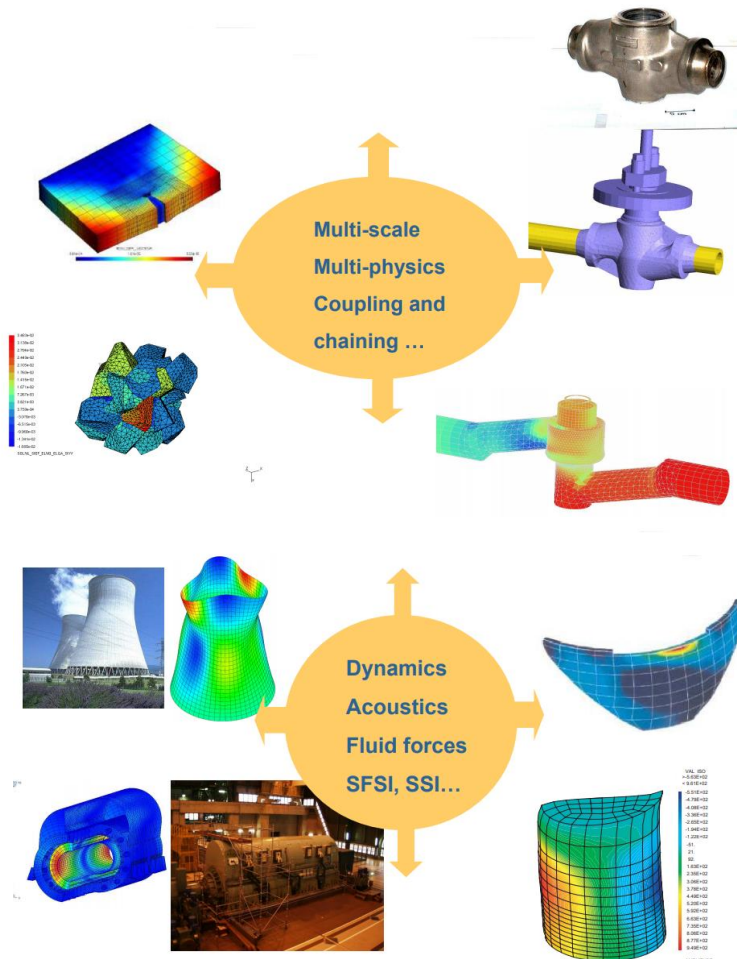


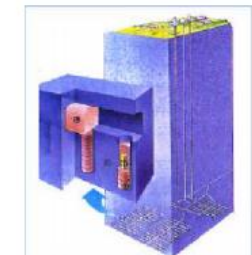
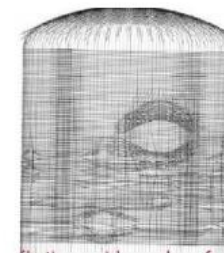
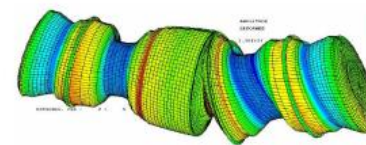
Исследование изменения собственных частот колебаний резервуара при разном уровне заполнения жидкостью с использованием СПО Code\_Aster.

Analysis of natural frequencies of reservoir filled with liquid at different levels using the open-source software Code\_Aster.

