

Christiano

EA611 — Circuitos Elétricos II — 2º Semestre de 2010

Segunda Prova — 15 de outubro de 2010

Turma A — Prof. Christiano Lyra Filho

1. (3,5 ptos) Três cargas, $Z_a = 5 \Omega$, $Z_b = 4 + j4 \Omega$ e $Z_c = 4 + j4 \Omega$, são ligadas em Y a uma alimentação trifásica com tensão de linha de 220 Volts (eficazes), 60 Hz e sequência de fases abc, sem neutro, como mostra a figura a seguir. Determine as leituras de cada um dos watímetros representados na figura.

$$Z_a = 5 \Omega$$

$$Z_b = 4 + j4 \Omega = 5,66 \angle 45^\circ \Omega$$

$$Z_c = 4 + j4 \Omega = 5,66 \angle 45^\circ \Omega$$

$$\hat{V}_{an} = 127 \angle 0^\circ = 127 V$$

$$\hat{V}_{bn} = 127 \angle -120^\circ = -63,5 - j110 V$$

$$\hat{V}_{cn} = 127 \angle +120^\circ = -63,5 + j110 V$$

$$\hat{I}_m = \frac{\hat{V}_{an}}{Z_a} + \frac{\hat{V}_{bn}}{Z_b} + \frac{\hat{V}_{cn}}{Z_c} =$$

$$\hat{I}_m = \frac{127 \angle 0^\circ}{5} + \frac{127 \angle -120^\circ}{5,66 \angle 45^\circ} + \frac{127 \angle +120^\circ}{5,66 \angle 45^\circ}$$

$$\hat{I}_m = 25,4 \angle 0^\circ + 22,4 \angle -165^\circ + 22,4 \angle 15^\circ$$

$$\hat{I}_m = 25,4 + (-21,6 - j5,8) + (5,8 + j21,6)$$

$$\hat{I}_m = 9,6 + j15,8 = 18,5 \angle 58,7^\circ A$$

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5,66 \angle 45^\circ} + \frac{1}{5,66 \angle 45^\circ}$$

$$\frac{1}{Z_T} = 0,2 + 0,10 \angle -45^\circ + 0,10 \angle -45^\circ$$

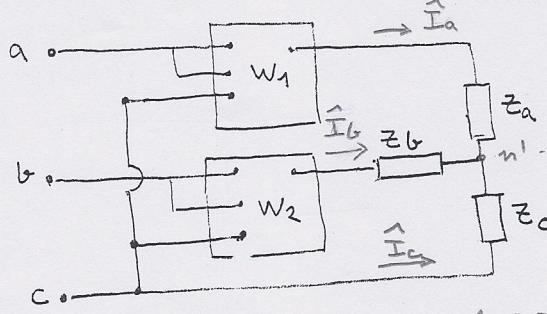
$$\frac{1}{Z_T} = 0,2 + (0,13 - j0,13) + (0,13 - j0,13)$$

$$\frac{1}{Z_T} = 0,46 - j0,26 = 0,53 \angle -29,5^\circ$$

$$Z_T = 1,9 \angle 29,5^\circ = 1,7 + j0,94 \Omega$$

$$\hat{V}_{mn} = Z_T \cdot \hat{I}_m = (1,9 \angle 29,5^\circ) (18,5 \angle 58,7^\circ)$$

$$\hat{V}_{mn} = 35,2 \angle 88,2^\circ = 1,1 + j35,2 \Omega$$



$$\hat{I}_a = \frac{\hat{V}_{an}}{Z_a} - \frac{\hat{V}_{mn}}{Z_a} = \frac{127 \angle 0^\circ}{5} - \frac{35,2 \angle 88,2^\circ}{5} = 25,4 - j7,2$$

$$\hat{I}_a = 25,4 - j7,2$$

$$\hat{I}_a = 25,4 - 0,22 - j7,2$$

$$\hat{I}_a = 25,2 - j7,2$$

$$\hat{I}_a = 26,2 \angle -15,5^\circ A$$

$$\hat{I}_b = \frac{\hat{V}_{bn}}{Z_b} - \frac{\hat{V}_{mn}}{Z_b} = \frac{127 \angle -120^\circ}{5,66 \angle 45^\circ} - \frac{35,2 \angle 88,2^\circ}{5,66 \angle 45^\circ}$$

