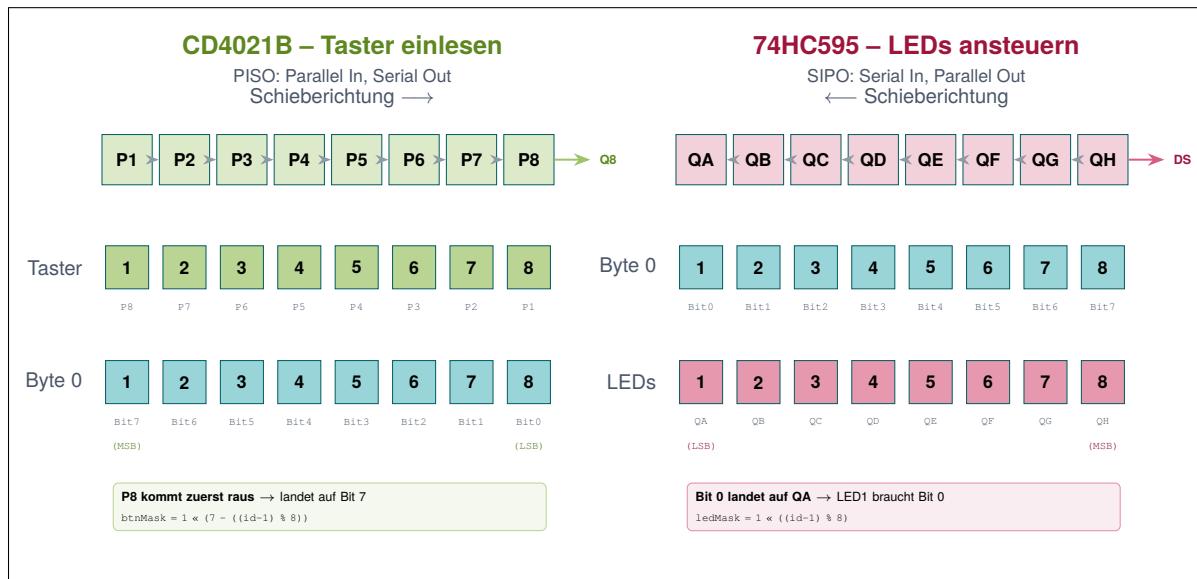


Bit-Mapping bei Schieberegistern

CD4021B (Input) & 74HC595 (Output)

MSB vs. LSB – Warum die Asymmetrie?

ESP32-S3 • Selection Panel • SPI-Kommunikation



Keywords

CD4021B • 74HC595 • PISO/SIPO • MSB/LSB • Bit-Masken

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen: Zahlensysteme und Bit-Operationen	1
1.1	Zahlensysteme: Dezimal, Binär, Hexadezimal	1
1.2	Datentypen und Wertebereiche (C++ / ESP32)	2
1.3	Skalierung: Von 8 auf 100+ Bits	6
1.4	Bit-Positionen in einem Byte	9
1.5	Der Modulo-Operator (%)	9
1.6	Der Linksshift-Operator («)	10
1.7	Der Rechtsshift-Operator (»)	11
1.8	Vergleich: Linksshift vs. Rechtsshift	12
1.9	Bitweise logische Operatoren	14
1.10	Bits manipulieren: Setzen, Löschen, Umschalten, Prüfen	16
1.11	Zusammenfassung: Bit-Operationen	19
1.12	Zusammenspiel: LED 5 ansteuern	19
1.13	Komplette Umrechnungstabelle für LEDs 1–10	20
2	Bit-Mapping bei Schieberegistern: MSB vs. LSB	21
2.1	Das Grundprinzip – Wie Schieberegister arbeiten	21
2.2	CD4021 – Vom Taster zum Mikrocontroller	22
2.3	74HC595 – Vom Mikrocontroller zur LED	24
2.4	Warum die Asymmetrie?	26
2.5	Zusammenfassung: Das Bit-Layout	27

1 Grundlagen: Zahlensysteme und Bit-Operationen

Bevor wir uns mit Schieberegistern beschäftigen, müssen wir verstehen, wie Computer mit Zahlen arbeiten.

1.1 Zahlensysteme: Dezimal, Binär, Hexadezimal

Computer arbeiten intern mit Bits – Einsen und Nullen. Für uns Menschen ist das unübersichtlich, deshalb nutzen wir verschiedene Schreibweisen für dieselbe Zahl.

1.1.1 Die drei Darstellungen

Tabelle 1: Zahlensysteme im Vergleich

System	Basis	Ziffern	Präfix in C/C++
Dezimal	10	0–9	(keiner)
Binär	2	0, 1	0b
Hexadezimal	16	0–9, A–F	0x

Nibble-Schreibweise

Ein **Nibble** ist eine Gruppe von 4 Bits. Wir schreiben Binärzahlen mit einem Punkt als Trenner, um die Lesbarkeit zu erhöhen:

0b0001.0000 statt 0b00010000

Ein Nibble entspricht genau einer Hex-Ziffer – das macht die Umrechnung einfach.

1.1.2 Umrechnungstabelle: Dezimal – Binär – Hexadezimal

Tabelle 2: Umrechnungstabelle für ein Nibble (4 Bit)

	Dezimal	Binär	Hex
0	0000	0	
1	0001	1	
2	0010	2	
3	0011	3	
4	0100	4	
5	0101	5	
6	0110	6	
7	0111	7	
8	1000	8	
9	1001	9	
10	1010	A	
11	1011	B	
12	1100	C	
13	1101	D	
14	1110	E	
15	1111	F	

1.1.3 Beispiel: Die Zahl 16

```

Dezimal: 16
Binaer: 0b0001.0000 (1 Nibble = 0001, 2. Nibble = 0000)
Hex:     0x10          (1. Hex-Ziffer = 1, 2. Hex-Ziffer = 0)

```

Die Umrechnung Binär → Hex funktioniert nibbleweise:

1.2 Datentypen und Wertebereiche (C++ / ESP32)

In der Embedded-Programmierung ist es wichtig, den **exakten Speicherbedarf** eines Datentyps zu kennen. C++ bietet dafür Typen mit garantierter Bitbreite.