**KASHFUTDINOV Bulat**  
**[bkashfutdinov@ispras.ru](mailto:bkashfutdinov@ispras.ru)**

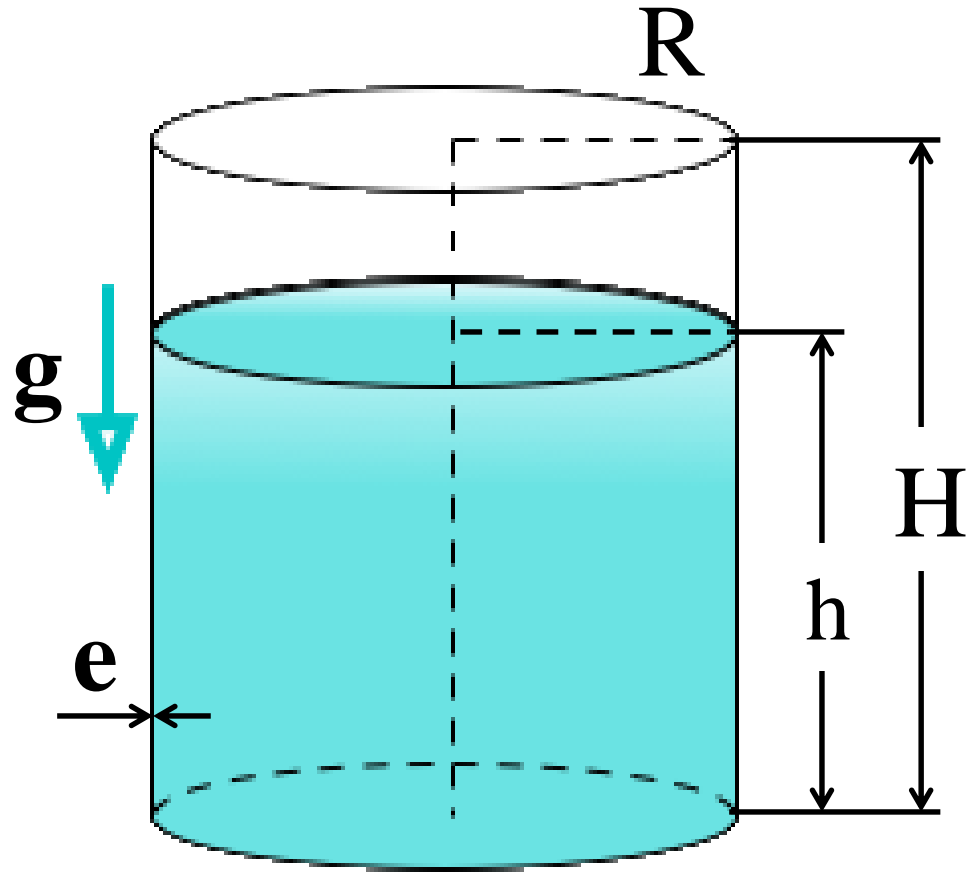


- 3D simulation of excavation, damage, re-saturation and Darcy flow in a **waste storage repository**,
- Deformations of a **complete core** during several irradiation cycles,
- Extension and stop of a crack in a **pressure vessel** after a thermohydraulic transient,
- Computation of the leak flow in the **containment**,
- 3D crack propagation in a **rotor**,
- Simulation of a **complete shaftline** ...



Open source software focused on capabilities

# Постановка задачи



Цилиндрический резервуар, частично  
заполненный жидкостью.

$$H = 0.231 \text{ м}$$

$$h = b \cdot H$$

$$R = 0.07725 \text{ м}$$

$$e = 0.0015 \text{ м}$$

$$b = 0; 0.697; 1.0$$

Свойства жидкости:

Скорость звука:  $c_F = 1500 \text{ м/с}$

Плотность:  $\rho_F = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

Свойства цилиндрической оболочки:

Модуль Юнга:  $E = 2,05 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ,

Коэффициент Пуассона:  $\nu = 0.3$

Плотность:  $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ .

# Допущения

Жидкость является:

- Идеальной (т.е. без учета вязкости)
- Баротропной, т.е.

$$p = \rho \cdot c^2$$

- Безвихревой, т.е. существует потенциал перемещений  $\varphi$  такой, что

$$p = \rho \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$$

Конструкция:

Будем считать конструкцию эластичной, т.е. что она остается в области малых деформаций.

