Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

EA721 – Turma A – Prova Final **29/11/2017**

Nome

RA

Q1		**Q4**	
Q2		**Q5**	
Q3		**—**	
		Total	

Instruções

- Esta prova tem **05 questões** distribuídas em **10 páginas**. A **nota máxima** da prova é de **10,0 pontos**.
- Cada questão deve ser resolvida, de forma organizada, no espaço indicado.
- Utilize a folha de almaço fornecida para rascunhos.
- Não destaque as folhas deste caderno.
- Não é permitida a consulta a qualquer material.
- Não é permitido o uso de calculadoras.
- A duração total da prova é de **120 minutos**.

Formulário

Ziegler-Nichols Tuning for the Regulator $D_c(s) = k_P(1 + 1/T_I s + T_D s)$, Based on the Ultimate Sensitivity Method

Type of Controller	Optimum Gain
P	$k_P = 0.5K_u$
PI	$\begin{cases} k_P = 0.45K_u \\ T_I = \frac{P_u}{1.2} \end{cases}$
PID	$\begin{cases} k_P = 0.6K_u \\ T_I = 0.5P_u \\ T_D = 0.125P_u \end{cases}$

- **Condição de ângulo:**

$$\sum_i \phi_i - \sum_j \psi_j = (2\ell + 1)\pi, \ell \in \mathbb{Z}$$

- **Condição de módulo:**

$$k = \frac{\Pi_i |s - p_i|}{\Pi_j |s - z_j|}$$

- **Assíntotas:**

$$\sigma = \frac{\sum_i p_i - \sum_j z_j}{n - m}, \ \theta_k = \frac{2k - 1}{n - m}, k = 1, \cdots, n - m$$

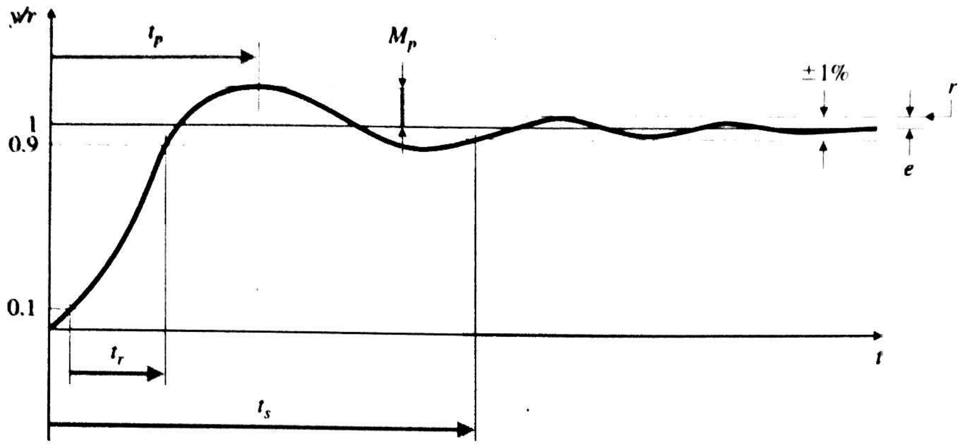
- **Projeto na representação de estado:**

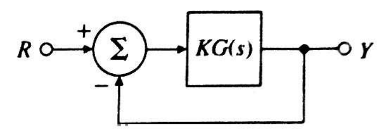
$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}, \ \mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

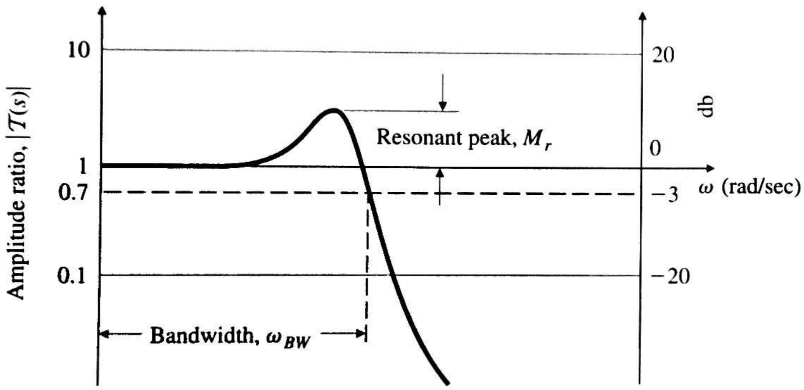
$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \mathcal{C}^{-1} q(A), \ L = q(A)\mathcal{O}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