$$\hat{I}_b = 22,4 \angle -165^\circ - 6,2 \angle 143,2^\circ$$

$$\hat{I}_b = (-22,6 - j5,8) - (4,5 + j4,2) = -27,1 - j10$$

$$\hat{I}_b = 28,9 \angle -159,7^\circ$$

$$P_1 = R_a \langle \hat{V}_{ac} \cdot \hat{I}_a^* \rangle$$

$$\hat{V}_{ac} = 220 \angle -30^\circ, \quad \hat{I}_a^* = 26,2 \angle +15,5^\circ$$

$$\hat{V}_{ac} \cdot \hat{I}_a^* = (220)(26,2) \angle -30 + 15,5^\circ$$

$$\hat{V}_{ac} \cdot \hat{I}_a^* = 5764 \angle -14,5^\circ$$

$$P_1 = R_a \langle \hat{V}_{ac} \cdot \hat{I}_a^* \rangle = 5764 \cdot (0,968) = 5578 W$$

$$P_2 = R_b \langle \hat{V}_{bc} \cdot \hat{I}_b^* \rangle$$

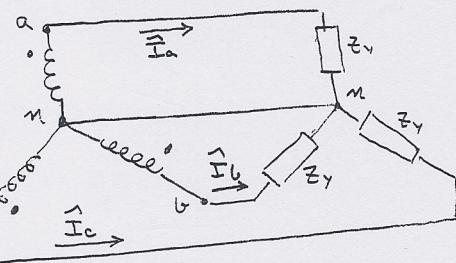
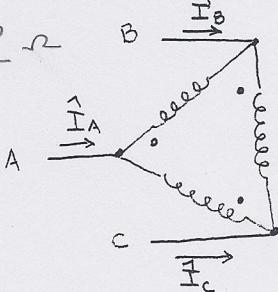
$$\hat{V}_{bc} = 220 \angle -90^\circ, \quad \hat{I}_b^* = 28,9 \angle 159,7^\circ$$

$$\hat{V}_{bc} \cdot \hat{I}_b^* = (220)(28,9) \angle -90 + 159,7^\circ = 6358 \angle 69,7^\circ$$

$$P_2 = R_b \langle \hat{V}_{bc} \cdot \hat{I}_b^* \rangle = 6358 \cdot 0,35 \cdot (0,968) = 2206 W$$

2. (2,0 ptos) Um banco de transformadores Δ -Y com relação de tensões (de linha) 13800/220 alimenta uma carga trifásica em Y (com neutro), formada por três impedâncias iguais de valor $Z_Y = 2+j2\Omega$. Considerando a sequência de fases abc e tomando como referência a tensão $\hat{V}_{an} = 127/0^\circ$ Volts, obtenha as correntes $\hat{I}_A, \hat{I}_B, \hat{I}_C$ no primário do banco de transformadores.

$$Z_Y = 2+j2\Omega = 2,8 \angle 45^\circ \Omega$$



V_L : Tensão de linha no secundário;

V_U : Tensão de linha no primário

$$\frac{V_L}{V_U} = \frac{220}{13.800} = \sqrt{3} \cdot \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 13.800} = 9,2 \cdot 10^{-3}$$

$$\hat{I}_a = \frac{127 \angle 0^\circ}{2,8 \angle 45^\circ} = 45,4 \angle -45^\circ A$$

$$\hat{I}_b = \frac{127 \angle -120^\circ}{2,8 \angle 45^\circ} = 45,4 \angle -165^\circ A$$

$$\hat{I}_c = \frac{127 \angle 120^\circ}{2,8 \angle 45^\circ} = 45,4 \angle 175^\circ A$$

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_A \\ \hat{I}_B \\ \hat{I}_C \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{\sqrt{3} n_2}{n_1}}_{\frac{220}{13.800}} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\hat{I}_A = \left(\frac{220}{13.800} \angle 190^\circ \right) (45,4 \angle -45^\circ)$$

$$\hat{I}_B = \left(\frac{220}{13.800} \angle 190^\circ \right) (45,4 \angle -165^\circ)$$

$$\hat{I}_C = \left(\frac{220}{13.800} \angle 190^\circ \right) (45,4 \angle 175^\circ)$$

