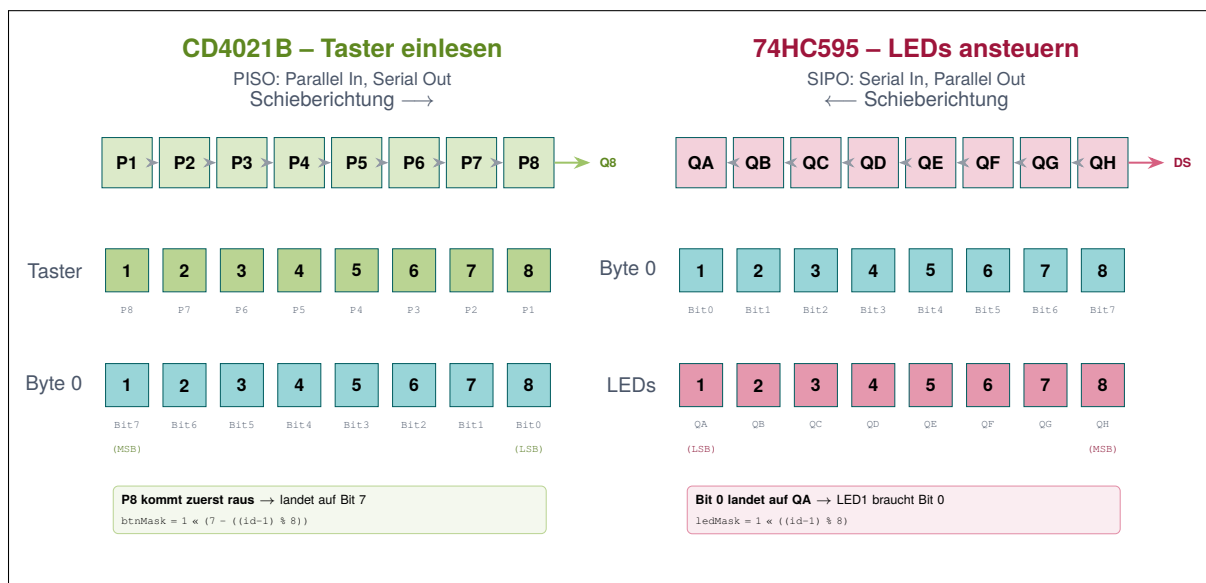


# Bit-Mapping bei Schieberegistern

## CD4021B (Input) & 74HC595 (Output)

*MSB vs. LSB – Warum die Asymmetrie?*

ESP32-S3 • Selection Panel • SPI-Kommunikation



## Keywords

CD4021B • 74HC595 • PISO/SIPO • MSB/LSB • Bit-Masken

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundlagen: Zahlensysteme und Bit-Operationen</b>	<b>1</b>
1.1 Zahlensysteme: Dezimal, Binär, Hexadezimal . . . . .	1
1.2 Datentypen und Wertebereiche (C++ / ESP32) . . . . .	2
1.3 Skalierung: Von 8 auf 100+ Bits . . . . .	6
1.4 Bit-Positionen in einem Byte . . . . .	9
1.5 Der Modulo-Operator (%) . . . . .	9
1.6 Der Linksshift-Operator («) . . . . .	10
1.7 Der Rechtsshift-Operator (») . . . . .	11
1.8 Vergleich: Linksshift vs. Rechtsshift . . . . .	12
1.9 Bitweise logische Operatoren . . . . .	14
1.10 Bits manipulieren: Setzen, Löschen, Umschalten, Prüfen . . . . .	16
1.11 Zusammenfassung: Bit-Operationen . . . . .	19
1.12 Zusammenspiel: LED 5 ansteuern . . . . .	19
1.13 Komplette Umrechnungstabelle für LEDs 1–10 . . . . .	20
<b>2 Bit-Mapping bei Schieberegistern: MSB vs. LSB</b>	<b>21</b>
2.1 Das Grundprinzip – Wie Schieberegister arbeiten . . . . .	21
2.2 CD4021 – Vom Taster zum Mikrocontroller . . . . .	22
2.3 74HC595 – Vom Mikrocontroller zur LED . . . . .	24
2.4 Warum die Asymmetrie? . . . . .	26
2.5 Zusammenfassung: Das Bit-Layout . . . . .	27

# 1 Grundlagen: Zahlensysteme und Bit-Operationen

Bevor wir uns mit Schieberegistern beschäftigen, müssen wir verstehen, wie Computer mit Zahlen arbeiten.

## 1.1 Zahlensysteme: Dezimal, Binär, Hexadezimal

Computer arbeiten intern mit Bits – Einsen und Nullen. Für uns Menschen ist das unübersichtlich, deshalb nutzen wir verschiedene Schreibweisen für dieselbe Zahl.

### 1.1.1 Die drei Darstellungen

**Tabelle 1:** Zahlensysteme im Vergleich

System	Basis	Ziffern	Präfix in C/C++
Dezimal	10	0–9	(keiner)
Binär	2	0, 1	0b
Hexadezimal	16	0–9, A–F	0x

#### Nibble-Schreibweise

Ein **Nibble** ist eine Gruppe von 4 Bits. Wir schreiben Binärzahlen mit einem Punkt als Trenner, um die Lesbarkeit zu erhöhen:

0b0001.0000 statt 0b00010000

Ein Nibble entspricht genau einer Hex-Ziffer – das macht die Umrechnung einfach.

### 1.1.2 Umrechnungstabelle: Dezimal – Binär – Hexadezimal

**Tabelle 2:** Umrechnungstabelle für ein Nibble (4 Bit)

Dezimal	Binär	Hex
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

### 1.1.3 Beispiel: Die Zahl 16

```

Dezimal:  16
Binaer:   0b0001.0000  (1 Nibble = 0001, 2. Nibble = 0000)
Hex:      0x10          (1. Hex-Ziffer = 1, 2. Hex-Ziffer = 0)

```

Die Umrechnung Binär → Hex funktioniert nibbleweise:

## 1.2 Datentypen und Wertebereiche (C++ / ESP32)

In der Embedded-Programmierung ist es wichtig, den **exakten Speicherbedarf** eines Datentyps zu kennen. C++ bietet dafür Typen mit garantierter Bitbreite.

