Christiano

EA611 — Circuitos Elétricos II — 2^0 Semestre de 2010

Terceira Prova — 24 de novembro de 2010

Turma A — Prof. Christiano Lyra Filho

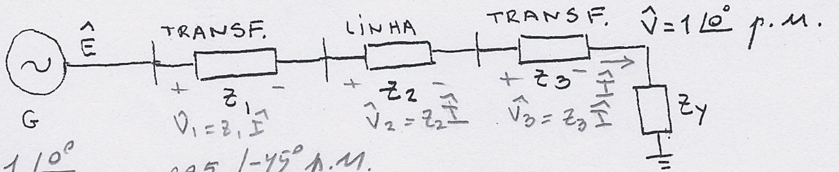
1. Considere um sistema trifásico equilibrado representando pelo diagrama unifilar abaixo. O sistema é formado por um gerador, um banco de transformadores elevadores, uma linha de transsmissão trifásica, um banco de transformadores abaixadores e uma carga trifásica ligada em Y, formada por três impedâncias (iguais) $Z_Y = 0,8 + j0,8\,p.u.$. As impedâncias de dispersão dos bancos de transformadores elevadores e abaixadores são, respectivamente, $Z_1 = j0,1\,p.u.$ e $Z_3 = j0,1\,p.u.$. A linha de transmissão tem impedância em série, por fase, $Z_2 = j0,05\,p.u.$

   (a) (1,5 ptos) Determine as tensões de linha nos terminais do gerador (em $p.u.$) para que as tensões de linha na alimentação da carga sejam $1,0p.u.$

   (b) (1,5 ptos) Conhecendo-se os valores base para a tensão de linha e para a potência trifásica no gerador, $V_b = 13800$ Volts e $S_{b3\phi} = 15$ MVA, calcule o valor eficaz das correntes de linha fornecidas pelo gerador (em Ampéres) e as potências trifásicas ativa e reativa fornecidas pelo gerador (em MWatts e MVAr, respectivamente).

$Z_Y = 0,8 + j0,8\ p.u$

$Z_Y = 1.13\ \angle 45^\circ\ p.u$



(a) $\hat{I} = \dfrac{\hat{V}}{Z_Y} = \dfrac{1\angle 0^\circ}{1.13\angle 45^\circ} = 0,885\ \angle -45^\circ\ p.u.$

$\hat{E} = \underbrace{(Z_1 + Z_2 + Z_3)}_{Z}\hat{I} + \hat{V}$

$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 = j(0,1 + 0,05 + 0,1)\ p.u. = j0,25\ p.u.$

$Z = 0,25\ \angle 90^\circ$

$\hat{E} = \underbrace{(0,25\angle 90^\circ)(0,885)\ \angle -45^\circ}_{0,22\ \angle 45^\circ} + \hat{V}$

$\hat{E} = 0,22\ \angle 45^\circ + 1\ \angle 0^\circ = 0,16 + j0,16 + 1,0$

$\boxed{\hat{E} = 1,16 + j0,16\ p.u}$

ou

$\boxed{\hat{E} = 1,17\ \angle 7,9^\circ\ p.u.}$

(b) $I_b = \dfrac{S_{b3\phi}}{\sqrt{3}\,.\,V_b} = \dfrac{15\ MV.A}{\sqrt{3}\,.(13.800)}$

$I_b = 627,6\ A$

$|I_\phi| = 0,885\ (627,6)\ A = 555,43 A$

$\boxed{|I_\phi| = 555,43 A}$

$S_{1\phi} = 3\ \hat{E}\,\hat{I}^* = 3\ (1,17\ \angle 7,9^\circ)(0,885\ \angle 45^\circ)$

$S_{1\phi} = 3\ (1,035\ \angle 52,9^\circ) = 3,11\ \angle 52,9$

$P = 1,035\ \cos(52,9) = 0,624\ p.u.$

$Q = 1,035\ \text{sen}(52,9) = 0,825\ p.u$

$\boxed{\begin{array}{l} P = 0,624 \cdot 15 = 9,36\ MWatts \\ Q = 0,825 \cdot 15 = 12,38\ MVAr \end{array}}$

2. Considere um sistema trifásico não balanceado com as tensões fase-neutro caracterizadas pelos seguintes fasores eficazes: $\widehat{V_{an}} = 100\angle 60^o$ Volts, $\widehat{V_{bn}} = 200\angle -90^o$ Volts e $\widehat{V_{cn}} = 100\angle 180^o$ Volts. Suponha que o sistema alimenta uma carga trifásica equilibrada ligada em Y, com neutro, formada por três impedâncias (iguais) de valor $Z_Y = 1 + j5\,\Omega$.

