马达首次启动时, 电流仅受马达电枢线圈的电阻和电感以及电源和马达驱动器的电流限制。随着马达转速的加快, 反电动势增大, 马达电流减小, 直到马达负载与马达转矩相匹配。如果电流源无法提供高启动电流, 或者如果电流源受到外部限制, 则马达将继续沿着马达转速与扭矩曲线行进, 速度可能比满电流时慢, 直到可用电流

匹配与性能曲线上新位置对应的点。我们想知道加速周期内的最高电流需求，尤其是上坡。

使用两个马达（减速齿轮比为 8.6）；空载转速为 407 转/分；堵转扭矩为 44 英尺-磅；空载电流为 1.3 安培；堵转电流为 112 安培，我们根据式（5）计算电流。

平地

1. 达到 12 英里/小时（17.6 英尺/秒）的时间， $t \approx 1$ 秒。
加速过程中的行驶距离=9 英尺。
2. 1 秒内平均加速度电流=36 安培/马达；平均功率为 864W。

上坡斜坡

这是一个非常紧张的情况，因为除了爬陡坡，机器人也在加速。在这种情况下，我们使用 11 英里/小时的速度，马达能够为上坡运动提供动力。现在，机器人需要 14 英尺-磅的扭矩，而不是 3.6 英尺-磅的扭矩。

1. 达到 11 英里/小时（16.1 英尺/秒）的时间， $t \approx 1$ 秒。这似乎有违直觉；为什么不用花更多的时间加速上坡呢？因为最后的速度比在平地上要慢。
2. 加速过程中的行驶距离=6 英尺。该距离小于水平地面的行驶距离，因为于此同时车辆速度较慢。
3. 平均加速电流超过 1 秒=45 安培/马达；平均功率为 1080W。

加速阶段预测和测量的马达电流分布如图 11 所示。峰值测量电流受到 50A 电流传感器的限制。曲线显示电流随时间呈指数衰减。

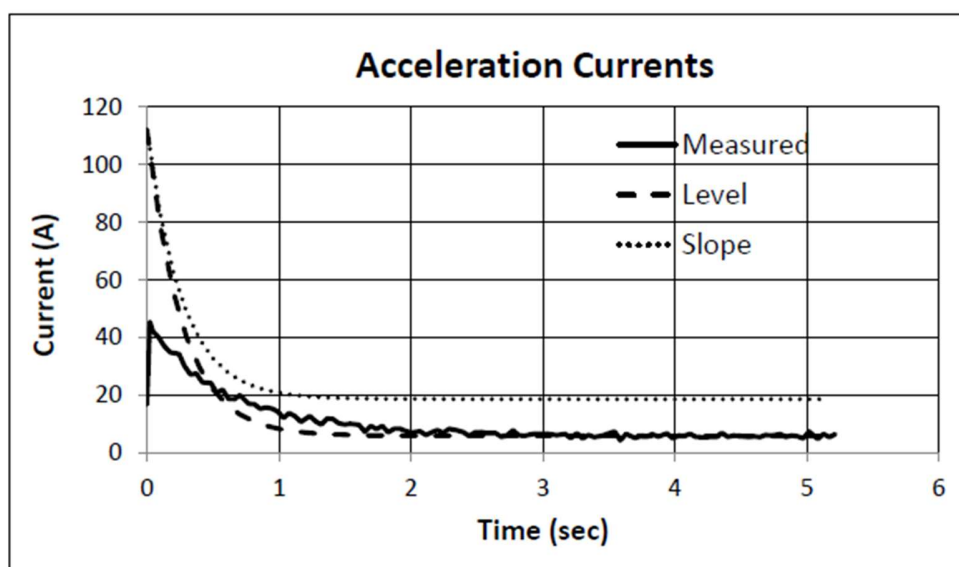


图 11. 加速电流

考虑到所有这些计算，我们该如何选择马达？我们忽略了许多会减低效率的因素。因此，我总是喜欢保守估计，并将我的计算乘以 1.5 的因子来计算“未知的未知”。另一种选择是满足于要求较低的性能。在目前的情况下，我们估计在 80% 的效率下，我们需要每台马达 310W，我们选择了每台马达 350W。测试表明，在最高速度 12 英里/小时而不是 15 英里/小时的微小变化下，350W 马达足以满足高速和陡坡攀登。加速电流是根据马达的额定电压计算出来的。这不是通常的操作方法。如果电压从零逐渐增加到额定电压，则加速时间会更长，电流需求也会更低。

V. 电池要求

电池具有单位电池电压、容量、能量密度、最大放电率、放电深度、自放电率、循环寿命、热时间常数等与温度和年龄有关的特性。我不能涵盖所有这些，电池技术继续发展。用户应审查不同的电池化学成分，以判断成本效益比。