### 1.2.1 Ganzzahl-Typen mit fester Breite

**Tabelle 3:** Integer-Datentypen mit fester Bitbreite (stdint.h)

Typ	Bits	Wertebereich	Hex-Bereich
uint8_t	8	0 bis 255	0x00 – 0xFF
int8_t	8	–128 bis +127	0x80 – 0x7F
uint16_t	16	0 bis 65.535	0x0000 – 0xFFFF
int16_t	16	–32.768 bis +32.767	0x8000 – 0x7FFF
uint32_t	32	0 bis 4.294.967.295	0x00000000 – 0xFFFFFFFF
int32_t	32	±2.147.483.647	0x80000000 – 0x7FFFFFFF

#### Namenskonvention

- u = **unsigned** (vorzeichenlos, nur positive Werte)
- Zahl = **Bitbreite** (8, 16, 32, 64)
- \_t = **type** (Kennzeichnung als Typedef)

Beispiel: uint8\_t = unsigned integer, 8 Bit, type

### 1.2.2 Warum uint8\_t für Schieberegister?

Ein Schieberegister verarbeitet genau **8 Bits** – ein Byte. Der Typ uint8\_t passt perfekt:

```

1 #include <stdint.h> // oder <cstdint> in modernem C++
2
3 uint8_t buttonState = 0; // 8 Taster = 8 Bits = 1 Byte
4 uint8_t ledState[2] = {0, 0}; // 10 LEDs = 10 Bits = 2 Bytes

```

**Tabelle 4:** Vergleich: uint8\_t vs. alternative Typen

Typ	Bits	Garantiert?	Empfehlung
uint8_t	8	Ja, immer exakt 8 Bit	<b>Empfohlen</b>
unsigned char	8	Ja, mindestens 8 Bit	OK, aber weniger explizit
byte	8	Nur in Arduino-Framework	Nicht portabel
int	32	Plattformabhängig	Zu groß, verschwendet RAM

### 1.2.3 ESP32-S3: Speicher und Performance

Der ESP32-S3 ist ein 32-Bit-Mikrocontroller. Das bedeutet:

**Tabelle 5:** ESP32-S3: Datentypen und Speicher

Typ	Speicher	Anwendung
uint8_t	1 Byte	Schieberegister, GPIO-Zustände
uint16_t	2 Bytes	ADC-Werte (12 Bit), Timer
uint32_t	4 Bytes	Zeitstempel ( <code>millis()</code> ), Adressen
bool	1 Byte	Flags, Zustände ( <code>true/false</code> )
float	4 Bytes	Sensorwerte mit Nachkommastellen

**Überlauf beachten!**

Wenn ein Wert den Wertebereich überschreitet, springt er auf den Anfang zurück:

```

1  uint8_t x = 255;
2  x = x + 1;           // x ist jetzt 0, nicht 256!
3
4  uint8_t y = 0;
5  y = y - 1;           // y ist jetzt 255, nicht -1!

```

Dies nennt man **Überlauf** (Overflow) bzw. **Unterlauf** (Underflow).

**1.2.4 Literal-Suffixe für Klarheit**

In C++ kann man Zahlen mit Suffixen versehen, um den Typ explizit anzugeben:

```

1  uint8_t mask = 1u << 4;           // 'u' = unsigned (wichtig bei Shifts!)
2  uint32_t bigNum = 1000000UL;      // 'UL' = unsigned long (32 Bit)

```

**Tabelle 6:** Literal-Suffixe in C++

Suffix	Typ	Beispiel
(keiner)	int	42
u / U	unsigned int	42u
l / L	long	42L
ul / UL	unsigned long	42UL
f / F	float	3.14f

**1.2.5 Warum 1u bei Bit-Operationen?**

Das `u` hinter einer Zahl bedeutet **unsigned** (vorzeichenlos). Bei Bit-Operationen ist das entscheidend wichtig.

**Tabelle 7:** Vergleich: `1` vs. `1u` bei Shift-Operationen

Code	Typ von 1	Bedeutung
<code>1 &lt;&lt; 4</code>	<code>int (signed)</code>	Vorzeichen-behaftet, kann negativ werden
<code>1u &lt;&lt; 4</code>	<code>unsigned int</code>	Nur positiv, sicheres Bit-Shifting

## Das Problem mit signed Integers

Bei signed Typen ist das höchste Bit das **Vorzeichen-Bit**:

```
int8_t (signed, 8 Bit):
+---+---+---+---+---+---+---+
| V | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | V = Vorzeichen-Bit
+---+---+---+---+---+---+---+
^
|
0 = positiv (+0 bis +127)
1 = negativ (-128 bis -1)

uint8_t (unsigned, 8 Bit):
+---+---+---+---+---+---+---+
| 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | Alle Bits fuer den Wert
+---+---+---+---+---+---+---+
^
|
Kein Vorzeichen, Wert 0 bis 255
```

## Konkretes Beispiel: Was passiert bei `1 << 7`?

```
1 // OHNE 'u' - problematisch:
2 int result = 1 << 7;           // 1 << 7 = 128
3 int8_t x = result;             // 128 passt nicht in int8_t (-128 bis +127)!
4                                // Ergebnis: x = -128 (Ueberlauf ins Vorzeichen-Bit)
5
6 // MIT 'u' - sicher:
7 unsigned int result = 1u << 7; // 1u << 7 = 128
8 uint8_t y = result;            // 128 passt in uint8_t (0 bis 255)
9                                // Ergebnis: y = 128 ✓
```

### Undefined Behavior vermeiden!

Ein Linksshift, der das Vorzeichen-Bit eines signed Typs verändert, ist in C++ **undefiniertes Verhalten**. Der Compiler kann alles machen – das Programm kann abstürzen, falsche Werte liefern, oder zufällig funktionieren.

**Best Practice: Immer 1u bei Bit-Operationen**

Verwende **immer** 1u statt 1 bei Shift-Operationen:

```

1 // Bit-Masken erzeugen:
2 uint8_t mask = 1u << 7;           // ✓ Sicher
3 uint8_t mask = 1 << 7;           // ✗ Riskant
4
5 // Bits setzen:
6 ledState |= (1u << bitPos);       // ✓ Sicher
7 ledState |= (1 << bitPos);       // ✗ Riskant
8
9 // Bits löschen:
10 ledState &= ~(1u << bitPos);     // ✓ Sicher
11 ledState &= ~(1 << bitPos);     // ✗ Riskant

```

**Merkregel:** Siehst du « oder », schreib 1u statt 1.

**1.3 Skalierung: Von 8 auf 100+ Bits**

Was passiert, wenn wir nicht nur 8 LEDs haben, sondern 100? Brauchen wir einen `uint100_t`? Die Antwort: Nein – wir verwenden **Arrays**.

**1.3.1 Das Problem: Standard-Typen enden bei 64 Bit**

**Tabelle 8:** Verfügbare Integer-Typen in C++

Typ	Bits	Status
<code>uint8_t</code>	8	✓ Standard
<code>uint16_t</code>	16	✓ Standard
<code>uint32_t</code>	32	✓ Standard
<code>uint64_t</code>	64	✓ Standard (Maximum!)

Der ESP32-S3 ist ein **32-Bit-Prozessor** – er kann maximal 32 Bits in einem Rechenschritt verarbeiten. Für größere Datenmengen müssen wir die Arbeit aufteilen.