   (a) (1,5 ptos) Determine a sequência positiva, a sequência negativa e a sequência nula das componentes simétricas que representam o sistema trifásico desequilibrado $\widehat{V_{an}}$, $\widehat{V_{bn}}$, $\widehat{V_{cn}}$.

   (b) (1,0 ptos) Calcule as três correntes de linha, $\widehat{I_a}$, $\widehat{I_b}$ e $\widehat{I_c}$.

   (c) (1,0 ptos) Calcule a potência total fornecida pelo sistema trifásico desequilibrado às cargas.

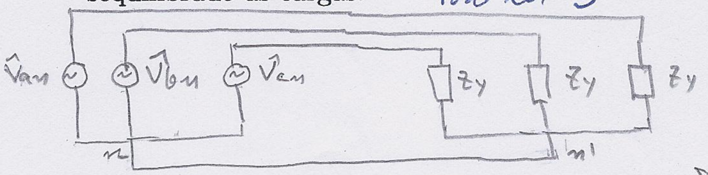
Pode ser S

$\boxed{\text{IDEIA ORIGINAL}}$

$S = \hat{V}_{an}\hat{I}_a^* + \hat{V}_{bn}\hat{I}_b^* + \hat{V}_{cn}\hat{I}_c^*$

$S = \hat{V}^T \underline{I}^* = \left[T\begin{pmatrix} V_a^+ \\ V_a^- \\ V_a^0 \end{pmatrix}\right]^T T \begin{bmatrix} I_a^+ \\ I_a^- \\ I_a^0 \end{bmatrix}$

$S = 3\begin{bmatrix} V_a^+ \\ V_a^- \\ V_a^0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_a^+ \\ I_a^- \\ I_a^0 \end{bmatrix}^*$



$$\begin{bmatrix} \hat{V}_{an} \\ \hat{V}_{bn} \\ \hat{V}_{cn} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \hat{V}_a^+ \\ \hat{V}_a^- \\ \hat{V}_a^0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_a^+ \\ \hat{V}_a^- \\ \hat{V}_a^0 \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} \hat{V}_{an} \\ \hat{V}_{bn} \\ \hat{V}_{cn} \end{bmatrix}$$

$T^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\alpha = 1\angle 120^o$

(a)

$\hat{V}_a^0 = \frac{1}{3}(\hat{V}_{an} + \hat{V}_{bn} + \hat{V}_{cn})$

$\hat{V}_a^0 = \frac{1}{3}(100\angle 60^o + 200\angle -90^o + 100\angle 180^o)$

$\hat{V}_a^0 = \frac{1}{3}(50 + j86{,}6 - 200j - 100) = \frac{1}{3}(-50 - 113{,}4j)$

$\boxed{\hat{V}_a^0 = -16{,}67 - 37{,}8j = 41{,}31\angle -113{,}8^o \text{ Volts} \quad \hat{V}_a^0 = \hat{V}_b^0 = \hat{V}_c^0}$

$\hat{V}_a^+ = \frac{1}{3}(\hat{V}_{an} + \hat{V}_{bn}\cdot\overset{1\angle 120^o}{\alpha} + \hat{V}_{cn}\cdot\overset{1\angle -120^o}{\alpha^2})$

$\hat{V}_a^+ = \frac{1}{3}(100\angle 60^o + 200\angle -90^o\cdot 1\angle 120^o + 100\angle 180^o\; 1\cdot\angle -120^o)$

$\hat{V}_a^+ = \frac{1}{3}(100\angle 60^o + 200\angle 30^o + 100\angle 60^o)$

$\hat{V}_a^+ = \frac{1}{3}(\underbrace{50 + j86{,}6 + 173{,}21 + j100 + 50 + j86{,}6}_{273{,}21 + j273{,}2}) = 91{,}1 + j91{,}1$ Volts.

