



ВНИИФТРИ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РФ
ФГУП «ВСЕРОССИЙСКИЙ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»



Моделирование инфразвукового пистонфона

Головин Д.В.
ФГУП «ВНИИФТРИ», Росстандарт

Новые инфразвуковые сенсоры



ISGM-03M
(Россия)



Chaparral M-60/64
(США)



Hyperion 5113/A
(США)

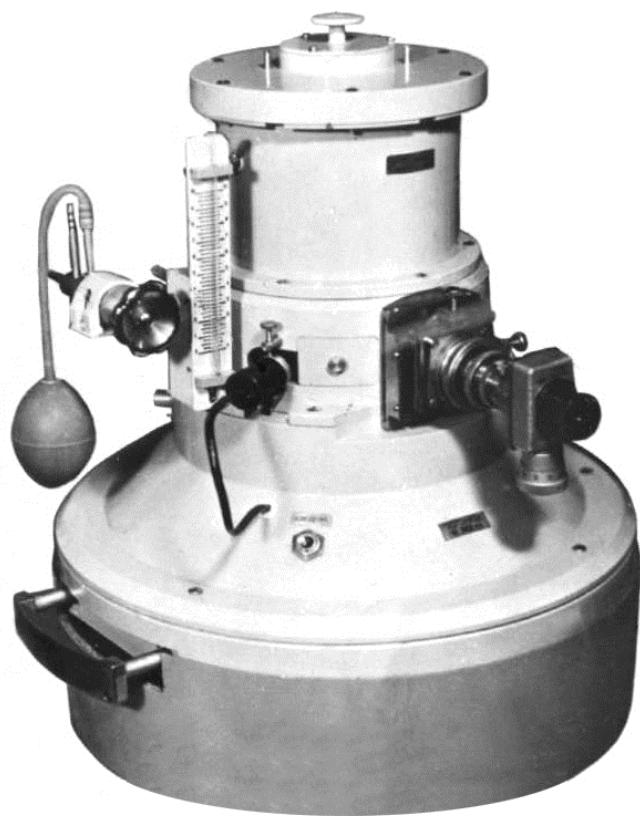


MB3a
(Франция)

Минимальные требования по частотному диапазону сенсоров для их применения в составе инфразвуковых станций Международной Системы Мониторинга – от 0,02 до 4 Гц. Все сенсоры ему удовлетворяют.

ISGM-03M в отдельных вариантах исполнения пригоден к применению в диапазоне частот от 1 мГц и выше

Пистонфон для калибровки инфразвуковых сенсоров



Инфразвуковой пистонфон 3202,
разработан во ВНИИФТРИ в
60-70-ые гг.. Рабочий диапазон
частот – 0,1÷100 Гц

Метод пистонфона: поршень в основании измерительной камеры объемом V задает малые колебания объема δV .

По известному объему камеры V и малому колебанию объема δV определяется амплитуда звукового давления P , воздействующего на инфразвуковой микрофон:

$$P = C|N|P_0 \frac{\delta V}{V},$$

где $C = kh/\sin(kh)$ – коэффициент волнового распределения звукового давления вдоль оси камеры; k – волновое число; h – высота камеры; N – коэффициент политропы, зависящий от частоты колебаний; P_0 – атмосферное давление в момент герметизации камеры; S – площадь поперечного сечения поршня пистонфона

Теория об акустических свойствах воздуха на низких частотах

Г. Гербера (1964 г.)

Henry Gerber, «Acoustic Properties of Fluid-Filled Chambers at Infrasonic Frequencies in the Absence of Convection», The Journal of the Acoustical Society of America 36, 1427 (1964)

Используется в стандарте ИЕС 61094-2 по калибровке измерительных микрофонов

- Тепловой обмен между стенками камеры и воздухом посредством излучения пренебрежимо мал
- Тепловые потери из-за вязкости воздуха пренебрежимо малы
- В камере отсутствует конвекция воздуха
- Отклонение температуры τ усредняется по всему объему камеры

Коэффициент политропического процесса ($PV^N = \text{const}$) зависит от частоты колебаний:

$$N = N_V = 1 + (\gamma - 1)E_V, E_V = E(f l^2 / \alpha_V) \quad \alpha_V - \text{коэффициент температуропроводности при постоянном объеме}$$

$$E = D \sum \frac{N_n}{1 - \frac{M_n \alpha}{2\pi f l^2} i} \quad l = V/S, D, N_n, M_n - \text{параметры камеры внутренним объемом } V \text{ и площадью внутренних стенок } S$$