**1.3.2 Die Lösung: Arrays von Bytes**

Statt eines riesigen Integer-Typs verwenden wir ein **Array aus `uint8_t`**:

```

1 // Berechnung: Wie viele Bytes brauchen wir?
2 // 100 Bits / 8 Bits pro Byte = 12.5 -> aufrunden = 13 Bytes
3
4 // 100 LEDs = 100 Bits = 13 Bytes (13 x 8 = 104 Bits, davon 100 genutzt)
5 uint8_t ledState[13] = {0};
6

```



```

7 // 100 Taster = 100 Bits = 13 Bytes
8 uint8_t buttonState[13] = {0};

```

### Formel: Anzahl Bytes berechnen

$$\text{Bytes} = \left\lceil \frac{\text{Anzahl Bits}}{8} \right\rceil = \frac{\text{Bits} + 7}{8} \quad (\text{ganzzahlig})$$

In C++:

```

1 #define NUM_LEDS 100
2 #define NUM_BYTES ((NUM_LEDS + 7) / 8) // = 13
3 uint8_t ledState[NUM_BYTES] = {0};

```

### 1.3.3 Die Formeln skalieren automatisch

Die gleichen Formeln funktionieren für 10, 100 oder 1000 LEDs:

```

1 // LED einschalten (funktioniert fuer jede Anzahl!)
2 void setLed(uint8_t id) {
3     uint8_t byteIndex = (id - 1) / 8;    // Welches Byte?
4     uint8_t bitPosition = (id - 1) % 8;  // Welches Bit im Byte?
5     ledState[byteIndex] |= (1u << bitPosition);
6 }
7
8 // LED ausschalten
9 void clearLed(uint8_t id) {
10    uint8_t byteIndex = (id - 1) / 8;
11    uint8_t bitPosition = (id - 1) % 8;
12    ledState[byteIndex] &= ~(1u << bitPosition);
13 }
14
15 // LED-Status abfragen
16 bool getLed(uint8_t id) {
17    uint8_t byteIndex = (id - 1) / 8;
18    uint8_t bitPosition = (id - 1) % 8;
19    return ledState[byteIndex] & (1u << bitPosition);
20 }

```

### 1.3.4 Beispiel: LED 87 einschalten

```
id = 87
```

```
Schritt 1: byteIndex = (87 - 1) / 8 = 86 / 8 = 10
           -> LED 87 liegt in Byte 10
```

```
Schritt 2: bitPosition = (87 - 1) % 8 = 86 % 8 = 6
           -> LED 87 liegt auf Bit 6 (innerhalb Byte 10)
```

Schritt 3: `mask = 1u << 6 = 0b0100.0000 = 0x40`

Schritt 4: `ledState[10] |= 0x40`  
 -> Bit 6 in Byte 10 wird gesetzt

**Tabelle 9:** Beispiele: Byte-Index und Bit-Position für verschiedene LEDs

LED	(id-1)	Byte	Bit	Maske
1	0	0	0	0b0000.0001
8	7	0	7	0b1000.0000
9	8	1	0	0b0000.0001
16	15	1	7	0b1000.0000
50	49	6	1	0b0000.0010
87	86	10	6	0b0100.0000
100	99	12	3	0b0000.1000

### 1.3.5 Hardware: Kaskadierung der Schieberegister

Für 100 LEDs brauchen wir 13 Schieberegister (74HC595) in Reihe:

```
ESP32 ----> SR1 ----> SR2 ----> SR3 ----> ... ----> SR13
      |           |           |           |
      LED         LED         LED         LED
      1-8         9-16       17-24       97-104
```

Die Daten werden als **zusammenhängendes Array** gesendet:

```
1  #define NUM_LEDS 100
2  #define NUM_BYTES ((NUM_LEDS + 7) / 8) // 13
3
4  uint8_t ledState[NUM_BYTES] = {0};
5
6  void updateShiftRegisters() {
7      digitalWrite(LATCH_PIN, LOW);
8      // Bytes rueckwaerts senden (letztes Byte zuerst)
9      for (int i = NUM_BYTES - 1; i >= 0; i--) {
10         SPI.transfer(ledState[i]);
11     }
12     digitalWrite(LATCH_PIN, HIGH);
13 }
```

**Merkregel: Skalierung**

- **Bits → Bytes:**  $(\text{bits} + 7) / 8$
- **ID → Byte-Index:**  $(\text{id} - 1) / 8$
- **ID → Bit-Position:**  $(\text{id} - 1) \% 8$
- **Maske:**  $1 \ll \text{bitPosition}$

Diese Formeln funktionieren für **jede** Anzahl von LEDs oder Tastern!

**1.4 Bit-Positionen in einem Byte**

Ein Byte besteht aus 8 Bits. Jedes Bit hat eine **Position** (0–7) und einen **Stellenwert** (Potenz von 2).

**Tabelle 10:** Bit-Positionen und Stellenwerte in einem Byte

Position	7	6	5	4	3	2	1	0
Stellenwert	128	64	32	16	8	4	2	1
Potenz	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
Bezeichnung	MSB						LSB	

- **MSB** (Most Significant Bit) = Bit 7 = höchstwertiges Bit
- **LSB** (Least Significant Bit) = Bit 0 = niedrigstwertiges Bit

**1.5 Der Modulo-Operator (%)**

Der Modulo-Operator berechnet den **Rest einer Division**. Wenn wir  $a \% b$  schreiben, fragen wir: „Wie viel bleibt übrig, wenn ich  $a$  durch  $b$  teile?“

**1.5.1 Grundprinzip**

$a \% b = \text{Rest von } (a / b)$

Beispiel:  $13 \% 5$

$13 / 5 = 2 \text{ Rest } 3$

Also:  $13 \% 5 = 3$

**1.5.2 Warum  $\text{bit} \% 8 = 4$ ?**

Wenn wir LED 5 ansteuern wollen, rechnen wir:

```
selected_id = 5
bit = selected_id - 1 = 4    // nullbasierter Index (0..9 statt 1..10)

bit % 8 = 4 % 8 = ?
```

Die Rechnung im Detail:

1. Division:  $4 \div 8 = 0$  (ganzzahlig, da  $4 < 8$ )
2. Multiplikation zurück:  $0 \times 8 = 0$
3. Rest:  $4 - 0 = 4$
4. Ergebnis:  $4 \% 8 = 4$

### Faustregel

Wenn die Zahl **kleiner** als der Divisor ist, ist das Ergebnis die Zahl selbst:

$$4 \% 8 = 4 \quad (\text{weil } 4 < 8)$$

### 1.5.3 Wozu brauchen wir $\%$ 8?

Der Modulo-Operator mit 8 gibt uns die **Position innerhalb eines Bytes**:

**Tabelle 11:** Modulo 8: Position innerhalb des Bytes

bit	bit % 8	Bedeutung
0	0	Bit 0 in Byte 0
1	1	Bit 1 in Byte 0
2	2	Bit 2 in Byte 0
...	...	...
7	7	Bit 7 in Byte 0
8	0	Bit 0 in Byte 1 (!)
9	1	Bit 1 in Byte 1

Ab Bit 8 „springt“ der Wert wieder auf 0 – wir sind im nächsten Byte.