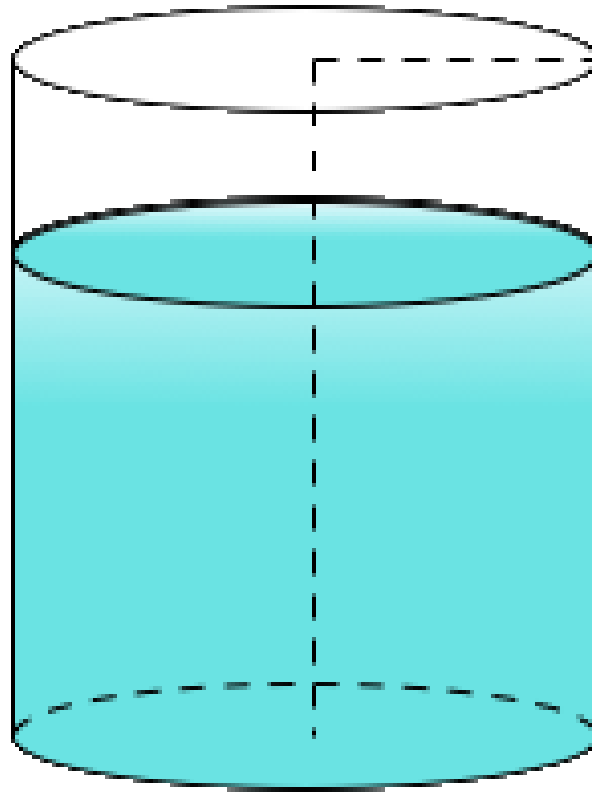
# Математическое описание

Конструкция

$$Cx_s + \omega^2 \rho_s x_s = 0$$

Жидкость

$$\Delta p + \frac{\omega^2}{c^2} p = 0$$



Свободная поверхность

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho_f \omega^2 x_f n_i$$

$$p = \rho_f g z$$

Взаимодействие жидкость-  
конструкция

$$\sigma_{ij} n_i = T_{ij} n_i = -p \delta_{ij} n_i$$

# Постановка задачи

$$\begin{bmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & \frac{M_f}{\rho_0 c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ p \\ \Phi \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M & 0 & \rho_0 M_\Sigma \\ 0 & 0 & \frac{M_{fl}}{c^2} \\ \rho_0 M_\Sigma^T & \frac{M_{fl}^T}{c^2} & \rho_0 H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ p \\ \Phi \end{bmatrix} = 0$$

Где

$$M_\Sigma = \int_\Sigma \Phi u dS$$

- матрица связи жидкости и конструкции

$$\bullet M_f = \int_V p^2 dV$$

- матрица взаимодействия жидкости и конструкции

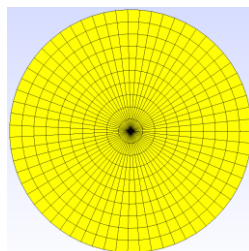
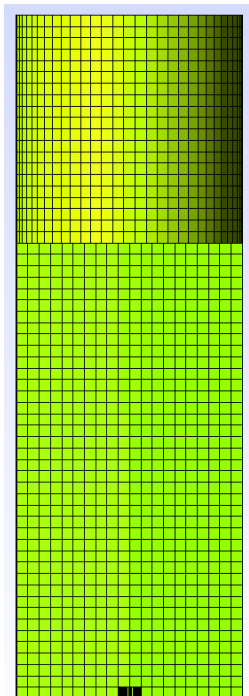
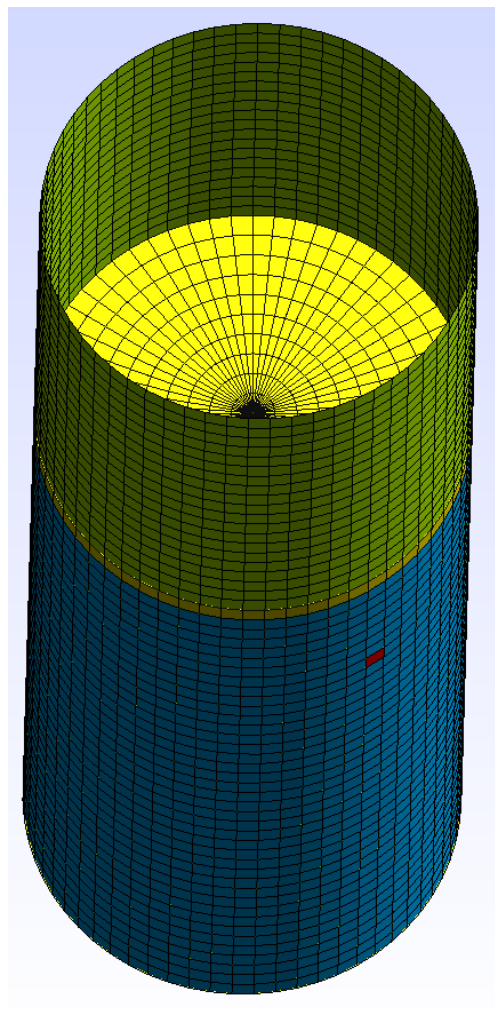
$$\bullet M_{fl} = \int_V p \cdot \Phi dV$$