$\boxed{\hat{V}_a^+ = 128{,}84\angle 45^o \text{ Volts}}$

$\boxed{\begin{aligned} V_b^+ &= 128{,}84\angle 45 - 120 = 128{,}84\angle -75^o \text{ Volts} \\ V_c^+ &= 128{,}84\angle 45^o + 120 = 128{,}84\angle +165^o \text{ Volts} \end{aligned}}$

$\hat{V}_a^- = \frac{1}{3}(\hat{V}_{an} + \hat{V}_{bn}\overset{1\angle -120^o}{\alpha^2} + \hat{V}_{cn}\overset{1\angle 120^o}{\alpha})$

$\hat{V}_a^- = \frac{1}{3}(100\angle 60^o + 200\angle +150^o + 100\angle -60^o)$

$\hat{V}_a^- = \frac{1}{3}(50 + \cancel{j86{,}6} - 173{,}2 + j100 + 50 - \cancel{j86{,}6})$

$\hat{V}_a^- = \frac{1}{3}(-73{,}2 + j100)$

$\hat{V}_a^- = -24{,}4 + j33{,}3$ Volts

$\boxed{\begin{aligned} \hat{V}_a^- &= 41{,}28\angle +126{,}23^o \text{ Volts} \\ \hat{V}_c^- &= 41{,}28\angle +126{,}33 - 120^o = 41{,}28\angle 6{,}23 \text{ Volts} \\ \hat{V}_b^- &= 41{,}28\angle +126{,}33 + 120^o = 41{,}28\angle -113{,}67 \text{ Volts} \end{aligned}}$

2. Considere um sistema trifásico não balanceado com as tensões fase-neutro caracterizadas pelos seguintes fasores eficazes: $V_{an} = 100\angle 60^o$ Volts, $V_{bn} = 200\angle -90^o$ Volts e $V_{cn} = 100\angle 180^o$ Volts. Suponha que o sistema alimenta uma carga trifásica equilibrada ligada em Y, com neutro, formada por três impedâncias (iguais) de valor $Z_Y = 1 + j5\,\Omega$.

$Z_Y = 1 + j5\ \Omega$

$Z_Y = 5,1 \angle 78,7^o\ \Omega$

(a) (1,5 ptos) Determine a sequência positiva, a sequência negativa e a sequência nula das componentes simétricas que representam o sistema trifásico desequilibrado V_{an}, V_{bn}, V_{cn}.

(b) (1,0 ptos) Calcule as três correntes de linha, I_a, I_b e I_c.

(c) (1,0 ptos) Calcule a potência total fornecida pelo sistema trifásico desequilibrado às cargas.

(b) $\hat{I}_a = \dfrac{\hat{V}_{an}}{Z_Y} = \dfrac{100 \angle 60^o}{5,1 \angle 78,7^o} = 19,61 \angle -18,7^o$ A

$\hat{I}_b = \dfrac{\hat{V}_{bn}}{Z_Y} = \dfrac{200 \angle -90^o}{5,1 \angle 78,7^o} = 39,22 \angle -168,7^o$ A

$\hat{I}_c = \dfrac{\hat{I}_{cn}}{Z_Y} = \dfrac{100 \angle 180^o}{5,1 \angle 78,7^o} = 19,61 \angle 101,3^o$ A

(c) $S_{3\phi} = \hat{V}_{an} I_a^* + \hat{V}_{bn} I_b^* + V_{cn} I_c^*$

$S_{3\phi} = (100 \angle 60^o)(19,61 \angle 18,7) + (200 \angle -90^o)(39,22 \angle 168,7^o) + (100 \angle 180^o)(19,61 \angle -101,3^o)$

$S_{3\phi} = 1961 \angle 78,7 + 7844 \angle 78,7^o + 1961 \angle 78,7^o$

Obs: $\cos(78,7) = 0,196$
$\operatorname{sen}(78,7) = 0,981$

$S_{3\phi} = (384,25 + j\,1.922,99) + (1.537 + j\,7.691,94) + (384,25 + j\,1.922,99)$

