EA721/IA362 - Princípios de Controle e Servomecanismos

Segunda Prova | Prof. Matheus Souza

Instruções Gerais

- Esta prova contém **4** questões e deve ser resolvida **individualmente**.
- **Avaliação:** Cada questão será avaliada em uma escala de 0 a 1. Pontuações parciais de cada item estão indicadas. A nota final da prova será calculada com uma soma ponderada, em que são atribuídos pesos 3 às duas questões com notas mais altas e pesos 2 às demais. Assim, estudantes diferentes podem ter pesos diferentes nas suas questões.
- Cada questão deve ser resolvida à mão, de forma organizada, clara e formal. Identifique (nome e RA) e assine todas as folhas utilizadas na resolução. Indique também o tempo utilizado na resolução de cada questão.
- A prova digitalizada deve ser submetida, em um único arquivo PDF, no `moodle`. Certifique-se de que todas as resoluções estão legíveis antes de submetê-las.
- Entregas após o prazo estabelecido no `moodle` serão desconsideradas.
- É permitida a consulta a livros e outros materiais, mas a prova apenas pode ser discutida com o professor.
- O uso de MATLAB, Octave e calculadoras é permitido nas passagens intermediárias e na validações das soluções encontradas.
- Qualquer tentativa de fraude, se detectada, implicará na reprovação (com nota final 0.0) de todos os envolvidos, além das penalidades disciplinares previstas no Regimento Geral da Unicamp (Arts. 226 – 237).

Questões

► **Questão 1:** Considere o sistema em malha fechada ilustrado na Figura 1.

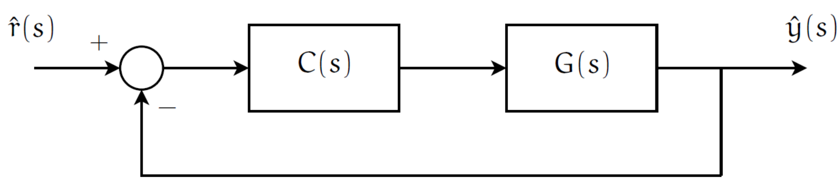

Figura 1: Sistema de Controle da Questão 1.

Suponha que a planta seja um motor DC, com função de transferência G dada por

$$G(s) = \frac{0.1}{s(s+1)}.$$

Deseja-se projetar um controlador C de forma que o sistema em malha fechada atinja os seguintes objetivos:

- para uma referência do tipo degrau unitário, o máximo sobressinal deve ser de, no máximo, 20% e o tempo de estabilização deve ser de, no máximo 2s;
- para uma referência do tipo rampa unitária, o erro em regime deve ser de, no máximo, 10%.

(a) **(2/5)** Como uma primeira abordagem, tentaremos atingir os objetivos acima com um controlador proporcional $C(s) = k > 0$. Esboce o lugar das raízes do sistema em malha fechada e estime o sobressinal máximo e o tempo de estabilização fornecidos pelo menor valor de k que atinge o requisito sobre o regime permanente. Compare os valores obtidos com os requisitos de projeto.

Como o controlador proporcional não consegue assegurar todos os critérios de desempeho estabelecidos, projetaremos um compensador do tipo atraso-avanço por meio do lugar das raízes.

(b) **(2/5)** Projete um compensador do tipo avanço $C_{av}(s)$ de forma que o sistema em malha fechada com $C(s) = C_{av}(s)$ atinja todos os requisitos impostos sobre sua resposta transitória.

(c) **(1/5)** Projete um compensador do tipo atraso $C_{at}(s)$ de forma que o sistema em malha fechada com $C(s) = C_{av}(s) \cdot C_{at}(s)$ verifique os requisitos impostos sobre o regime permanente *com o menor efeito possível* sobre a qualidade transitório já obtida pelo controlador avanço do item anterior.

▶ **Questão 2:** Considere ainda o sistema da Questão 1, isto é, o sistema de controle da Figura 1 com planta dada por

$$G(s) = \frac{0.1}{s(s+1)}$$

Desejamos projetar um controlador do tipo PD para esta planta, com função de transferência

$$C(s) = k_p + k_d s,$$

por meio da resposta em frequência da planta. Nesta questão, estamos apenas interessados na resposta transitória do sistema em malha fechada e no comportamento em regime permanente com relação a uma entrada do tipo degrau.

(a) **(2/5)** Mostre que, para um dado ω_c, a escolha de ganhos

$$k_p = \frac{\cos\theta}{|G(i\omega_c)|} \qquad \text{e} \qquad k_d = \frac{\sin\theta}{\omega_c|G(i\omega_c)|}$$

assegura que a frequência de cruzamento (*crossover*) do sistema compensado seja ω_c, sendo $\theta = \arg C(i\omega_c)$. Mostre ainda que a margem de fase do sistema compensado é

$$MF = 180° + \theta + \arg G(i\omega_c).$$

(b) **(1/5)** Desejamos assegurar que o sistema compensado tenha uma margem de fase de 60° com uma frequência de cruzamento em $\omega_c = 5\text{rad/s}$. Use essas especificações em frequência para estimar o tempo de estabilização e o sobressinal apresentados pela resposta temporal do sistema em malha fechada a uma referência do tipo degrau. **Dica:** lembre que tanto a frequência de cruzamento quanto a frequência natural dos polos de malha fechada são aproximadamente iguais à largura de faixa do sistema em malha fechada.

