

Exam CC no. 1 (version d'entraînement)

Plusieurs réponses correctes sont possibles. Les mauvaises réponses sont pénalisées.

Question 1. Calculer le quotient z_1/z_2 de deux nombres complexes $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = 2 - i$.

☐ $\frac{1+3i}{5}$
 ☒ $\frac{3+i}{5}$
 ☐ $\frac{1-i}{3}$
 ☐ $3+i$
 ☐ $\frac{3-i}{5}$

Question 2. Calculer z^{-3} pour le nombre complexe $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$.

☒ $-z$
 ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 ☐ $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 ☒ $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 ☒ $e^{i\frac{5\pi}{4}}$

Question 3. Lesquelles des expressions suivantes donnent l'inverse du nombre complexe $z = 2 - 3i$?

☒ $\frac{2+3i}{13}$
 ☒ $\frac{-3+2i}{13i}$
 ☐ $\frac{2-3i}{13}$
 ☐ $\frac{2+3i}{2-3i}$
 ☒ $\frac{2+3i}{|2-3i|^2}$

Question 4. Identifier tous les nombres complexes $z \in \mathbb{C}$ telles que $|z| \leq 1$ ($|z|$ = module de z):

☒ $\cos(2) + i \sin(2)$
 ☐ z^4 , où $z = 1.5 e^{i\frac{\pi}{2}}$
 ☒ $-i$
 ☐ $\sqrt{2}$
 ☐ $0.9 + 0.5i$

Question 5. Choisissez toutes les équations qui ont (à la fois) 1 et i parmi leur solutions:

☒ $z^3 - iz^2 - (1+i)z + i = 0$
☒ $z^5 - 2z^4 + (2+2i)z^3 - (2+2i)z^2 + (1+2i)z - 2 = 0$
☐ $z - 1 = 0$
☒ $2z^2 - (2+2i)z + 2i = 0$
☒ $z^4 - (2+i)z^3 + (1+2i)z^2 + (2-2i)z - 2i = 0$

Question 6. Quelles affirmations concernant les nombres complexes sont vraies ?

☒ L'équation $z^2 - 2z + 1 = 0$ admet une solution dans \mathbb{R} .
☒ Pour deux nombres complexes $z_1 = x_1 + iy_1$ et $z_2 = x_2 + iy_2$ écrits en coordonnées cartésiennes on a : $z_1 = z_2$ si et seulement si $x_1 = x_2$ et $y_1 = y_2$.
☐ Pour un nombre complexe $z \in \mathbb{C}$, il existe un autre nombre complexe $w \in \mathbb{C}$ tel que $zw = 1$.
☒ La somme des arguments d'un nombre complexe $z \in \mathbb{C}$ et de son conjugué \bar{z} est un multiple entier de 2π .
☐ Le module d'un nombre complexe est toujours strictement positif.

Question 7. Quelles affirmations concernant les équations différentielles linéaires du premier ordre sont vraies ?

- ☐ L'équation différentielle $y' = a(x)y$ admet une unique solution.
- ☒ La somme de deux solutions d'une équation différentielle linéaire du 1er ordre sans second membre est également une solution.
- ☒ Si y est une solution d'une équation différentielle linéaire du 1er ordre, alors $2y$ n'est pas forcément une solution.
- ☒ La méthode de variation de la constante permet de trouver une solution particulière de l'équation $y' + (\sin x)y - x = 0$.

Question 8. Parmi les fonctions suivantes, lesquelles satisfont à l'équation $y'(x) + \frac{2}{x}y(x) = xe^x$, $x > 0$?

- ☐ $y(x) = \frac{x^2}{2}e^x + c$, où c est une constante.
- ☒ $y(x) = \frac{x^2}{2}e^x + \frac{c}{x^2}$, où c est une constante.
- ☐ $y(x) = x^2e^x + c$, où c est une constante.
- ☐ $y(x) = \frac{x}{2}e^x + cx^{-2}$, où c est une constante.
- ☐ $y(x) = \frac{e^x}{x^2} + c$, où c est une constante.

Question 9. Identifier les équations linéaires linéaires :

- ☒ $y' - \frac{1}{x}y = x^2$, $x > 0$
- ☐ $y' - 2y^2 = 0$
- ☒ $y' + (\sin x)^{10}y = \cos x$
- ☒ $y'/y = f(x)$, où f est une fonction.
- ☐ $y' + 2 \cos y = 0$

Question 10. Soit $a \in \mathbb{R}$. La solution générale de l'équation $y' - ay = 0$, $x \in \mathbb{R}$, est donnée par

- ☐ $y(x) = c$, où c est une constante
- ☐ $y(x) = e^{-ax}$
- ☐ $y(x) = -ax + c$, où c est une constante
- ☐ $y(x) = ce^{-ax}$, où c est une constante
- ☒ $y(x) = ce^{ax}$, où c est une constante