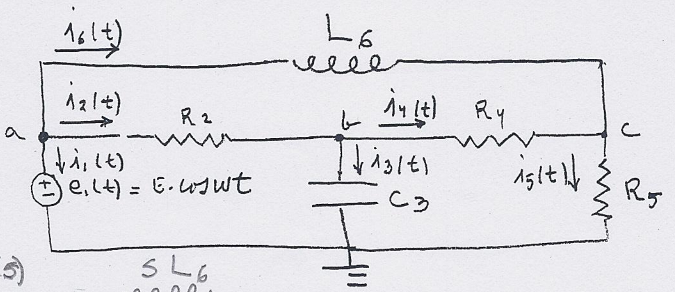
$S_{3\phi} = 2\,305,5 + j\,11.537,92 \approx \boxed{S_{3\phi} = 11,77 \angle 78,7^o \text{ kVA}}$

$$\boxed{\begin{aligned} P_{3\phi} &= Re\{S_{3\phi}\} = 2.305,5 \text{ Watts} \\ Q_{3\phi} &= Im\{S_{3\phi}\} = 11.537,92 \text{ VAr} \end{aligned}}$$

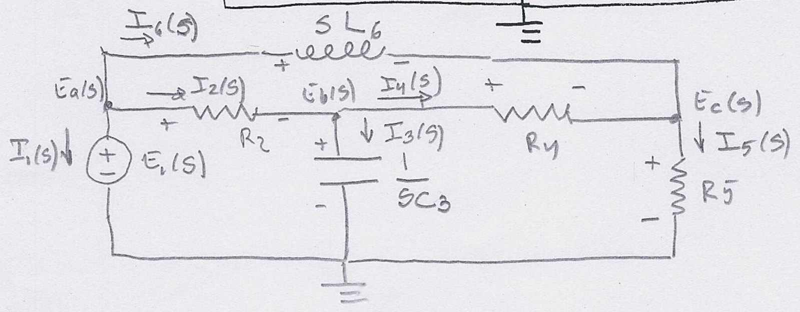
3. Considere o circuito representado abaixo. Utilizando convenção de *receptor* para todos os bipolos e considerando o nó de referência assinalado, deduza as equações (matriciais) ou não do *método dos nós modificado* em transformada de Laplace, supondo as duas situações caraccterizadas a seguir.

   (a) (1,5 ptos) Condições iniciais nulas para o capacitor e o indutor presentes no circuito.

   (b) (2,0 ptos) Estado inicial do circuito caracterizado pela tensão inicial no capacitor $v_3(0)$ Volts e corrente inicial através do indutor $i_6(0)$ Ampéres.



(a)



$$E_1(s) = \frac{E \cdot s}{s^2+\omega^2}$$

Nó a: $I_1(s) + I_2(s) + I_6(s) = 0 \quad \therefore \quad I_1(s) + \dfrac{E_a(s) - E_b(s)}{R_2} + \dfrac{E_a(s) - E_c(s)}{sL_6} = 0$

Nó b: $-I_2(s) + I_3(s) + I_4(s) = 0 \quad \therefore \quad -\dfrac{(E_a(s) - E_b(s))}{R_2} + \dfrac{E_b(s)}{1/sC_3} + \dfrac{E_b(s) - E_c(s)}{R_4} = 0$

Nó c: $-I_4(s) + I_5(s) - I_6(s) = 0 \quad \therefore \quad -\dfrac{(E_b(s) - E_c(s))}{R_4} + \dfrac{E_c(s)}{R_5} - \dfrac{(E_a(s) - E_c(s))}{sL_6} = 0$

Eq. tensão: $E_a(s) = E_1(s)$

$$\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{sL_6}\right) E_a(s) - \frac{1}{R_2} E_b(s) - \frac{1}{sL_6} E_c(s) + I_1(s) = 0$$

$$-\frac{1}{R_2} E_a(s) + \left(\frac{1}{R_2} + sC_3 + \frac{1}{R_4}\right) E_b(s) - \frac{1}{R_4} E_c(s) = 0$$

$$-\frac{1}{sL_6} E_a(s) - \frac{1}{R_4} E_b(s) + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{sL_6}\right) E_c(s) = 0$$

$$E_a(s) = E_1(s)$$

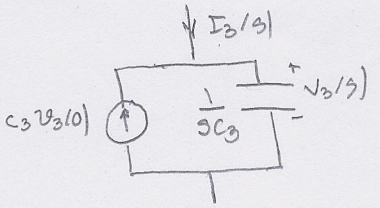
ou

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{sL_6}\right) & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{sL_6} & 1 \\ -\frac{1}{R_2} & \left(\frac{1}{R_2} + sC_3 + \frac{1}{R_4}\right) & -\frac{1}{R_4} & \cdot \\ -\frac{1}{sL_6} & -\frac{1}{R_4} & \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{sL_6}\right) & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a(s) \\ E_b(s) \\ E_c(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_1(s) \end{bmatrix}$$