## 1.6 Der Linksshift-Operator («)

Der Operator « verschiebt alle Bits einer Zahl nach links. Dabei werden rechts Nullen nachgefüllt.

### 1.6.1 Grundprinzip

`a << n` bedeutet: Verschiebe alle Bits von a um n Positionen nach links  
Sprich: "a Linksshift n" oder "a um n nach links"

Beispiel: `1 << 4`

```
Start:  0b0000.0001  (die Zahl 1)
Shift:  <-----  (4 Positionen nach links)
Result: 0b0001.0000  (die Zahl 16)
```

### 1.6.2 Schritt für Schritt: $1 \ll 4$

**Tabelle 12:** Linksshift:  $1 \ll 4$  Schritt für Schritt

Operation	Binär (nibbleweise)	Dezimal	Potenz
Start: 1	0b0000.0001	1	$2^0$
$1 \ll 1$	0b0000.0010	2	$2^1$
$1 \ll 2$	0b0000.0100	4	$2^2$
$1 \ll 3$	0b0000.1000	8	$2^3$
$1 \ll 4$	0b0001.0000	16	$2^4$

#### Mathematischer Zusammenhang

Linksshift um  $n$  Positionen entspricht einer Multiplikation mit  $2^n$ :

$$1 \ll 4 = 1 \times 2^4 = 1 \times 16 = 16 = 0x10$$

## 1.7 Der Rechtsshift-Operator (»)

Der Operator » ist das Gegenstück zum Linksshift – er verschiebt alle Bits nach **rechts**. Dabei fallen Bits rechts heraus und links werden Nullen nachgefüllt.

### 1.7.1 Grundprinzip

`a >> n` bedeutet: Verschiebe alle Bits von `a` um `n` Positionen nach rechts  
Sprich: "**a Rechtsshift n**" oder "**a um n nach rechts**"

Beispiel: `16 >> 2`

```
Start:  0b0001.0000    (die Zahl 16)
Shift:  <-----      (2 Positionen nach rechts)
Result: 0b0000.0100    (die Zahl 4)
```

### 1.7.2 Schritt für Schritt: $16 \gg n$

**Tabelle 13:** Rechtsshift:  $16 \gg n$  Schritt für Schritt

Operation	Binär (nibbleweise)	Dezimal	Division
Start: 16	0b0001.0000	16	$16 \div 2^0 = 16$
$16 \gg 1$	0b0000.1000	8	$16 \div 2^1 = 8$
$16 \gg 2$	0b0000.0100	4	$16 \div 2^2 = 4$
$16 \gg 3$	0b0000.0010	2	$16 \div 2^3 = 2$
$16 \gg 4$	0b0000.0001	1	$16 \div 2^4 = 1$
$16 \gg 5$	0b0000.0000	0	$16 \div 2^5 = 0$ (abgerundet)

#### Mathematischer Zusammenhang

Rechtsshift um  $n$  Positionen entspricht einer **ganzzahligen Division** durch  $2^n$ :

$$16 \gg 2 = 16 \div 2^2 = 16 \div 4 = 4$$

Achtung: Das Ergebnis wird abgerundet (keine Nachkommastellen).

## 1.8 Vergleich: Linksshift vs. Rechtsshift

**Tabelle 14:** Gegenüberstellung der Shift-Operatoren

	Linksshift «	Rechtsshift »
<b>Symbol</b>	« (Doppel-Kleiner)	» (Doppel-Größer)
<b>Richtung</b>	Bits wandern nach links	Bits wandern nach rechts
<b>Auffüllen</b>	Rechts mit Nullen	Links mit Nullen
<b>Mathematik</b>	Multiplikation mit $2^n$	Division durch $2^n$
<b>Beispiel</b>	$1 \ll 4 = 16$	$16 \gg 2 = 4$

### 1.8.1 Wann braucht man welchen Operator?

**Tabelle 15:** Typische Anwendungsfälle für Shift-Operatoren

Aufgabe	Operator	Beispiel
Bit-Maske erzeugen	«	$1 \ll 4 \rightarrow \text{Maske für Bit 4}$
Schnelle Multiplikation	«	$x \ll 3 \rightarrow x \times 8$
Byte-Index berechnen	»	$\text{bit} \gg 3 \rightarrow \text{bit} / 8$
Schnelle Division	»	$x \gg 2 \rightarrow x \div 4$
Bits extrahieren	»	High-Nibble: $x \gg 4$

### 1.8.2 Praxisbeispiel: Byte-Index mit Rechtsshift

Im Schieberegister-Code berechnen wir den Byte-Index mit Division:

```
1 uint8_t byteIndex = bit / 8; // Welches Byte?
```

Der Compiler ersetzt dies intern durch einen Rechtsshift, weil Division durch 8 = Division durch  $2^3$ :

```
1 uint8_t byteIndex = bit >> 3; // Identisch, aber schneller
```

**Tabelle 16:** Byte-Index-Berechnung: Division vs. Rechtsshift

bit	bit / 8	bit » 3	Byte
0	0	0	Byte 0
4	0	0	Byte 0
7	0	0	Byte 0
8	1	1	Byte 1
15	1	1	Byte 1
16	2	2	Byte 2

#### Merkregel: Die Shift-Operatoren

« zeigt nach **links** → Bits nach links → **Multiplikation**  
 » zeigt nach **rechts** → Bits nach rechts → **Division**

### 1.8.3 Warum eine Bit-Maske?

Eine **Bit-Maske** ist ein Byte, bei dem genau ein Bit gesetzt ist. Sie dient dazu, ein einzelnes Bit in einem Byte zu manipulieren.

```

1 << 0 = 0b0000.0001 = 0x01 // Maske fuer Bit 0
1 << 1 = 0b0000.0010 = 0x02 // Maske fuer Bit 1
1 << 2 = 0b0000.0100 = 0x04 // Maske fuer Bit 2
1 << 3 = 0b0000.1000 = 0x08 // Maske fuer Bit 3
1 << 4 = 0b0001.0000 = 0x10 // Maske fuer Bit 4
1 << 5 = 0b0010.0000 = 0x20 // Maske fuer Bit 5
1 << 6 = 0b0100.0000 = 0x40 // Maske fuer Bit 6
1 << 7 = 0b1000.0000 = 0x80 // Maske fuer Bit 7

```

## 1.9 Bitweise logische Operatoren

Um einzelne Bits zu manipulieren, brauchen wir neben den Shift-Operatoren auch **logische Operatoren**. Diese arbeiten Bit für Bit – daher „bitweise“.