(c) **(2/5)** Use as relações do item (a) para projetar um controlador PD que assegure as especificações frequenciais definidas no item (b). O sistema em malha fechada segue uma referência do tipo degrau com erro nulo em regime permanente? Justifique.

▶ **Questão 3:** Considere o sistema LTI descrito pelas equações de estado

$$\mathcal{G} \;:\; \begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases} .$$

Desejamos projetar um sistema de controle para esta planta a fim de que a lei de controle

$$u(t) = -Kx(t) + g(t)$$

assegure estabilidade e a verificação de alguns critérios de desempenho ao sistema em malha fechada. Neste sinal de controle, x é o estado de $\mathcal{G}$ e g é uma referência r ajustada por um *feedforward*, na forma $\hat{g}(s) = M\hat{r}(s)$.

(a) **(1/5)** Esquematize o diagrama de blocos correspondente a este sistema de controle, usando integradores para implementar as realizações de estado. Aponte, no seu diagrama, os principais sinais envolvidos no projeto.

(b) **(2/5)** Devido a limitação de projeto, o ganho de realimentação de estado K presente na lei de controle acima deve ter a estrutura

$$K = \begin{bmatrix} k & k \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Projete o ganho K de forma que os polos do sistema em malha fechada fator de amortecimento $\xi = 1/\sqrt{2}$. Se o projeto admitir mais de uma solução, escolha a de menor tempo de estabilização (mais rápida).

(c) **(1/5)** Projete o ganho M do compensador da malha direta para garantir que o sistema compensado siga referências do tipo degrau com erro nulo em regime permanente.

(d) **(1/5)** Se o projetista não tiver acesso ao estado da planta, um observador de estado deve ser utilizado no projeto e a lei de controle deve ser alterada para

$$u(t) = -K\hat{x}(t) + g(t),$$

sendo $\hat{x}$ a estimativa do estado de $\mathcal{G}$ fornecida pelo observador. Refaça o diagrama de blocos do item (a) para considerar esta nova estrutura. Use novamente integradores para implementar as realizações de estado (da planta e do observador). A adição do observador exige o reprojeto de K e M?

▶ **Questão 4:** Considere o sistema de controle da Figura 1, em que o controlador $C(s)$ é do tipo PI com função de transferência

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$$

e a planta $G(s)$ é uma planta de primeira ordem com função de transferência

$$G(s) = \frac{A}{\tau s + 1}.$$

Para este problema, suponha que a planta seja perfeitamente conhecida e que o controlador já tenha sido projetado. Assim, A, τ, k_p e k_i são números positivos dados. Seu papel é propor uma aproximação digital que *emule* o comportamento deste controlador analógico, a ser implementada na estrutura de controle digital da Figura 2.

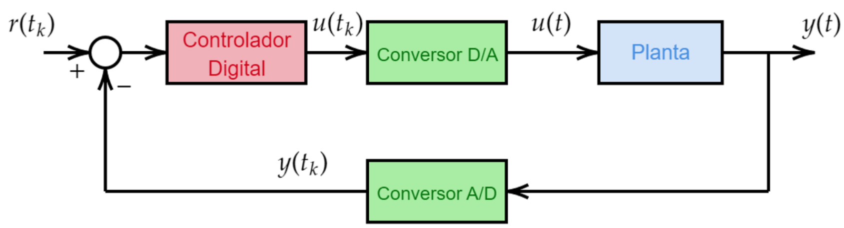

Figura 2: Sistema de Controle Digital da Questão 4.

(a) **(2/5)** Em projetos por emulação, deve ser dada especial atenção à escolha do período de amostragem. Uma regra prática tradicional recomenda que a taxa de amostragem deve ser pelo menos da ordem de 20 vezes a largura de faixa do sistema de malha fechada a tempo contínuo. A partir dos dados fornecidos acima, estime a largura de faixa do sistema em malha fechada e determine o maior período de amostragem que verifica esta regra prática.

(b) **(3/5)** Para um dado período de amostragem h que respeite a regra acima, o controlador projetado será emulado digitalmente por um controlador obtido a partir do método *matched pole zero* (MPZ). Nesta estratégia de emulação, para um dado período de amostragem h, cada polo (ou zero) em s_0 do controlador contínuo gera um polo (ou zero) em $z_0 = e^{s_0 T}$ no controlador discreto. No caso do controlador PI projetado, o método MPZ gera um controlador da forma

$$C(z) = K\frac{z - \alpha}{z - \beta}.$$

Determine α e β a partir da descrição do método e projete o ganho K para que o mesmo erro em regime permanente para uma entrada do tipo rampa unitária seja assegurado pelo controlador emulado.