- матрица жесткости жидкости

$$\bullet H = \int_{V_f} (grad \Phi)^2 dV$$

- матрица масс жидкости

# MESH



Nodes: 27131

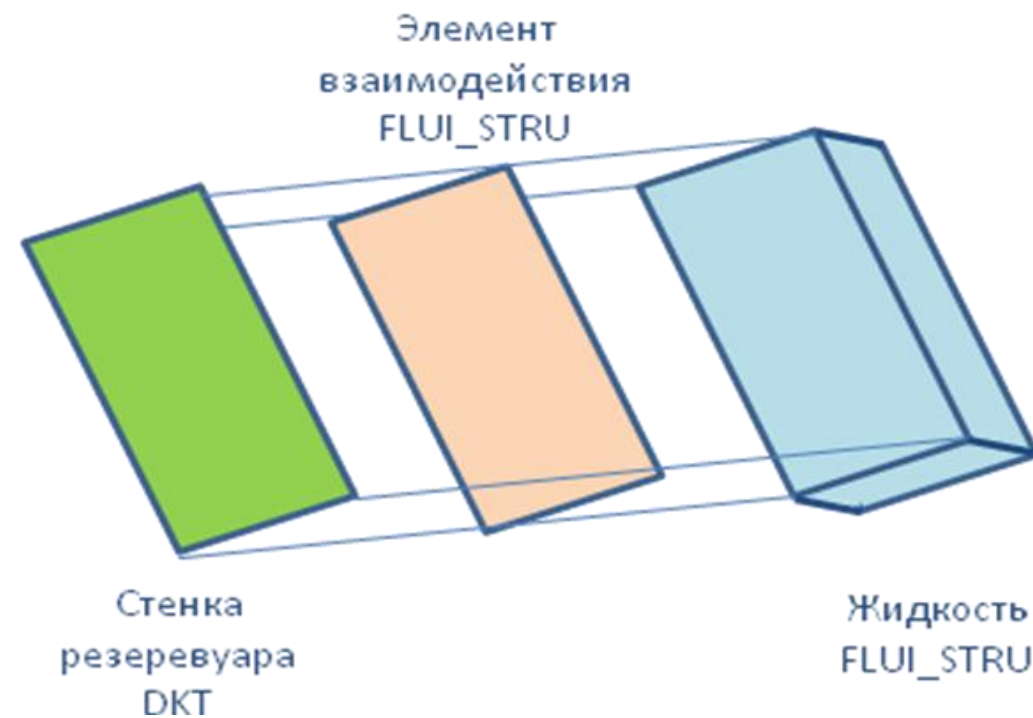
Elements: 35910

TRIA3: 189

QUAD4: 10521

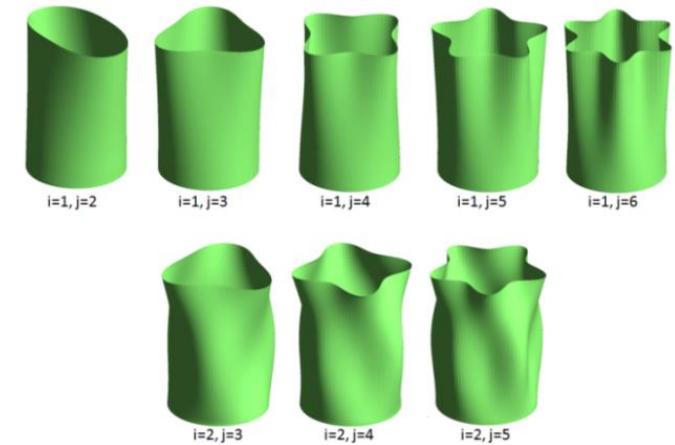
PENTA6 : 2520

HEXA8 : 22680



# Без жидкости $b=0$

		$b=0$						
i	j	Experiment[1]	Analitical [1]		FEM [1]		FEM Code_Aster	
		Частота, Гц	Частота, Гц	Разница по сравнению с экспериментом, %	Частота, Гц	Разница по сравнению с аналитическим решением, %	Частота, Гц	Разница эксп, %
1	3	616	633	-2.7%	633.6	0.1%	<b>634.0</b>	2.9%
1	2	708	814	-13.0%	814.6	0.1%	<b>814.7</b>	15.1%
1	4	945	947	-0.2%	947.6	0.1%	<b>948.4</b>	0.4%
1	5	1479	1480	-0.1%	1481.1	0.1%	<b>1481.3</b>	0.2%
2	4	1628	1648	-1.2%	1650.3	0.1%	<b>1648.7</b>	1.3%
1	1	-	1827	-	1826.6	0.0%	<b>1826.4</b>	-
2	5	1851	1839	0.7%	1842.1	0.2%	<b>1838.2</b>	-0.7%
2	3	1969	2029	-3.0%	2029.6	0.0%	<b>2029.3</b>	3.1%
1	6	2151	2154	-0.1%	2158	0.2%	<b>2155.4</b>	0.2%



Формы колебаний оболочки для случая  $b=0$

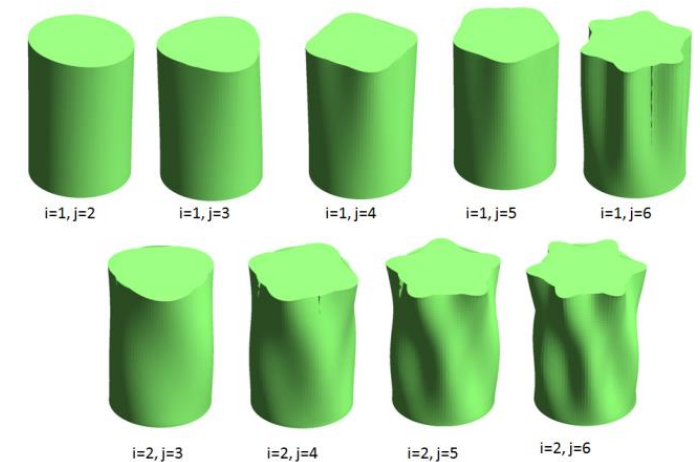
