

Exam CC no. 1 (version d'entraînement)

Nota bene. Plusieurs réponses correctes sont possibles. Les mauvaises réponses sont pénalisées. Le nombre de questions peut être augmenté en fonction de la durée de l'épreuve.

Question 1. Calculer le quotient z_1/z_2 de deux nombres complexes $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = 2 - i$.

☐ $\frac{1+3i}{5}$ ☒ $\frac{3+i}{5}$ ☐ $\frac{1-i}{3}$ ☐ $3+i$ ☐ $\frac{3-i}{5}$

Question 2. Calculer z^{-3} pour le nombre complexe $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$.

☒ $-z$ ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ☐ $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ☒ $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ☐ $e^{i\frac{5\pi}{4}}$

Question 3. Lesquelles des expressions suivantes donnent l'inverse du nombre complexe $z = 2 - 3i$?

☒ $\frac{2+3i}{13}$ ☒ $\frac{-3+2i}{13i}$ ☐ $\frac{2-3i}{13}$ ☐ $\frac{2+3i}{2-3i}$ ☒ $\frac{2+3i}{|2-3i|^2}$

Question 4. Identifier tous les nombres complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $|z| \leq 1$ ($|z|$ = module de z):

☒ $\cos(2) + i \sin(2)$ ☐ z^4 , où $z = 1.5 e^{i\frac{\pi}{2}}$ ☒ $-i$ ☐ $\sqrt{2}$ ☐ $0.9 + 0.5i$

Question 5. Choisissez toutes les équations qui ont (à la fois) 1 et i parmi leur solutions:

☒ $z^3 - iz^2 - (1+i)z + i = 0$
☒ $z^5 - 2z^4 + (2+2i)z^3 - (2+2i)z^2 + (1+2i)z - 2 = 0$
☐ $z - 1 = 0$
☒ $2z^2 - (2+2i)z + 2i = 0$
☒ $z^4 - (2+i)z^3 + (1+2i)z^2 + (2-2i)z - 2i = 0$

Question 6. Quelles affirmations concernant les nombres complexes sont vraies ?

☒ L'équation $z^2 - 2z + 1 = 0$ admet une solution dans \mathbb{R} .
☒ Pour deux nombres complexes $z_1 = x_1 + iy_1$ et $z_2 = x_2 + iy_2$ écrits en coordonnées cartésiennes on a : $z_1 = z_2$ si et seulement si $x_1 = x_2$ et $y_1 = y_2$.
☐ Pour un nombre complexe $z \in \mathbb{C}$, il existe un autre nombre complexe $w \in \mathbb{C}$ tel que $zw = 1$.
☒ La somme des arguments d'un nombre complexe $z \in \mathbb{C}$ et de son conjugué \bar{z} est un multiple entier de 2π .
☐ Le module d'un nombre complexe est toujours strictement positif.

Question 7. Quelles affirmations concernant les équations différentielles linéaires du premier ordre sont vraies ?

- ☐ L'équation différentielle $y' = a(x)y$ admet une unique solution.
- ☒ La somme de deux solutions d'une équation différentielle linéaire du 1er ordre sans second membre est également une solution.
- ☒ Si y est une solution d'une équation différentielle linéaire du 1er ordre, alors $2y$ n'est pas forcément une solution.
- ☒ La méthode de variation de la constante permet de trouver une solution particulière de l'équation $y' + (\sin x)y - x = 0$.

Question 8. Parmi les fonctions suivantes, lesquelles satisfont à l'équation $y'(x) + \frac{2}{x}y(x) = xe^x$, $x > 0$?

- ☐ $y(x) = \frac{x^2}{2}e^x + c$, où c est une constante.
- ☒ $y(x) = \frac{x^2}{2}e^x + \frac{c}{x^2}$, où c est une constante.
- ☐ $y(x) = x^2e^x + c$, où c est une constante.
- ☐ $y(x) = \frac{x}{2}e^x + cx^{-2}$, où c est une constante.
- ☐ $y(x) = \frac{e^x}{x^2} + c$, où c est une constante.

Question 9. Identifier les équations différentielles linéaires :

- ☒ $y' - \frac{1}{x}y = x^2$, $x > 0$
- ☐ $y' - 2y^2 = 0$
- ☒ $y' + (\sin x)^{10}y = \cos x$
- ☒ $y'/y = f(x)$, où f est une fonction.
- ☐ $y' + 2 \cos y = 0$

Question 10. Soit $a \in \mathbb{R}$. La solution générale de l'équation $y' - ay = 0$, $x \in \mathbb{R}$, est donnée par

- ☐ $y(x) = c$, où c est une constante
- ☐ $y(x) = e^{-ax}$
- ☐ $y(x) = -ax + c$, où c est une constante
- ☐ $y(x) = ce^{-ax}$, où c est une constante
- ☒ $y(x) = ce^{ax}$, où c est une constante