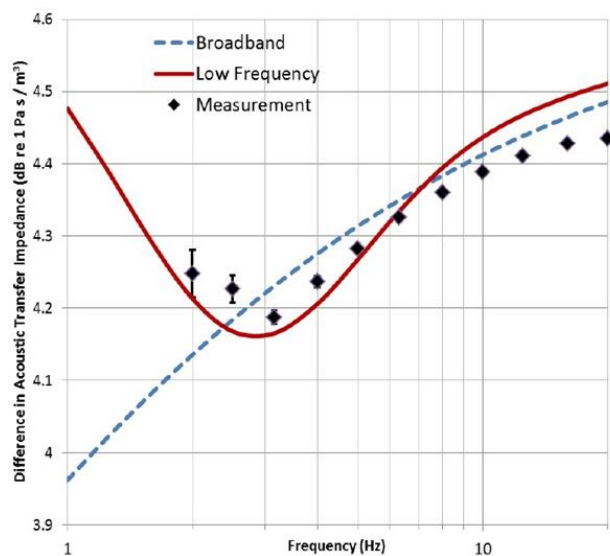
Для камеры цилиндрической формы: $D = \frac{8}{\pi^2},$

x_n – n -ый ноль функции Бесселя нулевого порядка

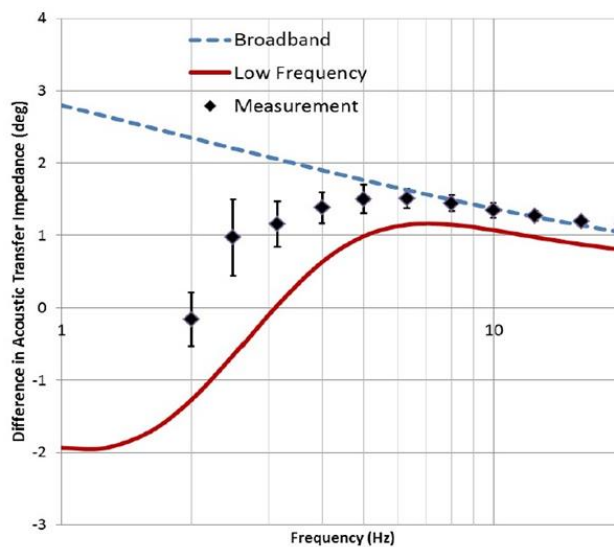
$$N_{mn} = \frac{1}{(m + 1/2)^2 x_n^2}, \quad M_{mn} = \frac{(m + 1/2)^2 \pi^2 + x_n^2 R^2}{(2R + 1)^2}.$$

$R = h/d$ – отношение внутренней высоты к внутреннему диаметру камеры

Критика акустической теории Г. Гербера



(A)



(B)

Fig. 3 – Difference in acoustic impedance between short and long LS2 couplers for level (A) and phase (B). The difference for the full Low Frequency solution (solid) and the Broadband solution (dashed) has been calculated, and compared to the difference resulting from measurements of U/i (diamond points, error bars indicate uncertainty due to random error)

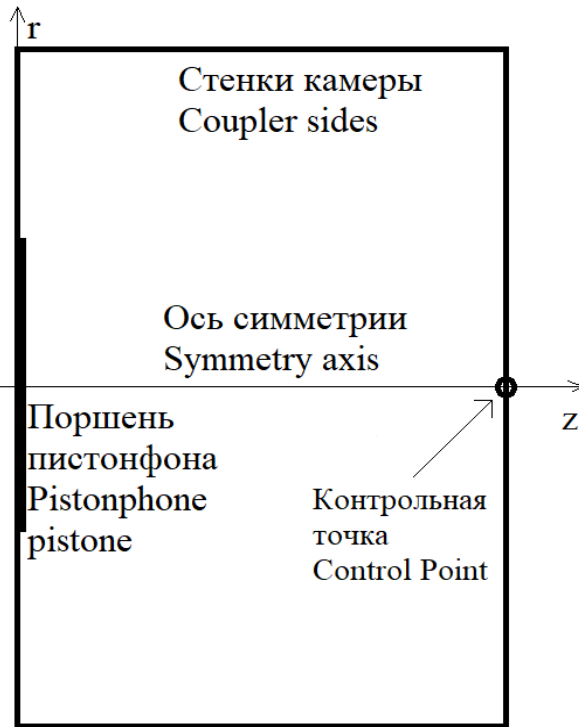
Рисунок из R. Jackett, J. Avinson «Realizing the primary standard for sound pressure: The trouble with IEC 61094-2»

- C. Guianvarc'h, J.-N. Durocher, M. Bruneau, A.-M. Bruneau, Acoustic transfer admittance of cylindrical cavities. DOI: 10.1016/j.jsv.2005.08.019
- R. Jackett, J. Avinson Realizing the primary standard for sound pressure: The trouble with IEC 61094-2. Conference: Internoise 2015.
- P. Vincent, D. Rodrigues, F. Larssonier, C. Guianvarc'h, S. Durand Acoustic transfer admittance of cylindrical cavities in infrasonic frequency range, Metrologia, Volume 56, Number 1. DOI: 10.1088/1681-7575/aaee28

Цели настоящей работы

- Определение звукового давления в измерительной камере пистонфона посредством численного моделирования
- Использование полной системы уравнений Навье-Стокса для сжимаемого вязкого теплопроводного газа
- Сравнение результатов моделирования с теоретическим расчетом
- Постановка эксперимента с целью подтверждения или опровержения результатов моделирования (в будущем)
- Использование результатов моделирования для оптимизации характеристик пистонфона (при подтверждении результатов моделирования)

Постановка задачи и используемые модели



Измерительная камера пистонфона – осесимметричный цилиндр диаметром $d=69,97$ мм и высотой $h=66,06$ мм. Поршень в основании камеры имеет диаметр $d_p=20$ мм. Рассматриваются частоты колебаний поршня 0,1 – 1000 Гц, при которых поршень колеблется с амплитудой $X=0,5$ мм.