[1] Maxuch T., Horacek J., Trnka J., Vesely J. Natural modes and frequencies of a thin clamped-free steel cylindrical storage tank partially filled with water: FEM and measurement // J. Sound Vib. 1996. Vol. 193, No. 3. P. 669-690.

[2] Бочкарев С.А., Лекомцев С.В., Матвеев В.П. Численное моделирование пространственных колебаний цилиндрических оболочек, частично заполненных жидкостью. // Вычислительные технологии. Том18, №1, 2013



# Полный резервуар $b=1$

		$b=1$						
i	j	Experiment [1]	FEM [1]	FEM [2]	FEM Code_Aster			
		Частота, Гц	Частота, Гц	Частота, Гц	Частота, Гц	Разница эксп, %	Разница [1], %	Разница [2], %
1	3	388	400.6	398.3	<b>387.2</b>	-0.2%	-3.4%	-2.8%
1	2	421	482.1	477.4	<b>466.4</b>	10.8%	-3.2%	-2.3%
1	4	628	633.2	629.9	<b>611.9</b>	-2.6%	-3.4%	-2.9%
1	5	1027	1033	1025.8	<b>1000.3</b>	-2.6%	-3.2%	-2.5%
2	4	1094	1110.6	1104.1	<b>1071.5</b>	-2.1%	-3.5%	-3.0%
1	1	-	1038.6	-	<b>1105.8</b>	-	6.5%	-
2	5	1245	1286.9	1291.5	<b>1244.6</b>	0.0%	-3.3%	-3.6%
2	3	1299	1304.2	1280.1	<b>1251.0</b>	-3.7%	-4.1%	-2.3%
1	6	1546	1561.3	1546.6	<b>1504.3</b>	-2.7%	-3.7%	-2.7%
2	6	1748	1762.6	1737.2	<b>1680.1</b>	-3.9%	-4.7%	-3.3%