### 1.9.1 Übersicht: Die vier Operatoren

**Tabelle 17:** Bitweise logische Operatoren in C++

Operator	Name	Sprechweise	Anwendung
	OR	„Oder“	Bits setzen
&	AND	„Und“	Bits prüfen / maskieren
~	NOT	„Nicht“	Bits invertieren
^	XOR	„Exklusiv-Oder“	Bits umschalten (toggle)

### 1.9.2 Wahrheitstabellen

Jeder Operator hat eine **Wahrheitstabelle**, die zeigt, was bei jeder Kombination von Eingabe-Bits herauskommt.

**Tabelle 18:** Wahrheitstabelle: OR (|)

A	B	A   B	Regel
0	0	0	Beide 0 → Ergebnis 0
0	1	1	Mindestens einer 1 → Ergebnis 1
1	0	1	Mindestens einer 1 → Ergebnis 1
1	1	1	Mindestens einer 1 → Ergebnis 1

#### Merkregel OR

OR liefert 1, wenn **mindestens ein** Eingang 1 ist.

**Eselsbrücke:** „Oder“ – einer **oder** der andere (oder beide).



**Tabelle 19:** Wahrheitstabelle: AND (&)

A	B	A & B	Regel
0	0	0	Nicht beide 1 → Ergebnis 0
0	1	0	Nicht beide 1 → Ergebnis 0
1	0	0	Nicht beide 1 → Ergebnis 0
1	1	1	Beide 1 → Ergebnis 1

**Merkregel AND**

AND liefert 1, wenn **beide** Eingänge 1 sind.

**Eselsbrücke:** „Und“ – dieser **und** jener müssen wahr sein.

**Tabelle 20:** Wahrheitstabelle: NOT (~)

A	~A	Regel
0	1	Aus 0 wird 1
1	0	Aus 1 wird 0

**Merkregel NOT**

NOT **invertiert** jedes Bit – aus 0 wird 1, aus 1 wird 0.

**Eselsbrücke:** „Nicht“ – das Gegenteil.

**Tabelle 21:** Wahrheitstabelle: XOR (^)

A	B	A ^ B	Regel
0	0	0	Gleich → Ergebnis 0
0	1	1	Unterschiedlich → Ergebnis 1
1	0	1	Unterschiedlich → Ergebnis 1
1	1	0	Gleich → Ergebnis 0

**Merkregel XOR**

XOR liefert 1, wenn die Eingänge **unterschiedlich** sind.

**Eselsbrücke:** „Entweder-Oder“ – aber nicht beide!

## 1.10 Bits manipulieren: Setzen, Löschen, Umschalten, Prüfen

Mit Bit-Masken und logischen Operatoren können wir einzelne Bits gezielt verändern, ohne die anderen Bits zu beeinflussen.

### 1.10.1 Bit setzen mit OR (|=)

Um ein Bit auf 1 zu setzen, verwenden wir **OR mit der Maske**:

```
1 ledState |= (1u << bitPos); // Bit setzen
```

#### Warum funktioniert das?

Beispiel: Bit 4 setzen in ledState = 0b0000.0000

```
ledState: 0b0000.0000 (vorher)
Maske:    0b0001.0000 (1u << 4)
----- OR
Ergebnis: 0b0001.0000 (nachher: Bit 4 ist jetzt 1)
```

#### Was passiert mit den anderen Bits?

Beispiel: Bit 4 setzen, aber Bit 7 ist schon 1

```
ledState: 0b1000.0000 (vorher: Bit 7 = 1)
Maske:    0b0001.0000 (1u << 4)
----- OR
Ergebnis: 0b1001.0000 (nachher: Bit 7 bleibt, Bit 4 neu)
```

Bit fuer Bit betrachtet:

```
Position: 7 6 5 4 3 2 1 0
ledState: 1 0 0 0 0 0 0 0
Maske:    0 0 0 1 0 0 0 0
----- OR (mindestens einer 1 -> 1)
Ergebnis: 1 0 0 1 0 0 0 0
           ^   ^
           |   Neu gesetzt
           |   Unveraendert!
```

#### OR zum Setzen

$x \mid 0 = x$  (bleibt gleich) und  $x \mid 1 = 1$  (wird 1)

Deshalb: OR mit einer Maske **setzt** das Masken-Bit, ohne andere zu verändern.

### 1.10.2 Bit löschen mit AND und NOT (&= ~)

Um ein Bit auf 0 zu setzen (zu „löschen“), verwenden wir **AND mit der invertierten Maske**:

```
1 ledState &= ~(1u << bitPos); // Bit loeschen
```

## Schritt für Schritt

Beispiel: Bit 4 loeschen in ledState = 0b0001.0000

Schritt 1: Maske erzeugen

```
1u << 4 = 0b0001.0000
```

Schritt 2: Maske invertieren mit NOT (~)

```
~(1u << 4) = ~0b0001.0000 = 0b1110.1111
```

Schritt 3: AND mit invertierter Maske

```
ledState:      0b0001.0000    (vorher: Bit 4 = 1)
```

```
~Maske:        0b1110.1111
```

```
----- AND
```

```
Ergebnis:      0b0000.0000    (nachher: Bit 4 = 0)
```

## Was passiert mit den anderen Bits?

Beispiel: Bit 4 loeschen, aber andere Bits behalten

```
ledState:      0b1001.0011    (vorher: mehrere Bits gesetzt)
```

```
~Maske:        0b1110.1111    (~(1u << 4))
```

```
----- AND
```

```
Ergebnis:      0b1000.0011    (nachher: nur Bit 4 geloescht)
```

Bit fuer Bit betrachtet:

```
Position:      7 6 5 4 3 2 1 0
```

```
ledState:      1 0 0 1 0 0 1 1
```

```
~Maske:        1 1 1 0 1 1 1 1
```

```
----- AND (beide 1 -> 1)
```

```
Ergebnis:      1 0 0 0 0 0 1 1
```

```
^
```

```
Geloescht (0 AND x = 0)
```

```
^           ^ ^
```

```
Unveraendert (1 AND x = x)
```

## AND zum Löschen

$x \& 1 = x$  (bleibt gleich) und  $x \& 0 = 0$  (wird 0)

Deshalb: AND mit einer **invertierten Maske löscht** das Masken-Bit.