1.2.1 Ganzzahl-Typen mit fester Breite

Tabelle 3: Integer-Datentypen mit fester Bitbreite (stdint.h)

Typ	Bits	Wertebereich	Hex-Bereich
uint8_t	8	0 bis 255	0x00 – 0xFF
int8_t	8	-128 bis +127	0x80 – 0x7F
uint16_t	16	0 bis 65.535	0x0000 – 0xFFFF
int16_t	16	-32.768 bis +32.767	0x8000 – 0x7FFF
uint32_t	32	0 bis 4.294.967.295	0x00000000 – 0xFFFFFFFF
int32_t	32	±2.147.483.647	0x80000000 – 0x7FFFFFFF

Namenskonvention

- `u` = **unsigned** (vorzeichenlos, nur positive Werte)
- Zahl = **Bitbreite** (8, 16, 32, 64)
- `_t` = **type** (Kennzeichnung als Typedef)

Beispiel: `uint8_t` = unsigned integer, 8 Bit, type

1.2.2 Warum `uint8_t` für Schieberegister?

Ein Schieberegister verarbeitet genau **8 Bits** – ein Byte. Der Typ `uint8_t` passt perfekt:

```

1 #include <stdint.h> // oder <cstdint> in modernem C++
2
3 uint8_t buttonState = 0; // 8 Taster = 8 Bits = 1 Byte
4 uint8_t ledState[2] = {0, 0}; // 10 LEDs = 10 Bits = 2 Bytes

```

Tabelle 4: Vergleich: `uint8_t` vs. alternative Typen

Typ	Bits	Garantiert?	Empfehlung
uint8_t	8	Ja, immer exakt 8 Bit	Empfohlen
unsigned char	8	Ja, mindestens 8 Bit	OK, aber weniger explizit
byte	8	Nur in Arduino-Framework	Nicht portabel
int	32	Plattformabhängig	Zu groß, verschwendet RAM

1.2.3 ESP32-S3: Speicher und Performance

Der ESP32-S3 ist ein 32-Bit-Mikrocontroller. Das bedeutet:

Tabelle 5: ESP32-S3: Datentypen und Speicher

Typ	Speicher	Anwendung
uint8_t	1 Byte	Schieberegister, GPIO-Zustände
uint16_t	2 Bytes	ADC-Werte (12 Bit), Timer
uint32_t	4 Bytes	Zeitstempel (<code>millis()</code>), Adressen
bool	1 Byte	Flags, Zustände (true/false)
float	4 Bytes	Sensorwerte mit Nachkommastellen

Überlauf beachten!

Wenn ein Wert den Wertebereich überschreitet, springt er auf den Anfang zurück:

```

1 uint8_t x = 255;
2 x = x + 1;           // x ist jetzt 0, nicht 256!
3
4 uint8_t y = 0;
5 y = y - 1;           // y ist jetzt 255, nicht -1!

```

Dies nennt man **Überlauf** (Overflow) bzw. **Unterlauf** (Underflow).

1.2.4 Literal-Suffixe für Klarheit

In C++ kann man Zahlen mit Suffixen versehen, um den Typ explizit anzugeben:

```

1 uint8_t mask = 1u << 4;      // 'u' = unsigned (wichtig bei Shifts!)
2 uint32_t bigNum = 1000000UL; // 'UL' = unsigned long (32 Bit)

```

Tabelle 6: Literal-Suffixe in C++

Suffix	Typ	Beispiel
(keiner)	int	42
u / U	unsigned int	42u
l / L	long	42L
ul / UL	unsigned long	42UL
f / F	float	3.14f

1.2.5 Warum `1u` bei Bit-Operationen?

Das `u` hinter einer Zahl bedeutet **unsigned** (vorzeichenlos). Bei Bit-Operationen ist das entscheidend wichtig.

Tabelle 7: Vergleich: `1` vs. `1u` bei Shift-Operationen

Code	Typ von 1	Bedeutung
<code>1 << 4</code>	<code>int (signed)</code>	Vorzeichen-behaftet, kann negativ werden
<code>1u << 4</code>	<code>unsigned int</code>	Nur positiv, sicheres Bit-Shifting

Das Problem mit signed Integers

Bei `signed` Typen ist das höchste Bit das **Vorzeichen-Bit**:

```
int8_t (signed, 8 Bit):
+---+---+---+---+---+---+---+
| V | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |  V = Vorzeichen-Bit
+---+---+---+---+---+---+---+
^
|
0 = positiv (+0 bis +127)
1 = negativ (-128 bis -1)

uint8_t (unsigned, 8 Bit):
+---+---+---+---+---+---+---+
| 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |  Alle Bits fuer den Wert
+---+---+---+---+---+---+---+
^
|
Kein Vorzeichen, Wert 0 bis 255
```

Konkretes Beispiel: Was passiert bei `1 << 7`?

```
1 // OHNE 'u' - problematisch:
2 int result = 1 << 7;      // 1 << 7 = 128
3 int8_t x = result;        // 128 passt nicht in int8_t (-128 bis +127) !
4                         // Ergebnis: x = -128 (Ueberlauf ins Vorzeichen-Bit)
5
6 // MIT 'u' - sicher:
7 unsigned int result = 1u << 7; // 1u << 7 = 128
8 uint8_t y = result;          // 128 passt in uint8_t (0 bis 255)
9                         // Ergebnis: y = 128 ✓
```

Undefined Behavior vermeiden!

Ein Linksshift, der das Vorzeichen-Bit eines `signed` Typs verändert, ist in C++ **undefiniertes Verhalten**. Der Compiler kann alles machen – das Programm kann abstürzen, falsche Werte liefern, oder zufällig funktionieren.

Best Practice: Immer `1u` bei Bit-Operationen

Verwende **immer** `1u` statt `1` bei Shift-Operationen:

```

1 // Bit-Masken erzeugen:
2 uint8_t mask = 1u << 7;           // ✓ Sicher
3 uint8_t mask = 1 << 7;           // ✗ Riskant
4
5 // Bits setzen:
6 ledState |= (1u << bitPos);    // ✓ Sicher
7 ledState |= (1 << bitPos);     // ✗ Riskant
8
9 // Bits löschen:
10 ledState &= ~(1u << bitPos);   // ✓ Sicher
11 ledState &= ~(1 << bitPos);   // ✗ Riskant

```

Merkregel: Siehst du « oder », schreib `1u` statt `1`.

1.3 Skalierung: Von 8 auf 100+ Bits

Was passiert, wenn wir nicht nur 8 LEDs haben, sondern 100? Brauchen wir einen `uint100_t`? Die Antwort: Nein – wir verwenden **Arrays**.

1.3.1 Das Problem: Standard-Typen enden bei 64 Bit

Tabelle 8: Verfügbare Integer-Typen in C++

Typ	Bits	Status
<code>uint8_t</code>	8	✓ Standard
<code>uint16_t</code>	16	✓ Standard
<code>uint32_t</code>	32	✓ Standard
<code>uint64_t</code>	64	✓ Standard (Maximum!)

Der ESP32-S3 ist ein **32-Bit-Prozessor** – er kann maximal 32 Bits in einem Rechenschritt verarbeiten. Für größere Datenmengen müssen wir die Arbeit aufteilen.