Начальные параметры воздуха:

температура $T_0=296,15$ К,

давление $p_0=101325$ Па,

плотность $\rho_0=1,186$ кг/м³,

коэффициент вязкости $\mu=1,83 \cdot 10^{-5}$ Па·с,

газовая постоянная $R=288,5$ Дж/(кг·К),

коэффициент адиабаты $\gamma=1,4$,

коэффициент теплопроводности $\chi=0,0254$ Вт/(м·К),

число Прандтля $Pr=0,728$,

показатель межмолекулярного взаимодействия $\omega=0,74$.

Для моделирования газовых процессов в измерительной камере пистонфона использована полная система уравнений Навье-Стокса для сжимаемого вязкого теплопроводного газа с регуляризацией в виде уравнений КГД и КГид

Уравнения газовой динамики

В виде законов сохранения

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_m = 0 \\ \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{j}_m \otimes \mathbf{u}) + \nabla p = \operatorname{div} \Pi \\ \frac{\partial E}{\partial t} + \operatorname{div} \left\{ \frac{\mathbf{j}_m}{\rho} (E + p) \right\} + \operatorname{div} \mathbf{q} = \operatorname{div}(\Pi \mathbf{u}) \end{array} \right.$$

Замыкание Навье-Стокса

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_m^{NS} &= \rho \mathbf{u} \\ \Pi^{NS} &= \mu \left\{ (\nabla \otimes \mathbf{u}) + (\nabla \otimes \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} \operatorname{div} \mathbf{u} \right\} \\ \mathbf{q}^{NS} &= -\chi \nabla T \end{aligned}$$

Замыкание КГД

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_m^{QGD} &= \mathbf{j}_m^{NS} - \tau (\operatorname{div}(\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p) \\ \Pi^{QGD} &= \Pi^{NS} + \tau \mathbf{u} \otimes \{ \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p \} + \\ &\quad + \tau I \{ (\mathbf{u} \cdot \nabla) p + \gamma p \operatorname{div} \mathbf{u} \} \\ \mathbf{q}^{QGD} &= \mathbf{q}^{NS} - \tau \rho \mathbf{u} \left\{ (\mathbf{u} \cdot \nabla) \varepsilon + p (\nabla \cdot \mathbf{u}) \left(\frac{1}{\rho} \right) \right\} \end{aligned}$$

Замыкание КГиД

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_m^{QHD} &= \mathbf{j}_m^{NS} - \rho \mathbf{w} \\ \mathbf{w} &= \frac{\tau}{\rho} (\rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p) \\ \Pi^{QGD} &= \Pi^{NS} + \rho (\mathbf{u} \otimes \mathbf{w}) \\ \mathbf{q}^{QHD} &= \mathbf{q}^{NS} \end{aligned}$$

НС – асимптотика КГД и КГиД при $\tau=0$
 $\tau \sim \frac{\mu}{p}$ – параметр релаксации (сглаживания)

Обезразмеривание переменных

В качестве колебания давления $\Delta p(t)$ (и, впоследствии, звукового давления) в момент времени t рассматривается величина

$$\Delta p(t) = p(t) - p_0$$

Связь между размерными величинами и безразмерными (обозначены через «~»):

$$\begin{aligned} \rho &= \tilde{\rho} \rho_0, & p &= \tilde{p} \rho_0 (2\pi f X)^2, & u &= \tilde{u} \cdot 2\pi f X \\ r &= \tilde{r} d_p, & z &= \tilde{z} d_p, & t &= \tilde{t} \frac{d_p}{2\pi f X}, & T &= \tilde{T} \frac{(2\pi f X)^2}{\gamma R} \end{aligned}$$

Вид КГД и КГиД уравнений не изменяется, однако изменяется вид уравнения состояния:

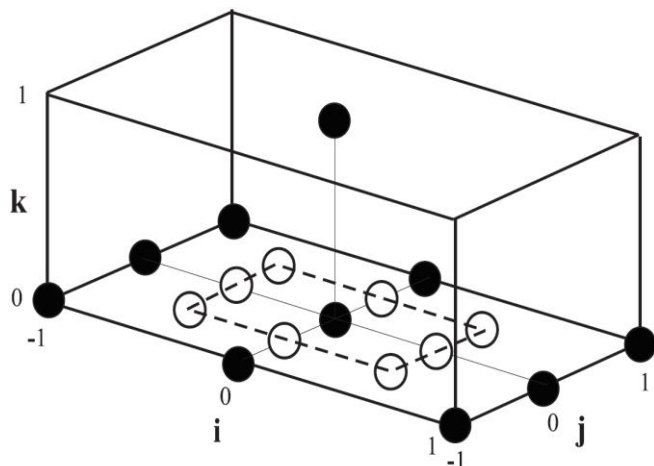
$$\tilde{p} = \frac{\tilde{\rho} \tilde{T}}{\gamma}$$