$\hat{I}_A = 0,72 \angle 45^\circ A$
$\hat{I}_B = 0,72 \angle -75^\circ A$
$\hat{I}_C = 0,72 \angle 165^\circ A$

1,0

3. (4,5 pts) Considere um sistema trifásico formado por um gerador, um banco de transformadores elevadores ($Y - \Delta$), uma linha de transmissão trifásica, um banco de transformadores abaixadores ($\Delta - Y$) e duas cargas trifásicas equilibradas, que devem ser alimentadas por uma rede com tensões de linha de 13,8 kV. A primeira das cargas é formada por três impedâncias (iguais) de valor $Z_Y = 20 + j20 \Omega$, ligadas em Y . A segunda das cargas é formada por três impedâncias resistivas (iguais) de valor $Z_\Delta = 30 \Omega$, ligadas em Δ . O banco de transformadores elevadores tem relação de tensões de linha de 1:5 e impedâncias de dispersão $Z_1 = j0,8 \Omega$, referidas aos primários. A linha de transmissão tem impedância em série $Z_2 = j30 \Omega$, por fase. O banco de transformadores abaixadores tem relação de tensões de linha de 5:1 e impedâncias de dispersão $Z_3 = j0,8 \Omega$, referidas aos secundários.

- (a) Determine as tensões de linha nos terminais do gerador (valores eficazes) para que as tensões de linha na alimentação das cargas tenham 13,8 kV (valores eficazes). (1,0)
- (b) Calcule as potências trifásicas totais, ativa e reativa, fornecidas às cargas. (1,0)
- (c) Calcule as potências trifásicas totais, ativa e reativa, fornecidas pelo gerador. (1,0)
- (d) Adotando-se na alimentação das cargas uma *potência base* de 60 MVA (1,5)
trifásica e uma *tensão base* de 13,8 kV, de linha, expresse em valores *por unidade* todas as grandezas calculadas nos itens anteriores (tensões de linha no gerador e potências); expresse também em valores *por unidade* as impedâncias em série da linha de transmissão e as impedâncias de dispersão dos transformadores. $\underline{U}_b Z_1 = 7,8 \angle 113^\circ$

$$\underline{V}_1 = \frac{\underline{V}_L}{\sqrt{3}} = 7967 \text{ V}$$

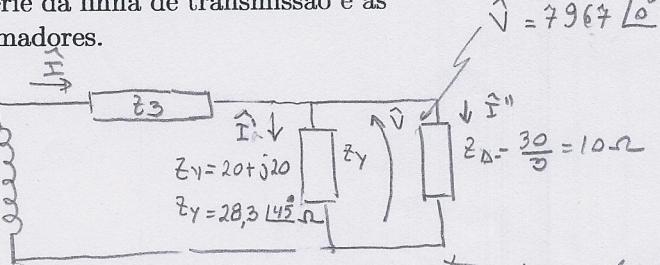


$$\hat{I}^1 = \frac{7967 \angle 0^\circ}{20,3 \angle 145^\circ} = 201,5 \angle -45^\circ$$

$$\hat{I}^2 = \frac{7967 \angle 0^\circ}{10} = 796,7 \angle 0^\circ$$

$$\hat{I} = \hat{I}^1 + \hat{I}^2 = (199 - j199) + 796,7 = (995,7 - j199) \text{ A}$$

$$\hat{I} = 1015,4 \angle -11,3^\circ$$



OBS: As deforações introduzidas pelo banco $Y - \Delta$ são ignoradas numa vez que os transformadores não alteram a diferença entre tensão e corrente de uma mesma fase.