不过，我们可以根据上述确定的电流要求估算电池需求。机器人将需要能够产生高电流放电率的电池，而不会过热或降低电池寿命，并且具有大的放电深度。电池的容量是一个衡量电池充满电时所含电量的指标，它的额定值是毫安时或安培时，这意味着它是电池能提供一小时的电流。这是误导。额定值通常指超过 10 小时（C/10 率）或 20 小时（C/20 率）的放电率。换言之，对于一个缓慢的放电。放电越快，有效容量越低。并非所有化学成分相同、额定容量相同的电池都能提供相同的电量。深循环电池的放电深度为 50% 到 80%（可以放电到初始容量的 50% 或 20%），不会损坏或限制电池寿命。典型的汽车用铅酸蓄电池不是深循环的，在输出启动电流后需要充电；当放电到初始容量的 20% 时，会受到不可逆的影响。有一些特殊的铅酸电池是深循环的，它们相当重，而且成本更高。锂离子电池能量密度高，重量只有铅酸电池的三分之一左右。它们的成本也更高，必须注意充放电率，以避免过热和火灾。磷酸铁锂电池也是深循环电池，可以提供大的初始放电率，使用起来比锂离子电池更安全。然而，它们的持续放电率并没有那么高。带有内置电池管理系统的 LiFePO_4 电池可用于电动自行车，应该是铅酸和锂离子之间的一个很好的折衷方案。

运行阶段的恒速电流取自马达运行曲线方程：

$$i = 1.3 + 112 * T/TS = 1.3 + 112 * (1 - v/v_0)$$

对于 12 英里/小时（17.6 英尺/秒），对于水平地面，每台马达的稳态电流约为 5.8 安培，对于爬山，约为 19 安培，仅略高于 18 安培的连续允许电流。

我们定义了一个运行周期为：

10 个持续 1 秒的加度：	$36A \times 1 \text{ 秒} \times 10 = 100 \text{ 毫安时}$
在 12 英里每小时运行 10 分钟：	$7A \times 10 \text{ 分钟} = 1167 \text{ 毫安时}$
20 个滑移转向圈：	$45A \times 1 \text{ 秒} \times 20 = 250 \text{ 毫安时}$
下一个运行周期之前空转 2 分钟：	$1.3A \times 2 \text{ 分钟} = 43 \text{ 毫安时}$

所以，每个电池一个运行周期所需的总容量在 12.5 分钟内约为 1.55 A-H（以恒定速度爬山，每秒钟增加约 12 毫安时）。假设我们要在充电之间运行 2 小时。这将是大约 10 个运行周期，使所需的容量达到 15.5 A-H。将总容量乘以 1.5，以抵消效率低下或在起伏的地面上行驶，使每个串联电池的 A-H 额定值达到 24 A-H 左右。这将保证稳健的运行。

VI. 摘要

两个 350 瓦的马达应符合略加修改的性能要求（12 英里每小时，而不是 15 英里每小时）。一个 24V，24 AH 电池应足以在充电之前进行几个运行周期。这里有很多估计的参数。需要进行测试来确认估计。

VII. 结论

现在，您可以对基于地面的四轮驱动机器人进行定量关系、示例计算和比较测量。我希望这些能帮助你为将来的机器人选择马达。选择机器人马达的科学在于理解定量的 PMDC 马达性能曲线和控制运动的转矩方程。选择艺术在于适当的性能要求，并在性能标准和机器人设计中进行调整和适配。

尾注

运动方程的推导

利用牛顿第二运动定律和力定律，从马达运行曲线出发，推导出了加速阶段机器人的运动方程。

使用以下变量和单位：

时间 (t) 以秒为单位。t_{TOT} 是总加速时间。

重量 (W) lb

力 (F) lb；外力列表见下文

车轮直径 (D) in

速度 (v) 单位为 ft/sec；v₀ 是给定车轮直径的空载速度，不带齿轮。

堵转扭矩 (T_s) (ft-lb)

行驶距离 (S) 英尺

加速度 (a) (ft/sec²) 和平均加速度 (ā)

电流 (i) 单位为安培；i₀ 为空载电流；i_s 为堵转电流

Ln () 是自然对数
exp () 是指数函数
n 是驱动马达的数量

首先我们推导无外力作用下的加速运动方程

牛顿第二运动定律 $F=m \cdot a$ 可以写成 $F=m \cdot dv/dt$ 或 $F=m \cdot v \cdot dv/dx$ 。

利用第一个表达式，即马达转速 ω 与扭矩 T , $T=T_s \cdot (1-\omega/\omega_o)$ 之间的线性关系，我们得到：

$$T = F \cdot D/2 = (D/2) \cdot (W/g) \cdot dv/dt$$

$$a = dv/dt = 2 \cdot T \cdot g / (W \cdot D) = 2 \cdot g \cdot T_s \cdot (1 - \omega/\omega_o) / (W \cdot D)$$