Безразмерные коэффициенты вязкости, теплопроводности и параметр τ (знак тильда у безразмерных величин опущен) вычисляются следующим образом:

$$\mu = \frac{1}{Re} (M^2 T)^\omega, \quad \chi = \frac{\mu}{Pr(\gamma - 1)}, \quad \tau = \alpha h M$$

Для рассматриваемых частот 0,1 – 1000 Гц значения чисел Маха и Рейнольдса меняются от $9,1 \cdot 10^{-7}$ и 0,204 до $9,1 \cdot 10^{-3}$ и 2040 соответственно.

Разностная аппроксимация уравнений, граничные условия



- Равномерная прямоугольная сетка
- Явная аппроксимация по времени
- Центральные разностные производные по пространству плюс фиктивные узлы на границе
- Граница расчетной области состоит из оси симметрии, поршня и стенок камеры

- Движение поршня в произвольный момент времени t описывается с помощью граничного условия для азимутальной скорости:

$$u^{piston} = u_z^{piston} = 2\pi f X \cdot \cos(2\pi f t)$$

На границе поршня:

$$u_z = u^{piston}, \quad u_r = 0,$$

$$T = T_0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

На оси симметрии:

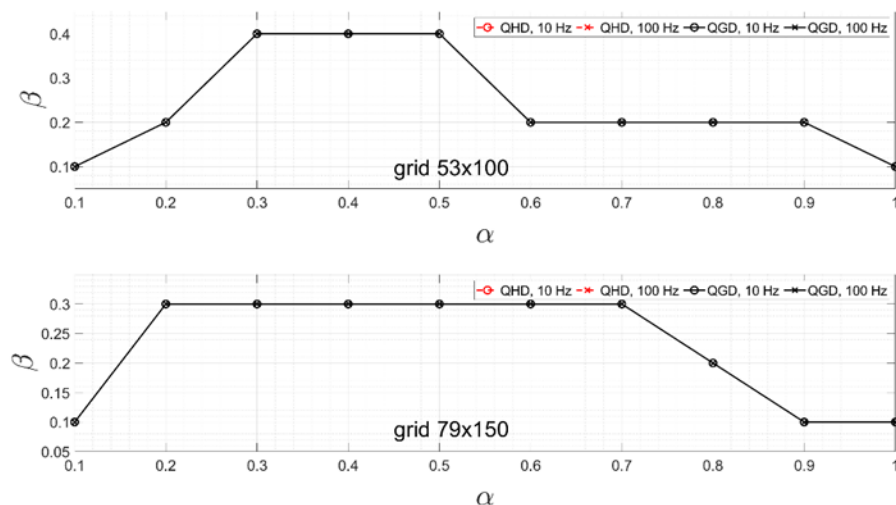
$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0,$$

$$u_r = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

На стенках камеры:

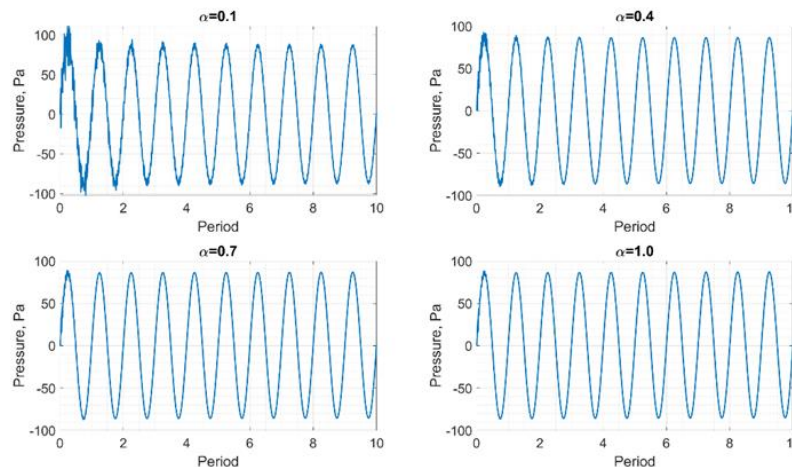
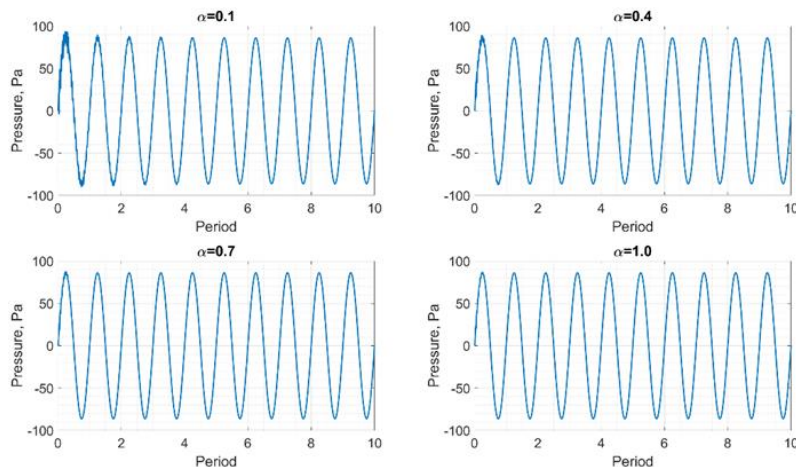
$$u_r = 0, \quad u_z = 0, \quad T = T_0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0$$