### 1.10.3 Bit umschalten (toggle) mit XOR (^=)

Um ein Bit umzuschalten (0→1 oder 1→0), verwenden wir **XOR mit der Maske**:

```
1 ledState ^= (1u << bitPos); // Bit umschalten
```

## Warum funktioniert das?

```

Beispiel 1: Bit 4 ist 0 -> wird 1
ledState:    0b0000.0000
Maske:       0b0001.0000
----- XOR
Ergebnis:   0b0001.0000    (0 XOR 1 = 1)

Beispiel 2: Bit 4 ist 1 -> wird 0
ledState:    0b0001.0000
Maske:       0b0001.0000
----- XOR
Ergebnis:   0b0000.0000    (1 XOR 1 = 0)

```

### XOR zum Umschalten

$x \wedge 0 = x$  (bleibt gleich) und  $x \wedge 1 = \sim x$  (wird invertiert)  
 Deshalb: XOR mit einer Maske **toggles** das Masken-Bit.

#### 1.10.4 Bit prüfen mit AND (&)

Um zu prüfen, ob ein Bit gesetzt ist, verwenden wir **AND mit der Maske**:

```

1  if (ledState & (1u << bitPos)) {
2      // Bit ist gesetzt (= 1)
3  } else {
4      // Bit ist nicht gesetzt (= 0)
5  }

```

## Warum funktioniert das?

```

Beispiel 1: Bit 4 ist gesetzt
ledState:    0b0001.0000
Maske:       0b0001.0000
----- AND
Ergebnis:   0b0001.0000 = 16  (nicht 0 -> true)

Beispiel 2: Bit 4 ist nicht gesetzt
ledState:    0b0000.0000
Maske:       0b0001.0000
----- AND
Ergebnis:   0b0000.0000 = 0   (0 -> false)

```

**AND zum Prüfen**

AND mit einer Maske liefert:

- **Nicht 0** (true), wenn das Bit gesetzt ist
- **0** (false), wenn das Bit nicht gesetzt ist

**1.11 Zusammenfassung: Bit-Operationen****Tabelle 22:** Die vier Bit-Operationen auf einen Blick

Operation	Code	Erklärung
Bit setzen	<code>x  = (1u &lt;&lt; n);</code>	OR: 0→1, 1→1
Bit löschen	<code>x &amp;= ~(1u &lt;&lt; n);</code>	AND mit NOT: 1→0, 0→0
Bit umschalten	<code>x ^= (1u &lt;&lt; n);</code>	XOR: 0→1, 1→0
Bit prüfen	<code>if (x &amp; (1u &lt;&lt; n))</code>	AND: ergibt 0 oder ≠0

```

1 // Komplettes Beispiel: LED-Steuerung
2 #define LED_PIN 4
3
4 uint8_t ledState = 0;
5
6 // LED einschalten
7 ledState |= (1u << LED_PIN); // Bit 4 setzen
8
9 // LED ausschalten
10 ledState &= ~(1u << LED_PIN); // Bit 4 löschen
11
12 // LED umschalten
13 ledState ^= (1u << LED_PIN); // Bit 4 togglen
14
15 // LED-Status prüfen
16 if (ledState & (1u << LED_PIN)) {
17     Serial.println("LED ist AN");
18 } else {
19     Serial.println("LED ist AUS");
20 }

```

**1.12 Zusammenspiel: LED 5 ansteuern**

Schauen wir uns die komplette Rechnung an:

```

1 // Ziel: LED 5 einschalten
2 uint8_t selected_id = 5;
3
4 // Schritt 1: Nullbasierter Index

```

```

5  uint8_t bit = selected_id - 1; // bit = 4
6
7  // Schritt 2: Welches Byte?
8  uint8_t byteIndex = bit / 8; // 4 / 8 = 0 (erstes Byte)
9
10 // Schritt 3: Welche Position im Byte?
11 uint8_t bitPosition = bit % 8; // 4 % 8 = 4 (fuenftes Bit, da 0-basiert)
12
13 // Schritt 4: Bit-Maske erzeugen
14 uint8_t mask = 1u << bitPosition; // 1 << 4 = 0b0001.0000 = 0x10
15
16 // Schritt 5: Bit setzen (mit OR)
17 ledState[byteIndex] |= mask;

```

### 1.12.1 Visualisierung

```

LED-Nummern:   [1]  [2]  [3]  [4]  [5]  [6]  [7]  [8]
                |   |   |   |   |   |   |   |
Bit-Positionen: 0    1    2    3    4    5    6    7

Byte vorher:    0b0000.0000
Maske:          0b0001.0000  (1 << 4)
                -----
Byte nachher:   0b0001.0000  (LED 5 ist an)

```

## 1.13 Komplette Umrechnungstabelle für LEDs 1–10

**Tabelle 23:** 74HC595: Maskenberechnung mit nibbleweiser Darstellung

LED	bit	Byte	Bit-Pos	Binär (nibbleweise)	Hex
1	0	0	0	0b0000.0001	0x01
2	1	0	1	0b0000.0010	0x02
3	2	0	2	0b0000.0100	0x04
4	3	0	3	0b0000.1000	0x08
5	4	0	4	0b0001.0000	0x10
6	5	0	5	0b0010.0000	0x20
7	6	0	6	0b0100.0000	0x40
8	7	0	7	0b1000.0000	0x80
9	8	1	0	0b0000.0001	0x01
10	9	1	1	0b0000.0010	0x02

## Merkregel: Hex-Werte der Bit-Masken

Die Hex-Werte für Bit-Masken folgen einem einfachen Muster:

1	2	4	8	16	32	64	128
Bit 0	Bit 1	Bit 2	Bit 3	Bit 4	Bit 5	Bit 6	Bit 7
0x01	0x02	0x04	0x08	0x10	0x20	0x40	0x80

## 2 Bit-Mapping bei Schieberegistern: MSB vs. LSB

Warum ordnet der CD4021 die Taster „rückwärts“ (Bit 7→0), während der 74HC595 die LEDs „vorwärts“ (Bit 0→7) ansteuert?

### 2.1 Das Grundprinzip – Wie Schieberegister arbeiten

#### 2.1.1 Was ist ein Flip-Flop?

Ein **Flip-Flop** ist die kleinste Speichereinheit in der Digitaltechnik – es kann genau **ein Bit** speichern (0 oder 1). Man kann es sich wie einen Lichtschalter vorstellen: Er ist entweder AN (1) oder AUS (0) und behält seinen Zustand, bis er aktiv umgeschaltet wird.