$$\hat{V}_2 = 5 \cdot (\hat{V} + z_3 \hat{I}) = 5(7967 \angle 0^\circ + 0,8 \angle 190^\circ \cdot 1015,4 \angle -11,3^\circ) = 5(7967 \angle 0^\circ + 812,3 \angle 70,7^\circ) \text{ V}$$

$$\underline{V}_2 = 5(7967 + 159,2 + j796,6) = 5(8126,2 + j796,6) = 40631 + j3983 = 40826 \angle 5,6^\circ \text{ V}$$

$$\hat{I}_2 = 0,2 \hat{I} = 203,1 \angle -11,3^\circ$$

$$\hat{V}_1 = \hat{V}_2 + z_2 \hat{I}_2 = (40631 + j3983) + (30 \angle 190^\circ) \cdot (203,1 \angle -11,3^\circ) = 41824,9 + j9958 \text{ V}$$

$$\underline{V}_1 = 42.994 \angle 13,4^\circ \text{ V}$$

$$\hat{I}_g = 5 \hat{I}_2 = 1015,5 \angle -11,3^\circ$$

$$\underline{E} = 0,2 \hat{V}_1 + z_1 \hat{I}_g = 0,2(42.994 \angle 13,4^\circ) + 0,8 \angle 190^\circ \cdot 1015,5 \angle -11,3^\circ$$

Bon punto!

3. (4,5 ptos) Considere um sistema trifásico formado por um gerador, um banco de transformadores elevadores ($Y - \Delta$), uma linha de transmissão trifásica, um banco de transformadores abaixadores ($\Delta - Y$) e duas cargas trifásicas equilibradas, que devem ser alimentadas por uma rede com tensões de linha de 13,8 kV. A primeira das cargas é formada por três impedâncias (iguais) de valor $Z_Y = 20 + j20 \Omega$, ligadas em Y . A segunda das cargas é formada por três impedâncias resistivas (iguais) de valor $Z_\Delta = 30 \Omega$, ligadas em Δ . O banco de transformadores elevadores tem relação de tensões de linha de 1:5 e impedâncias de dispersão $Z_1 = j0,8 \Omega$, referidas aos primários. A linha de transmissão tem impedância em série $Z_2 = j30 \Omega$, por fase. O banco de transformadores abaixadores tem relação de tensões de linha de 5:1 e impedâncias de dispersão $Z_3 = j0,8 \Omega$, referidas aos secundários.

- (a) Determine as tensões de linha nos terminais do gerador (valores eficazes) para que as tensões de linha na alimentação das cargas tenham 13,8 kV (valores eficazes). 1,0
- (b) Calcule as potências trifásicas totais, ativa e reativa, fornecidas às cargas. 1,0
- (c) Calcule as potências trifásicas totais, ativa e reativa, fornecidas pelo gerador. 1,0
- (d) Adotando-se na alimentação das cargas uma *potência base* de 60 MVA trifásica e uma *tensão base* de 13,8 kV, de linha, expresse em valores *por unidade* todas as grandezas calculadas nos itens anteriores (tensões de linha no gerador e potências); expresse também em valores *por unidade* as impedâncias em série da linha de transmissão e as impedâncias de dispersão dos transformadores. 1,5

(a) continuação...

$$\hat{E} = 8598,8 \angle 13,4^\circ + 812,4 \angle 78,7^\circ$$

$$\hat{E} = (8364,7 + j1.992,8) + (159,2 + j496,7) = 8.523,9 + j2.489,5$$

$$\boxed{\hat{E} = 8969 \angle 18,1^\circ \text{ Volts}}.$$

A tensão de linha neta $E_L = 15.535 \text{ Volts}$

$$\begin{aligned} \hat{V}_{ab} &= 15.535 \angle 18,1^\circ + 30^\circ \\ \hat{V}_{ab} &= 15.535 \angle 48,1^\circ \end{aligned}$$

$$(b) P = 3(VI \cdot \cos 11,3^\circ) = 3[7967 \cdot 1015,4 \cdot \underbrace{\cos(11,3^\circ)}_{0,98}] = 23,78 \text{ MW}$$

$$Q = 3(VI \cdot \sin 11,3^\circ) = 3[7967 \cdot 1015,4 \cdot \underbrace{\sin(11,3^\circ)}_{0,12}] = 4,85 \text{ VA}_L$$

$$(c) P_g = 3(E \cdot I_g \cdot \cos \underbrace{\angle 18,1^\circ + 11,3^\circ}_{29,4^\circ}) = 3[8969 \cdot 1015,4 \cdot \underbrace{\cos(29,4^\circ)}_{0,87}] = 23,77 \text{ MW}$$

$$Q_g = 3(E \cdot I_g \cdot \sin \underbrace{\angle 18,1^\circ + 11,3^\circ}_{29,4^\circ}) = 3[8969 \cdot 1015,4 \cdot 0,49] = 13,39 \text{ VA}_g$$