1.3.2 Die Lösung: Arrays von Bytes

Statt eines riesigen Integer-Typs verwenden wir ein **Array aus `uint8_t`**:

```

1 // Berechnung: Wie viele Bytes brauchen wir?
2 // 100 Bits / 8 Bits pro Byte = 12.5 -> aufrunden = 13 Bytes
3
4 // 100 LEDs = 100 Bits = 13 Bytes (13 x 8 = 104 Bits, davon 100 genutzt)
5 uint8_t ledState[13] = {0};
6

```

```

7 // 100 Taster = 100 Bits = 13 Bytes
8 uint8_t buttonState[13] = {0};

```

Formel: Anzahl Bytes berechnen

$$\text{Bytes} = \left\lceil \frac{\text{Anzahl Bits}}{8} \right\rceil = \frac{\text{Bits} + 7}{8} \quad (\text{ganzzahlig})$$

In C++:

```

1 #define NUM_LEDS 100
2 #define NUM_BYTES ((NUM_LEDS + 7) / 8) // = 13
3 uint8_t ledState[NUM_BYTES] = {0};

```

1.3.3 Die Formeln skalieren automatisch

Die gleichen Formeln funktionieren für 10, 100 oder 1000 LEDs:

```

1 // LED einschalten (funktioniert fuer jede Anzahl!)
2 void setLed(uint8_t id) {
3     uint8_t byteIndex = (id - 1) / 8;      // Welches Byte?
4     uint8_t bitPosition = (id - 1) % 8;    // Welches Bit im Byte?
5     ledState[byteIndex] |= (1u << bitPosition);
6 }
7
8 // LED ausschalten
9 void clearLed(uint8_t id) {
10    uint8_t byteIndex = (id - 1) / 8;
11    uint8_t bitPosition = (id - 1) % 8;
12    ledState[byteIndex] &= ~(1u << bitPosition);
13 }
14
15 // LED-Status abfragen
16 bool getLed(uint8_t id) {
17     uint8_t byteIndex = (id - 1) / 8;
18     uint8_t bitPosition = (id - 1) % 8;
19     return ledState[byteIndex] & (1u << bitPosition);
20 }

```

1.3.4 Beispiel: LED 87 einschalten

```

id = 87

Schritt 1: byteIndex = (87 - 1) / 8 = 86 / 8 = 10
          -> LED 87 liegt in Byte 10

Schritt 2: bitPosition = (87 - 1) % 8 = 86 % 8 = 6
          -> LED 87 liegt auf Bit 6 (innerhalb Byte 10)

```

```

Schritt 3: mask = lu << 6 = 0b0100.0000 = 0x40

Schritt 4: ledState[10] |= 0x40
-> Bit 6 in Byte 10 wird gesetzt

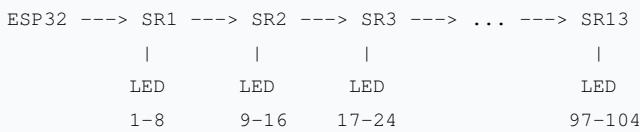
```

Tabelle 9: Beispiele: Byte-Index und Bit-Position für verschiedene LEDs

LED	(id-1)	Byte	Bit	Maske
1	0	0	0	0b0000.0001
8	7	0	7	0b1000.0000
9	8	1	0	0b0000.0001
16	15	1	7	0b1000.0000
50	49	6	1	0b0000.0010
87	86	10	6	0b0100.0000
100	99	12	3	0b0000.1000

1.3.5 Hardware: Kaskadierung der Schieberegister

Für 100 LEDs brauchen wir 13 Schieberegister (74HC595) in Reihe:



Die Daten werden als **zusammenhängendes Array** gesendet:

```

1 #define NUM_LEDS 100
2 #define NUM_BYTES ((NUM_LEDS + 7) / 8) // 13
3
4 uint8_t ledState[NUM_BYTES] = {0};
5
6 void updateShiftRegisters() {
7     digitalWrite(LATCH_PIN, LOW);
8     // Bytes rückwärts senden (letztes Byte zuerst)
9     for (int i = NUM_BYTES - 1; i >= 0; i--) {
10         SPI.transfer(ledState[i]);
11     }
12     digitalWrite(LATCH_PIN, HIGH);
13 }

```

Merkregel: Skalierung

- **Bits → Bytes:** $(\text{bits} + 7) / 8$
- **ID → Byte-Index:** $(\text{id} - 1) / 8$
- **ID → Bit-Position:** $(\text{id} - 1) \% 8$
- **Maske:** $\text{lu} \ll \text{bitPosition}$

Diese Formeln funktionieren für **jede** Anzahl von LEDs oder Tastern!

1.4 Bit-Positionen in einem Byte

Ein Byte besteht aus 8 Bits. Jedes Bit hat eine **Position** (0–7) und einen **Stellenwert** (Potenz von 2).

Tabelle 10: Bit-Positionen und Stellenwerte in einem Byte

Position	7	6	5	4	3	2	1	0
Stellenwert	128	64	32	16	8	4	2	1
Potenz	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Bezeichnung	MSB							
	LSB							

- **MSB** (Most Significant Bit) = Bit 7 = höchstwertiges Bit
- **LSB** (Least Significant Bit) = Bit 0 = niedrigstwertiges Bit

1.5 Der Modulo-Operator (%)

Der Modulo-Operator berechnet den **Rest einer Division**. Wenn wir $a \% b$ schreiben, fragen wir: „Wie viel bleibt übrig, wenn ich a durch b teile?“

1.5.1 Grundprinzip

```
a % b = Rest von (a / b)
```

Beispiel: $13 \% 5$

$13 / 5 = 2$ Rest 3

Also: $13 \% 5 = 3$

1.5.2 Warum $\text{bit \% 8} = 4$?

Wenn wir LED 5 ansteuern wollen, rechnen wir:

```
selected_id = 5
bit = selected_id - 1 = 4      // nullbasierter Index (0..9 statt 1..10)

bit % 8 = 4 % 8 = ?
```

Die Rechnung im Detail:

1. Division: $4 \div 8 = 0$ (ganzzahlig, da $4 < 8$)
2. Multiplikation zurück: $0 \times 8 = 0$
3. Rest: $4 - 0 = 4$
4. Ergebnis: $4 \% 8 = 4$

Faustregel

Wenn die Zahl **kleiner** als der Divisor ist, ist das Ergebnis die Zahl selbst:

$$4 \% 8 = 4 \quad (\text{weil } 4 < 8)$$

1.5.3 Wozu brauchen wir % 8?

Der Modulo-Operator mit 8 gibt uns die **Position innerhalb eines Bytes**:

Tabelle 11: Modulo 8: Position innerhalb des Bytes

bit	bit % 8	Bedeutung
0	0	Bit 0 in Byte 0
1	1	Bit 1 in Byte 0
2	2	Bit 2 in Byte 0
...
7	7	Bit 7 in Byte 0
8	0	Bit 0 in Byte 1 (!)
9	1	Bit 1 in Byte 1

Ab Bit 8 „springt“ der Wert wieder auf 0 – wir sind im nächsten Byte.

