

Математическое ассорти

1 На дворе зима. Какое время года будет: а) через 999 месяцев; б) через 1000 месяцев?

2 Назовем натуральное число «замечательным», если оно самое маленькое среди натуральных чисел с такой же, как у него, суммой цифр. Чему равна сумма цифр 2021-го замечательного числа?

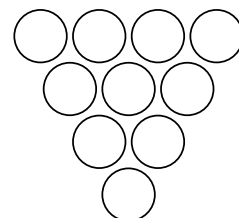
3 Назовем натуральное число «изумительным», если оно имеет вид $a^b + b^a$ (где a и b – натуральные числа). Например, число 57 – изумительное, так как $57 = 2^5 + 5^2$. Является ли изумительным числом год Вашего рождения?

4 Можно ли найти 2023 последовательных составных числа?

Натуральное число называется составным, если оно имеет больше двух различных делителей. Например, у числа 5 только два делителя: 1 и 5, поэтому оно не является составным. А у числа 6 четыре различных делителя: 1, 2, 3, 6. Поэтому оно является составным.

5 Семья подошла ночью к мосту. Папа может перейти его за одну минуту, мама — за 2, малыш — за 5, а бабушка — за 10 минут. У них есть один фонарик на всех. Мост выдерживает только двоих. Смогут ли вся семья перейти мост за 17 минут? Двигаться по мосту без фонарика нельзя. Если переходят двое, то они идут с меньшей из скоростей.

6 Из монет составлен равносторонний треугольник. Переложите три монетки так, чтобы он смотрел вверх, а не вниз.

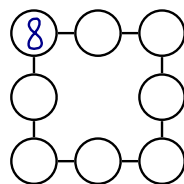


7 Для скольких натуральных чисел n таких, что $1 \leq n \leq 150$ верно, что n^n является квадратом некоторого числа?

8 Один приятель рассказал своему товарищу, что видел волка с метровым хвостом. Тот рассказал другому приятелю, что в лесу видели волка с двухметровым хвостом. Передавая новость дальше, простые люди увеличивали длину хвоста вдвое, а творческие – втрое. В результате в интернете появилась новость о волке с хвостом длиной 432 метра. Сколько простых и сколько творческих людей "отрастили" волку хвост?

9 Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 3 даёт в остатке 1, при делении на 4 даёт в остатке 2, при делении на 5 – 3 и при делении на 6 даёт в остатке 4.

10 Расставьте числа от 1 до 7 так, чтобы сумма чисел в каждой горизонтали и вертикали равнялась 13.



11 Имеется 100 мешков по 1000 монет в каждом. Известно, что в 99 мешках монеты настоящие, а в одном — фальшивые. Настоящая монета весит 10 г, а фальшивая — 9 г. Как за 1 взвешивание на электронных весах можно определить мешок с фальшивыми монетами? (Электронные весы позволяют определить вес произвольного набора монет.)