3. (4,5 ptos) Considere um sistema trifásico formado por um gerador, um banco de transformadores elevadores ($Y - \Delta$), uma linha de transmissão trifásica, um banco de transformadores abaixadores ($\Delta - Y$) e duas cargas trifásicas equilibradas, que devem ser alimentadas por uma rede com tensões de linha de 13,8 kV. A primeira das cargas é formada por três impedâncias (iguais) de valor $Z_Y = 20 + j20 \Omega$, ligadas em Y . A segunda das cargas é formada por três impedâncias resistivas (iguais) de valor $Z_\Delta = 30 \Omega$, ligadas em Δ . O banco de transformadores elevadores tem relação de tensões de linha de 1:5 e impedâncias de dispersão $Z_1 = j0,8 \Omega$, referidas aos primários. A linha de transmissão tem impedância em série $Z_2 = j30 \Omega$, por fase. O banco de transformadores abaixadores tem relação de tensões de linha de 5:1 e impedâncias de dispersão $Z_3 = j0,8 \Omega$, referidas aos secundários.

- (a) Determine as tensões de linha nos terminais do gerador (valores eficazes) para que as tensões de linha na alimentação das cargas tenham 13,8 kV (valores eficazes). 1,0 + 0,5
- (b) Calcule as potências trifásicas totais, ativa e reativa, fornecidas às cargas. 1,0
- (c) Calcule as potências trifásicas totais, ativa e reativa, fornecidas pelo gerador. 1,0
- (d) Adotando-se na alimentação das cargas uma *potência base* de 60 MVA trifásica e uma *tensão base* de 13,8 kV, de linha, expresse em valores *por unidade* todas as grandezas calculadas nos itens anteriores (tensões de linha no gerador e potências); expresse também em valores *por unidade* as impedâncias em série da linha de transmissão e as impedâncias de dispersão dos transformadores. 1,5

(d)

VALORES BASE	$S_{3\phi}$ (MVA)	S_ϕ (MVA)	V LINHA (kV)	V FASE (kV)	$Z (\Omega)$	I (A)
GERADOR	60	20	13,8	7,967	3,17	2510
LINHA TRANSM.	60	20	6,9	39,84	79,35	502
CARGA	60	20	13,8	7,967	3,17	2510

$$I_{BASE} = \frac{(\text{POTÊNCIA BASE})}{(\text{TENSÃO BASE})} \text{ ou}$$

$$Z_{BASE} = \frac{(\text{TENSÃO BASE})^2}{(\text{POTÊNCIA BASE})} \text{ ou}$$

$$I_{BASE} = \frac{(\text{POTÊNCIA BASE TRIFÁSICA})}{(\sqrt{3} \cdot \text{TENSÃO DE LINHA BASE})}$$

$$Z_{BASE} = \frac{(\text{TENSÃO DE LINHA BASE})}{(\text{POTÊNCIA } 3\phi \text{ BÁSICA})}$$

$$\text{TENSÃO GERADOR: } \hat{E} = 0,969 \angle 10,1^\circ \text{ VOLTS} = \frac{0,969 \angle 10,1^\circ}{7,967} \text{ p.u.} = 1,13 \angle 10,1^\circ \text{ p.u.}$$

$$\text{TENSÃO DE LINHA NO GERADOR} = 1,13 \angle 10,1^\circ \text{ p.u.}$$

POTÊNCIAS TRIFÁSICAS FORNECIDAS ÀS CARGAS:

$$P = \frac{23,78 \text{ MW}}{60} = 0,396 \text{ p.u.}$$

$$Z_1 = j0,8 \Omega = j0,252 \text{ p.u.}$$

$$Q = \frac{4,85}{60} = 0,081 \text{ p.u.}$$

$$Z_2 = \frac{j30 \Omega}{49,35} = j0,378 \text{ p.u.}$$

$$P_g = \frac{23,78 \text{ MW}}{60} = 0,396 \text{ p.u.}$$

$$Z_3 = \frac{j0,8}{3,17} = j0,252 \text{ p.u.}$$

$$Q_g = \frac{13,39}{60} = 0,22 \text{ p.u.}$$

Bon niveau !