

Exam CC no. 1 (version d'entraînement)

Nota bene. Plusieurs réponses correctes sont possibles. Les mauvaises réponses sont pénalisées. Le nombre de questions peut être augmenté en fonction de la durée de l'épreuve.

Plusieurs réponses correctes sont possibles. Les mauvaises réponses sont pénalisées.

Question 1. Calculer le quotient z_1/z_2 de deux nombres complexes $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = 2 - i$.

☒ $\frac{1+3i}{5}$
 ☐ $\frac{3+i}{5}$
 ☐ $\frac{1-i}{3}$
 ☐ $3+i$
 ☐ $\frac{3-i}{5}$

Question 2. Calculer z^{-3} pour le nombre complexe $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$.

☒ $-z$
 ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 ☐ $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 ☒ $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 ☒ $e^{i\frac{5\pi}{4}}$

Question 3. Lesquelles des expressions suivantes donnent l'inverse du nombre complexe $z = 2-3i$?

☒ $\frac{2+3i}{13}$
 ☒ $\frac{-3+2i}{13i}$
 ☐ $\frac{2-3i}{13}$
 ☐ $\frac{2+3i}{2-3i}$
 ☒ $\frac{2+3i}{|2-3i|^2}$

Question 4. Identifier tous les nombres complexes $z \in \mathbb{C}$ telles que $|z| \leq 1$ ($|z|$ = module de z):

☒ $\cos(2) + i \sin(2)$
 ☐ z^4 , où $z = 1.5 e^{i\frac{\pi}{2}}$
 ☒ $-i$
 ☐ $\sqrt{2}$
 ☐ $0.9 + 0.5i$

Question 5. Choisissez toutes les équations qui ont (à la fois) 1 et i parmi leur solutions:

☐ $z^3 - iz^2 - (1+i)z + i = 0$
☐ $z^5 - 2z^4 + (2+2i)z^3 - (2+2i)z^2 + (1+2i)z - 2 = 0$
☐ $z - 1 = 0$
☒ $2z^2 - (2+2i)z + 2i = 0$
☐ $z^4 - (2+i)z^3 + (1+2i)z^2 + (2-2i)z - 2i = 0$

Question 6. Quelles affirmations concernant les nombres complexes sont vraies ?

☒ L'équation $z^2 - 2z + 1 = 0$ admet une solution dans \mathbb{R} .
☒ Pour deux nombres complexes $z_1 = x_1 + iy_1$ et $z_2 = x_2 + iy_2$ écrits en coordonnées cartésiennes on a : $z_1 = z_2$ si et seulement si $x_1 = x_2$ et $y_1 = y_2$.
☐ Pour un nombre complexe $z \in \mathbb{C}$, il existe un autre nombre complexe $w \in \mathbb{C}$ tel que $zw = 1$.
☒ La somme des arguments d'un nombre complexe $z \in \mathbb{C}$ et de son conjugué \bar{z} est un multiple entier de 2π .
☐ Le module d'un nombre complexe est toujours positif.

Question 7. Quelles affirmations concernant les EDO du premier ordre sont vraies ?

- ☒ L'EDO $y' = a(x)y$ admet une infinité de solutions.
- ☒ La somme de deux solutions d'une EDO linéaire du 1er ordre sans second membre est également une solution.
- ☒ Si y est une solution d'une EDO linéaire du 1er ordre, alors $2y$ n'est pas forcément une solution.
- ☐ Le principe de superposition donne une solution sous forme fermée d'une EDO linéaire du premier ordre.
- ☒ La méthode de variation de la constante permet de trouver une solution particulière de l'équation $y' + (\sin x)y - x = 0$.

Question 8. Lesquelles des fonctions suivantes satisfont à l'équation $y'(x) + \frac{2}{x}y(x) = \frac{x^2}{2}e^x + 2xe^x$, $x > 0$?

- ☐ $y(x) = \frac{x^2}{2}e^x + c$, où c est une constante non nulle.
- ☒ $y(x) = \frac{x^2}{2}e^x + \frac{c}{x^2}$, où c est une constante.
- ☐ $y(x) = x^2e^x + c$, où c est une constante.
- ☐ $y(x) = \frac{x}{2}e^x + cx^{-2}$, où c est une constante.
- ☐ $y(x) = \frac{e^x}{x^2} + c$, où c est une constante.

Question 9. Identifier les EDO linéaires:

- ☒ $y' - \frac{1}{x}y = x^2$, $x > 0$
- ☐ $y' - 2y^2 = 0$
- ☒ $y' + (\sin x)^{10}y = \cos x$
- ☒ $y'/y = f(x)$, où f est une fonction.
- ☐ $y' + 2 \cos y = 0$

Question 10. Soit $a \in \mathbb{R}$. La solution générale de l'équation $y' - ay = 0$, $x \in \mathbb{R}$, est donnée par

- ☐ $y(x) = c$, où c est une constante
- ☐ $y(x) = e^{-ax}$
- ☐ $y(x) = -ax + c$, où c est une constante
- ☐ $y(x) = ce^{-ax}$, où c est une constante
- ☒ $y(x) = ce^{ax}$, où c est une constante