**Tabelle 24:** Flip-Flop: Die digitale Speicherzelle

Eigenschaft	Beschreibung
Speicherkapazität	Genau 1 Bit (0 oder 1)
Zustandsänderung	Nur bei Taktflanke (Clock)
Verhalten	Behält Zustand bis zum nächsten Takt
Symbol	D-Flip-Flop (D = Data)

#### 2.1.2 Das Schieberegister als Flip-Flop-Kette

Ein **Schieberegister** ist eine Reihenschaltung von Flip-Flops. Jedes Flip-Flop gibt bei jedem Taktimpuls seinen Inhalt an das nächste weiter:

```
8-Bit Schieberegister = 8 Flip-Flops in Reihe

+-----+ +-----+ +-----+ +-----+
| FF 0 |---->| FF 1 |---->| FF 2 |---->| FF 3 |----> ... ----> Ausgang
+-----+ +-----+ +-----+ +-----+
      ^
    Eingang
```

### Flip-Flops pro Chip

- **CD4021B:** 8 Flip-Flops (8-Bit Schieberegister)
- **74HC595:** 8 Flip-Flops + 8 Ausgangs-Latches (8-Bit)
- **Kaskadiert:** 13 Chips × 8 = 104 Flip-Flops für 100 LEDs

### 2.1.3 Die Becherkette-Analogie

Bei jedem Taktimpuls wandert jedes Bit um eine Position weiter – wie eine **Becherkette**, bei der jeder Becher seinen Inhalt an den Nachbarn weitergibt:

Becherkette mit 4 Bechern:

```
Takt 0:  [A] [ ] [ ] [ ]  <- A wird eingefuellt
Takt 1:  [B] [A] [ ] [ ]  <- A wandert weiter, B kommt nach
Takt 2:  [C] [B] [A] [ ]  <- Kette fuehlt sich
Takt 3:  [D] [C] [B] [A]  <- Kette voll
Takt 4:  [E] [D] [C] [B]  <- A faellt am Ende heraus!
```

#### Merkregel

##### Schieberegister = Becherkette

- Jeder Becher = 1 Flip-Flop = 1 Bit Speicher
- Jeder Takt = Alle Becher kippen gleichzeitig nach rechts
- Was links reinkommt, fällt irgendwann rechts raus

Die entscheidende Frage: **Wo kommt das Bit herein, und wo kommt es heraus?**

## 2.2 CD4021 – Vom Taster zum Mikrocontroller

### 2.2.1 Was der Chip tut

Der CD4021 ist ein **Parallel-zu-Seriell-Wandler** (PISO: Parallel In, Serial Out). Er hat 8 parallele Eingänge (P1–P8), an denen die Taster hängen. Auf Kommando ( $P_S$ -Pin = Load) übernimmt er alle 8 Zustände gleichzeitig in sein internes Register. Danach schiebt er sie Bit für Bit über den seriellen Ausgang (Q8) zum ESP32.

### 2.2.2 Die Hardware-Realität

Schauen wir ins Datenblatt: Der CD4021 gibt **P8 zuerst** aus, dann P7, dann P6 ... und P1 zuletzt. Die interne Schiebekette sieht so aus:

Schieberichtung: ->

```
+-----+ +-----+ +-----+ +-----+ +-----+ +-----+ +-----+ +-----+
| P1 | -->| P2 | -->| P3 | -->| P4 | -->| P5 | -->| P6 | -->| P7 | -->| P8 | --> Q8
+-----+ +-----+ +-----+ +-----+ +-----+ +-----+ +-----+ +-----+
                                     ^
                                   Serieller Ausgang
```

Nach dem LOAD-Signal liegt P8 direkt am Ausgang Q8 bereit. Mit jedem Taktimpuls rückt die Kette nach rechts:



**Tabelle 25:** CD4021: Bit-Reihenfolge am seriellen Ausgang Q8

Takt	Bit an Q8	Position im empfangenen Byte
1	P8	Bit 7 (MSB, zuerst empfangen)
2	P7	Bit 6
3	P6	Bit 5
4	P5	Bit 4
5	P4	Bit 3
6	P3	Bit 2
7	P2	Bit 1
8	P1	Bit 0 (LSB, zuletzt empfangen)

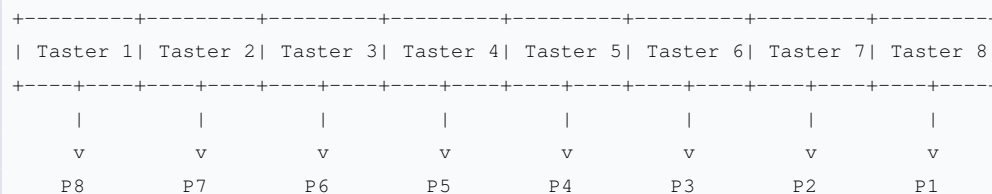
**Ergebnis**

Das empfangene Byte hat das Format [P8] [P7] [P6] [P5] [P4] [P3] [P2] [P1] – das höchstwertige Bit (MSB) kam zuerst.

**2.2.3 Die Verdrahtungskonvention im Projekt**

Die Taster sind so angeschlossen, dass **Taster 1 an P8** hängt, **Taster 8 an P1**:

Physische Verdrahtung:



**Warum diese Verdrahtung?** Damit die Taster-Nummer direkt der Bit-Position im empfangenen Byte entspricht:

- Taster 1 → P8 → kommt zuerst raus → landet auf Bit 7
- Taster 2 → P7 → kommt als zweites → landet auf Bit 6
- ...
- Taster 8 → P1 → kommt zuletzt → landet auf Bit 0

**2.2.4 Die Formel im Code**

```

1 // id = 1..8, wir wollen Bit 7..0
2 uint8_t btnMask_msb(uint8_t id) {

```

```

3     return 1u << (7 - ((id - 1) % 8));
4 }

```

Schritt für Schritt für Taster 3:

1.  $id = 3$
2.  $(id - 1) = 2 \rightarrow$  nullbasierter Index
3.  $(id - 1) \% 8 = 2 \rightarrow$  Position innerhalb eines Bytes
4.  $7 - 2 = 5 \rightarrow$  Bit-Position (von MSB gezählt)
5.  $1 \ll 5 = 0b0010.0000 = 0x20 \rightarrow$  Maske

**Tabelle 26:** CD4021: Maskenberechnung für Taster 1–8

Button ID	$(id-1) \% 8$	$7 - \dots$	Binär (nibbleweise)	Hex
1	0	7	0b1000.0000	0x80
2	1	6	0b0100.0000	0x40
3	2	5	0b0010.0000	0x20
4	3	4	0b0001.0000	0x10
5	4	3	0b0000.1000	0x08
6	5	2	0b0000.0100	0x04
7	6	1	0b0000.0010	0x02
8	7	0	0b0000.0001	0x01

Für Taster 9–10 (zweiter CD4021, Byte 1) wiederholt sich das Muster:

**Tabelle 27:** CD4021: Masken für Taster 9–10 (Byte 1)

Button ID	Byte	Bit	Maske
9	1	7	0x80
10	1	6	0x40

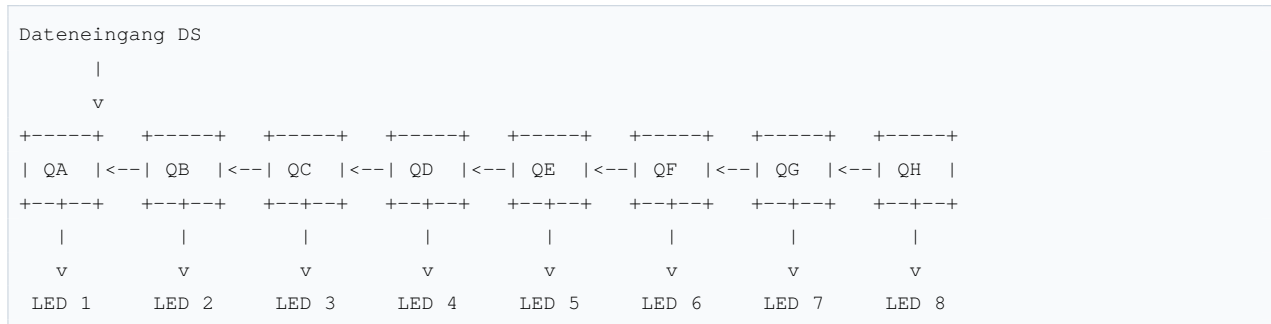
## 2.3 74HC595 – Vom Mikrocontroller zur LED

### 2.3.1 Was der Chip tut

Der 74HC595 ist ein **Seriell-zu-Parallel-Wandler** (SIPO: Serial In, Parallel Out) – das Gegenstück zum CD4021. Er empfängt Bits seriell vom ESP32 und gibt sie parallel an 8 Ausgängen (QA–QH) aus.

### 2.3.2 Die Hardware-Realität

Das **erste gesendete Bit** wandert durch die gesamte Kette und landet am Ende auf **QH**. Das **letzte Bit** bleibt am Anfang auf **QA**.



Wenn wir ein Byte mit `MSBFIRST` senden:

**Tabelle 28:** 74HC595: Bit-Verteilung beim Senden mit MSBFIRST

Takt	Gesendetes Bit	Wandert nach
1	Bit 7 (MSB)	→ QH
2	Bit 6	→ QG
3	Bit 5	→ QF
4	Bit 4	→ QE
5	Bit 3	→ QD
6	Bit 2	→ QC
7	Bit 1	→ QB
8	Bit 0 (LSB)	→ QA

## Ergebnis

Bit 0 landet auf QA, Bit 7 landet auf QH.

### 2.3.3 Die Verdrahtungskonvention im Projekt

Die LEDs hängen so, dass **LED 1 an QA**, **LED 8 an QH**:

- LED 1  $\rightarrow$  QA  $\rightarrow$  gesteuert durch Bit 0
- LED 2  $\rightarrow$  QB  $\rightarrow$  gesteuert durch Bit 1
- ...
- LED 8  $\rightarrow$  QH  $\rightarrow$  gesteuert durch Bit 7

### 2.3.4 Die Formel im Code

```

1 // id = 1..10, wir wollen Bit 0..9
2 void setOneHot(uint8_t selected_id) {
3     uint8_t bit = selected_id - 1; // 0..9
4     ledState[bit / 8] |= (1u << (bit % 8));
5 }

```

Schritt für Schritt für LED 5:

1.  $\text{selected\_id} = 5$
2.  $\text{bit} = 5 - 1 = 4 \rightarrow$  nullbasierter Index
3.  $\text{bit} / 8 = 0 \rightarrow$  Byte-Index (erstes Byte)
4.  $\text{bit} \% 8 = 4 \rightarrow$  Bit-Position innerhalb des Bytes
5.  $1 \ll 4 = 0b0001.0000 = 0x10 \rightarrow$  Maske

**Tabelle 29:** 74HC595: Maskenberechnung für LEDs 1–10

LED ID	bit	Byte	Bit-Pos	Binär (nibbleweise)	Hex
1	0	0	0	0b0000.0001	0x01
2	1	0	1	0b0000.0010	0x02
3	2	0	2	0b0000.0100	0x04
4	3	0	3	0b0000.1000	0x08
5	4	0	4	0b0001.0000	0x10
6	5	0	5	0b0010.0000	0x20
7	6	0	6	0b0100.0000	0x40
8	7	0	7	0b1000.0000	0x80
9	8	1	0	0b0000.0001	0x01
10	9	1	1	0b0000.0010	0x02

## 2.4 Warum die Asymmetrie?

Die unterschiedliche Bit-Reihenfolge ist kein Fehler – sie ergibt sich aus der **Schieberichtung** der beiden Chips:

**Tabelle 30:** Vergleich der Schieberichtung beider Chips

Chip	Typ	Schieberichtung	Erstes Bit	Letztes Bit
CD4021	PISO	P1 → P2 → ... → Q8	P8 → Bit 7 (MSB)	P1 → Bit 0 (LSB)
74HC595	SIPO	DS → QH → ... → QA	Bit 7 → QH	Bit 0 → QA

Beide Chips verwenden `MSBFIRST` als SPI-Modus. Das bedeutet:

- **CD4021:** Der Chip gibt MSB zuerst aus → wir empfangen MSB zuerst → BTN1 liegt auf Bit 7
- **74HC595:** Wir senden MSB zuerst → MSB wandert nach hinten (QH) → LED1 braucht Bit 0

## 2.5 Zusammenfassung: Das Bit-Layout

### CD4021 (Taster einlesen) – MSB first

```

Byte 0: [BTN1][BTN2][BTN3][BTN4][BTN5][BTN6][BTN7][BTN8]
        Bit7 Bit6 Bit5 Bit4 Bit3 Bit2 Bit1 Bit0
        (MSB)                                     (LSB)

Byte 1: [BTN9][BTN10][ - ][ - ][ - ][ - ][ - ][ - ]
        Bit7 Bit6 (ungenutzt)

```

### 74HC595 (LEDs ansteuern) – LSB mapping

```

Byte 0: [LED1][LED2][LED3][LED4][LED5][LED6][LED7][LED8]
        Bit0 Bit1 Bit2 Bit3 Bit4 Bit5 Bit6 Bit7
        (LSB)                                     (MSB)

Byte 1: [LED9][LED10][ - ][ - ][ - ][ - ][ - ][ - ]
        Bit0 Bit1 (ungenutzt)

```

### 2.5.1 Die Formeln auf einen Blick

```

1 // Taster: MSB-first -> Bit 7 zuerst
2 uint8_t btnMask = 1u << (7 - ((id - 1) % 8));
3 uint8_t btnByte = (id - 1) / 8;
4
5 // LEDs: LSB-mapping -> Bit 0 zuerst
6 uint8_t ledMask = 1u << ((id - 1) % 8);
7 uint8_t ledByte = (id - 1) / 8;

```

**Fazit**

Die Software kompensiert die Hardware-bedingte Asymmetrie durch unterschiedliche Masken-Berechnungen – und am Ende passt **Taster i** zu **LED i**.