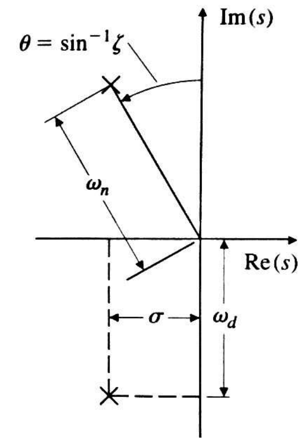
Design Aids

Closed Loop

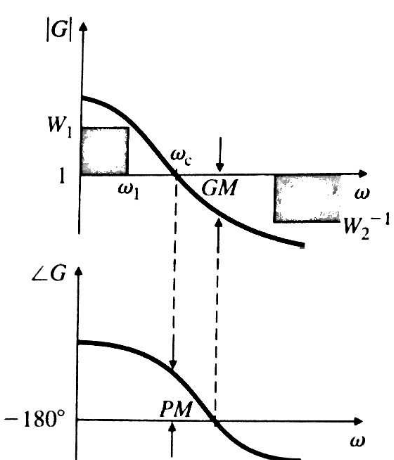








Open Loop



Design Relations

$$t_s = \frac{4.6}{\sigma} \qquad t_r = \frac{1.8}{\omega_n}$$

$$\sigma = \zeta\omega_n \qquad \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_0}, \quad K_0 = |G(j\omega)|_{\omega=0}$$

$$|E| < \frac{1}{1+W_1}, \quad \omega < \omega_1$$

$$\omega_{BW} = \omega_c \qquad \text{for } PM = 90°$$

$$\omega_{BW} = 2\omega_c \qquad \text{for } PM = 45°$$

$$M_r \cong \frac{1}{2\sin(PM/2)}$$

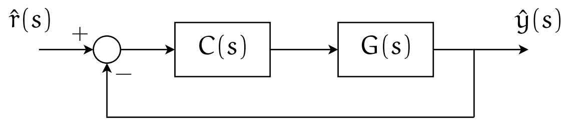
$$M_p = 5\%, \qquad \zeta = 0.7$$

$$M_p = 15\%, \qquad \zeta = 0.5$$

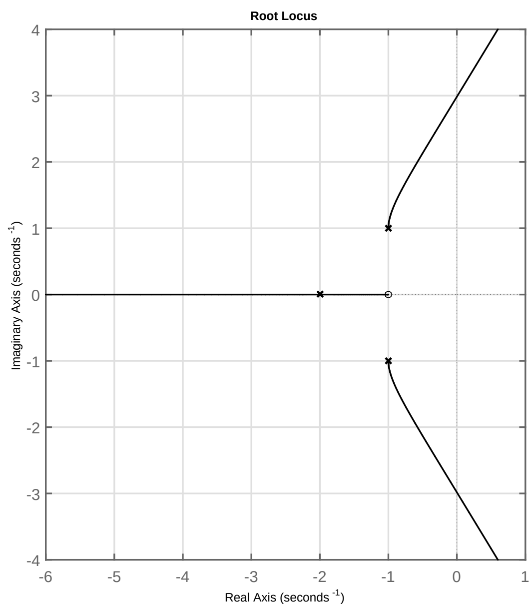
$$M_p = 35\%, \qquad \zeta = 0.3$$

$$\zeta \cong \frac{PM}{100} \quad \text{for } PM < 70°$$

► **Questão 1:** Considere o sistema de controle com realimentação unitária dado na figura abaixo, com controlador $C(s)$ e planta $G(s)$.