1.6 Der Linksshift-Operator (<<)

Der Operator << verschiebt alle Bits einer Zahl nach links. Dabei werden rechts Nullen nachgefüllt.

1.6.1 Grundprinzip

```
a << n bedeutet: Verschiebe alle Bits von a um n Positionen nach links
Sprich: "a Linksshift n" oder "a um n nach links"
```

```
Beispiel: 1 << 4
Start: 0b0000.0001 (die Zahl 1)
Shift:      ----- (4 Positionen nach links)
Result: 0b0001.0000 (die Zahl 16)
```

1.6.2 Schritt für Schritt: $1 \ll 4$

Tabelle 12: Linksshift: $1 \ll 4$ Schritt für Schritt

Operation	Binär (nibbleweise)	Dezimal	Potenz
Start: 1	0b0000.0001	1	2^0
$1 \ll 1$	0b0000.0010	2	2^1
$1 \ll 2$	0b0000.0100	4	2^2
$1 \ll 3$	0b0000.1000	8	2^3
$1 \ll 4$	0b0001.0000	16	2^4

Mathematischer Zusammenhang

Linksshift um n Positionen entspricht einer Multiplikation mit 2^n :

$$1 \ll 4 = 1 \times 2^4 = 1 \times 16 = 16 = 0x10$$

1.7 Der Rechtsshift-Operator (»)

Der Operator » ist das Gegenstück zum Linksshift – er verschiebt alle Bits nach **rechts**. Dabei fallen Bits rechts heraus und links werden Nullen nachgefüllt.

1.7.1 Grundprinzip

```
a >> n bedeutet: Verschiebe alle Bits von a um n Positionen nach rechts
Sprich: "a Rechtsshift n" oder "a um n nach rechts"
```

```
Beispiel: 16 >> 2
Start: 0b0001.0000 (die Zahl 16)
Shift: <----- (2 Positionen nach rechts)
Result: 0b0000.0100 (die Zahl 4)
```

1.7.2 Schritt für Schritt: $16 \gg n$

Tabelle 13: Rechtsshift: $16 \gg n$ Schritt für Schritt

Operation	Binär (nibbleweise)	Dezimal	Division
Start: 16	0b0001.0000	16	$16 \div 2^0 = 16$
$16 \gg 1$	0b0000.1000	8	$16 \div 2^1 = 8$
$16 \gg 2$	0b0000.0100	4	$16 \div 2^2 = 4$
$16 \gg 3$	0b0000.0010	2	$16 \div 2^3 = 2$
$16 \gg 4$	0b0000.0001	1	$16 \div 2^4 = 1$
$16 \gg 5$	0b0000.0000	0	$16 \div 2^5 = 0$ (abgerundet)

Mathematischer Zusammenhang

Rechtsshift um n Positionen entspricht einer **ganzzahligen Division** durch 2^n :

$$16 \gg 2 = 16 \div 2^2 = 16 \div 4 = 4$$

Achtung: Das Ergebnis wird abgerundet (keine Nachkommastellen).

1.8 Vergleich: Linksshift vs. Rechtsshift

Tabelle 14: Gegenüberstellung der Shift-Operatoren

	Linksshift «	Rechtsshift »
Symbol	« (Doppel-Kleiner)	» (Doppel-Größer)
Richtung	Bits wandern nach links	Bits wandern nach rechts
Auffüllen	Rechts mit Nullen	Links mit Nullen
Mathematik	Multiplikation mit 2^n	Division durch 2^n
Beispiel	$1 \ll 4 = 16$	$16 \gg 2 = 4$

1.8.1 Wann braucht man welchen Operator?

Tabelle 15: Typische Anwendungsfälle für Shift-Operatoren

Aufgabe	Operator	Beispiel
Bit-Maske erzeugen	<code><<</code>	<code>1 << 4 → Maske für Bit 4</code>
Schnelle Multiplikation	<code><<</code>	<code>x << 3 → x × 8</code>
Byte-Index berechnen	<code>>></code>	<code>bit >> 3 → bit / 8</code>
Schnelle Division	<code>>></code>	<code>x >> 2 → x ÷ 4</code>
Bits extrahieren	<code>>></code>	High-Nibble: <code>x >> 4</code>

1.8.2 Praxisbeispiel: Byte-Index mit Rechtsshift

Im Schieberegister-Code berechnen wir den Byte-Index mit Division:

```
1 uint8_t byteIndex = bit / 8; // Welches Byte?
```

Der Compiler ersetzt dies intern durch einen Rechtsshift, weil Division durch 8 = Division durch 2^3 :

```
1 uint8_t byteIndex = bit >> 3; // Identisch, aber schneller
```

Tabelle 16: Byte-Index-Berechnung: Division vs. Rechtsshift

bit	bit / 8	bit >> 3	Byte
0	0	0	Byte 0
4	0	0	Byte 0
7	0	0	Byte 0
8	1	1	Byte 1
15	1	1	Byte 1
16	2	2	Byte 2

Merkregel: Die Shift-Operatoren

`<<` zeigt nach links → Bits nach links → **Multiplikation**
`>>` zeigt nach rechts → Bits nach rechts → **Division**

1.8.3 Warum eine Bit-Maske?

Eine **Bit-Maske** ist ein Byte, bei dem genau ein Bit gesetzt ist. Sie dient dazu, ein einzelnes Bit in einem Byte zu manipulieren.

```

1 << 0 = 0b0000.0001 = 0x01 // Maske fuer Bit 0
1 << 1 = 0b0000.0010 = 0x02 // Maske fuer Bit 1
1 << 2 = 0b0000.0100 = 0x04 // Maske fuer Bit 2
1 << 3 = 0b0000.1000 = 0x08 // Maske fuer Bit 3
1 << 4 = 0b0001.0000 = 0x10 // Maske fuer Bit 4
1 << 5 = 0b0010.0000 = 0x20 // Maske fuer Bit 5
1 << 6 = 0b0100.0000 = 0x40 // Maske fuer Bit 6
1 << 7 = 0b1000.0000 = 0x80 // Maske fuer Bit 7

```

1.9 Bitweise logische Operatoren

Um einzelne Bits zu manipulieren, brauchen wir neben den Shift-Operatoren auch **logische Operatoren**. Diese arbeiten Bit für Bit – daher „bitweise“.