Устойчивость численной схемы в зависимости от сетки и настроечного параметра α



$$\Delta t = \beta \frac{h_{min}}{c_{max}}$$

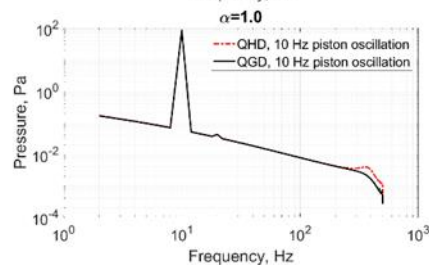
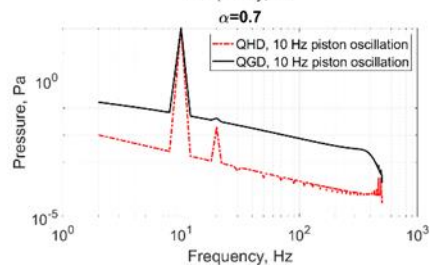
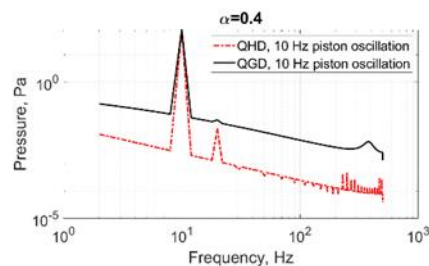
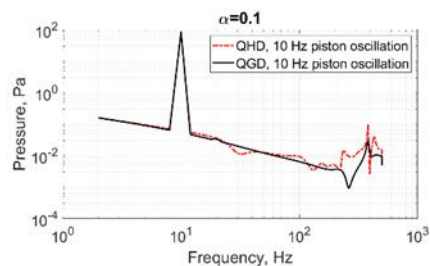
Число Куранта β подбиралось так, чтобы при фиксированном α расчет являлся устойчивым вне зависимости от наличия схемных осцилляций в распределениях плотности, давления, температуры и скоростей и не было сильных осцилляций у колебаний давления



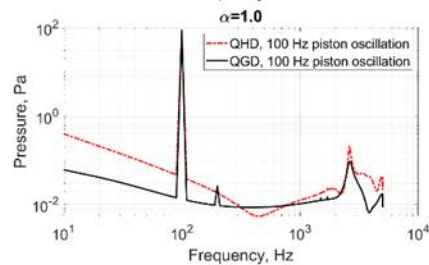
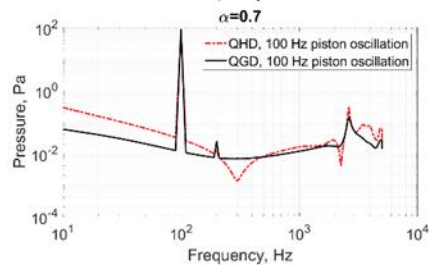
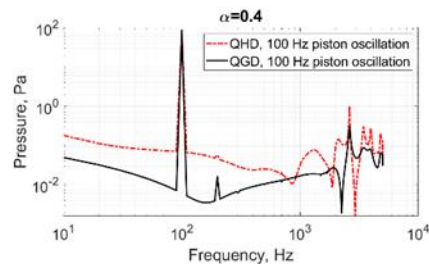
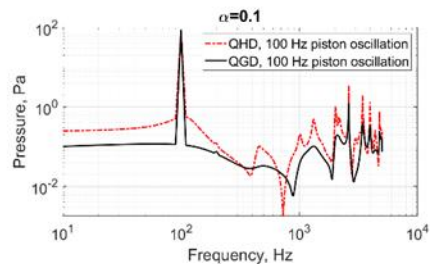
Колебания давления в контрольной точке для различных значений параметра α на частоте колебаний поршня 100 Гц, КГД, сетка 53x100

Колебания давления в контрольной точке для различных значений параметра α на частоте колебаний поршня 100 Гц, КГД, сетка 53x100