或者因为 $\omega = v/(D/2)$, $dv/dt = 2 \cdot g \cdot T_s \cdot (1 - v/v_o) / (W \cdot D)$
理顺单元，使得它们是一致的，代入 $g=32 \text{ ft/s}^2$,

$$dv/dt = [(768 \cdot T_s) / (W \cdot D)] \cdot (1 - v/v_o)$$

积分从零到 v ，从零到 t ，使用公式 $\int dx/(ax + b) = (1/a) \ln|ax + b|$,

$$v = v_o \cdot \{1 - \exp[(-768 \cdot T \cdot t) / (v_o \cdot W \cdot D)]\}$$

求解 t ,

$$t = [(W \cdot D \cdot v_o) / (768 \cdot T_s)] \cdot \ln[1 / (1 - v/v_o)]$$

v 对 t 微分，

$$a = (768 \cdot T_s) / (W \cdot D) \cdot \exp[(-768 \cdot T_s \cdot t) / (v_o \cdot W \cdot D)]$$

使用牛顿第二定律的第二个表达式， $F = m \cdot v \cdot dv/dx$ ，我们像之前一样：

$$T = T_s \cdot (1 - v/v_o) = F \cdot D/2 = (D/2) \cdot (W/g) \cdot v \cdot dv/dx$$

和

$$dx = W \cdot D / (2 \cdot g \cdot T_s) [v \cdot dv / (1 - v/v_o)]$$

从零积分以行进， s 的总距离，和从零到 v ，

$$S = [(W \cdot D \cdot v_o^2) / (768 \cdot T)] \cdot \{ \ln[1 / (1 - v/v_o)] - v/v_o \}$$

现在我们推导电流与时间方程。从马达的运行曲线，我们有：

$$i = i_o + (i_s - i_o) \cdot T / T_s = i_o + (i_s - i_o) \cdot (1 - v/v_o)$$

代入 v 关于时间的函数，

$$i = i_o + (i_s - i_o) \cdot \{1 - [1 - \exp((-768 \cdot T_s \cdot t)/(v_o \cdot W \cdot D))]\}$$

$$i = i_o + (i_s - i_o) \cdot \exp[(-768 \cdot T_s \cdot t)/(v_o \cdot W \cdot D)]$$

这些公式得出：

1. 加速到给定速度的时间
2. 速度与时间
3. 加速到给定速度所经过的距离
4. 加速度与时间
5. 马达电流与时间

把加速运动之外的外力包含进来：

包括因以下原因产生的力：

1. 上坡： $F = W \cdot \sin(\theta)$ ，其中 θ 为坡角
2. 滚动阻力： $F = W \cdot C_{rr}$ ，其中 C_{rr} 是滚动阻力系数
3. 空气阻力： $F_D = C_D \cdot A \cdot v^2 / 840$ ，其中 F_D 为阻力， C_D 为阻力系数， A 为物体有效截面积， v 为速度

在运动方程中添加条件。

原始运动方程： $T = (D/2) \cdot (W/g) \cdot dv/dt$ 通过将上述力产生的扭矩添加到方程的右侧来修改。这表示除了质量加速度之外，马达转矩 T 必须作用的力。我们将这些力表示为一个复合项 F 。现在我们必须解方程：

$$T = (D/2) \cdot [(W/g) \cdot dv/dt + F]$$

我们像之前一样，使用不同的不定积分，得到：

1. 加速到给定速度 (v) 的时间 (t)：

$$t = [((W \cdot D \cdot v_o)/(768 \cdot n \cdot T_s)) \cdot \ln \{[1 - D \cdot F/(n \cdot 24 \cdot T_s)] / [1 - D \cdot F/(n \cdot 24 \cdot T_s) - v/v_o]\}]$$

2. 将时间 (t) 作为速度 (v) 的函数：

$$v = v_o \cdot (1 - D \cdot F/(n \cdot 24 \cdot T_s)) \cdot \{1 - \exp[-768 \cdot n \cdot T_s \cdot t/((v_o) \cdot W \cdot D)]\}$$

3. 加速到给定速度 (v) 所经过的距离 (S) :

$$S = [(W * D * v_o^2)/(768 * n * Ts)] * \{[(1 - D * F/384 * Ts) * \ln[(1 - D * F/384 * Ts)/(1 - D * F/384 * Ts - v/v_o)] - v/v_o\}$$

4. 将时间 (t) 作为加速度 (a) 的函数:

$$a = [(1 - D * F/(n * 24 * Ts)) * (768 * Ts)/(W * D)] * \exp[-(768 * n * Ts * t)/(v_o * W * D)]$$

5. 马达电流 (i) 随时间 (t) 变化的函数:

$$i = i_o + (i_s - i_o) * \{(D * F/(n * 24 * Ts)) * [1 - \exp(-768 * n * Ts * t/v_o * W * D)] + \exp(-768 * n * Ts * t/v_o * W * D)\}$$