1.9.1 Übersicht: Die vier Operatoren

Tabelle 17: Bitweise logische Operatoren in C++

Operator	Name	Sprechweise	Anwendung
	OR	„Oder“	Bits setzen
&	AND	„Und“	Bits prüfen / maskieren
~	NOT	„Nicht“	Bits invertieren
^	XOR	„Exklusiv-Oder“	Bits umschalten (toggle)

1.9.2 Wahrheitstabellen

Jeder Operator hat eine **Wahrheitstabelle**, die zeigt, was bei jeder Kombination von Eingabe-Bits herauskommt.

Tabelle 18: Wahrheitstabelle: OR (|)

A	B	A B	Regel
0	0	0	Beide 0 → Ergebnis 0
0	1	1	Mindestens einer 1 → Ergebnis 1
1	0	1	Mindestens einer 1 → Ergebnis 1
1	1	1	Mindestens einer 1 → Ergebnis 1

Merkregel OR

OR liefert 1, wenn **mindestens ein** Eingang 1 ist.

Eselsbrücke: „Oder“ – einer **oder** der andere (oder beide).

Tabelle 19: Wahrheitstabelle: AND ($\&$)

A	B	A & B	Regel
0	0	0	Nicht beide 1 \rightarrow Ergebnis 0
0	1	0	Nicht beide 1 \rightarrow Ergebnis 0
1	0	0	Nicht beide 1 \rightarrow Ergebnis 0
1	1	1	Beide 1 \rightarrow Ergebnis 1

Merkregel AND

AND liefert 1, wenn **beide** Eingänge 1 sind.

Eselsbrücke: „Und“ – dieser **und** jener müssen wahr sein.

Tabelle 20: Wahrheitstabelle: NOT (\sim)

A	$\sim A$	Regel
0	1	Aus 0 wird 1
1	0	Aus 1 wird 0

Merkregel NOT

NOT **invertiert** jedes Bit – aus 0 wird 1, aus 1 wird 0.

Eselsbrücke: „Nicht“ – das Gegenteil.

Tabelle 21: Wahrheitstabelle: XOR (\wedge)

A	B	$A \wedge B$	Regel
0	0	0	Gleich \rightarrow Ergebnis 0
0	1	1	Unterschiedlich \rightarrow Ergebnis 1
1	0	1	Unterschiedlich \rightarrow Ergebnis 1
1	1	0	Gleich \rightarrow Ergebnis 0

Merkregel XOR

XOR liefert 1, wenn die Eingänge **unterschiedlich** sind.

Eselsbrücke: „Entweder-Oder“ – aber nicht beide!

1.10 Bits manipulieren: Setzen, Löschen, Umschalten, Prüfen

Mit Bit-Masken und logischen Operatoren können wir einzelne Bits gezielt verändern, ohne die anderen Bits zu beeinflussen.

1.10.1 Bit setzen mit OR (`|=`)

Um ein Bit auf 1 zu setzen, verwenden wir **OR mit der Maske**:

```
1 ledState |= (1u << bitPos); // Bit setzen
```

Warum funktioniert das?

```
Beispiel: Bit 4 setzen in ledState = 0b0000.0000

ledState: 0b0000.0000      (vorher)
Maske:    0b0001.0000      (1u << 4)
          ----- OR
Ergebnis: 0b0001.0000      (nachher: Bit 4 ist jetzt 1)
```

Was passiert mit den anderen Bits?

```
Beispiel: Bit 4 setzen, aber Bit 7 ist schon 1

ledState: 0b1000.0000      (vorher: Bit 7 = 1)
Maske:    0b0001.0000      (1u << 4)
          ----- OR
Ergebnis: 0b1001.0000      (nachher: Bit 7 bleibt, Bit 4 neu)

Bit fuer Bit betrachtet:
Position: 7 6 5 4 3 2 1 0
ledState: 1 0 0 0 0 0 0 0
Maske:    0 0 0 1 0 0 0 0
          ----- OR (mindestens einer 1 -> 1)
Ergebnis: 1 0 0 1 0 0 0 0
          ^
          |
          | Neu gesetzt
          Unverändert!
```

OR zum Setzen

$x \mid 0 = x$ (bleibt gleich) und $x \mid 1 = 1$ (wird 1)

Deshalb: OR mit einer Maske **setzt** das Masken-Bit, ohne andere zu verändern.

1.10.2 Bit löschen mit AND und NOT (`&= ~`)

Um ein Bit auf 0 zu setzen (zu „löschen“), verwenden wir **AND mit der invertierten Maske**:

```
1 ledState &= ~(lu << bitPos); // Bit loeschen
```

Schritt für Schritt

Beispiel: Bit 4 loeschen in ledState = 0b0001.0000

Schritt 1: Maske erzeugen

```
lu << 4 = 0b0001.0000
```

Schritt 2: Maske invertieren mit NOT (~)

```
~(lu << 4) = ~0b0001.0000 = 0b1110.1111
```

Schritt 3: AND mit invertierter Maske

ledState:	0b0001.0000	(vorher: Bit 4 = 1)
-----------	-------------	---------------------

~Maske:	0b1110.1111
---------	-------------

-----	AND
-------	-----

Ergebnis:	0b0000.0000	(nachher: Bit 4 = 0)
-----------	-------------	----------------------

Was passiert mit den anderen Bits?

Beispiel: Bit 4 loeschen, aber andere Bits behalten

ledState:	0b1001.0011	(vorher: mehrere Bits gesetzt)
-----------	-------------	--------------------------------

~Maske:	0b1110.1111	(~(lu << 4))
---------	-------------	--------------

-----	AND
-------	-----

Ergebnis:	0b1000.0011	(nachher: nur Bit 4 geloescht)
-----------	-------------	--------------------------------

Bit fuer Bit betrachtet:

Position:	7 6 5 4 3 2 1 0
-----------	-----------------

ledState:	1 0 0 1 0 0 1 1
-----------	-----------------

~Maske:	1 1 1 0 1 1 1 1
---------	-----------------

-----	AND (beide 1 -> 1)
-------	--------------------

Ergebnis:	1 0 0 0 0 0 1 1
-----------	-----------------

^

Geloescht (0 AND x = 0)

^ ^ ^

Unveraendert (1 AND x = x)

AND zum Löschen

$x \& 1 = x$ (bleibt gleich) und $x \& 0 = 0$ (wird 0)

Deshalb: AND mit einer **invertierten** Maske **löscht** das Masken-Bit.