Você decide, como uma primeira abordagem, projetar um controlador proporcional $C(s) = k > 0$ para este sistema. Para tanto, você deve analisar o lugar das raízes da equação característica deste sistema, representado abaixo. Note os polos duplos em -2. Assuma que a planta é dada por uma razão de polinômios mônicos.



(a) **(0.5pt)** A partir do diagrama, estime a faixa de valores para o ganho $k > 0$ que asseguram a estabilidade do sistema em malha fechada.

Resolução:

(b) **(0.5pt)** Use os dados do item (a) e do lugar das raízes para projetar um controlador PID usando a regra de Ziegler-Nichols para a resposta em malha fechada.

► **Questão 2: (1.5pt)** Considere o sistema de controle em que a planta e o controlador são sistemas com realizações

$$\mathcal{G} \; : \; \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad , \qquad \mathcal{C} \; : \; \begin{cases} \dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly \\ u = -K\hat{x} \end{cases}$$

com

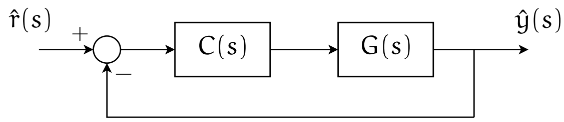
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Verifique se a escolha de ganhos

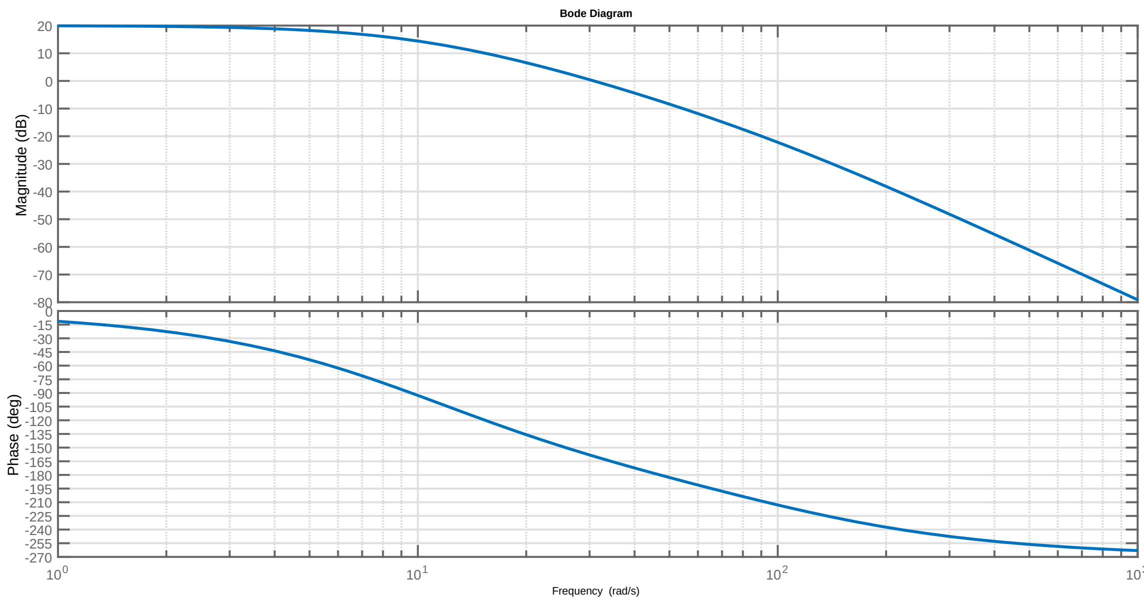
$$K = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad L = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

torna o sistema em malha fechada estável e calcule a função de transferência $C(s)$ do controlador (de y para u).

► **Questão 3:** Considere o sistema de controle com realimentação unitária dado na figura abaixo, com controlador $C(s)$ e planta $G(s)$.



A resposta em frequência da planta $G(s)$, de fase mínima, é dada nos diagramas de Bode abaixo.



A partir do diagrama acima, responda às seguintes questões. Justifique as suas respostas; indique, sempre que necessário, os pontos de interesse no diagrama.

(a) **(0.5pt)** O sistema em malha fechada com $C(s) = 1$ é estável? Em caso positivo, estime as margens de estabilidade de ganho e de fase.

