

## Exam CC no. 1 (version d'entraînement)

**Plusieurs réponses correctes sont possibles. Les mauvaises réponses sont pénalisées.**

**Question 1.** Calculer le quotient  $z_1/z_2$  de deux nombres complexes  $z_1 = 1 + i$  et  $z_2 = 2 - i$ .

- $\frac{1+3i}{5}$       $\frac{3+i}{5}$       $\frac{1-i}{3}$       $3+i$       $\frac{3-i}{5}$

**Question 2.** Calculer  $z^{-3}$  pour le nombre complexe  $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ .

- $-z$       $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$       $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$       $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$       $e^{i\frac{5\pi}{4}}$

**Question 3.** Lesquelles des expressions suivantes donnent l'inverse du nombre complexe  $z = 2 - 3i$ ?

- $\frac{2+3i}{13}$       $\frac{-3+2i}{13i}$       $\frac{2-3i}{13}$       $\frac{2+3i}{2-3i}$       $\frac{2+3i}{|2-3i|^2}$

**Question 4.** Identifier tous les nombres complexes  $z \in \mathbb{C}$  telles que  $|z| \leq 1$  ( $|z| = \text{module de } z$ ):

- $\cos(2) + i \sin(2)$       $z^4$ , où  $z = 1.5 e^{i\frac{\pi}{2}}$       $-i$       $\sqrt{2}$       $0.9 + 0.5i$

**Question 5.** Choisissez toutes les équations qui ont (à la fois) 1 et  $i$  parmi leur solutions:

- $z^3 - iz^2 - (1+i)z + i = 0$   
  $z^5 - 2z^4 + (2+2i)z^3 - (2+2i)z^2 + (1+2i)z - 2 = 0$   
  $z - 1 = 0$   
  $2z^2 - (2+2i)z + 2i = 0$   
  $z^4 - (2+i)z^3 + (1+2i)z^2 + (2-2i)z - 2i = 0$

**Question 6.** Quelles affirmations concernant les nombres complexes sont vraies ?

- L'équation  $z^2 - 2z + 1 = 0$  admet une solution dans  $\mathbb{R}$ .  
 Pour deux nombres complexes  $z_1 = x_1 + iy_1$  et  $z_2 = x_2 + iy_2$  écrits en coordonnées cartésiennes on a :  $z_1 = z_2$  si et seulement si  $x_1 = x_2$  et  $y_1 = y_2$ .  
 Pour un nombre complexe  $z \in \mathbb{C}$ , il existe un autre nombre complexe  $w \in \mathbb{C}$  tel que  $zw = 1$ .  
 La somme des arguments d'un nombre complexe  $z \in \mathbb{C}$  et de son conjugué  $\bar{z}$  est un multiple entier de  $2\pi$ .  
 Le module d'un nombre complexe est toujours strictement positif.

**Question 7.** Quelles affirmations concernant les équations différentielles linéaires du premier ordre sont vraies ?

- L'équation différentielle  $y' = a(x)y$  admet une unique solution.
- La somme de deux solutions d'une équation différentielle linéaire du 1er ordre sans second membre est également une solution.
- Si  $y$  est une solution d'une équation différentielle linéaire du 1er ordre, alors  $2y$  n'est pas forcément une solution.
- La méthode de variation de la constante permet de trouver une solution particulière de l'équation  $y' + (\sin x)y - x = 0$ .

**Question 8.** Parmi les fonctions suivantes, lesquelles satisfont à l'équation  $y'(x) + \frac{2}{x}y(x) = xe^x$ ,  $x > 0$  ?

- $y(x) = \frac{x^2}{2}e^x + c$ , où  $c$  est une constante.
- $y(x) = \frac{x^2}{2}e^x + \frac{c}{x^2}$ , où  $c$  est une constante.
- $y(x) = x^2e^x + c$ , où  $c$  est une constante.
- $y(x) = \frac{x}{2}e^x + cx^{-2}$ , où  $c$  est une constante.
- $y(x) = \frac{e^x}{x^2} + c$ , où  $c$  est une constante.

**Question 9.** Identifier les équations linéaires linéaires :

- $y' - \frac{1}{x}y = x^2$ ,  $x > 0$
- $y' - 2y^2 = 0$
- $y' + (\sin x)^{10}y = \cos x$
- $y'/y = f(x)$ , où  $f$  est une fonction.
- $y' + 2 \cos y = 0$

**Question 10.** Soit  $a \in \mathbb{R}$ . La solution générale de l'équation  $y' - ay = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , est donnée par

- $y(x) = c$ , où  $c$  est une constante
- $y(x) = e^{-ax}$
- $y(x) = -ax + c$ , où  $c$  est une constante
- $y(x) = ce^{-ax}$ , où  $c$  est une constante
- $y(x) = ce^{ax}$ , où  $c$  est une constante