1.10.3 Bit umschalten (toggle) mit XOR ($\hat{=}$)

Um ein Bit umzuschalten (0→1 oder 1→0), verwenden wir **XOR mit der Maske**:

```
1 ledState ^= (lu << bitPos); // Bit umschalten
```

Warum funktioniert das?

```
Beispiel 1: Bit 4 ist 0 -> wird 1
ledState:      0b0000.0000
Maske:        0b0001.0000
              -----
Ergebnis:     0b0001.0000      (0 XOR 1 = 1)
```

```
Beispiel 2: Bit 4 ist 1 -> wird 0
ledState:      0b0001.0000
Maske:        0b0001.0000
              -----
Ergebnis:     0b0000.0000      (1 XOR 1 = 0)
```

XOR zum Umschalten

$x \wedge 0 = x$ (bleibt gleich) und $x \wedge 1 = \sim x$ (wird invertiert)

Deshalb: XOR mit einer Maske **togglet** das Masken-Bit.

1.10.4 Bit prüfen mit AND (&)

Um zu prüfen, ob ein Bit gesetzt ist, verwenden wir **AND mit der Maske**:

```
1 if (ledState & (1u << bitPos)) {
2     // Bit ist gesetzt (= 1)
3 } else {
4     // Bit ist nicht gesetzt (= 0)
5 }
```

Warum funktioniert das?

```
Beispiel 1: Bit 4 ist gesetzt
ledState:      0b0001.0000
Maske:        0b0001.0000
              -----
Ergebnis:     0b0001.0000 = 16  (nicht 0 -> true)
```

```
Beispiel 2: Bit 4 ist nicht gesetzt
ledState:      0b0000.0000
Maske:        0b0001.0000
              -----
Ergebnis:     0b0000.0000 = 0   (0 -> false)
```

AND zum Prüfen

AND mit einer Maske liefert:

- **Nicht 0** (true), wenn das Bit gesetzt ist
- **0** (false), wenn das Bit nicht gesetzt ist

1.11 Zusammenfassung: Bit-Operationen

Tabelle 22: Die vier Bit-Operationen auf einen Blick

Operation	Code	Erklärung
Bit setzen	<code>x = (1u << n);</code>	OR: $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 1$
Bit löschen	<code>x &= ~(1u << n);</code>	AND mit NOT: $1 \rightarrow 0, 0 \rightarrow 0$
Bit umschalten	<code>x ^= (1u << n);</code>	XOR: $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$
Bit prüfen	<code>if (x & (1u << n))</code>	AND: ergibt 0 oder $\neq 0$

```

1 // Komplettes Beispiel: LED-Steuerung
2 #define LED_PIN 4
3
4 uint8_t ledState = 0;
5
6 // LED einschalten
7 ledState |= (1u << LED_PIN);      // Bit 4 setzen
8
9 // LED ausschalten
10 ledState &= ~(1u << LED_PIN);     // Bit 4 loeschen
11
12 // LED umschalten
13 ledState ^= (1u << LED_PIN);     // Bit 4 toggeln
14
15 // LED-Status pruefen
16 if (ledState & (1u << LED_PIN)) {
17     Serial.println("LED ist AN");
18 } else {
19     Serial.println("LED ist AUS");
20 }
```

1.12 Zusammenspiel: LED 5 ansteuern

Schauen wir uns die komplette Rechnung an:

```

1 // Ziel: LED 5 einschalten
2 uint8_t selected_id = 5;
3
4 // Schritt 1: Nullbasierter Index
```

```

5 uint8_t bit = selected_id - 1; // bit = 4
6
7 // Schritt 2: Welches Byte?
8 uint8_t byteIndex = bit / 8; // 4 / 8 = 0 (erstes Byte)
9
10 // Schritt 3: Welche Position im Byte?
11 uint8_t bitPosition = bit % 8; // 4 % 8 = 4 (fuenftes Bit, da 0-basiert)
12
13 // Schritt 4: Bit-Maske erzeugen
14 uint8_t mask = 1u << bitPosition; // 1 << 4 = 0b0001.0000 = 0x10
15
16 // Schritt 5: Bit setzen (mit OR)
17 ledState[byteIndex] |= mask;

```

1.12.1 Visualisierung

LED-Nummern:	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]
Bit-Positionen:	0	1	2	3	4	5	6	7
Byte vorher:	0b0000.0000							
Maske:	0b0001.0000 (1 << 4)							

Byte nachher:	0b0001.0000 (LED 5 ist an)							

1.13 Komplette Umrechnungstabelle für LEDs 1–10

Tabelle 23: 74HC595: Maskenberechnung mit nibbleweiser Darstellung

LED	bit	Byte	Bit-Pos	Binär (nibbleweise)	Hex
1	0	0	0	0b0000.0001	0x01
2	1	0	1	0b0000.0010	0x02
3	2	0	2	0b0000.0100	0x04
4	3	0	3	0b0000.1000	0x08
5	4	0	4	0b0001.0000	0x10
6	5	0	5	0b0010.0000	0x20
7	6	0	6	0b0100.0000	0x40
8	7	0	7	0b1000.0000	0x80
9	8	1	0	0b0000.0001	0x01
10	9	1	1	0b0000.0010	0x02

Merkregel: Hex-Werte der Bit-Masken

Die Hex-Werte für Bit-Masken folgen einem einfachen Muster:

1	2	4	8	16	32	64	128
Bit 0	Bit 1	Bit 2	Bit 3	Bit 4	Bit 5	Bit 6	Bit 7
0x01	0x02	0x04	0x08	0x10	0x20	0x40	0x80

2 Bit-Mapping bei Schieberegistern: MSB vs. LSB

Warum ordnet der CD4021 die Taster „rückwärts“ (Bit 7→0), während der 74HC595 die LEDs „vorwärts“ (Bit 0→7) ansteuert?

2.1 Das Grundprinzip – Wie Schieberegister arbeiten

2.1.1 Was ist ein Flip-Flop?

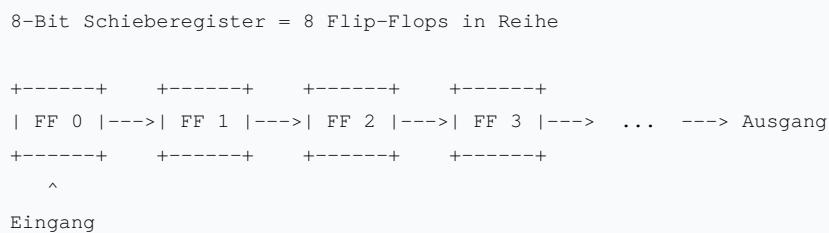
Ein **Flip-Flop** ist die kleinste Speichereinheit in der Digitaltechnik – es kann genau **ein Bit** speichern (0 oder 1). Man kann es sich wie einen Lichtschalter vorstellen: Er ist entweder AN (1) oder AUS (0) und behält seinen Zustand, bis er aktiv umgeschaltet wird.