Спектры колебаний давления для различных α

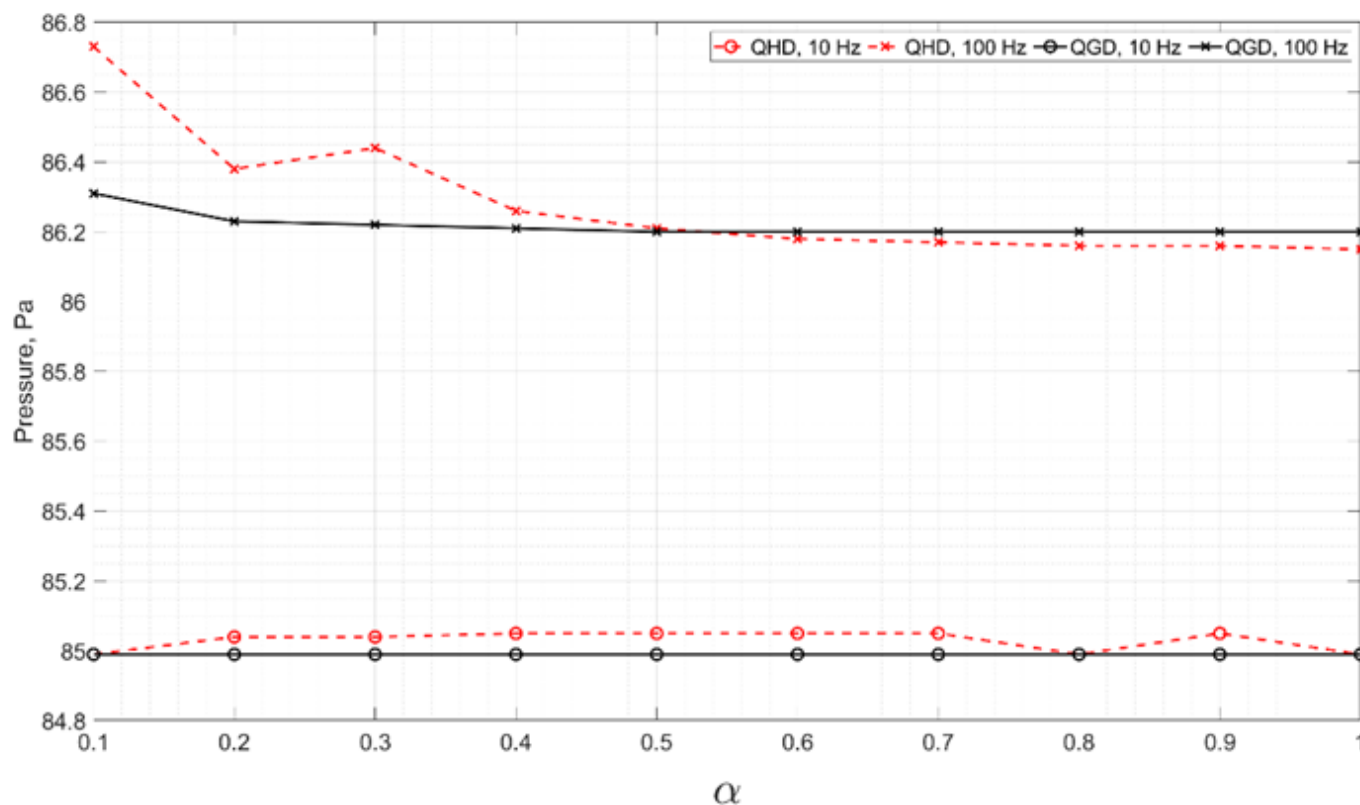


Фурье-спектр давления в контрольной точке для различных значений параметра α на частоте колебаний поршня 10 Гц для моделей КГД и КГиД, сетка 53x100



Фурье-спектр давления в контрольной точке для различных значений параметра α на частоте колебаний поршня 100 Гц для моделей КГД и КГиД, сетка 53x100

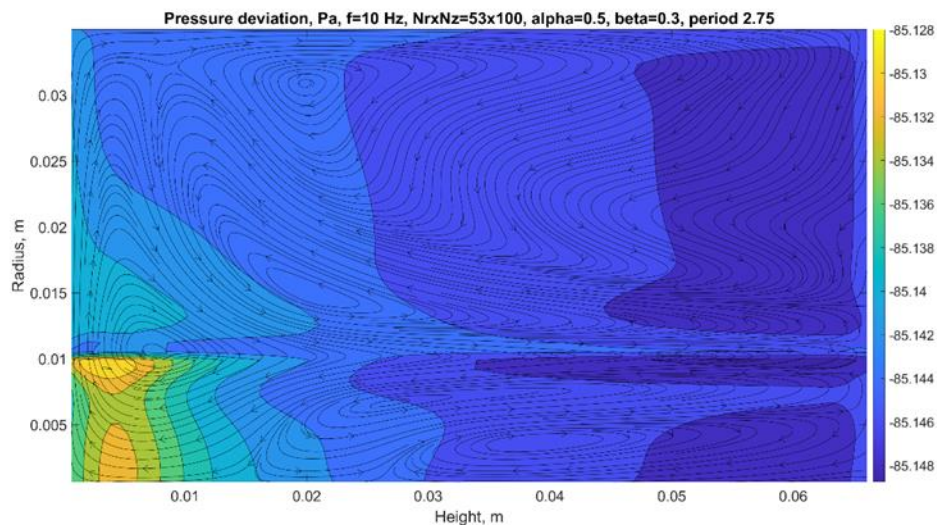
Зависимость амплитуды давления на основной частоте от α