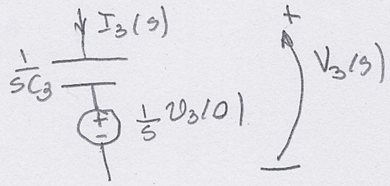
Boa prova!

$$\mathcal{L}\left[\frac{d\,x(t)}{dt}\right] = s\,\mathcal{L}[x(t)] - x(0)$$

$$I_3(s) = sC_3 V_3(s) - C_3 v_3(0) \quad \text{ou} \quad V_3(s) = \frac{1}{sC_3} I_3(s) + \frac{1}{s} v_3(0)$$



ou



3. Considere o circuito representado abaixo. Utilizando convenção de *receptor* para todos os bipolos e considerando o nó de referência assinalado, deduza as equações (matriciais) do *método dos nós modificado* em transformada de Laplace, supondo as duas situações caraccterizadas a seguir.

    (a) (1,5 ptos) Condições iniciais nulas para o capacitor e o indutor presentes no circuito.

    (b) (2,0 ptos) Estado inicial do circuito caracterizado pela tensão inicial no capacitor $v_3(0)$ Volts e corrente inicial através do indutor $i_6(0)$ Ampéres.

L_6

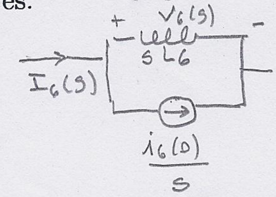
$+\ v_6\ -$

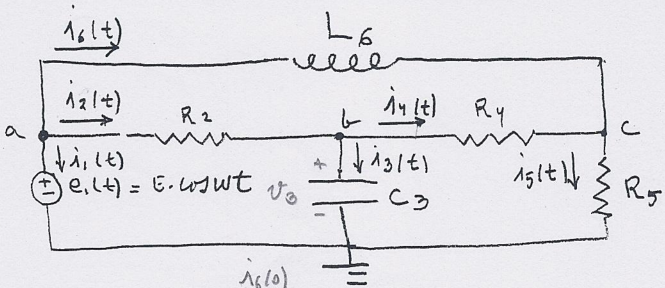
$V_6(s) = sL_6 I_6(s) - L_6 i_6(0)$

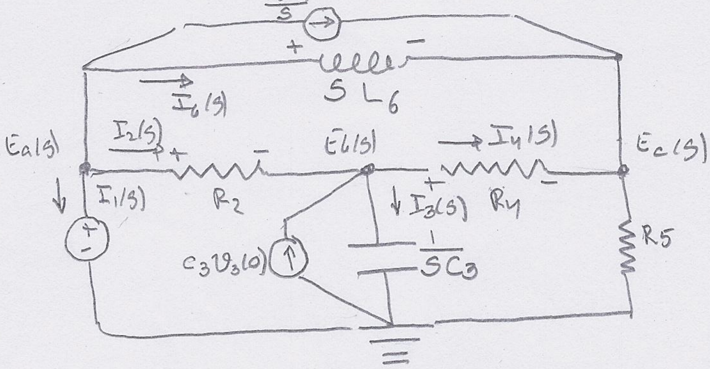
$sL_6 \quad L_6\, i_6(0)$

ou

$$I_6(s) = \frac{1}{sL_6} V_6(s) + \frac{i_6(0)}{s}$$







Nó a: $I_1(s) + I_2(s) + I_6(s) + \frac{i_6(0)}{s} = 0$

Nó b: $-I_2(s) + I_3(s) + I_4(s) - C_3 v_3(0) = 0$

Nó c: $-I_4(s) + I_5(s) - I_6(s) - \frac{i_6(0)}{s} = 0$

Eq. TENSÃO: $E_a(s) = E_1(s)$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL_6} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{sL_6} & 1 \\ -\frac{1}{R_2} & \left(\frac{1}{R_2}+sC_3+\frac{1}{R_4}\right) & -\frac{1}{R_4} & 0 \\ -\frac{1}{sL_6} & -\frac{1}{R_4} & \left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{sL_6}\right) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a(s) \\ E_b(s) \\ E_c(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{i_6(0)}{s} \\ +C_3 v_3(0) \\ +\frac{i_6(0)}{s} \\ E_1(s) \end{bmatrix}$$

Boa prova!