Tabelle 24: Flip-Flop: Die digitale Speicherzelle

Eigenschaft	Beschreibung
Specherkapazität	Genau 1 Bit (0 oder 1)
Zustandsänderung	Nur bei Taktflanke (Clock)
Verhalten	Behält Zustand bis zum nächsten Takt
Symbol	D-Flip-Flop (D = Data)

2.1.2 Das Schieberegister als Flip-Flop-Kette

Ein **Schieberegister** ist eine Reihenschaltung von Flip-Flops. Jedes Flip-Flop gibt bei jedem Taktimpuls seinen Inhalt an das nächste weiter:



Flip-Flops pro Chip

- **CD4021B:** 8 Flip-Flops (8-Bit Schieberegister)
- **74HC595:** 8 Flip-Flops + 8 Ausgangs-Latches (8-Bit)
- **Kaskadiert:** 13 Chips × 8 = 104 Flip-Flops für 100 LEDs

2.1.3 Die Becherkette-Analogie

Bei jedem Taktimpuls wandert jedes Bit um eine Position weiter – wie eine **Becherkette**, bei der jeder Becher seinen Inhalt an den Nachbarn weitergibt:

Becherkette mit 4 Bechern:

```
Takt 0: [A] [__] [__] [__]    <- A wird eingefuellt
Takt 1: [B] [A] [__] [__]    <- A wandert weiter, B kommt nach
Takt 2: [C] [B] [A] [__]    <- Kette fuellt sich
Takt 3: [D] [C] [B] [A]    <- Kette voll
Takt 4: [E] [D] [C] [B]    <- A faellt am Ende heraus!
```

Merkregel

Schieberegister = Becherkette

- Jeder Becher = 1 Flip-Flop = 1 Bit Speicher
- Jeder Takt = Alle Becher kippen gleichzeitig nach rechts
- Was links reinkommt, fällt irgendwann rechts raus

Die entscheidende Frage: **Wo kommt das Bit herein, und wo kommt es heraus?**

2.2 CD4021 – Vom Taster zum Mikrocontroller

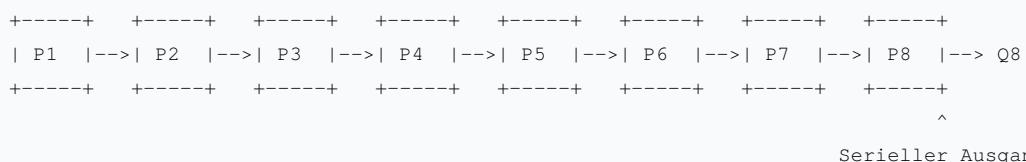
2.2.1 Was der Chip tut

Der CD4021 ist ein **Parallel-zu-Seriell-Wandler** (PISO: Parallel In, Serial Out). Er hat 8 parallele Eingänge (P1–P8), an denen die Taster hängen. Auf Kommando ($\text{PS-Pin} = \text{Load}$) übernimmt er alle 8 Zustände gleichzeitig in sein internes Register. Danach schiebt er sie Bit für Bit über den seriellen Ausgang (Q8) zum ESP32.

2.2.2 Die Hardware-Realität

Schauen wir ins Datenblatt: Der CD4021 gibt **P8 zuerst** aus, dann P7, dann P6 ... und P1 zuletzt. Die interne Schiebekette sieht so aus:

Schieberichtung: ->



Nach dem LOAD-Signal liegt P8 direkt am Ausgang Q8 bereit. Mit jedem Taktimpuls rückt die Kette nach rechts:

Tabelle 25: CD4021: Bit-Reihenfolge am seriellen Ausgang Q8

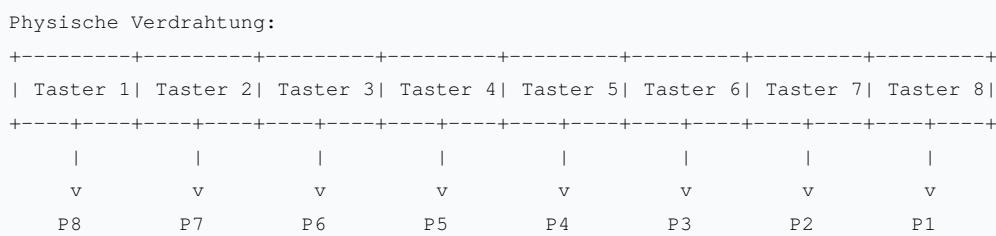
Takt	Bit an Q8	Position im empfangenen Byte
1	P8	Bit 7 (MSB, zuerst empfangen)
2	P7	Bit 6
3	P6	Bit 5
4	P5	Bit 4
5	P4	Bit 3
6	P3	Bit 2
7	P2	Bit 1
8	P1	Bit 0 (LSB, zuletzt empfangen)

Ergebnis

Das empfangene Byte hat das Format [P8] [P7] [P6] [P5] [P4] [P3] [P2] [P1] – das höchstwertige Bit (MSB) kam zuerst.

2.2.3 Die Verdrahtungskonvention im Projekt

Die Taster sind so angeschlossen, dass **Taster 1 an P8** hängt, **Taster 8 an P1**:



Warum diese Verdrahtung? Damit die Taster-Nummer direkt der Bit-Position im empfangenen Byte entspricht:

- Taster 1 → P8 → kommt zuerst raus → landet auf Bit 7
- Taster 2 → P7 → kommt als zweites → landet auf Bit 6
- ...
- Taster 8 → P1 → kommt zuletzt → landet auf Bit 0

2.2.4 Die Formel im Code

```
1 // id = 1..8, wir wollen Bit 7..0
2 uint8_t btnMask_msb(uint8_t id) {
```

```

3     return lu << (7 - ((id - 1) % 8));
4 }
```

Schritt für Schritt für Taster 3:

1. id = 3
2. (id - 1) = 2 → nullbasierter Index
3. (id - 1) % 8 = 2 → Position innerhalb eines Bytes
4. 7 - 2 = 5 → Bit-Position (von MSB gezählt)
5. 1 << 5 = 0b0010.0000 = 0x20 → Maske

Tabelle 26: CD4021: Maskenberechnung für Taster 1–8

Button ID	(id-1) % 8	7 - ...	Binär (nibbleweise)	Hex
1	0	7	0b1000.0000	0x80
2	1	6	0b0100.0000	0x40
3	2	5	0b0010.0000	0x20
4	3	4	0b0001.0000	0x10
5	4	3	0b0000.1000	0x08
6	5	2	0b0000.0100	0x04
7	6	1	0b0000.0010	0x02
8	7	0	0b0000.0001	0x01

Für Taster 9–10 (zweiter CD4021, Byte 1) wiederholt sich das Muster:

Tabelle 27: CD4021: Masken für Taster 9–10 (Byte 1)