Resolução:

(b) **(0.5pt)** Ainda para o sistema não compensado ($C(s) = 1$), use o diagrama para determinar o erro em regime permanente do sistema em malha fechada para uma referência do tipo degrau $r(t) = 1$, $t \in \mathbb{R}_+$.

Resolução:

(c) **(1.5pt)** Projete um compensador $C(s)$ do tipo atraso, com função de transferência dada por

$$C(s) = K \cdot \alpha \cdot \frac{T_i s + 1}{\alpha T_i s + 1},$$

para que o sistema em malha fechada seja estável, com margem de fase de, no mínimo, 45° e que o erro em regime permanente para uma entrada degrau seja de, no máximo, 2%.

Resolução:

► **Questão 4:** Considere o sistema LTI descrito pelas equações de estado

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t).$$

(a) **(1.5pt)** Defina uma nova variável de estado x_i tal que $\dot{x}_i(t) = r(t) - y(t)$. Projete uma lei de controle integral da forma $u(t) = -Kx(t) - k_i x_i(t)$ a fim de estabilizar o sistema em malha fechada, garantir que a dinâmica de malha fechada tenha uma constante de tempo de 1s e assegurar que o erro em regime permanente para uma referência do tipo degrau unitário seja nulo. Esquematize o diagrama de blocos correspondente ao sistema de controle em malha fechada.

(b) **(1.0pt)** Alternativamente, projete os ganhos K e M de uma entrada de controle da forma $u(t) = -Kx(t) + Mr(t)$ a fim de atingir os mesmos objetivos de projeto do item anterior. Esquematize o diagrama de blocos correspondente a este sistema de controle.

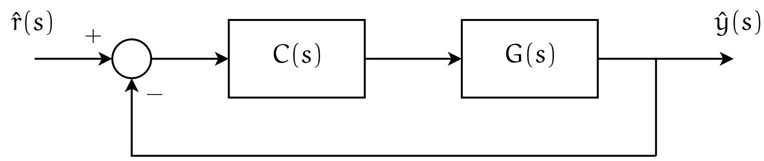
(c) **(0.5pt)** Aponte uma vantagem do projeto desenvolvido no item (b) com relação ao sistema construído no item (c).

Resolução:

Cont. Res. Questão 4

► **Questão 5:** Considere o sistema de controle da figura abaixo, com

$$G(s) = \frac{s+6}{(s+2)(s^2+2s+2)}.$$



Deseja-se projetar um controlador $C(s)$ do tipo atraso-avanço para que o sistema em malha fechada tenha um tempo de estabilização inferior a 4s, um sobressinal máximo de 15% e um erro de regulação de, no máximo, 2% para uma referência do tipo degrau unitário.

(a) **(1.0pt)** Para um controlador proporcional $C(s) = k > 0$, esboce o lugar das raízes da equação característica $1 + kG(s) = 0$ do sistema em malha fechada. Identifique os pontos de cruzamento com o eixo imaginário e calcule o ângulo de saída dos polos imaginários. Verifique que todos os requisitos não podem ser atingidos por este compensador.

(b) **(1.5pt)** Projete um controlador do tipo avanço com função de transferência

$$C_d(s) = k\frac{s+z_d}{s+p_d},$$

com $z_d \geqslant 1$, de forma que as assíntotas do lugar das raízes passem a ter abscissa $\sigma = -2$. Esboce o lugar das raízes da nova equação característica, parametrizado em função de $k > 0$; lembre-se de recalcular o ângulo de saída dos polos imaginários. Determine $k > 0$ para assegurar que todos os polos de malha fechada estejam na região de alocação desejada.

(c) **(0.5pt)** Projete um compensador do tipo atraso

$$C_i(s) = \frac{s+z_i}{s+p_i}$$

que tenha pouco efeito sobre a resposta transitória do sistema em malha fechada, mas que assegure o cumprimento da meta sobre o regime permanente. O seu controlador final será $C(s) = C_d(s)C_i(s)$.

Resolução:

Cont. Res. Questão 5