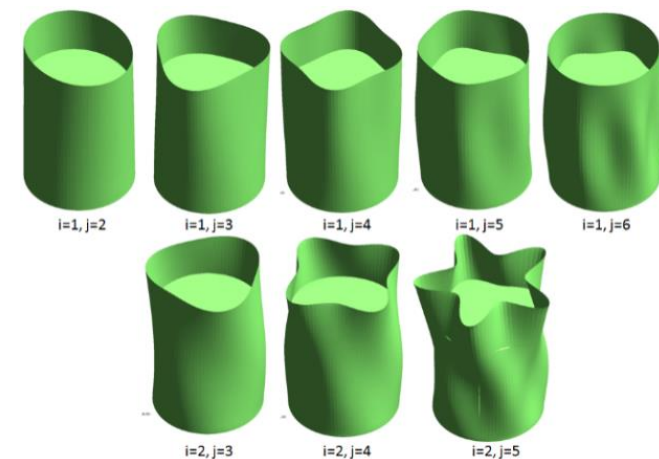
Формы колебаний оболочки для случая  $b=1$

[1] Maxuch T., Horacek J., Trnka J., Vesely J. Natural modes and frequencies of a thin clamped-free steel cylindrical storage tank partially filled with water: FEM and measurement // J. Sound Vib. 1996. Vol. 193, No. 3. P. 669-690.

[2] Бочкарев С.А., Лекомцев С.В., Матвеев В.П. Численное моделирование пространственных колебаний цилиндрических оболочек, частично заполненных жидкостью. // Вычислительные технологии. Том18, №1, 2013

# Частично заполненный резервуар $b=0,697$

		$b=0.697$						
i	j	Experiment [1]	FEM [1]	FEM [2]	FEM Code_Aster			
		Частота, Гц	Частота, Гц	Частота, Гц	Частота, Гц	Разница эксп, %	Разница [1], %	Разница [2], %
1	3	522	543.1	538	<b>541.4</b>	3.7%	-0.3%	0.6%
1	2	582	672.7	664.5	<b>669.5</b>	15.0%	-0.5%	0.8%
1	4	798	806	799.1	<b>803.1</b>	0.6%	-0.4%	0.5%
1	5	1196	1188.4	1178.8	<b>1181.9</b>	-1.2%	-0.6%	0.3%
2	4	1244	1253.2	1239.2	<b>1250.3</b>	0.5%	-0.2%	0.9%
1	1	-	1407.4	-	<b>1419.6</b>	-	0.9%	-
2	5	1394	1425.3	1535.7	<b>1419.6</b>	1.8%	-0.4%	-7.6%
2	3	1546	1553.8	1412.2	<b>1549.4</b>	0.2%	-0.3%	9.7%
1	6	-	1679.7	1657.3	<b>1665.4</b>	-	-0.9%	0.5%



Формы колебаний оболочки для случая  $b=0,697$

[1] Maxuch T., Horacek J., Trnka J., Vesely J. Natural modes and frequencies of a thin clamped-free steel cylindrical storage tank partially filled with water: FEM and measurement // J. Sound Vib. 1996. Vol. 193, No. 3. P. 669-690.

[2] Бочкарев С.А., Лекомцев С.В., Матвеев В.П. Численное моделирование пространственных колебаний цилиндрических оболочек, частично заполненных жидкостью. // Вычислительные технологии. Том18, №1, 2013

# ВЫВОДЫ

Пакет можно использовать в качестве альтернативы коммерческому ПО.

Имеется возможность получать матрицу присоединенных масс.

Полученные результаты показывают точность, достаточную для решения сложных инженерных задач.

Спасибо за внимание

Кашфутдинов Б.Д. [bkashfutdinov@ispras.ru](mailto:bkashfutdinov@ispras.ru)