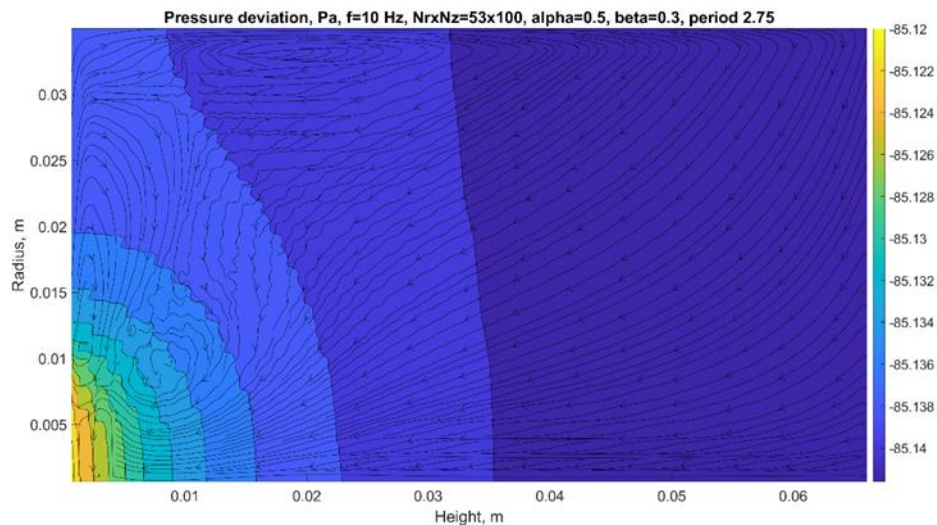
Зависимость амплитуды колебаний давления на частоте колебания поршня в контрольной точке от параметра α на частотах 10 Гц и 100 Гц для моделей КГД и КГид, сетка 53x100