Button ID	Byte	Bit	Maske
9	1	7	0x80
10	1	6	0x40

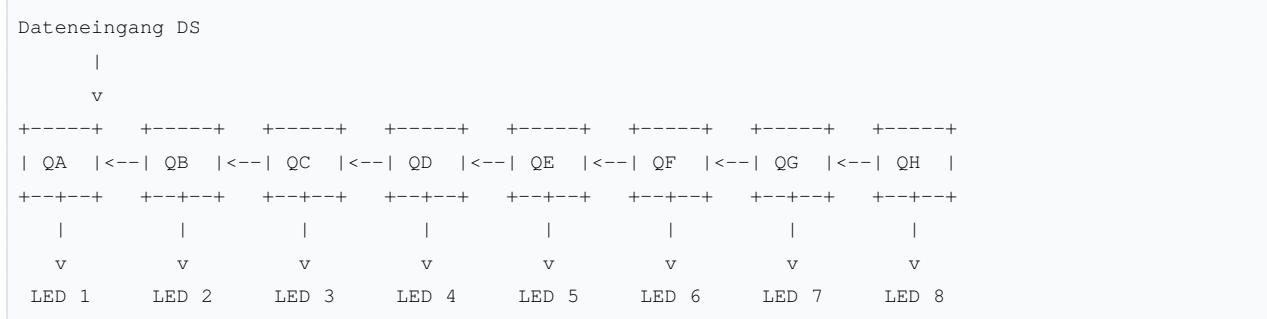
2.3 74HC595 – Vom Mikrocontroller zur LED

2.3.1 Was der Chip tut

Der 74HC595 ist ein **Seriell-zu-Parallel-Wandler** (SIPO: Serial In, Parallel Out) – das Gegenstück zum CD4021. Er empfängt Bits seriell vom ESP32 und gibt sie parallel an 8 Ausgängen (QA–QH) aus.

2.3.2 Die Hardware-Realität

Das **erste gesendete Bit** wandert durch die gesamte Kette und landet am Ende auf **QH**. Das **letzte Bit** bleibt am Anfang auf **QA**.



Wenn wir ein Byte mit MSBFIRST senden:

Tabelle 28: 74HC595: Bit-Verteilung beim Senden mit MSBFIRST

Takt	Gesendetes Bit	Wandert nach
1	Bit 7 (MSB)	→ QH
2	Bit 6	→ QG
3	Bit 5	→ QF
4	Bit 4	→ QE
5	Bit 3	→ QD
6	Bit 2	→ QC
7	Bit 1	→ QB
8	Bit 0 (LSB)	→ QA

Ergebnis

Bit 0 landet auf QA, Bit 7 landet auf QH.

2.3.3 Die Verdrahtungskonvention im Projekt

Die LEDs hängen so, dass **LED 1 an QA**, **LED 8 an QH**:

- LED 1 → QA → gesteuert durch Bit 0
- LED 2 → QB → gesteuert durch Bit 1
- ...
- LED 8 → QH → gesteuert durch Bit 7

2.3.4 Die Formel im Code

```

1 // id = 1..10, wir wollen Bit 0..9
2 void setOneHot(uint8_t selected_id) {
3     uint8_t bit = selected_id - 1; // 0..9
4     ledState[bit / 8] |= (1u << (bit % 8));
5 }
```

Schritt für Schritt für LED 5:

1. selected_id = 5
2. bit = 5 - 1 = 4 → nullbasierter Index
3. bit / 8 = 0 → Byte-Index (erstes Byte)
4. bit % 8 = 4 → Bit-Position innerhalb des Bytes
5. $1 \ll 4 = 0b0001.0000 = 0x10 \rightarrow \text{Maske}$

Tabelle 29: 74HC595: Maskenberechnung für LEDs 1–10

LED ID	bit	Byte	Bit-Pos	Binär (nibbleweise)	Hex
1	0	0	0	0b0000.0001	0x01
2	1	0	1	0b0000.0010	0x02
3	2	0	2	0b0000.0100	0x04
4	3	0	3	0b0000.1000	0x08
5	4	0	4	0b0001.0000	0x10
6	5	0	5	0b0010.0000	0x20
7	6	0	6	0b0100.0000	0x40
8	7	0	7	0b1000.0000	0x80
9	8	1	0	0b0000.0001	0x01
10	9	1	1	0b0000.0010	0x02

2.4 Warum die Asymmetrie?

Die unterschiedliche Bit-Reihenfolge ist kein Fehler – sie ergibt sich aus der **Schieberichtung** der beiden Chips:

Tabelle 30: Vergleich der Schieberichtung beider Chips

Chip	Typ	Schieberichtung	Erstes Bit	Letztes Bit
CD4021	PISO	P1 → P2 → ... → Q8	P8 → Bit 7 (MSB)	P1 → Bit 0 (LSB)
74HC595	SIPO	DS → QH → ... → QA	Bit 7 → QH	Bit 0 → QA

Beide Chips verwenden `MSBFIRST` als SPI-Modus. Das bedeutet:

- **CD4021:** Der Chip gibt MSB zuerst aus → wir empfangen MSB zuerst → BTN1 liegt auf Bit 7
- **74HC595:** Wir senden MSB zuerst → MSB wandert nach hinten (QH) → LED1 braucht Bit 0

2.5 Zusammenfassung: Das Bit-Layout

CD4021 (Taster einlesen) – MSB first

```
Byte 0: [BTN1] [BTN2] [BTN3] [BTN4] [BTN5] [BTN6] [BTN7] [BTN8]
      Bit7  Bit6  Bit5  Bit4  Bit3  Bit2  Bit1  Bit0
      (MSB)           (LSB)

Byte 1: [BTN9] [BTN10] [ - ] [ - ] [ - ] [ - ] [ - ] [ - ]
      Bit7  Bit6  (ungenutzt)
```

74HC595 (LEDs ansteuern) – LSB mapping

```
Byte 0: [LED1] [LED2] [LED3] [LED4] [LED5] [LED6] [LED7] [LED8]
      Bit0  Bit1  Bit2  Bit3  Bit4  Bit5  Bit6  Bit7
      (LSB)           (MSB)

Byte 1: [LED9] [LED10] [ - ] [ - ] [ - ] [ - ] [ - ] [ - ]
      Bit0  Bit1  (ungenutzt)
```

2.5.1 Die Formeln auf einen Blick

```
1 // Taster: MSB-first -> Bit 7 zuerst
2 uint8_t btnMask = 1u << (7 - ((id - 1) % 8));
3 uint8_t btnByte = (id - 1) / 8;
4
5 // LEDs: LSB-mapping -> Bit 0 zuerst
6 uint8_t ledMask = 1u << ((id - 1) % 8);
7 uint8_t ledByte = (id - 1) / 8;
```

Fazit

Die Software kompensiert die Hardware-bedingte Asymmetrie durch unterschiedliche Masken-Berechnungen – und am Ende passt **Taster i zu LED i.**