MP2 Programme de colle du 15-09-14 au 20-09-14

Suites réelles et complexes

I Généralités
- Propriétés fondamentales de $\mathbb{R}$
- Suite bornée, extraite, convergente, limite infinie
- Théorèmes généraux
- Convergence de suites complexes
- convergence monotone
- Théorème de Césaro

II Complément sur les suites
- Valeur d'adhérence
- Théorème de Bolzano-Weierstrass
- Continuité sur un segment

III Méthodes pratiques d'étude de suite
- Encadrement
- Utilisation d'intégrale; méthode comparaison à l'aide d'intégrale
- Convergence monotone (Constante d'Euler)
- Utilisation d'équivalent et de DL
- Formule de Stirling
- Utilisation de somme de Riemann

IV Suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$
- Révision des techniques de Sup
- Cas f croissante, décroissante sur un intervalle stable
- Recherche d'équivalent comme sinus itérée et divers.
- Suites arithmético- géométrique
- Suites récurrentes linéaires d'ordre deux

Exercices faits en cours et TD de la liste : 3,4,5,6,9,11,13,14,16,17,18,19,20,23,26,27,32,35,37,38,39.

Série numérique

I Généralités
- Application série
- Somme partielle
- Convergence d'une série
- Exemples (série géométrique, série harmonique, série téléscopique)
- Cas des séries complexes
- Structure d'espace vectorielet linéarité de la somme
- Condition nécessaire de convergence
- Utilisation de la formule de Taylor-reste intégral pour les sommes de séries usuelles (exp, cos, sin, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ etc...)
- Convergence absolue

II Série à termes $\geqslant 0$
- CNS de convergence
- Théorème de comparaison
- Exemple de référence (série géométrique, série de Riemann)
- Méthode de Comparaison à l'aide d'une intégrale pour les séries
- Emploi d'équivalent
- Règle du $n^\alpha u_n$
- Règle de d'Alembert
- Produit de Cauchy; série produit de deux séries $\geqslant 0$

III Série à terme non nécessairement positif
- Série alternée
- Critère spécial des séries alternées
- Majoration et signe du reste
- Série produit de deux séries absolument convergente
- Exponentielle complexe; définition, propriété de morphisme, dérivation. Trigonométrie

IV Développement p-adique
- Réel p- adique
- Valeurs approchées d'un réel
- Développement p-adique propre d'un réel
- Correspondance bijective entre $\mathbb{R}$ et les suites associées au développement p-adique.

V Complément : évaluation des séries- reste et somme partielle
- Sommation des relations d'équivalence des sommes partielles dans le cas de séries $\geqslant 0$ équivalentes divergentes
- Sommation des relations d'équivalence des séries- restes dans le cas de séries $\geqslant 0$ équivalentes convergentes
- Exemple de développement asymptotique (constante d'Euler, Stirling, série de Riemann, sinus itéré....)