Звуковое давление и линии тока в расчетной области на частоте 10 Гц

КГД

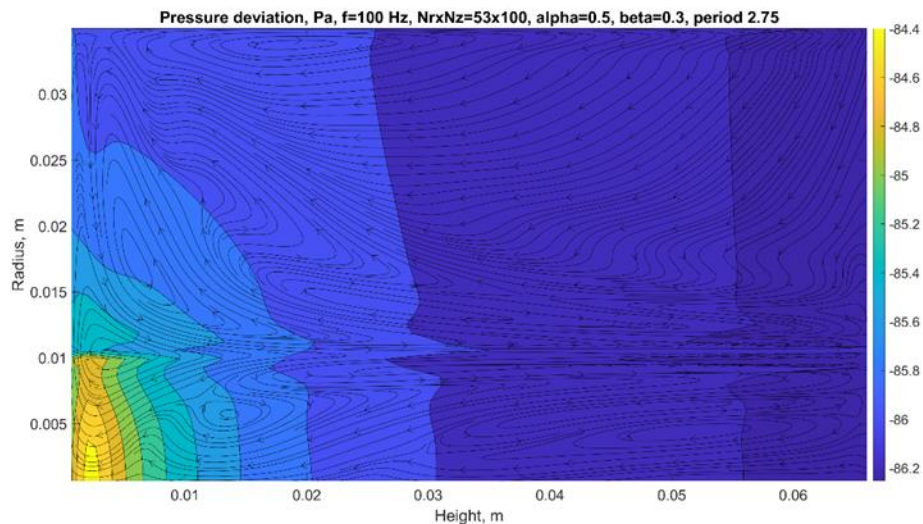


КГиД

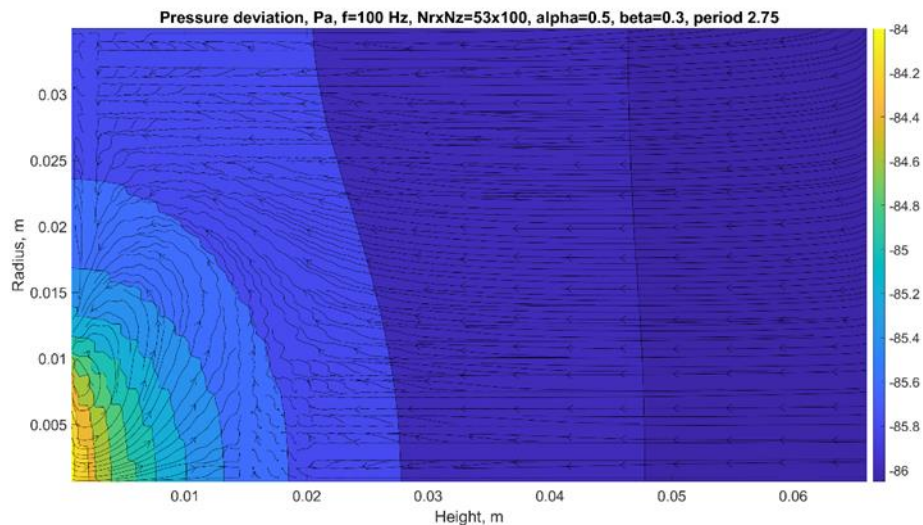


Звуковое давление и линии тока в расчетной области на частоте 100 Гц

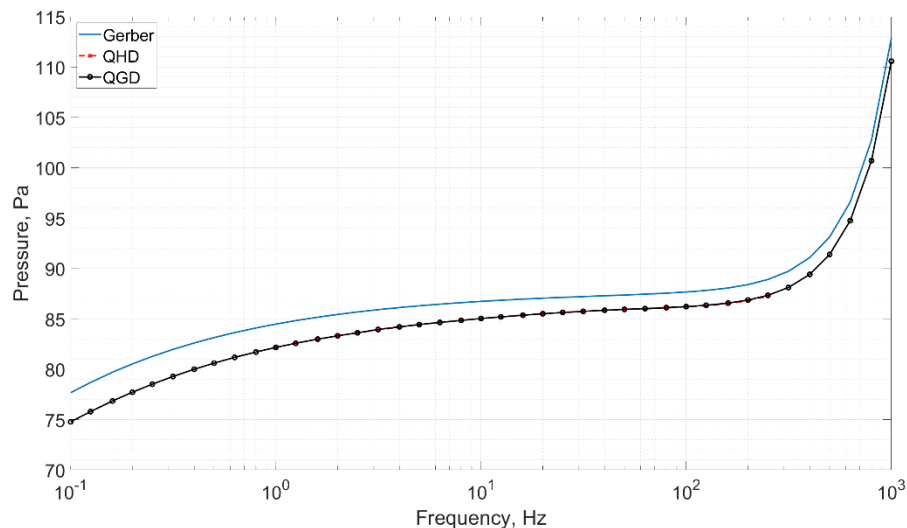
КГД



КГиД

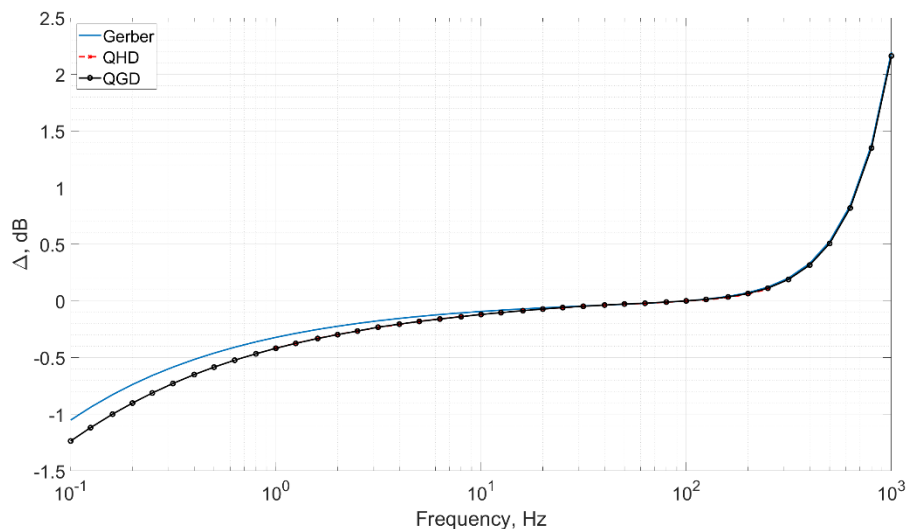


Результаты расчетов звукового давления и сравнение с теоретическим расчетом



Сетка 53x100, $\alpha=0,5$

Предположим, что спад звукового давления слабо зависит от размера сетки и сравним относительное изменение кривых



$$\Delta = 20 \lg \left(\frac{P}{P_{ref}} \right), [\text{дБ}/\text{дВ}]$$

P_{ref} - давление на частоте 100 Гц

Различие на 0,1 Гц между теорией Гербера и КГД – около 0,2 дБ,
на 20 Гц и выше – менее 0,05 дБ

Заключение

- ☐ Уравнения КГД и КГиД успешно применены к задаче прикладной акустики
- ☐ Явная по времени схема подчиняется критерию Куранта и при малых числах Маха ($9,1 \cdot 10^{-7} \div 9,1 \cdot 10^{-3}$)
- ☐ Амплитуда звукового давления слабо зависит от настроечного параметра α
- ☐ КГД и КГиД достаточно одинаково предсказывают значение амплитуды звукового давления в контрольной точке на различных частотах
- ☐ Нефизичные поведения давления и линий тока на краю поршня у КГД – следствие нарушения применимости модели КГД к таким сверхмедленным течениям
- ☐ Относительное изменение кривых давления (теоретической, КГД и КГиД) хорошо согласуются на частотах >20 Гц, ниже – теория и модели расходятся
- ☐ Явная схема по времени неэффективна для моделирования частот ниже 10 Гц: 5 периодов колебаний на 0,1 Гц заняли почти 3 суток на ПК с ЦПУ Intel i9-9900K (4,8 ГГц, 8 ядер/16 потоков)

Спасибо за внимание!